

Trabajo fin de Máster Universitario en profesorado de educación secundaria obligatoria y bachillerato, formación profesional y enseñanza de idiomas

(Especialidad de Matemáticas).



GLOBOMETRÍA AMPLIADA

Alumna: Sonia Gómez Fernández

Tutor: Francisco G. González Martínez

Fecha de entrega: **Julio/2018**

Gracias en especial a mi tutor, por su incondicional guía y asesoramiento en la elaboración de este TFM, y a mi familia, porque sin su ayuda y comprensión esto no habría sido posible.

A mis hijos, Mario y Estrella, pues en los últimos meses han sufrido mi falta de dedicación a ellos.

RESUMEN

El Trabajo Fin de Master (TFM) que a continuación se presenta versa sobre la Globometría, como una disciplina, híbrida entre la Geometría y la Globoflexia, que pretende facilitar la adquisición del conocimiento geométrico al alumnado (sobre los poliedros regulares o sólidos platónicos). La Globometría se desarrolla en un ambiente distendido y lúdico, lo que posibilita la consecución de un aprendizaje significativo y duradero para el estudiante. Consiste en una metodología manipulativa que utiliza como recursos didácticos innovadores los globos (en sentido estricto) y otros materiales, como las pajitas y los bastoncillos (en sentido amplio). Se mejora y amplía un anterior TFM sobre Globometría presentado en 2012, incorporándose nuevos materiales en su implementación para solventar las deficiencias de los globos (material original); y se incorporan los puzzles geométricos de Globometría para mejorarla, como un elemento más estimulante y lúdico para el alumnado.

En el contexto educativo actual, uno de los principales retos a los que se enfrentan los docentes es la falta de motivación del alumnado, lo que dificulta sustancialmente el proceso enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, metodologías manipulativas innovadoras, como la Globometría, tienen como principal objetivo modificar positivamente la actitud y la motivación del alumnado hacia el proceso educativo. Además, posibilitan la adquisición de conocimiento geométrico mediante la realización de actividades grupales, lo que desarrolla también competencias cívicas y sociales. Todo ello se ha constatado mediante la implementación de un actividad de Globometría en el IES Matilde Salvador de Castellón.

Por lo tanto, la modalidad de este TFM sería una combinación entre la investigación educativa y la innovación de materiales didácticos. La primera, porque tras la puesta en práctica de actividad, se utilizó un cuestionario como instrumento de recogida de datos entre el alumnado, para su análisis y evaluación. Y la segunda, por la incorporación de los globos, pajitas y bastoncillos en la enseñanza de la Geometría, materiales normalmente poco utilizados en las aulas de Matemáticas, pero bien conocidos por los estudiantes en otros contextos.

Finalmente, tras el análisis de los resultados obtenidos y la evaluación de la actividad implementada, se verificó a nivel práctico lo que la Teoría de Van Hiele y la metodología de Dieles argumentan a nivel teórico (que para facilitar la asimilación de los conocimientos más abstractos en geometría, antes debe experimentarse un aprendizaje basado en lo sensorial y manipulativo). Y se concluye que efectivamente la Globometría facilita la adquisición del aprendizaje geométrico, además de conseguir una mayor motivación e implicación del alumnado al convertirlo en protagonista activo del proceso educativo.

Palabras clave: Aprendizaje, Geometría, Globometría y motivación.

ÍNDICE

ÍNDICE	0
1. INTRODUCCIÓN	1
2. OBJETIVOS	2
3. JUSTIFICACIÓN.....	3
4. MARCO TEÓRICO: “GEOMETRÍA”	7
4.1. Geometría y el proceso de aprendizaje geométrico.	7
4.2. Enseñanza de la Geometría en la actualidad.....	11
4.3. Algunas reflexiones históricas sobre la Geometría.....	15
5. MATERIALES DIDÁCTICOS EN MATEMÁTICAS Y GEOMETRÍA.	17
5.1. Origen de los materiales didácticos en Matemáticas.	17
5.2. Sólidos platónicos.	18
5.3. Materiales didácticos en Geometría.	19
5.4. Ventajas y limitaciones.	20
6. GLOBOMETRÍA Y OTROS MATERIALES DIDÁCTICOS MANIPULATIVOS	21
7. CARACTERÍSTICAS DEL MATERIAL DIDACTICO MANIPULATIVO DE GLOBOMETRÍA	23
8. ACTIVIDAD DE GLOBOMETRÍA	25
8.1. Introducción a la actividad.	25
8.2. Elección del curso y ubicación temporal.	26
8.3. Objetivos específicos.....	26
8.4. Competencias Objetivos específicos.	27
8.5. Contenidos.....	27
8.6. Metodología	28
8.7. Temporización.	28
8.8. Recursos y medios.....	29
8.9. Desarrollo.	29
8.10. Evaluación de la actividad.	32
8.11. Cuestionario: Análisis de resultados.....	33
8.12. Conclusión de la actividad.....	37
8.13. Propuestas de mejora.	37
9. CONCLUSIONES Y VALORACIÓN PERSONAL.....	39
10. BIBLIOGRAFÍA Y WEBGRAFÍA	43
Normativa	43
Bibliografía	43
Webgrafía	44

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los principales retos de los docentes en la actualidad es mantener el interés y la motivación del alumnado en el aula, e implicarlo de forma activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje, pero ¿cómo hacerlo? Si nos referimos a la educación primaria existe numerosa bibliografía, estudios, experiencias y referencias con este objetivo, pero respecto a la educación secundaria las opciones y propuestas se reducen significativamente. Y más aún, ¿cómo conseguirlo si nos centramos en las Matemáticas?, asignatura que, por desgracia, no suele gozar de buena fama entre estos alumnos, quienes frecuentemente, suelen describirla como difíciles, frustrantes, carentes de uso en lo cotidiano y aburridas.

Ante esta problemática, con este trabajo fin de master (TFM) se realiza una propuesta con el siguiente objetivo principal: mantener el interés, la motivación e implicación de los alumnos durante su proceso de enseñanza-aprendizaje en la Educación Secundaria Obligatoria, centrándose en la asignatura de Matemáticas, y en concreto, el bloque de Geometría. Se expone el uso de la Globometría en el aula como recurso innovador, lúdico y estimulante para los alumnos, y se mejora su implementación incorporando otros materiales (pajitas y bastoncillos de higiene personal) que resuelvan las limitaciones del material original de su concepción (los globos). Para ello, se toma como referencia el trabajo fin de master presentado en Septiembre de 2012 por la alumna Cristina Vicent Insa sobre la misma temática (Globometría), mejorándose y ampliándose el análisis de este recurso didáctico manipulativo.

Dentro de las distintas modalidades de TFM podríamos clasificar este trabajo como un híbrido entre la modalidad 2.^a (Investigación educativa) y la modalidad 3.^a (Materiales didácticos), pues aunque se centra en los materiales didácticos manipulativos como punto de apoyo para consolidar y mejorar el proceso educativo, también se expone una implementación de una actividad de Globometría llevada a cabo en el IES Matilde Salvador de Castellón, donde mi tutor de TFM es profesor de matemáticas, analizándose opiniones y evaluación sobre la misma por parte de los alumnos mediante la recogida de un cuestionario, y se concluye con una formulación de conclusiones tras el análisis de resultados del feed-back obtenido.

El enfoque innovador se consigue con el uso de materiales conocidos en el entorno habitual de los alumnos, pero transformándolos en materiales didácticos para la enseñanza de la Geometría, aportando así una novedosa versatilidad a materiales comunes como son: globos, pajitas y bastoncillos. El enfoque estimulante y motivador se logra mediante la incorporación de estos materiales manipulativos en actividades educativas grupales y lúdicas que transforman al alumnado en el protagonista activo del proceso enseñanza-aprendizaje, resultando además un aprendizaje significativo, profundo y duradero en el tiempo.

La propia experimentación activa y la contextualización de las matemáticas se ha expuesto por numerosos pedagogos como recursos imprescindibles en la enseñanza de las matemáticas. En palabras de Canals (2001): *“si sabemos proponer la experimentación de forma adecuada en cada edad y a partir de aquí fomentar el diálogo y la interacción necesarias, el material, lejos de ser un obstáculo que nos haga perder el tiempo o dificulte el paso a la abstracción, la facilitará en manera, porque fomentará el descubrimiento y hará posible un aprendizaje sólido y significativo”*.

A lo largo de este trabajo, utilizaremos la palabra “Globometría” de forma amplia, para referirnos al uso de globos en la enseñanza de la Geometría, pero también al uso de otros materiales manipulativos (como pajitas y bastoncillos). Así pues, con el uso de esta “Globometría ampliada” se pretende ofrecer una alternativa complementaria y enriquecedora a las tradicionales clases magistrales, aportando además un contenido lúdico, lo que provoca una visión renovada y rehabilitada de la Geometría en las aulas de secundaria. Pues como argumenta Chamorro (1989): *“El juego es una actividad presente en todos los seres humanos... No hay diferencia entre jugar y aprender, porque cualquier juego que presente nuevas exigencias al niño o persona se ha de considerar como una oportunidad de aprendizaje.”* Demos pues la oportunidad a los alumnos de aprender jugando y disfrutar del proceso.

2. OBJETIVOS

En el presente TFM se expone, como objetivo principal, divulgar, difundir y dotar de contenido académico al empleo de la Globometría (en sentido amplio) en la enseñanza de las Geometría en la educación secundaria obligatoria (ESO), en concreto nos centraremos en el estudio y construcción de los poliedros regulares, también conocidos como sólidos platónicos. Se pretende dar argumentos sólidos y fundamentados para justificar su uso, constatando con objetividad tanto las ventajas y como las limitaciones de ello.

En cuanto al recurso didáctico propuesto, la Globometría, se persigue, con este trabajo otorgar relevancia principalmente a su aspecto innovador y motivador entre el alumnado, y a su efectividad en el proceso de enseñanza-aprendizaje, resultado de su aplicación un aprendizaje significativo (desarrollándose desde los conocimientos previos que ya posee con actividades dinámicas y activas donde el alumno es el propio protagonista del mismo).

Detallando aún más los objetivos que se pretenden conseguir entre el alumnado con estas actividades de Globometría, podemos destacar los siguientes:

- Estimular, motivar y generar interés en el aprendizaje.

- Modificar positivamente la actitud de los alumnos hacia la Geometría y las Matemáticas.
- Fomentar el pensamiento y razonamiento matemático.
- Hacer más asequible y facilitar el desarrollo del currículo educativo.
- Potenciar un aprendizaje dinámico, activo y creativo y participativo.
- Fomentar la participación entre iguales, desarrollar habilidades sociales y cívicas.

Para su corroboración, se describe en un apartado posterior una actividad implementada en dos aulas del IES Matilde Salvador (donde mi tutor de TFM es profesor de Matemáticas), y se analiza las distintas impresiones de los alumnos participantes mediante un cuestionario (feed-back). La finalidad de este cuestionario es comprobar si el alumnado durante la actividad ha experimentado el factor motivador, estimulante y efectivo en cuanto al aprendizaje.

3. JUSTIFICACIÓN

Tras mi propia experiencia como docente en prácticas en un instituto real (en concreto en el IES de Almenara), observé que uno de los retos más difíciles al que se tienen que enfrentar los docentes en la actualidad es la falta de motivación de los alumnos hacia el aprendizaje. La motivación es decisiva en el rendimiento académico del alumnado, pues su influencia es directa, además de afectar también a otros aspectos como el clima o ambiente de aula y a la actitud del alumnado frente a la asignatura.

Como ya se ha avanzado en la introducción, es frecuente el uso de materiales didácticos diversos en la educación primaria, pero una vez superada esta etapa su uso suele reducirse significativamente, pues en secundaria se suelen priorizar las clases magistrales (ante la necesidad por terminar la programación) al empleo de recursos y materiales didácticos diversos; y menos aún si nos referimos a actividades basadas en el juego y la manipulación, consideradas a veces en estas edades como inoportunas, lentas y, generalmente, pérdidas de tiempo.

Sin embargo existen varios estudios recientes que justifican el uso de actividades basadas en la **experiencia activa y el uso de recursos y materiales manipulativos** en la enseñanza. Expondremos dos de ellos que se apoyan en dos soportes gráficos muy evidentes:

- 1) El **"cono de la experiencia" ideado por Edgar Dale**, (basado en el "aprendizaje constructivista") donde se expone que la propia experiencia e interacción directa y activa del alumnado en el proceso enseñanza-aprendizaje (en nuestro caso, de la Geometría), facilita y afianza este proceso. Este autor plantea, como resultado de sus estudios, distintos niveles de aprendizaje según qué actividades se realizan para conseguirlo; y lo representó gráficamente en su conocido "cono de la experiencia" o

“pirámide del aprendizaje”. En la base o parte inferior del cono se representa la mayor profundidad de aprendizaje y es ahí donde se encuentra la experiencia directa, es decir, hacer real lo que se intenta aprender, lo que es lo mismo que “simular” una situación real para el aprendizaje. Exponemos a continuación una versión más actual del citado “cono de la experiencia” (si bien es cierto que no hay ninguna evidencia científica que avale los porcentajes y cifras que en él aparecen).

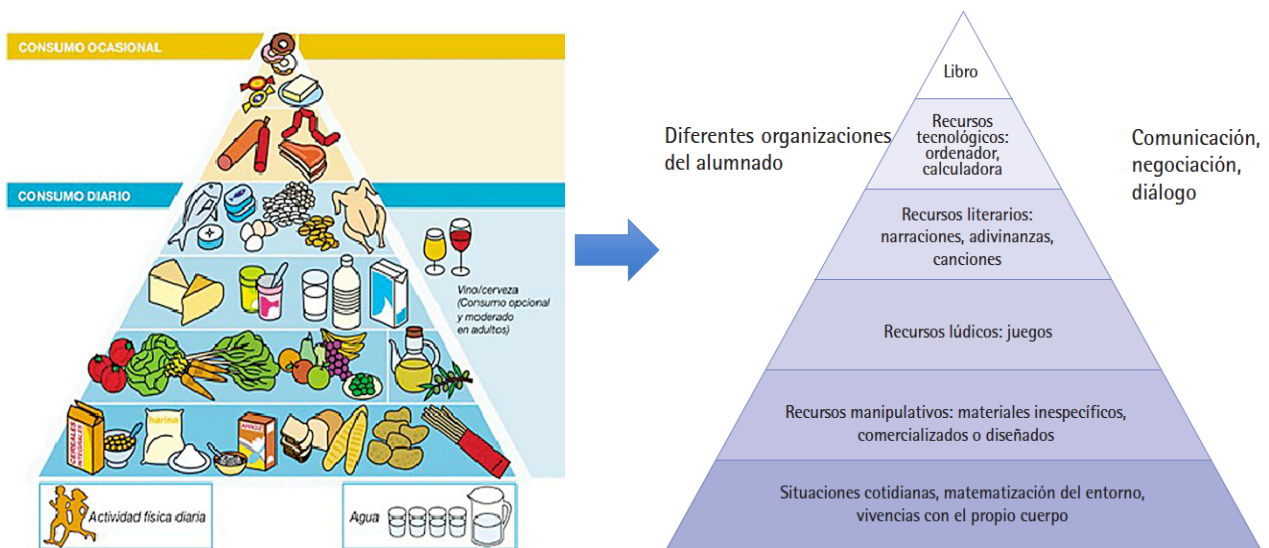
PIRÁMIDE DEL APRENDIZAJE DE EDGAR DALE (Versión modificada)

(Fuente: W1)



- 2) La “pirámide de la educación matemáticas” de Ángel Alsina (2010), según el cual existe una relación directa entre el empleo y la frecuencia de uso de determinados recursos en el aula, y el desarrollo de pensamiento matemático y de la competencia matemática en los alumnos. Este autor posiciona: la matematización del entorno más próximo del alumno, los recursos manipulativos (matizando los “inespecíficos”) y los recursos lúdicos (juegos, entendidos como la resolución de situaciones problemáticas); como imprescindibles en la docencia de las Matemáticas, ya que con estas interacciones se posibilita que los alumnos puedan elaborar esquemas mentales de conocimiento. Alsina establece la relación entre la conveniencia del uso de algunos recursos necesarios para desarrollar el pensamiento matemático y su frecuencia de uso, en la siguiente pirámide de la educación matemática (donde además, hace una analogía con la pirámide de nutrición saludable, por lo “imprescindible” de la cuestión):

PIRÁMIDE DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA (Ángel Alsina, 2010)



Otro aspecto, que la utilización de estos materiales posibilita en el aula, es el **aprendizaje cooperativo**, pues con ellos se brinda la oportunidad al docente de realizar actividades en grupo, desarrollando así habilidades de interacción social, y fomentando la cooperación y el aprendizaje colectivo entre iguales, donde los alumnos aprenden unos de otros. La justificación de este punto vendría establecido en el Real Decreto 1105/2014, del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, donde se lee en el artículo 15: “... Asimismo, arbitrarán métodos que tengan en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje, favorezcan la capacidad de aprender por sí mismos y promuevan el aprendizaje en equipo... En esta etapa se prestará una atención especial a la adquisición y el desarrollo de las competencias y se fomentará la correcta expresión oral y escrita y el uso de las matemáticas.”

En este sentido y continuando con el análisis de la legislación educativa vigente, en este caso en la Comunidad Valenciana, encontramos varios argumentos justificativos para el uso de la Globometría en el Decreto 87/2015 del Consell de Educación, donde en su preámbulo se expone literalmente lo siguiente: “Así, el proceso de enseñanza-aprendizaje competencial debe abordarse desde todas las materias, lo que implica un importante cambio en las tareas que se planteen al alumnado en el aula y un planteamiento metodológico innovador. Las metodologías didácticas innovadoras que incluyan el aprendizaje cooperativo, los proyectos interdisciplinares, el uso de las tecnologías de la información y la comunicación, y, en términos generales, cualquier otra metodología propia de una educación inclusiva y orientada al aprendizaje por competencias, contribuirán a una mayor motivación del alumnado, a un

mayor grado de adquisición de las competencias y del logro de los objetivos de la correspondiente etapa por parte de este, y consecuentemente, a una mejora de sus resultados. Para abordar este planteamiento metodológico, la labor del docente es fundamental, ya que habrá de diseñar tareas o situaciones de aprendizaje que posibiliten la resolución de problemas, la aplicación de los conocimientos aprendidos y la promoción de la actividad de los estudiantes. Para ello, la formación del profesorado ha de ser un pilar fundamental para la renovación metodológica y para la puesta en práctica de las metodologías didácticas innovadoras citadas con anterioridad.” Además, en la misma normativa, artículo 15 que trata sobre objetivos y fines del currículo de la ESO, se menciona entre otros puntos que uno de estos fines será “*k) Elaborar materiales didácticos orientados a la enseñanza y el aprendizaje basados en la adquisición de competencias.*”

En este punto, se hace necesaria la exposición de las distintas **competencias básicas** en educación. Estas son consideradas aprendizajes o habilidades imprescindibles que han de desarrollarse antes de finalizar la enseñanza obligatoria, siempre desde un planteamiento integrador, transversal, y orientado a la aplicación práctica de los saberes adquiridos. El Decreto 87/2015 establece 7 competencias clave o básicas, son las siguientes:

1. Competencia en comunicación lingüística (CCLI).
2. Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT).
3. Competencia digital (CD).
4. Aprender a aprender (CAA).
5. Competencias sociales y cívicas (CSC).
6. Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor (SIEE).
7. Conciencia y expresiones culturales (CEC).

De acuerdo con este aprendizaje competencial integrador y transversal, la temática objeto del presente trabajo, la Globometría en sentido amplio, favorecería el desarrollo de la competencia matemática, la competencia de aprender a aprender, y las competencias sociales y cívicas, principalmente.

Para terminar este apartado de justificación, haremos referencia a la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa del 8/2013 (LOMCE), que comienza su preámbulo con la siguiente redacción: “*El alumnado es el centro de ser de la educación.*” Y continuando en su apartado IV con: “*... El sistema educativo debe posibilitar tanto el aprendizaje de cosas distintas como la enseñanza de manera diferente, para poder satisfacer a unos alumnos y alumnas que han ido cambiando en la sociedad actual... Las habilidades cognitivas, siendo imprescindibles, no son suficientes; es necesario adquirir desde edades tempranas competencias transversales... Necesitamos propiciar las condiciones que permitan el oportuno cambio metodológico, de forma que el alumnado sea un elemento activo en el proceso de aprendizaje.*”

En la LOMCE también se pone de manifiesto que, el actual alumnado ha experimentado un cambio radical respecto a generaciones anteriores, debido al impacto al que se están viendo sometidos, víctimas de la globalización de la sociedad y de las nuevas tecnologías (Tecnologías de Información y Comunicación, TIC), sufriendo una "sobrestimulación" que le dificulta su capacidad de concentración y modifica su forma de aprender o de abordar una tarea.

Con el uso de la Globometría en el aula (por ejemplo con actividades similares a las expuestas en apartados posteriores de este trabajo), se contrarrestan los efectos de esta sobreestimulación y se les ofrece herramientas alternativas para mejorar la concentración, promoviendo además un cambio de actitud positiva hacia el aprendizaje de las matemáticas, contribuyendo a reducir la aversión que muchos alumnos y alumnas expresan hacia la asignatura.

4. MARCO TEÓRICO: "GEOMETRÍA"

En cuanto al marco teórico se realiza un análisis de la definición de Geometría y conocimiento geométrico; se describe la situación actual de la Geometría dentro del currículo educativo conforme a la normativa vigente; y se expone unas reflexiones sobre como la Geometría ha ido permaneciendo, adaptándose o rehabilitándose a lo largo de las historia de la educación, extraídas estas últimas del libro "Invitación a la didáctica de la Geometría" (Alsina, Burgués y Fortuny; 1989).

4.1. Geometría y el proceso de aprendizaje geométrico.

La **Geometría**, también se conoce como la "**Matemática del espacio**", ya que es la ciencia que tiene por objeto analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales, entendiendo espacio desde un enfoque multidimensional. Las relaciones espaciales que producen conocimiento se manifiestan en las distintas dimensiones físicas (desde la dimensión 1: líneas, curvas y longitudes; dimensión 2: las superficies, áreas, etc.; dimensión 3: objetos tridimensionales, cuerpos sólidos y volúmenes; y dimensiones superiores de los modelos científicos y combinatorios). Este trabajo se centrará en la didáctica de los modelos tridimensionales conocidos como los "sólidos platónicos" o "poliedros regulares".

Las propiedades geométricas son visibles, accesible y están presentes en la vida cotidiana, pues desde nuestra más temprana infancia estamos rodeados por diversas formas, diseños y volúmenes. Es así como se va adquiriendo la **intuición geométrica**, como el conocimiento adquirido directamente del entorno espacial, primero de forma simplemente visual e intuitiva (conocimiento de naturaleza visual, creativo y subjetivo); para posteriormente desarrollarlo con más profundidad, de forma más reflexiva y mediante la lógica, adquiriéndose entonces un conocimiento verbal, analítico y objetivo. Ambos tipos

de conocimiento se complementan y la historia de su relación en la enseñanza de las Matemáticas es lo que ha definido la historia y evolución de esta doctrina a lo largo del tiempo. Además estos tipos de conocimiento geométrico y la conveniencia de su uso en la didáctica se asocia con las distintas fases de desarrollo del pensamiento, expuestas por varios psicólogos y pedagogos de enfoque constructivista, como por ejemplo **Piaget** en su **teoría de las etapas del desarrollo cognitivo**. Piaget establece unas etapas que describen el desarrollo cognitivo del ser humano, relacionándolo con la edad biológica y determinando las características más significativas de cada una de ellas (Martin Bravo et al., 2011). Según Piaget las etapas son integradoras y complementarias de forma gradual. Se expone brevemente las diferentes etapas de la adquisición de conocimiento según este autor:

- Etapa sensorial-motor, entre 0 y 2 años (con la experiencia directa como rasgo más característico).
- Etapas preoperacional entre 2 y 7 años, y de las operaciones concretas de 7 a 11 años), con adquisiciones de conocimiento por asociacionismo y razonamientos empíricos e intuitivos.
- Etapa de las operaciones formales (de 12 años en adelante) con un pensamiento formal, una lógica abstracta y deductiva como aspectos más característicos.

En nuestro caso, y para la Geometría, el hecho de adquirir conocimientos del espacio real mediante la intuición geométrica es lo que se conoce como "**percepción espacial**". Primero se recibe un estímulo visual y se realizan las operaciones cognitivas sobre la información contenida en el estímulo, siendo la percepción espacial fundamental en el estudio de la Geometría, reconociendo formas, propiedades geométricas, transformaciones y relaciones espaciales; dijéramos que es como una lectura comprensiva de las formas y sus relaciones espaciales. Aunque esta percepción espacial comienza desde lo simplemente visual, si se acompaña de una manipulación, o incluso construcción del objeto, la comprensión de la estructura y su percepción espacial final, es más completa (Alsina et al., 1989). Se define, además, distintas fases progresivas de percepción espacial:

1. Visualización (observar y memorizar imágenes para reconocer objetos).
2. Estructuración (abstraer, reconocer, construir y reconstruir el objeto a partir de elementos básicos).
3. Traducción (comunicar y reconocer un objeto a través de una descripción literaria).
4. Determinación y clasificación (organizar, reconocer mediante descripción métrica y clasificar).

Como resultado de estas fases de organización y de codificación de la información sensorial, resultarían las representaciones mentales de los objetos físicos, y la "**construcción mental del espacio**" como un proceso cognitivo de interacciones, desde un espacio intuitivo o sensorial a un espacio conceptual o abstracto, condicionado por las características cognitivas individuales y por la influencia del entorno (físico, social y

cultural). En conclusión, para favorecer el proceso enseñanza-aprendizaje de la Geometría hay que favorecer la interacción de cada uno de estos elementos, interacción que se consigue con el uso de la Globometría en el aula.

MODELO DE VAN HIELE

Este razonamiento, se ajusta al modelo de **enseñanza y aprendizaje geométrico** conocido como **Teoría de Van Hiele** (1957), ideado por el matrimonio holandés del mismo nombre (W2). Este modelo es ampliamente explicado en la obra de Alsina, Burgues y Fortuny (1989), y de su lectura se han extraído las siguientes explicaciones. El Modelo o Teoría de Van Hiele propone la estratificación del conocimiento y la construcción del espacio, de forma que permite categorizar los distintos niveles de representación espacial (desde lo inductivo a lo deductivo y desde lo implícito a lo explícito). Van Hiele reconoce como el mayor obstáculo para una correcta progresión del aprendizaje geométrico, el hecho de que el alumno se encuentre en un nivel de conocimiento inferior ($n-1$) y se le presente una situación de aprendizaje con conceptos y conocimientos de un nivel superior (n), derivando esta situación en un fracaso educativo.

Los niveles de conocimiento en Geometría de Van Hiele son cinco:

- Nivel 0: Visualización o reconocimiento. Las figuras son percibidas como un todo global por los individuos, quienes no reconocen partes, ni componentes, ni propiedades, pero si pueden copiarlas y reconocerlas.
- Nivel 1: Análisis. En las figuras se analiza experimentalmente las partes y las propiedades particulares, pero no se relacionan explícitamente con otras familias de figuras.
- Nivel 2: Ordenación o clasificación. Los individuos son capaces de determinar las figuras por sus propiedades, pero no saben organizar una secuencia de razonamientos que justifiquen sus observaciones.
- Nivel 3: Deducción formal. Los individuos puede desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra, pero sin rigor de razonamiento.
- Nivel 4: Rigor. Los individuos están capacitados para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos, es el nivel de mayor grado de abstracción.

Estos niveles de Van Hiele no van asociados a la edad del estudiante. Las características que los definen son:

- No se puede alcanzar el nivel n sin haber pasado por el nivel anterior $n-1$, de forma que el progreso de los alumnos a través de los niveles es secuencial e invariante.
- Lo que es implícito en un nivel de pensamiento, en el nivel siguiente se vuelve explícito.

- Cada nivel tiene su lenguaje utilizado (símbolos lingüísticos) y su significatividad de los contenidos (conexión de estos símbolos dotándolos de significado).
- Dos estudiantes con distinto nivel no pueden entenderse.

Van Hiele, recoge su teoría en el libro que publicó en 1986 titulado "Structure and insight". En su modelo, Van Hiele también propone *cinco fases de aprendizaje secuencial* para pasar de un nivel a otro. Estas son: información (discernimiento), orientación guiada o dirigida, explicitación, orientación libre e integración. Estas fases de aprendizaje son equiparables a las etapas de aprendizaje de las matemáticas, propuestas por el matemático y pedagogo Zoltan Paul Dienes (1971).

METODOLOGÍA DE DIENES

Dienes fue un matemático, psicólogo y pedagogo húngaro, cuya obra y labor es muy valorada en la educación matemática, pues introdujo ideas innovadoras en el aprendizaje de conceptos matemáticos complejos, incorporando juegos, de forma que el aprendizaje resultara ameno y la experiencia fuera emocionante, creativa y desafiante para el estudiante (W3). La metodología de Dienes, se basa en el uso de recursos manipulativos para facilitar la enseñanza de las Matemáticas, lo que conlleva a la transformación de las aulas en "laboratorios matemáticos" con metodologías principalmente manipulativas.

Dienes analiza el proceso de abstracción dentro del aprendizaje y distingue seis etapas del aprendizaje diferentes (W4):

- 1.^a: Etapa de juego libre, donde se introduce al individuo en el medio.
- 2.^a: Etapa de juego estructurado, donde el individuo examina y manipula ajustándose a una serie de reglas.
- 3.^a: Etapa de toma de conciencia, donde se reflexiona sobre la estructura común en los juegos realizados.
- 4.^a: Etapa representativa, donde se representa de modo gráfico o esquemático la estructura común de juegos realizados en las etapas anteriores.
- 5.^a: Etapa simbólica, donde se procede al estudio de las propiedades de la estructura abstracta, lo que conlleva la necesidad de inventar un lenguaje.
- 6.^a: Etapa formal, en la que finalmente se realiza la construcción de axiomas y teoremas.

Tanto el modelo de Van Hiele, como la metodología de Dienes, parten siempre de la realidad y su manipulación sensorial para conseguir y facilitar el entendimiento final de sistemas formales y abstractos. De modo que, cualquier aprendizaje debe pasar necesariamente por etapas de experiencias iniciales sensoriales (en concreto, visuales y táctiles para la Geometría), que construirán los cimientos sobre los que se fundamentarán las actividades y abstracciones posteriores, facilitando su asimilación.

4.2. Enseñanza de la Geometría en la actualidad.

En las diferentes normativas educativas vigentes se contempla los contenidos, conocimientos y objetivos básicos y mínimos que debe alcanzar todo estudiante al finalizar la ESO. Concretar una "Geometría para todos", vigente en el saber de todo ciudadano normal, y al margen de la actividad profesional que se desarrolle, resulta una tarea compleja. En este sentido habría que encontrar un punto justo de enlace entre lo "útil a aprender" y lo que es "deseable de enseñar", determinando que: será deseable en la enseñanza de la Geometría aquello que sea útil con rango futurible y pueda motivarse desde la actualidad (Alsina et al., 2011).

Centrándonos en el análisis de la normativa vigente, en el RD 1105/2014, se establece el currículo básico de la ESO y Bachillerato y se describen por asignaturas y bloques estos contenidos y objetivos mínimos para cada curso, establecidos desde el marco estatal. Todas las materias impartidas durante estas etapas educativas se detallan en el apartado de Anexo I de la citada normativa. En este Anexo I se incluyen unas tablas que contienen los contenidos, criterios de evaluación y estándares del aprendizaje para cada asignatura. Para el caso que nos concierne, Geometría en la ESO, está contenida dentro del bloque 3 de la asignatura de Matemáticas y se observa que los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje son comunes para los cursos 1.º y 2.º, y se distinguen entre "Matemáticas orientadas para las enseñanzas aplicadas" y las "Matemáticas orientadas para las enseñanzas académicas" para 3.º y 4.º de ESO.

Este mismo análisis se ha realizado para el Decreto 87/2015 de la Consellería de Educación de la Comunidad Valenciana, por el que se establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la Educación Obligatoria y del Bachillerato de esta comunidad, desde el marco autonómico. Este detalle se incorpora en el "anexo 1" del apartado de anexos del presente TFM.

Del estudio y comparación de ambas normativas (estatal y autonómica), se aprecia que en los primeros cursos se introducen los conceptos más simples y sencillos, para progresivamente incorporar los de mayor dificultad de abstracción en cursos posteriores, dejando al docente libertad metodológica y de cátedra, siempre que se consigan los conocimientos mínimos exigidos al finalizar cada curso.

Seguidamente se anexan las tablas extraídas del RD 1105/2014 del bloque 3: Geometría, de la asignatura de Matemáticas para todos los cursos de Educación Secundaria Obligatoria:

Matemáticas. 1.º y 2.º ESO

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
<p>Elementos básicos de la geometría del plano. Relaciones y propiedades de figuras en el plano: Paralelismo y perpendicularidad. Ángulos y sus relaciones.</p> <p>Construcciones geométricas sencillas: mediatriz, bisectriz. Propiedades.</p> <p>Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales.</p> <p>Clasificación de triángulos y cuadriláteros. Propiedades y relaciones.</p> <p>Medida y cálculo de ángulos de figuras planas.</p> <p>Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples.</p> <p>Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares.</p> <p>Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones.</p> <p>Semejanza: figuras semejantes. Criterios de semejanza. Razón de semejanza y escala. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.</p> <p>Poliedros y cuerpos de revolución. Elementos característicos, clasificación. Áreas y volúmenes.</p> <p>Propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros. Cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico.</p> <p>Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.</p>	<p>1. Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida cotidiana.</p> <p>2. Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento seguido en la resolución.</p> <p>3. Reconocer el significado aritmético del Teorema de Pitágoras (cuadrados de números, temas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados construidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos.</p> <p>4. Analizar e identificar figuras semejantes, calculando la escala o razón de semejanza y la razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.</p> <p>5. Analizar distintos cuerpos geométricos (cubos, ortoedros, prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas) e identificar sus elementos característicos (vértices, aristas, caras, desarrollos planos, secciones al cortar con planos, cuerpos obtenidos mediante secciones, simetrías, etc.).</p> <p>6. Resolver problemas que conlleven el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico, utilizando propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros.</p>	<p>1.1. Reconoce y describe las propiedades características de los polígonos regulares: ángulos interiores, ángulos centrales, diagonales, apotema, simetrías, etc.</p> <p>1.2. Define los elementos característicos de los triángulos, trazando los mismos y conociendo la propiedad común a cada uno de ellos, y los clasifica atendiendo tanto a sus lados como a sus ángulos.</p> <p>1.3. Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales.</p> <p>1.4. Identifica las propiedades geométricas que caracterizan los puntos de la circunferencia y el círculo.</p> <p>2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas.</p> <p>2.2. Calcula la longitud de la circunferencia, el área del círculo, la longitud de un arco y el área de un sector circular, y las aplica para resolver problemas geométricos.</p> <p>3.1. Comprende los significados aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras y los utiliza para la búsqueda de ternas pitagóricas o la comprobación del teorema construyendo otros polígonos sobre los lados del triángulo rectángulo.</p> <p>3.2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales</p> <p>4.1. Reconoce figuras semejantes y calcula la razón de semejanza y la razón de superficies y volúmenes de figuras semejantes.</p> <p>4.2. Utiliza la escala para resolver problemas de la vida cotidiana sobre planos, mapas y otros contextos de semejanza.</p> <p>5.1. Analiza e identifica las características de distintos cuerpos geométricos, utilizando el lenguaje geométrico adecuado.</p> <p>5.2. Construye secciones sencillas de los cuerpos geométricos, a partir de cortes con planos, mentalmente y utilizando los medios tecnológicos adecuados.</p> <p>5.3. Identifica los cuerpos geométricos a partir de sus desarrollos planos y recíprocamente.</p> <p>6.1. Resuelve problemas de la realidad mediante el cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, utilizando los lenguajes geométrico y algebraico adecuados.</p>

Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas. 3.º

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
<p>Mediatriz, bisectriz, ángulos y sus relaciones, perímetro y área. Propiedades. Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas. Traslaciones, giros y simetrías en el plano.</p> <p>Geometría del espacio: áreas y volúmenes.</p> <p>El globo terráqueo. Coordenadas geográficas. Longitud y latitud de un punto.</p>	<p>1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas.</p> <p>2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener medidas de longitudes, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos.</p> <p>3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala.</p> <p>4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza.</p> <p>5. Interpretar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación en la localización de puntos.</p>	<p>1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo.</p> <p>1.2. Utiliza las propiedades de la mediatriz y la bisectriz para resolver problemas geométricos sencillos.</p> <p>1.3. Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos en los que intervienen ángulos.</p> <p>1.4. Calcula el perímetro de polígonos, la longitud de circunferencias, el área de polígonos y de figuras circulares, en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.</p> <p>2.1. Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados. Establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.</p> <p>2.2. Reconoce triángulos semejantes, y en situaciones de semejanza utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes.</p> <p>3.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.</p> <p>4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.</p> <p>4.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.</p> <p>5.1. Sitúa sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, y es capaz de ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud.</p>

Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas. 4.º ESO

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
Bloque 3. Geometría		
<p>Figuras semejantes.</p> <p>Teoremas de Tales y Pitágoras.</p> <p>Aplicación de la semejanza para la obtención indirecta de medidas.</p> <p>Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de figuras y cuerpos semejantes.</p> <p>Resolución de problemas geométricos en el mundo físico: medida y cálculo de longitudes, áreas y volúmenes de diferentes cuerpos.</p> <p>Uso de aplicaciones informáticas de geometría dinámica que facilite la comprensión de conceptos y propiedades geométricas.</p>	<p>1. Calcular magnitudes efectuando medidas directas e indirectas a partir de situaciones reales, empleando los instrumentos, técnicas o fórmulas más adecuadas, y aplicando, así mismo, la unidad de medida más acorde con la situación descrita.</p> <p>2. Utilizar aplicaciones informáticas de geometría dinámica, representando cuerpos geométricos y comprobando, mediante interacción con ella, propiedades geométricas.</p>	<p>1.1. Utiliza los instrumentos apropiados, fórmulas y técnicas apropiadas para medir ángulos, longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos y figuras geométricas, interpretando las escalas de medidas.</p> <p>1.2. Emplea las propiedades de las figuras y cuerpos (simetrías, descomposición en figuras más conocidas, etc.) y aplica el teorema de Tales, para estimar o calcular medidas indirectas.</p> <p>1.3. Utiliza las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de triángulos, rectángulos, círculos, prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas, y las aplica para resolver problemas geométricos, asignando las unidades correctas.</p> <p>1.4. Calcula medidas indirectas de longitud, área y volumen mediante la aplicación del teorema de Pitágoras y la semejanza de triángulos.</p> <p>2.1. Representa y estudia los cuerpos geométricos más relevantes (triángulos, rectángulos, círculos, prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas) con una aplicación informática de geometría dinámica y comprueba sus propiedades geométricas.</p>

Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 3º ESO

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
<p>Geometría del plano. Lugar geométrico. Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas. Traslaciones, giros y simetrías en el plano. Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros. La esfera. Intersecciones de planos y esferas. El globo terráqueo. Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto. Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.</p>	<p>1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas. 2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos. 3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala. 4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza. 5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros. 6. Interpretar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación en la localización de puntos.</p>	<p>1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos. 1.2. Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos. 2.1. Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas. 2.2. Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes. 2.3. Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos. 3.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc. 4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte. 4.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario. 5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales. 5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados. 5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas. 6.1. Sitúa sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, y es capaz de ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud.</p>

Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 4º ESO

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
<p>Medidas de ángulos en el sistema sexagesimal y en radianes. Razones trigonométricas. Relaciones entre ellas. Relaciones métricas en los triángulos. Aplicación de los conocimientos geométricos a la resolución de problemas métricos en el mundo físico: medida de longitudes, áreas y volúmenes. Iniciación a la geometría analítica en el plano: Coordenadas. Vectores. Ecuaciones de la recta. Paralelismo, perpendicularidad. Semejanza. Figuras semejantes. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes. Aplicaciones informáticas de geometría dinámica que facilite la comprensión de conceptos y propiedades geométricas.</p>	<p>1. Utilizar las unidades angulares del sistema métrico sexagesimal e internacional y las relaciones y razones de la trigonometría elemental para resolver problemas trigonométricos en contextos reales. 2. Calcular magnitudes efectuando medidas directas e indirectas a partir de situaciones reales, empleando los instrumentos, técnicas o fórmulas más adecuadas y aplicando las unidades de medida. 3. Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para representar, describir y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.</p>	<p>1.1. Utiliza conceptos y relaciones de la trigonometría básica para resolver problemas empleando medios tecnológicos, si fuera preciso, para realizar los cálculos. 2.1. Utiliza las herramientas tecnológicas, estrategias y fórmulas apropiadas para calcular ángulos, longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos y figuras geométricas. 2.2. Resuelve triángulos utilizando las razones trigonométricas y sus relaciones. 2.3. Utiliza las fórmulas para calcular áreas y volúmenes de triángulos, cuadriláteros, círculos, paralelepípedos, pirámides, cilindros, conos y esferas y las aplica para resolver problemas geométricos, asignando las unidades apropiadas. 3.1. Establece correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores. 3.2. Calcula la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector. 3.3. Conoce el significado de pendiente de una recta y diferentes formas de calcularla. 3.4. Calcula la ecuación de una recta de varias formas, en función de los datos conocidos. 3.5. Reconoce distintas expresiones de la ecuación de una recta y las utiliza en el estudio analítico de las condiciones de incidencia, paralelismo y perpendicularidad. 3.6. Utiliza recursos tecnológicos interactivos para crear figuras geométricas y observar sus propiedades y características.</p>

4.3. Algunas reflexiones históricas sobre la Geometría.

La Geometría es una disciplina que goza de un prestigio milenario. Primero surgió una geometría empírica motivada por los problemas de medidas (longitudes, áreas, volúmenes, etc.), recurriendo a las representaciones gráficas y al uso de ciertas figuras esculturales para resolver las necesidades que surgían en los procesos constructivos. La cultura egipcia es un ejemplo clave donde la geometría aplicada a la resolución cotidiana de problemas se ligaba a la creación artística, pero durante esta época, los conocimientos geométricos eran restringidos a una minoría de la jerarquizada sociedad egipcia.

De la mano de Thales, quien había estado en Egipto, se introduce la Geometría en Grecia (Alsina et al., 1989). Es en Grecia donde se da el paso decisivo, del empirismo al carácter científico en la disciplina. Los resultados fueron cuantiosos, nuevos métodos para atacar problemas brillantes y con un grado de abstracción ejemplar. A Thales se unirían nombres como Pitágoras, Euclides, Arquímedes, Apolonio, etc.. En este caso, el conocimiento geométrico pasó de maestros a discípulos, y el acceso al mismo era ya un problema más de vocación que de estirpe. Necesario es remarcar, en este periodo, la elaboración de los libros denominados **"Los Elementos" de Euclides**, usados por los alumnos de éste en su escuela de Alejandría. Esta obra no se limita sólo a realizar una recopilación del conocimiento geométrico, sino que estructura todo el saber de forma lógico-deductiva: nociones comunes, postulados, axiomas, teoremas, etc.; con ella, la Geometría adquiere rango universal. De hecho, el prestigio de "Los Elementos" como texto definitivo de consolidación geométrica y su uso, se prodigarán durante dos milenios, aunque la Geometría euclidiana pone de manifiesto algunas limitaciones que acentuarán el divorcio entre Geometría y Aritmética. Esta disolución entre estas dos ramas de la Matemática será heredada por el Imperio Romano y posteriormente se mantendrá durante la época medieval, encontrando refugio entre las paredes de los monasterios medievales. Las traducciones del griego al latín de los Elementos será esencial para la difusión del conocimiento geométrico en Europa y posibilitarán la transformación cultural y social, de la mano del Renacimiento.

En el siglo XVI, se desarrollan y evolucionan las técnicas perspectivas de representación patente en el área artística, generando dos nuevas geometrías: la Geometría Descriptiva (que pondrá énfasis en la resolución gráfica) y la Geometría Proyectiva (que lo hará en los modelos no gráficos). Lo que en un principio fuera un método artístico se convertirá en la base de una nueva Geometría al servicio de las construcciones y fortificaciones. Estas nuevas Geometrías necesitarán del cálculo efectivo junto a la descripción sintética de formas y transformaciones, en el siglo XVII con la Geometría Analítica de Descartes se encuentra un punto de equilibrio para la aritmetización de la Geometría, que posteriormente evolucionará a su progresiva algebracización, disolviéndose de esta manera el divorcio entre Aritmética y Geometría propiciado por los Elementos de Euclides.

Surgirán después nuevas Geometrías (diferencial, algebraica, combinatoria, etc.) con requerimientos conceptuales matemáticos más sofisticados. Y será a finales del siglo XIX cuando Felix Klein (matemático alemán) intentará definir un concepto unificador de Geometría (Geometría Proyectiva) del que todos los adjetivos históricos resulten casos particulares: la Geometría se considerará un espacio (recta, plano, espacio tridimensional, superficie,...) y unas transformaciones que permitan clasificar figuras. Ya en el siglo XX, el desarrollo de las Geometrías en la investigación siguió siendo una constante en las Matemáticas; sin embargo, este esplendor en investigación contrasta con lo irrelevante de los cambios en la enseñanza elemental de la Geometría (Alsina et al., 1989).

En el panorama español, y hasta bien entrado en siglo XX, la Geometría quedó relegada esencialmente a: los aspectos métricos (cálculo de áreas y volúmenes de figuras planas y espaciales), una introducción a la trigonometría, y una tendencia a la resolución automática de problemas. Se priorizó la resolución de ecuaciones en el aspecto algebraicos más que en el interés geométrico y se imponía la enseñanza de las Matemáticas basada en las teorías conductistas. En este contexto, cabe destacar la iniciativa del catedrático **Pedro Puig Adam** (didacta español de más proyección internacional, perteneciente a la tercera y última generación de la Edad de Plata Española), quien era un firme defensor e impulsor del uso de materiales e instrumentos manipulativos para facilitar la enseñanza de las Matemáticas, en concreto de la Geometría. Puig Adam se doctoró en el Laboratorio Seminario Matemático (LSM, organismo creado en 1915 a partir de la Junta de Ampliación de Estudios) antes de la Guerra Civil Española. Entre sus obras, destaca la redacción, en 1955, del "Decálogo del Profesor de Matemáticas", que recoge las normas didácticas que según su criterio eran fundamentales para todo docente de la materia, normas que son igualmente útiles y aplicables en la actualidad.

Estas normas didácticas recogidas en su conocido "Decálogo del profesor de Matemáticas" son las siguientes (Sales Rufi, 2000):



Pedro Puig Adam
(Barcelona, 1900-Madrid, 1960)
(W14)

1. *"No adoptar una didáctica rígida, sino amoldarla en cada caso al alumno, observándole constantemente.*
2. *No olvidar el origen de las Matemáticas ni los procesos históricos de su evolución.*
3. *Presentar las Matemáticas como una unidad en relación con la vida natural y social.*
4. *Graduar cuidadosamente los planos de abstracción.*
5. *Enseñar guiando la actividad creadora y descubridora del alumno.*
6. *Estimular dicha actividad despertando interés directo y funcional hacia el objeto del conocimiento.*
7. *Promover en todo lo posible la autocorrección.*
8. *Conseguir cierta maestría en las soluciones antes de automatizarlas.*
9. *Cuidar que la expresión del alumno sea traducción fiel de su pensamiento.*
10. *Procurar a todo alumno éxitos que eviten su desaliento."*

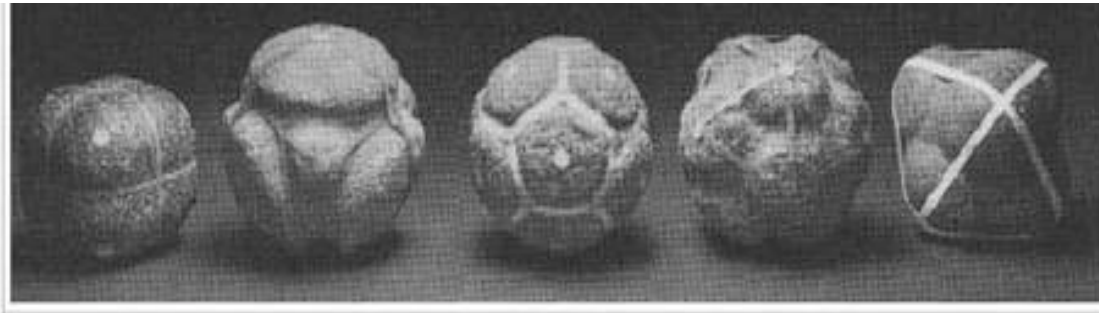
Entre las décadas 70 y 80, la situación empeora con el nacimiento de la Matemática Moderna, relegando prácticamente la Geometría al olvido, pues se fomentó la enseñanza del álgebra. La "posmodernización" dejó paso a las reflexiones críticas, y es aquí cuando surge de nuevo la Geometría y toma peso en el currículo académico. A principios de los años 90, la Ley de Ordenación del Sistema Educativo (LOGSE), basándose en experiencias de otros países próximos, supuso un paso decisivo para la recuperación de la Geometría Elemental y la incorporación de metodologías de trabajo activas dentro del currículo de la ESO. Podríamos decir que, actualmente la Geometría experimenta un nuevo período de esplendor, pues la comunidad educativa reconoce su calidad y su conveniencia, además de aportarle un nuevo enfoque donde el material y el aula-laboratorio o taller matemático son referentes imprescindibles para su aprendizaje.

5. MATERIALES DIDÁCTICOS EN MATEMÁTICAS Y GEOMETRÍA.

5.1. Origen de los materiales didácticos en Matemáticas.

Expuesto ya el marco teórico, se puede comprender por qué el material didáctico facilita la comprensión y la asimilación del conocimiento, pues permite referirse a un soporte físico, favoreciendo la visualización, la motivación y la actitud positiva hacia el aprendizaje de las Matemáticas, convirtiendo su uso en el punto de partida de la construcción del conocimiento (Arrieta, 1998). Esto era bien sabido ya por nuestros ancestros, pues la utilización de los materiales en la enseñanza de las Matemáticas tiene su origen en tiempos muy antiguos. Los usos más habituales de estos materiales en sus comienzos era contar objetos y simbolizar números (nudos en una cuerda, marcas en palos de madera o huesos, etc.). De hecho hay dos referencias óseas prehistóricas de materiales matemáticos: el primero es un peroné babuino de hace 35.000 años encontrado en una cueva de la cordillera Lebombo (en Sudáfrica) que tiene una serie de 29 muescas que al parecer sirvieron para calcular números o puede que para medir el paso del tiempo; y la otra, son otros huesos similares al anteriores, pero en este caso encontrados junto a la cabecera del río Nilo y a los que se les atribuye 20.000 años de antigüedad, revelan que esa civilización dominaba series aritméticas e incluso el concepto de los números primos. Estos dos materiales demuestran que los primeros sistemas numéricos se crearon en África hace como mínimo 20.000 años, es decir, 15.000 años antes de que la escritura y la numeración aparecieran en Mesopotamia. (Querada, 2012).

Concretando para la enseñanza de la Geometría, desde su origen siempre se han usado materiales como: la regla, el compás y figuras de los modelos sólidos (poliedros regulares). Incluso se tiene constancia de que desde el Neolítico (entre el 7.000 a. C. y el 4.000 a. C.), ya eran conocidos los cinco poliedros regulares, como se puede concluir de la siguiente imagen.



Imágenes recogidas en un yacimiento Neolítico de Escocia (W5)

Estas figuras tridimensionales también se conocen como **sólidos platónicos** en honor a Platón, filósofo griego que hace más de 2000 años los estudió, asociando a cada uno, un elemento o estado de la materia.

5.2. Sólidos platónicos.

Los sólidos platónicos o sólidos regulares o poliedros regulares, son poliedros convexos (es decir, poliedros en el que un segmento que une dos puntos cualesquiera del mismo estará contenido siempre en el poliedro), tal que todas sus caras son polígonos regulares iguales entre sí, y en los que todos los ángulos sólidos son iguales. También se los conoce como cuerpos cósmicos, sólidos pitagóricos, sólidos perfectos, sólidos de Platón o, sobre la base de sus propiedades geométricas, poliedros regulares convexos (W6). Son cinco:

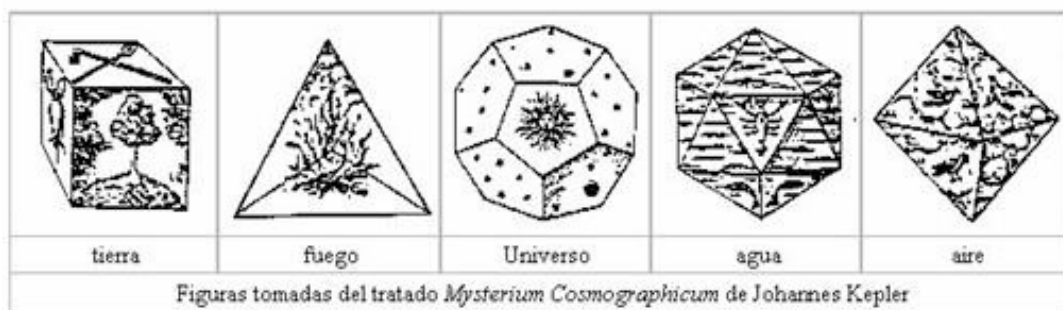
- El cubo o hexaedro regular
- El tetraedro regular
- El octaedro regular
- El dodecaedro regular
- El icosaedro regular

Poliedro regular	Hexaedro regular	Tetraedro regular	Dodecaedro regular	Icosaedro regular	Octaedro regular
Modelo					
Caras	6 cuadrados	4 triángulos equiláteros	12 pentágonos regulares	20 triángulos equiláteros	8 triángulos equiláteros
Vértices	8	4	20	12	6
Aristas	12	6	30	30	12
Aristas por vértice	3	3	3	5	4

(Fuente W7)

Como curiosidad, comentar también que a los sólidos platónicos se les atribuía un valor mágico o místico en la antigüedad (e incluso hoy en día hay teorías metafísicas que así lo argumentan, formado parte de lo que se conoce como "geometría sagrada"). Se presume que se les otorgó un componente místico cuando fueron observados en la naturaleza en formas de cristales como la pirita, o en la forma de esqueletos de animales marinos (W8).

A los discípulos de Pitágoras se les atribuye el "descubrimiento" de los cinco sólidos platónicos, éstos concluyeron que sólo existen cinco poliedros regulares (aunque la demostración no llegara hasta Euclides años después), a los cuales llamaron "sólidos cósmicos", ya que no recibirían su nombre de platónicos hasta que los tratara este autor con posterioridad. De todos ellos, les fascinaba el dodecaedro en particular (debida a la presencia del pentágono en sus caras) al que otorgaban propiedades sobrenaturales. Posteriormente, Platón los estudió y analizó con profundidad, incluso llegó a atribuirles propiedades mágicas o mitológicas. Como muestra de ello, se menciona en "Timeo" (un diálogo escrito por Platón): «El fuego está formado por tetraedros; el aire, de octaedros; el agua, de icosaedros; la tierra de cubos; y como aún es posible una quinta forma, Dios ha utilizado ésta, el dodecaedro pentagonal, para que sirva de límite al mundo» (W9).



(Fuente W5)

En periodos posteriores continuó el estudio y análisis de estos sólidos regulares. Tras el Renacimiento, se destaca su papel en la cosmología poliédrica de Kepler; y durante la época Moderna, la publicación del teorema para poliedros de Euler. Incluso, ya en tiempos más recientes, la presencia de los sólidos platónicos se constata en la obra de renombrados artistas como Gaudí, Escher y Dalí.

5.3. Materiales didácticos en Geometría.

Retornando a la enseñanza de la Geometría en las aulas, y como ya hemos mencionado anteriormente, para su aprendizaje y mejor asimilación debe pasar necesariamente por una etapa previa de observaciones, donde las experiencias sensibles, visuales y táctiles constituyen la base sobre la que fundamentar las actividades y abstracciones posteriores (Alsina et al., 1989). Es en este sentido, donde los materiales manipulativos didácticos adquieren una mayor relevancia y justificación para su empleo en clase.

También el juego, al que habitualmente se le asocia un material manipulativo, es un recurso más que aparece como medio de acercar la educación a los intereses espontáneos del estudiante, ya que es un agente motivador, desafiante y liberador de tensiones, que estimula las relaciones personales y fomenta hábitos que permiten garantizar un aprendizaje más activo y asequible (Guzmán, 1986).

Evidentemente, la clase de Matemáticas tras la incorporación de los materiales didácticos manipulativos y los juegos, hace que el aula deje de ser una clase normal y se convierta en un aula-laboratorio o aula-taller matemático, en el que la adquisición de conceptos se convierte en una experimentación continua, priorizando la forma de adquisición de conceptos a los propios contenidos. Pues como dice Chamorro (1989): *“El juego es un instrumento trascendente de aprendizaje de y para la vida y por ello un importante instrumento de educación, y para obtener un máximo rendimiento de su potencial educativo, será necesaria una intervención didáctica consciente y reflexiva.”*

5.4. Ventajas y limitaciones.

Varias de estas ventajas y limitaciones del uso de materiales didácticos manipulativos en la enseñanza de Matemáticas, y en particular de la Geometría, ya se han ido mencionando en los apartados anteriores, si bien realizamos una recapitulación. Así pues, la principales **ventajas** de su utilización en el aula son:

- Ayuda a que el alumnado se sienta más motivado y estimulado en el proceso enseñanza-aprendizaje.
- Favorece que el alumnado adopte un rol activo y dinámico en el proceso.
- Contribuye a que el estudiante tenga una actitud más positiva hacia el aprendizaje.
- Aporta un contenido lúdico y recreativo al proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Ayuda en la comprensión de conceptos sobre todo cuando estos se basan en razonamientos empíricos-inductivo y facilita el paso hacia la abstracción.
- Permite modelizar ideas matemáticas, trabajar con ellas y analizar sus propiedades desde la figura tridimensional.
- Favorecen la realización de un aprendizaje significativo, mejorando su efectividad y duración en el tiempo.
- Crea oportunidades de trabajo en grupo, fomentando la colaboración, cooperación y diálogo entre iguales.
- Permite disponer de un instrumento alternativo para diagnosticar y evaluar la comprensión de conocimientos matemáticos.

Y entre las **limitaciones** se destaca:

- La necesidad de más tiempo para acceder a los conceptos o contenidos, sobre todo si estos requieren de una abstracción que priorice el razonamiento deductivo.
- La obligación de tener que cumplir con una programación y terminar un temario hace que se releguen este tipo de actividades, al contar con un tiempo limitado.
- Se requiere una experiencia o dominio previo del material y la técnica por parte del docente (a veces, incluso se necesitan varios años de experiencia en la manipulación de materiales).
- Se precisa de unas condiciones mínimas respecto al comportamiento del alumnado.
- Falta de motivación e implicación de muchos docentes, anclados en la rutina de impartir sólo clases magistrales.

6. GLOBOMETRÍA Y OTROS MATERIALES DIDÁCTICOS MANIPULATIVOS

Como ya se recogió en un anterior TFM que versaba sobre el mismo tema (realizado por la alumna Cristina Vicent Insa en 2012 y depositado en la Universidad Jaime I de Castellón), la Globometría nace como fusión entre la Globoflexia (práctica que consiste en manipular los globos hasta lograr que adopten cualquier forma, normalmente un animal o un objeto) y la Geometría. Se concibe la Globometría como un recurso didáctico para afrontar tópicos de la geometría del plano y del espacio, siendo una nueva metodología para introducir conceptos, identificar elementos geométricos, investigar y descubrir las propiedades inherentes de las figuras geométricas, aportando un aspecto lúdico y divertido a la adquisición del conocimiento geométrico.



(Fuente W10)

Este término, "Globometría" fue ideado y creado en el año 2007 en el seno del departamento de Matemáticas de la Universidad Jaime I de Castellón (UJI), sus precursores fueron: Francisco González Martínez, profesor de la UJI y del IES Matilde Salvador de Castellón; y José Vicente Aymerich Miralles profesor también de la UJI. Ambos docentes

estaban muy interesados en la enseñanza de la Geometría y en la incorporación de nuevos materiales didácticos manipulativos en el aula para facilitar al aprendizaje geométrico (principalmente la introducción de conceptos y propiedades de los elementos), de forma lúdica para captar rápidamente el interés de los alumnos, y que además esos materiales fueran sencillos de conseguir y manejar.

Paralelamente, en Estados Unidos se publican varios estudios académicos donde reconocen el valor didáctico de los globos en la enseñanza de las matemáticas (Balloon twinsting or balloon modeling) y otras asignaturas (como biología o ciencias). El término que se emplea en inglés para la Globoflexia es "Balloon twinsting" or "balloon modeling". Los autores de estos primeros estudios fueron: Erik D. Demaine (Professor, Department of Electrical Engineering and Computer Science, Massachusetts Institute of Technology), Martin L. Demaine (padre de MIT Computer Science), and Vi Hart (matemúsica y profesora de Khan Academy). Los tres participan en la redacción de artículo titulado "Computational Balloon Twisting: The Theory of Balloon Polyhedra", que será expuesta en la 20.^a Conferencia Canadiense de Geometría Computacional (CCCG 2008), Montreal, Québec, Canadá, en agosto de 2008, con gran éxito.

Vi Hart, además, introduce esta técnica en sus explicaciones en la revolucionaria Academia Khan, donde realiza además numerosas actividades con la Globometría que puedes ser contempladas a través de su página web (W11), donde también se pueden encontrar explicaciones sobre cómo realizar los distintos poliedros con globos, además de poder consultar numerosos artículos que ha publicado sobre este tema. Vi Hart cuenta en la actualidad con varios canales de Youtube y con un gran número de seguidores.

Regresando en nuestro país, y desde el año 2008, tanto José Vicente Aymerich, como Francisco González Martínez han impartido numerosos cursos con gran éxito para difundir y formar a docentes en esta técnica, por ejemplo el organizado por Cefire de Castellón, titulado "Hacia una enseñanza de las Matemáticas por competencias: análisis de dificultades" donde la Globometría era el eje central (W12).

A lo largo del año 2009, participan en las XIV Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM) en Girona, que tienen como objeto aprender y compartir de otros profesores recursos didácticos para la enseñanza, realizando un taller de Globometría como recurso didáctico para la enseñanza de la geometría en las aulas. Este mismo año la Universidad Jaime I, junto con los responsables del Grado de Matemática Computacional organizaron unas jornadas de divulgación matemática, para acercar las matemáticas a los estudiantes mediante una experiencia de aprendizaje más lúdica, para ello se incluyó en estas jornadas un taller de globometría.



*Francisco González Martínez
(W12)*

En 2011 se participó en el campus "Disfruta de las Matemáticas" organizado por la Comunidad de Valencia, destinado a los alumnos de 3.º y 4.º de ESO con los mejores expedientes académicos de la comunidad y dirigido por profesores de Universidad de Valencia. En estos campus se realizan una serie de actividades lúdico formativas para que los alumnos experimenten, descubran y amplíen conocimientos matemáticos pero de forma divertida y dinámica. Entre las actividades que se llevaron a cabo estaba: talleres de criptografía, de mate-magia, de globometría, de juegos de lógica y estrategia, etc.

Destacamos también la participación de la UJI en el año 2012 en la X Feria de la Ciencia celebrada en Sevilla, donde asisten varios centros educativos, de investigación, facultades o otras instituciones para divulgar sus proyectos y experimentos científicos. Mediante un stand titulado "Matemáticas manipulativas" se dio a conocer la Globometría, con actividades prácticas como la iteración del tetraedro de Sierpinski acompañado de las oportunas explicaciones que daban soporte académico y rigor a la actividad.

Y ya en Marzo de 2018, la colaboración en el "Día de Pi", con varios talleres sobre Globometría, evento organizado en Bilbao por Naukas (plataforma online de divulgación científica en español), y a iniciativa del Basque Center for applied Mathematics y de la Universidad del País Vasco.

En este apartado sólo se ha hecho referencia al sentido estricto del término Globometría (sólo al uso de globos como material didáctico manipulativo).

7. CARACTERÍSTICAS DEL MATERIAL DIDACTICO MANIPULATIVO DE GLOBOMETRÍA

El material didáctico manipulativo en el que se centra este trabajo (Globometría en sentido amplio) está compuesto por el trío: Globos, pajitas y bastoncillos. Estos tres materiales se han utilizado o se han propuesto para su uso, para facilitar a los alumnos la comprensión y consolidación del aprendizaje de la Geometría (en concreto, sobre los sólidos platónicos) de forma lúdica. La finalidad de su uso ha sido doble:

- Primero, para construir modelos de poliedros regulares (siguiendo un patrón conductista y de secuencia pautada) observando y analizando sus características;
- Y después, (siguiendo un patrón constructivista) con actividades tipo puzzle, como medios provocadores, evocadores y desafiantes ante una situación o problema a resolver por el estudiante (construcción-puzzle porque se les facilitó al alumnado las piezas segmentadas y tuvieron que ser ellos a iniciativa propia quienes trataron de construir los poliedro en cuestión).

Esta doble finalidad es extensamente explicada y detallada en el punto 8.º de este trabajo, sobre la "Actividad de Globometría".

En cuanto al **análisis de las características** de estos tres materiales manipulativos, utilizaremos el cuadro ya incluido en el TFM "Globometría" elaborado por Vicent Insa en 2012 (donde sólo analizaba el material globo), al que añadiremos los otros dos nuevos materiales (pajitas y bastoncillos), además de los criterio "consistencia" y "limitaciones", para completar la comparativa. Se expone a continuación el cuadro resumen resultante de las características:

	CRITERIOS	GLOBOS	PAJITAS	BASTONCILLOS
NIVEL FÍSICO	Cualidad	Objeto tangible	Idem	Idem
	Materia prima	Globos, gomas y inflador de globos.	Pajitas y celo	Bastoncillos, pistola de silicona caliente y pegamento de silicona.
	Disponibilidad y asequibilidad	Adquisición en comercios a precio muy económico.	Idem	Idem para los bastoncillos. La pistola de silicona debe ser suministrada por el centro escolar.
	Movilidad	Dinámico	Flexible	Semirrígido
	Dimensión	Bidimensión-Tridimensión	Idem	Idem
	Consistencia	Poca, por deformarse al perder presión.	Media, las figuras grandes se deforman.	Media
NIVEL PEDAGÓGICO	Contenidos conceptuales	Contenidos geométricos específicos, desarrollo de noción espacial de los objetos y modelización de los mismo.	Idem	Idem
	Modelo de razonamiento	Propicia los distintos niveles de razonamiento y fases de enseñanza-aprendizaje.	Idem	Idem
	Habilidades geométricas	Favorece el desarrollo de las cinco habilidades geométricas (Hoffer, 1981): visual, de dibujo y construcción, de comunicación, de razonamiento y de aplicación o transferencia.	Idem	Idem

	Versatilidad	Adaptación a varios niveles de escolaridad. Aplicación a otras áreas del conocimiento. Aplicabilidad a otros bloques de la enseñanza de las matemáticas.	Idem	Idem
OTROS	Limitaciones	Difícil conseguir modelos totalmente regulares y duraderos en el tiempo.	Las aristas se quedan dobles y los vértices redondeados.	Construcción más lenta, necesidad de disponer de pistolas de silicona caliente, requiere de mayor destreza manipulativa al existir riesgo de quemaduras.

8. ACTIVIDAD DE GLOBOMETRÍA

8.1. Introducción a la actividad.

El marco teórico y la justificación del uso de los materiales didácticos manipulativos propuestos en la docencia de las Matemáticas y en la Geometría está bien fundamentado en los puntos anteriores. A continuación, se explica la **implementación de una actividad de Globometría, en sentido amplio** (a partir de aquí, siempre la entenderemos en este sentido), llevada a cabo por mi tutor y a la que pude asistir como ayudante, en dos cursos del IES Matilde Salvador de Castellón, para corroborar si los resultados de su aplicación fueron los esperados y deseables.

Como ya se ha indicado, el objetivo general de esta actividad de Globometría fue conseguir que los alumnos aprendieran Geometría divirtiéndose, mediante la manipulación de globos y pajitas como material didáctico novedoso en el aula, y sin embargo, bien conocido por ellos pero con otras funcionalidades. Se pretendía mostrar la Globometría como un recurso innovador en la enseñanza de la Geometría, además de efectivo al basarse en una metodología manipulativa, favoreciendo y facilitando el proceso de aprendizaje o adquisición de conocimiento geométrico (en nuestro caso, se centró en los poliedros regulares o sólidos platónicos). Además, se pretendía que el alumno adoptara un rol activo en el proceso y que fuera el protagonista de su propio aprendizaje.

El aprendizaje resultante debía ser dinámico, efectivo, duradero en el tiempo y significativo, al estar basado en los **modelos constructivista del conocimiento**. Además con una metodología manipulativa como la Globometría, la actitud del alumnos tornaría a ser más positiva, aumentándose su implicación y participación en el proceso educativo, mejorando también el ambiente del aula y las interacciones entre los diferentes sujetos del

proceso (entre alumnos, y entre el docente-alumnos), ya que la actividad se realizó agrupando a los estudiantes en grupos reducidos (de 2 a 4 componentes). Normalmente, el trabajo en grupo es muy bien recibido por el alumnado, pues las dinámicas grupales suelen ser poco empleadas en la enseñanza de las Matemáticas, y menos aún en la ESO. Este hecho, unido a la tipología de los materiales utilizados en Globometría (globos y pajitas), aportó una connotación lúdica y estimulante a la actividad, favoreciendo la implicación del alumnado hacia el proceso de aprendizaje.

La actividad se realizó como complemento a las clases teóricas del tema "Cuerpos y figuras geométricas: áreas y volúmenes", donde ya se había introducido el estudio de los poliedros regulares. Fue, principalmente, dirigida por el profesor de la asignatura al que yo di soporte como ayudante. A grosso modo, la actividad se desarrolló de la siguiente manera: el docente introdujo la actividad con una breve explicación sobre los poliedros regulares que iba a elaborar y analizar; los mostraba ya contruidos con el material de Globometría; y luego guiaba paso a paso su construcción con los materiales didácticos (globos y/o pajitas, según procediera); también se planteó a los alumnos la resolución de "puzles geométricos de globometría" (como desafíos y retos y para estimular a los alumnos desde un enfoque más creativo y lúdico, superando la mera manipulación mecánica del material).

8.2. Elección del curso y ubicación temporal.

Aprovechando que mi tutor del TFM es profesor de Matemáticas en el IES Matilde Salvador de Castellón de la Plana, me propuso implementar la actividad de Globometría que voy a explicar a continuación, durante el segundo trimestre del curso 2017-2018 (en concreto durante el mes de Febrero 2018) pues coincidía con la explicación del tema: "Figuras y cuerpos geométricos: áreas y volúmenes", dentro de bloque 3 de Geometría, según la programación. La puesta en práctica se llevó a cabo en dos grupos:

- 3.º ESO - Aplicadas (Matemáticas orientadas a las ciencias aplicadas).
- Y 4.º PMAR (Programa de Mejora del Aprendizaje y del Rendimiento).

La elección de estos dos grupos se debió a que su alumnado tiende a distraerse con facilidad y tienen dificultades para la asimilación de los contenidos más abstractos, además algunos muestran desmotivación en el proceso de aprendizaje (sobre todo los de 4.º PMAR).

8.3. Objetivos específicos.

Los objetivos específicos que se pretendió conseguir con la actividad de Globometría fueron:

- Reconocer los poliedros regulares o sólidos platónicos, e identificar sus propiedades y características.

- Aumentar la visión espacial del alumnado.

8.4. Competencias Objetivos específicos.

Las competencias básicas que se desarrollaron principalmente al realizar la actividad de Globometría fueron tres:

- **CMCT (Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología).** Dentro de ésta, lo relacionado con la competencia matemática, al desarrollar la habilidad para identificar, analizar y construir con destreza las figuras planas y los poliedros (figuras presentes en el contexto social, cultural y natural del alumnado). Desarrollando la visión espacial y razonamiento geométrico de figuras.
- **CAA (Competencia de aprender a aprender).** Con esta actividad el alumnado progresó en su capacidad para realizar un aprendizaje dinámico y activo, donde él fue el principal protagonista, con motivación y estímulo para indagar, integrar y construir su propio aprendizaje significativo (partiendo de su conocimiento previo y relacionándolo con el nuevo saber adquirido).
- **CSC (Competencias sociales y cívicas).** Al realizar la actividad en grupos, se fomentó la interacción entre iguales, la participación y cooperación activa y democrática de cada miembro en el grupo para conseguir un objetivo común.

8.5. Contenidos

En cuanto a los contenidos estudiados en esta actividad y atendiendo a su clasificación entre los tres siguientes tipos, obtendríamos:

- **Contenidos conceptuales** (como aquellos hechos o datos que el alumno debe aprender de forma significativa), serían: Poliedros regulares o sólidos platónicos: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.
- **Contenidos procedimentales** (como aquellas herramientas didácticas que facilitan al alumno su proceso de enseñanza-aprendizaje), serían: construcción manipulativa de los sólidos platónicos y análisis de sus características y propiedades.
- **Contenidos actitudinales** (como aquellos que hacen referencia a los juicios de valor del alumnado al respecto de la actividad): Implicación y motivación en la actividad, participación y cooperación con el grupo, espíritu crítico.

8.6. Metodología

La metodología empleada en la actividad siguió un modelo constructivista de construcción del conocimiento, basado en la participación activa del alumnado quien, guiado por el docente, experimentaría un aprendizaje dinámico, basado en la manipulación. Además al organizarse a los estudiantes en grupos se empleó la metodología de aprendizaje cooperativo, fomentando el compañerismo entre otros valores sociales y cívicos.

Concretando, el recurso metodológico de la actividad fue el trabajo grupal de carácter aplicativo, con apoyo tutorizado y guiado por el docente.

8.7. Temporización.

La actividad se llevó a cabo durante 2 horas lectivas que se distribuyeron de la siguiente manera:

- Para 3.º ESO: durante 110 minutos, distribuidos en dos sesiones de 55 minutos (dos clases), en dos días diferentes.
- Para 4.º PMAR: durante una única sesión de 110 minutos (dos clases seguidas), pues se pudo realizar un cambio con otra asignatura y así disponer de dos horas continuas.

La temporalización de las sesiones fue la siguiente:

Inicio:

- 15 minutos iniciales para recordar los conceptos teóricos previos (sobre los poliedros regulares o sólidos platónicos) que ya se habían trabajado en una clase magistral anterior.
- 15 minutos para introducir la Globometría ampliada (globos y pajitas) como metodología manipulativa que facilita la consolidación del conocimiento geométrico.

Desarrollo práctico:

- 75 minutos para el desarrollo de la actividad que consistió en la realización de varias tareas de construcción y análisis de figuras geométricas utilizando pajitas y globos, así como en la resolución de varios puzzles geométricos.

Cierre:

- 5 minutos finales para cumplimentación de un cuestionario sobre la actividad.

Para el grupo de 3.º ESO la parte de desarrollo práctico se tuvo que dividir entre dos sesiones de días distintos, dejando para la segunda sesión los poliedros más laboriosos de construir (el icosaedro y dodecaedro con pajitas) y la tarea de cierre de la actividad (cumplimentación del cuestionario). Para el grupo de 4.º PMAR se dispuso de dos horas lectivas seguidas, lo que permitió iniciar y terminar la actividad en el mismo día.

8.8. Recursos y medios.

Los recursos necesarios para la realización de la actividad de Globometría fueron:

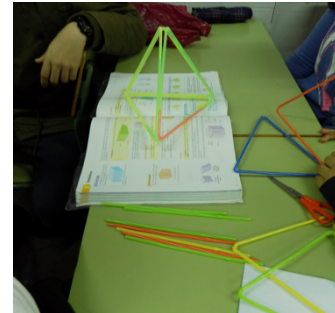
- **Recursos humanos:** alumnos, grupo-clase, profesor.
- **Recurso material:** globos, gomas elásticas, varios infladores de globos, pajitas, celo, lámina con imágenes y características de los 5 poliedros regulares (anexo 2), fotocopias del cuestionario de la actividad (anexo 8). Se propuso a los alumnos que cada uno trajera una caja de pajitas, celo y tijeras, aportando el resto del material el docente.
- **Recursos espaciales:** la actividad se llevó a cabo en el aula habitual de clase.
- **Recurso organizativo:** distribución de las mesas para el trabajo en equipo.

8.9. Desarrollo.

La actividad se estructuró en tres partes bien definidas:

- **1.^a parte: Inicio.** En primer lugar, se efectuó un recordatorio de los conceptos teóricos previos que ya se impartieron en una clase magistral anterior del tema, refrescándose conceptos como qué es un poliedro en general, cuales son sus elementos o características básicas (caras, aristas, vértices); y nos centramos después en los 5 poliedros regulares o sólidos platónicos: tetraedro, hexaedro o cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro. También se aprovechó para relacionar esas figuras con objetos y elementos cotidianos de nuestro entorno más próximo (edificios, habitaciones, muebles, electrodomésticos, etc.). Seguidamente se introdujo la Globometría como derivación didáctica de la Globoflexia. Se enseñó los materiales con los que se iba a trabajar (globos y pajitas) y se mostró varios polígonos regulares ya construidos con ellos. Seguidamente se propuso formar grupos de 3 a 4 alumnos como máximo para realizar la parte de desarrollo práctico de la actividad, organizándose la distribución del grupo-clase en este sentido y promoviendo la composición heterogénea de los grupos, potenciando la participación en los alumnos y una mayor oportunidad para el aprendizaje cooperativo.
- **2.^a parte: Desarrollo práctico.** La secuencia de las construcciones fue la siguiente:
 1. *Triángulos con 3 pajitas* (tarea individual): se forman 4 triángulos (figura plana) independientes con 3 pajitas cada uno de ellos intentando que fueran lo más similares o regulares posible.

2. *Tetraedro con pajitas* (tarea individual): se unen con celo los 4 triángulos antes formados para construir un tetraedro. Una vez construido se analizan sus características: ¿número de caras, número de aristas y número de vértices? ¿cómo calcular su área y su volumen? El docente se apoyó en las lámina resumen de características de los sólidos platónicos incluida en el anexo 2.



3. *Puzles geométricos de globometría – Tetraedro globos* - (tarea grupal):

- Puzle tetraedro x3. En primer lugar, se les facilitó 3 globos a los alumnos para que los inflaran, anudaran y segmentaran en 2 partes iguales. Seguidamente se les planteó la construcción libre de un tetraedro uniendo los globos, teniendo como modelo el tetraedro construido en la tarea anterior con las pajitas y conociendo ya las propiedades de este poliedro regular (ver secuencia en anexo 3).

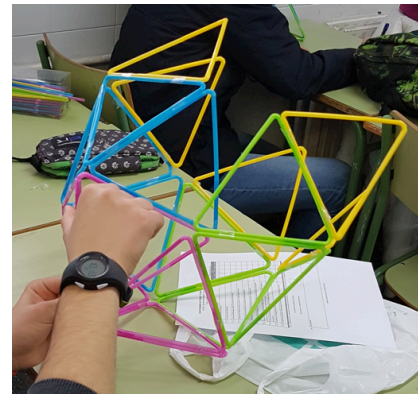
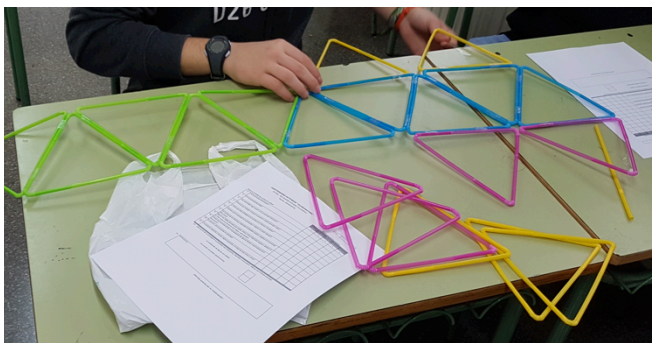


- Puzle tetraedro x2. En segundo lugar, la construcción del mismo poliedro regular pero contando sólo con 2 globos. En este caso, se les propuso reflexionar sobre en cuantos segmentos debían dividir cada globo para conseguir en número total de aristas del tetraedro. Una vez aclarado este punto, se procedió a su elaboración libre uniendo cada segmento de los globos entre sí (ver secuencia en anexo 4). Cuando los alumnos no sabían continuar se les ayudaba orientándoles con algún paso a seguir (a modo de pista) para que pudieran proseguir y terminarlo ellos mismos. Tanto esta tarea, como la anterior, fueron especialmente estimulantes para los alumnos, ya que se asumieron como retos, aportando una connotación lúdica y a la actividad, y

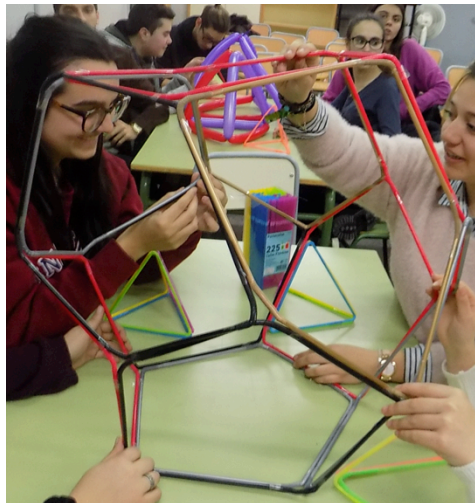
propiciando el debate grupal y la búsqueda de la mejor estrategia para su resolución.



4. *Icosaedro con pajitas* (tarea grupal). Se propuso confeccionar 20 triángulos semejantes, para después unir 10 triángulos colocándolos alternativamente hacia arriba y hacia abajo (parte central), y después unir 5 triángulos compartiendo un mismo vértice para formar la parte superior, y después hacer la misma operación juntando los 5 triángulos restantes para formar la parte inferior. Luego se procedió a unir las 3 partes para formar el icosaedro (ver secuencia en anexo 5). Esta elaboración se puede enriquecer la tarea empleando la aritmética para calcular, por ejemplo, el número total de pajitas necesarias para construirlo ($20 \times 3 = 60$ pajitas).



5. *Dodecaedro con pajitas* (tarea grupal). Siguiendo con la dinámica anterior, pero centrándose ahora en el dodecaedro que está formado por 12 caras pentagonales, se propuso la construcción de 12 pentágonos con pajitas. Su elaboración se inició desde la parte inferior con 6 pentágonos, dejando un pentágono de base al que se unieron 5 pentágonos laterales que compartían un lado en común con la base; después se elevaron para unir los pentágonos laterales entre sí. A continuación, se repitió la misma operación para confeccionar la parte superior. Y finalmente uniendo ambas partes, inferior y superior entre sí, se completó este poliedro regular (ver secuencia en anexo 6). Cada pentágono precisó de 5 pajitas, se necesitó un total de 60 pajitas, cuestión aritmética que también se puede plantear a los estudiantes.



- **3.^a parte: Cierre.** La última parte de la actividad consistió en la cumplimentación de un cuestionario por el alumnado, donde se recogió su opinión sobre la misma. Este cuestionario fue una herramienta imprescindible para realizar la evaluación de la actividad, ya que sirvió de “feed-back” para recoger la valoración de los estudiantes.

8.10. Evaluación de la actividad.

La evaluación es una actividad fundamental en los procesos educativos, ya que tiene una doble finalidad: por un lado valorar lo que los estudiantes deben saber, comprender y saber hacer (tanto en conocimientos de la asignatura como en competencias); y además detectar las deficiencias del propio proceso de enseñanza y del método didáctico empleado con el fin de mejorarlo en aras a aumentar la calidad del proceso y conseguir una educación más efectiva (Sales, Moliner y Doménech, 2016).

Así pues, la evaluación realizada durante la actividad de Globometría se caracterizó por ser: continua (durante todo el proceso educativo), global (atendiendo a los elementos del currículo) y formativa (sujeta a modificaciones y adaptaciones para mejorar la calidad del proceso educativo).

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Para constatar si los objetivos de la actividad se habían conseguido, se definieron los siguientes criterios de evaluación (aprendizaje que el alumnado debía lograr y efectuar tras su realización):

- El alumnado reconoce los poliedros regulares elaborados (en concreto: tetraedro, icosaedro y dodecaedro).
- El alumnado identifica los elementos y las características del tetraedro, icosaedro y dodecaedro (número de caras, aristas y vértices).

- El alumnado muestra iniciativa y domina el material didáctico para la construcción de los poliedros regulares propuestos (tetraedro, icosaedro y dodecaedro).
- El alumno adopta una actitud positiva y participa en las tareas grupales.

PROCEDIMIENTOS DE EVALUACIÓN

En el rasgo que define la continuidad de la evaluación, se distinguen tres momentos evaluativos: evaluación inicial, evaluación continua y evaluación final. Los procedimientos o instrumentos utilizados en la actividad de Globometría para cada uno de estos momentos fueron:

1. Evaluación inicial: durante la parte inicial mediante preguntas planteadas al grupo-clase en la parte de introducción teórica de los poliedros y poliedros regulares.
2. Evaluación continua: mediante la cumplimentación de una escala de estimación (de tres categorías), donde el docente conforme a una rúbrica, evaluó: implicación, actitud, asimilación de contenidos y destreza manipulativa del alumno. Esta escala de estimación sirvió como registro de la observación sistemática y activa del docente durante la actividad (ver escala de estimación en anexo 7).
3. Evaluación final : a través de un cuestionario compuesto por varias preguntas cerradas a responder mediante una escala de estimación (de cinco categorías), además de un apartado para comentarios libres (ver cuestionario en anexo 8). Este herramienta fue un elemento fundamental que permitió: obtener un feedback de la opinión del alumno tras la actividad; y además de hacerlo partícipe de la evaluación de la misma para mejorarla de cara a sucesivas aplicaciones.

8.11. Cuestionario: Análisis de resultados.

Como se ha comentado en el apartado anterior, con los cuestionarios se analizaron las opiniones del alumnado, su actitud y su motivación tras la realización de la actividad. El cuestionario cumplimentado por los alumnos cumplió una doble función:

1. Como instrumento de evaluación final de la actividad de Globometría, para su mejora.
2. Y también, como procedimiento de recogida de datos de las opiniones del alumnado sobre la actividad de Globometría, siendo ésta actividad el eje de una **"investigación científica educativa"**, que intentaba contrastar y validar las hipótesis expuestas en los apartados de marco teórico y justificación de este

trabajo. Esta tipo de investigación científica de contrastación y validación de hipótesis se ubicarían dentro de las conocidas como investigaciones de línea empirista-positiva.

Como ya se especificó al inicio de este trabajo (dentro del punto 2.º sobre los Objetivos) se pretendía a lo largo de él, otorgar relevancia al aspecto innovador, motivador y efectivo de la Globometría como recurso didáctico en la ESO, y el cuestionario final sirvió como procedimiento fundamental de recogida de información. Se incluye a continuación un **breve análisis estadístico** de los datos obtenidos. El primer lugar, se identifican las siguientes variables como objeto de estudio en esta investigación:

- Actitud del alumno.
- Carácter innovador de los materiales.
- Aprendizaje realizado.

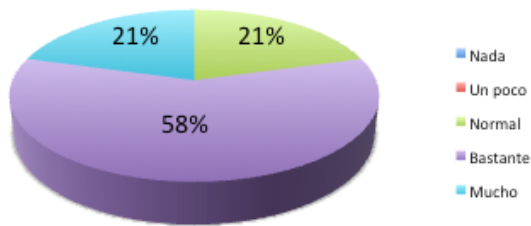
Estas variables son exclusivamente cualitativas, teóricas o abstractas, subjetivas y además independientes. Se procedió a operativizarlas mediante varias preguntas con respuestas cerradas a través de una escala de estimación (con 5 categorías o modalidades de respuesta). Estas tres variables de estudio fueron abordadas en el cuestionario mediante 13 cuestiones: 12 preguntas de respuesta cerrada, y una apartado de comentarios con respuesta abierta.

La población objeto de estudio estuvo compuesta por un total de 29 alumnos procedentes de las dos clases donde se implementó la actividad de Globometría (13 alumnos de 3.º ESO-Aplicadas y 16 alumnos de 4.º PMAR). Se recopilaron 29 cuestionarios cumplimentados por estos alumnos. La elección de este grupo de alumnos no fue resultado de ningún procedimiento de muestreo, por lo tanto no cumple los requisitos de suficiencia de tamaño ni de representatividad que la muestra necesita para ser considerada como tal. Por lo tanto, tampoco se estableció ninguna inferencia de los resultados obtenidos, aunque sí fueron y son objeto de profunda reflexión.

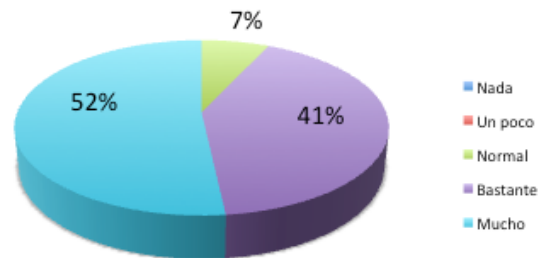
Tras la categorización, codificación y clasificación de los datos obtenidos acumulando los dos cursos, se confeccionó una tabla de frecuencias relativas que se incorpora en el anexo 9.

A continuación, se exponen los gráficos obtenidos con los porcentajes de respuestas (frecuencias relativas) para las preguntas de la 1.ª a la 11.ª:

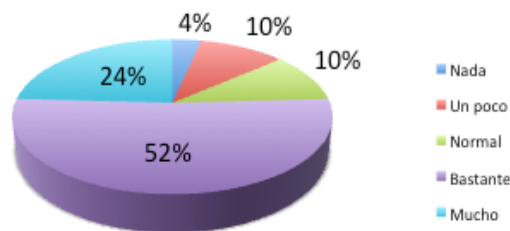
1.ª ¿Te ha parecido interesante?



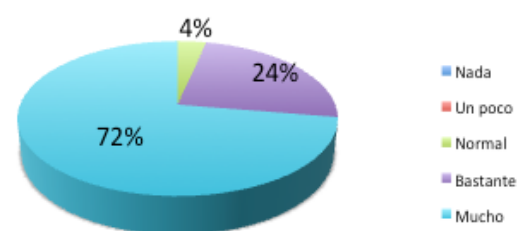
2.ª ¿Te ha parecido divertida?



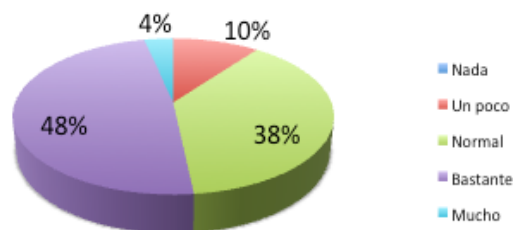
3.ª ¿Has aprendido algo nuevo? ¿Te ha parecido instructiva?



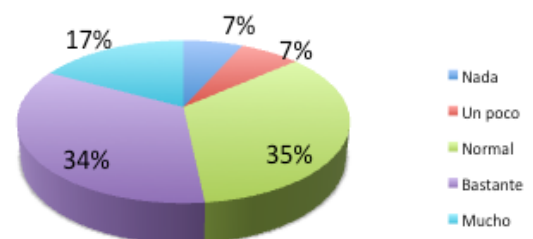
4.ª ¿Pienzas que trabajar en grupo es positivo y ayuda aprender mejor?



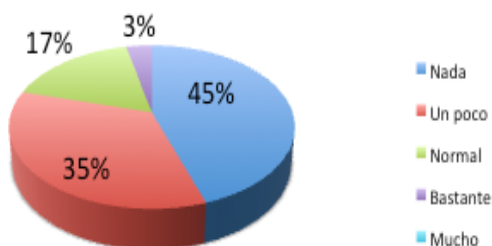
5.ª ¿Crees que esta actividad te ha servido para afianzar conceptos?



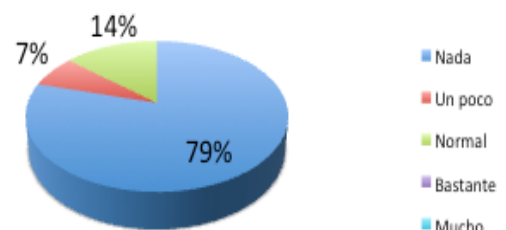
6.ª ¿Pienzas que la actividad ha contribuido a mejorar tu visión espacial?

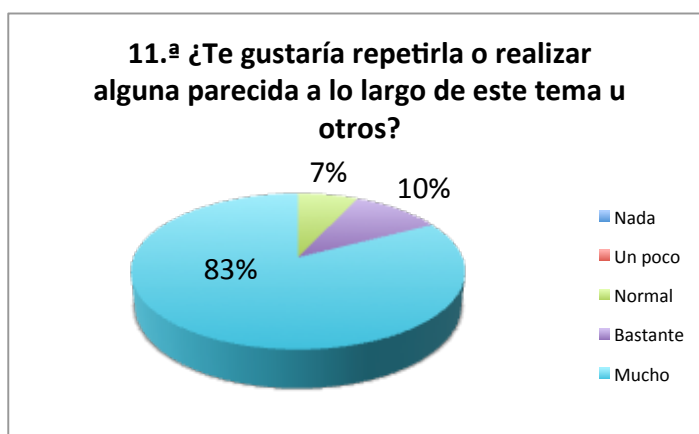
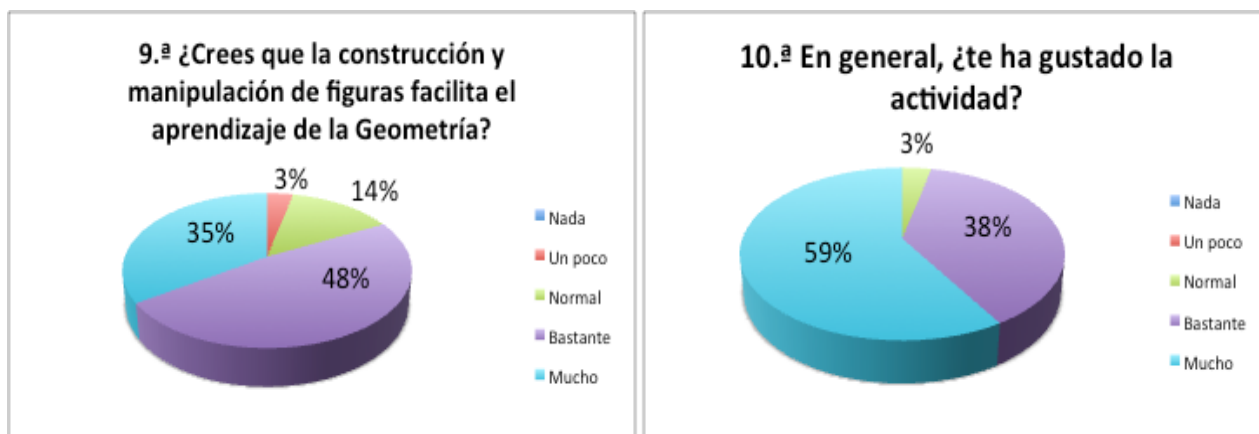


7.ª ¿El manejo de los distintos materiales empleados (pajitas y globos) te ha parecido dificultoso?

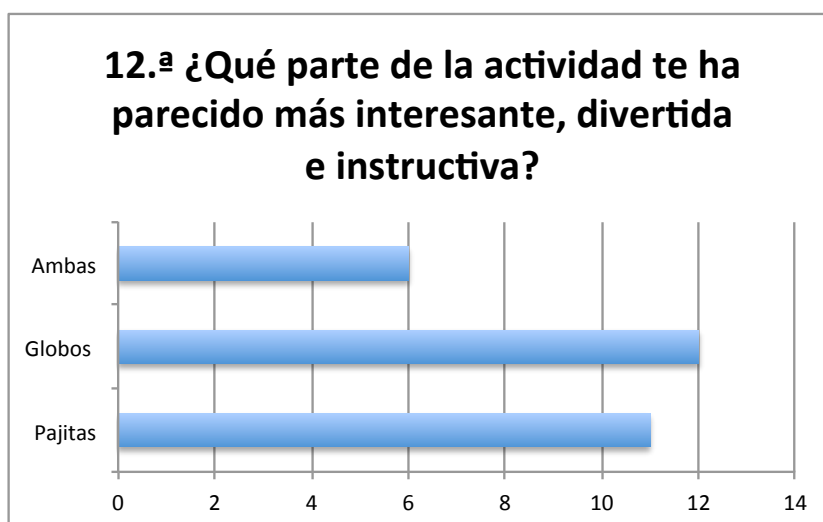


8.ª ¿Alguna vez habías pensado que podías utilizar estos materiales (pajitas y globos) en la clase como herramienta de trabajo y aprendizaje?





La pregunta 12.ª hacía referencia a la preferencia respecto a los materiales didácticos empleados en la actividad. En el siguiente gráfico se reflejan las frecuencias absolutas registradas como respuestas para los 29 alumnos:



En cuanto al apartado de "comentarios" con respuesta libre, se registraron 17 entradas y todas ellas hacían alusión a lo interesante, lúdico y divertido de la actividad, así como a lo positivo de trabajar en grupo y a la sugerencia de repetirla. Incluso, uno de los comentarios solicitaba repetirla pero elaborando figuras más grandes y complejas.

De todo este análisis estadístico, se concluye que la opinión y valoración de la actividad por los alumnos fue muy positiva, en general. La innovación realizada al incorporar los materiales didácticos de Globometría les resultó impactante, y la metodología manipulativa que conllevaban y fue bien recibida por los alumnos. Mencionar también, que el resultado de este análisis constituye un factor estimulante y alentador para el docente, quien constató que el objetivo de mejora motivacional y actitudinal hacia el aprendizaje de las Matemáticas se había conseguido.

8.12. Conclusión de la actividad.

La finalidad de una investigación en acción como ésta, es orientar acciones dirigidas a promover cambios en la situación educativa actual. De la evaluación global de la actividad, así como del análisis de los cuestionarios se determina y concluye que:

- Los alumnos muestran una actitud muy positiva ante este tipo de actividades manipulativas.
- Valoran muy favorablemente el hecho de trabajar en grupo y de forma colaborativa.
- Muestran su receptividad y agrado al sugerir su repetición o la realización de actividades similares.
- Reflexionan y toman conciencia del aprendizaje geométrico realizado.
- Se mejora el clima de aula, al generarse un ambiente lúdico y distendido durante su ejecución.

De todo ello, se concluye que debería aumentarse el uso de la Globometría, como metodología manipulativa innovadora, en la enseñanza de la Geometría; e incrementar la utilización de este tipo de metodologías en la docencia de las Matemáticas en general, tal y como se argumentaba en los distintos modelos teóricos descritos en los apartados de justificación y marco teórico de este trabajo.

8.13. Propuestas de mejora.

A pesar del éxito de la actividad, se ha realizado una autocrítica tras su implementación, detectando varias limitaciones que se pueden subsanar mediante las propuestas de mejoras que se exponen a continuación:

A) Características del materiales.

- Limitaciones de los materiales utilizados:
 - Globos. Las figuras que se construyen, en ocasiones, se deforman por la falta de consistencia del material, los segmentos no resultan estrictamente regulares, y las aristas quedan redondeadas. Además, las figuras también se deforman significativamente al cabo de los días por la pérdida de presión de aire en los globos.



- Pajitas. Al pegar las 'subfiguras', las aristas quedan dobles y en los vértices confluyen varios 'subvértices', por lo que ambos elementos (aristas y vértices) tampoco quedan estrictamente bien definidos. Sí que se consiguen figuras más rígidas, regulares y duraderas en el tiempo respecto a los globos. Aunque para figuras muy grandes (como es el caso del dodecaedro, cuya 'subfigura' es el pentágono), las pajitas (dependiendo de la longitud de la pajita que se utilice) no aportan la solidez suficiente y la figura tiende a deformarse cuando se apoya sobre una superficie plana.
- La propuesta de mejora, para resolver las limitaciones de los materiales (globos y pajitas) anteriormente descritas, es sustituirlos por otro material como son los bastoncillos de higiene personal. Este nuevo material es igualmente asequible, accesible y fácilmente manejable. Las aristas quedan simples (no dobles) y las figuras quedan más sólidas, firmes y reducidas de tamaño (lo que facilita su manejo y análisis). Si bien, este material implicaría la utilización de pistolas de silicona caliente en el aula, elemento del que habrá que proveerse previamente o asegurarse de su disponibilidad en el centro educativo (este punto se podría resolver realizando la actividad en el taller de tecnología del instituto). Además, el manejo de estas pistolas requiere de mayor destreza por parte del alumno para evitar quemaduras.

B) Nivel de dificultad.

- Otra propuesta de mejora consistiría en incorporar la resolución de puzles geométricos para figuras más complejas y difíciles como: el icosaedro construido con 6 globos, el hexaedro o cubo con 4 globos, o el dodecaedro con 10 globos. Ver secuencias de elaboración en el anexo 10 (Vi Hart, 2010).

C) Limitación temporal.

- Otra limitación observada fue respecto a la organización temporal. Se observó que la actividad se desarrolló mejor en una sola sesión de dos horas seguidas, en lugar de en dos sesiones divididas. Por lo que, la propuesta de mejora es realizar algún cambio de horario con algún otro profesor para poder disponer de las dos horas seguidas.

D) Disponibilidad y calidad del material.

- Limitación respecto a la disponibilidad del material. Se sugirió que los alumnos trajeran algunos de los materiales necesarios (pajitas, celo y tijeras sobre todo). No se les nombró nada sobre los globos, ya que estos fueron aportados por el docente, pues se quería asegurar de la adecuada calidad de los mismos, pues en el mercado se comercializan muchos de pésima calidad (explotan con mucha facilidad lo que dificulta su uso para prácticas como la propuesta). La mejora, o más bien advertencia en este sentido, sería que el profesor dispusiera siempre de material de reserva para poder resolver cualquier situación de escasez o deficiencia de material (globos, gomas, celo, pajitas, etc.) entre el alumnado.

9. CONCLUSIONES Y VALORACIÓN PERSONAL

Con todo lo expuesto a lo largo de este trabajo fin de Máster, se amplía y mejora la exposición de esta novedosa disciplina, la Globometría, respecto al anterior TFM presentado sobre la misma en 2012. Los dos aspectos fundamentales sobre los que se basa esta mejora son:

- Se incorporan nuevos materiales físicos en su implementación para solventar las deficiencias iniciales observadas en el uso de los globos, añadiéndose las pajitas y planteando la utilización de los bastoncillos. Esta ampliación de materiales se plasma en el término "Globometría ampliada", con el que se titula este TFM y sobre el que versa todo este trabajo.

- Se incorpora el concepto "puzle geométrico de Globometría", como una tarea didáctica manipulativa que aporta un factor desafiante y lúdico a la actividad. Se lo ha denominado "puzle geométrico", porque al igual que los puzles clásicos, se facilita las piezas al alumnado para realizar o construir una figura geométrica concreta, basándose en las propiedades y características de la figura, y guiándose por su lógica y criterio o el del grupo (si es una tarea grupal), para su resolución.

CONCLUSIONES

Tras la realización de la actividad de Globometría ampliada, su evaluación y la exposición de las conclusiones obtenidas (explicadas en el punto anterior), se hace patente la positiva aceptación y participación del alumnado ante este tipo de metodología manipulativa quedando suficientemente argumentado y demostrado el potencial de la Globometría (ampliada) como recurso didáctico innovador, motivador y sobre todo eficiente, al facilitar la adquisición de un aprendizaje significativo en la disciplina de Geometría y transformando al alumno en el protagonista activo del proceso educativo.

Además, se ratifican, tanto el modelo de Van Hiele sobre la construcción del conocimiento geométrico, como la metodología de Dienes sobre la optimización de su aprendizaje desde lo manipulativo. Estos autores concluyeron que el proceso de abstracción del conocimiento geométrico tiene que iniciarse desde la percepción sensorial y manipulativa de lo real, para conseguir, facilitar y consolidar su aprendizaje eficaz (expuesto en el apartado de marco teórico de este trabajo). Este aspecto también ha sido percibido por el alumnado, pues a la 9.^a pregunta del cuestionario (sobre si la construcción y manipulación de figuras les había facilitado el aprendizaje de la Geometría) un 83% respondió entre bastante y mucho.

Por lo tanto, como conclusión final, se afirma que la Globometría (en sentido amplio) es un recurso muy útil y eficaz que debería ser más divulgado e implementado por los docentes en las aulas. Con este TFM cumplimos con nuestro objetivo de colaborar en su difusión entre la comunidad académica, mostrando lo lúdico y efectivo, pero también aportando el rigor científico y académico que se merece.

VALORACIÓN PERSONAL

Voy a aprovechar este apartado para describir brevemente mi opinión personal sobre esta etapa formativa como futura docente, donde los miedos iniciales, se han transformado en fortalezas, conocimientos y experiencias que han enriquecido positivamente mi persona.

Soy licenciada en Ciencias Económicas, y cuando me matriculé en el Máster en la especialidad de Matemáticas, me guí más por mis disponibilidades horarias (muy limitadas debido a mis circunstancias personales y profesionales) que por mis intereses vocacionales... Reconozco que sentí miedo, incertidumbre y una sensación de vértigo ante

lo que se me avecinaba, pues desde que me licencié, hace ya 20 años, no había vuelto a estudiar Matemáticas y había limitado su uso a las necesidades básicas de la vida cotidiana.

Se me planteaba la duda de si podría cumplir y alcanzar los objetivos y conocimientos esperados, pues la verdad, me sentía en inferioridad de condiciones respecto al resto de mis compañeros. Sin embargo, siempre he sido una persona tenaz, responsable, trabajadora y entregada (cuando creo realmente en lo que hago), y en esta ocasión, tenía la certeza de haber dado el paso correcto.

Fui superando las asignaturas del bloque común sin dificultad pero con estudio y esfuerzo, a la vez me iba sintiendo más segura, convencida y atraída hacia la docencia. Pero al comenzar el bloque de las asignaturas de especialidad, volví a sentir esas inseguridades del inicio, además se nos instaba a elegir tutor y tema para el TFM, pero no sabía por qué tema decidirme ni a quién proponerme como estudiante a tutelar... De todos los temas propuestos sólo me atraían la Matemagia y la Globometría, casualmente tutelados por el mismo docente: Francisco González Martínez. Así que pensé que no podía ser casualidad y me decidí a hablar con él y exponerle mi situación y mis miedos. Tras nuestra primera reunión, donde descubrí a un docente amante de la faceta más recreativa de las Matemáticas, tuve la convicción de que había acertado nuevamente en mi decisión.

Ahora, meses después, y con la finalización y entrega de este TFM tengo mucho que agradecer a muchas personas: a mis compañeros, a mis profesores, a mis tutores. Todos ellos me han ayudado a superar esas inseguridades, y a disfrutar nuevamente del estudio de las Matemáticas, desde la curiosidad y la utilidad, desde la innovación y la investigación. He desempolvado y rehabilitado mi saber matemático. Con seguridad y autoconvicción, se ha despertado en mí el interés por compartirlo como futura docente, buscando la forma de que sea asequible y fácil para todos, los buenos estudiantes y los menos buenos.

En cuanto a mi tutor de TFM, le agradezco enormemente su disposición y apoyo, no sólo en lo académico, sino también en lo humano. Reconozco y admiro su motivación vocacional, y su pasión por las Matemáticas Recreativas. Este aspecto de su personalidad tuvo un efecto contagio inmediato en mí hacia la Globometría (tema elegido para este TFM).

La Globometría me ha ido sorprendiendo y fascinando cada vez más según avanzaba en mis investigaciones y estudios. Además he podido corroborar que ya son muchos los docentes que la utilizan en varios campos de la enseñanza, incluso a nivel internacional. Además, he podido experimentar en mi propia persona lo estimulante y motivacional de la metodología manipulativa como recurso docente, ya que también posee una connotación terapéutica al desarrolla la concentración y la calma mental.

Desde mi punto de vista, terminar el Master y elaborar este TFM, han sido dos pruebas de superación que me demuestran que siempre somos capaces de hacer mucho más de lo que nos pensamos, y que en ocasiones, los miedos y limitaciones mentales nos

frustran proyectos e iniciativas muy enriquecedores. Este aspecto, aunque no este directamente relacionado con las Matemáticas, sí que lo está con la motivación hacia la docencia. Pretende ser una llamada de atención, para instar a la reflexión, pues creo que hay que animar y motivar también a los docentes para que, arriesguen, innoven, e intenten cambiar el paradigma educativo actual (basado fundamentalmente en las clases magistrales). Todo docente tiene la necesidad y el derecho de progresar y mejorar en sus métodos de enseñanza, investigando e innovando, pero también tiene el deber social de mantener una actitud y motivación positivas pues será el referente para muchos, sus alumnos. En palabras de Elena Escribano (2016): *“Los alumnos son un reflejo de la pasión del profesor”* (W13). Los docentes deben creer en si mismos, y creer que este cambio es posible, con optimismo. Creer y confiar en lo que hacen y en el para qué lo hacen. Pues es difícil motivar al alumno si el docente no lo está previamente, y sin motivación no hay aprendizaje eficiente.

Para concluir comparto dos frases atribuidas a Albert Einstein muy relacionadas con la temática del trabajo:

“El aprendizaje es experiencia, todo lo demás es información.” (W15)

“Los juegos son la forma más elevada de investigación.” (W16)

10. BIBLIOGRAFÍA Y WEBGRAFÍA

Normativa

- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad Educativa (LOMCE).
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de Diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.
- Decreto 87/2015, de 5 de Junio, del Consejo, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato de la Comunidad Valenciana. [2015/5410].

Bibliografía

- Alsina, Á. (2010). La pirámide de la educación matemática: una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. © *Aula de innovación educativa*, 2010, núm. 189, p. 12-16.
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. M. (1989). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis, SA.
- Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. *Revista de psicodidáctica*, (5).
- Dienes, Z. P., Tortella, J., & Azcárate, C. (1971). *Las seis etapas del aprendizaje en matemática*. Teide.
- Canals, M. A. (2001). *Vivir las matemáticas*. Barcelona: Octaedro.
- Chamorro, I. L. (2010). El juego en la educación infantil y primaria. *Autodidacta*, 1(3), 19-37.
- Guzmán, M. (1986). *Aventuras matemáticas*. Barcelona: Labor.
- Hart, V. (2010). Mathematical balloon twisting for education. *Bridges Pécs: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture*, 515-522.

- Martín Bravo, C. y Navarro Gruzman, J. I. (2011). *Psicología para le profesorado de Educación Secundaria y Bachillerato*. Madrid: Pirámide.
- Querada Castañeda, N. (2012). "Materiales y recursos para la enseñanza de las Matemáticas" (TFM). Universidad de Almería.
- Sales Ciges, A., Moliner Miravent, L., Doménech Vidal, A. (2016). SAP003 Procesos y Contextos Educativos. Material inédito. Universidad Jaume I.
- Sales Rufí, J. (2000). Pedro Puig Adam, maestro. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (34), 9-20.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Academic Press. New York.
- Vicent Insa, C. (2012). "Globometría" (TFM). Universitat Jaume I de Castellón de la Plana.

Webgrafía

- W1: <http://riseconsultancy.com.mx/edgar-dale-cono-de-la-experiencia/>
- W2: https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_van_Hiele
- W3: https://en.wikipedia.org/wiki/Zolt%C3%A1n_P%C3%A1l_Dienes
- W4: <https://www.wikiteka.com/apuntes/las-etapas-del-aprendizaje-segun-dienes/>
- W5: http://arablogs.catedu.es/blog.php?id_blog=1064&id_articulo=176039
- W6: https://es.wikipedia.org/wiki/S%C3%B3lidos_plat%C3%B3nicos
- W7: <https://www.emaze.com/@AOOCOTCZL>
- W8: http://vps280516.ovh.net/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=3386%3Alos-sos-platos-historia-de-los-poliedros-regulares&catid=38%3Atemas-matemcos&directory=67&limitstart=1
- W9: <http://md21011.pbworks.com/w/page/31721681/4%C2%0CConcepto%20e%20Historia%20de%20los%20cuerpos%20geom%C3%A9tricos>

- W10:<http://docmadhattan.fieldofscience.com/2015/06/balloon-art-and-mathematics.html>
- W11: <http://vihart.com/>
- W12: <http://semcv.blogspot.com/2008/11/globometria.html>
- W13:<http://blog.tiching.com/elena-escribano-los-alumnos-son-un-reflejo-de-la-pasion-del-profesor/>
- W14:<http://aprender-ensenyar-matematicas.blogspot.com/2018/02/algunas-reflexiones-de-pedro-puig-adam.html?m=1>
- W15: <https://www.lasfrases.de/famosos/albert-einstein/>
- W16: <https://es.wikiquote.org/wiki/Juego>

- Fin del contenido teórico del TFM -

Trabajo fin de Máster Universitario en profesorado de educación secundaria obligatoria y bachillerato, formación profesional y enseñanza de idiomas

(Especialidad de Matemáticas).



GLOBOMETRÍA AMPLIADA

ANEXOS

Alumna: Sonia Gómez Fernández

Tutor: Francisco G. González Martínez

Fecha de entrega: **Julio/2018**

ÍNDICE DE ANEXOS

• Anexo 1: DECRETO 87/2015 del Consell	2
• Anexo 2: SÓLIDOS PLATÓNICOS	5
• Anexo 3: PUZLE GEOMÉTRICO TETRAEDRO x3.....	6
• Anexo 4: PUZLE GEOMÉTRICO TETRAEDRO x2.....	7
• Anexo 5: ICOSAEDRO CON PAJITAS	8
• Anexo 6: DODECAEDRO CON PAJITAS	11
• Anexo 7: ESCALA DE ESTIMACIÓN	13
• Anexo 8: CUESTIONARIO.....	14
• Anexo 9: ANÁLISIS DE DATOS.....	15
• Anexo 10: PUZLES GEOMÉTRICOS AVANZADOS (GLOBOS)	16

ANEXOS

- **Anexo 1: DECRETO 87/2015 del Consell**

DECRETO 87/2015 del Consell, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunitat Valenciana.

Asignatura: Matemáticas 1.º y 2.º ESO (análisis del bloque 3: Geometría)

Bloc 3: Geometria. Curs 1r ESO		
<p>Elements bàsics de la geometria del pla. Relacions i propietats de figures en el pla: Paral·lelisme i perpendicularitat. Angles i les seues relacions. Construccions geomètriques senzilles: mediatriu, bisectriu. Propietats. Figures planes elementals: triangle, quadrat, figures poligonals. Classificació de triangles i quadrilàters. Propietats i relacions. Mesura i càlcul d'angles de figures planes. Càlcul d'àrees i perímetres de figures planes. Càlcul d'àrees per descomposició en figures simples. Circumferència, cercle, arcs i sectors circulars. Resolució de problemes geomètrics senzills. Interés per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·lícules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat).</p>	<p>BL3.1. Analitzar les característiques i propietats de les figures planes (costats, vèrtexs, angles, simetries, etc.) utilitzant diferents materials (varetes, trames, geoplans, regla, compàs, etc.) i ferramentes adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils com ara programes de geometria dinàmica), per a classificar-les i descriure situacions geomètriques de les matemàtiques i d'altres àrees (recorreguts urbans, estudi de plans i mapes adequats al seu nivell, arquitectura, manifestacions artístiques, percepció espacial, etc.) reconeixent la seua bellesa.</p> <p>BL3.2. Mesurar i calcular angles, longituds i superfícies en el pla, utilitzant les unitats, els instruments de mesura, les ferramentes (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils com ara programes de geometria dinàmica), estratègies i fórmules més adequades, per a prendre decisions en situacions geomètriques de les matemàtiques i</p>	<p>CMCT CD CEC</p> <p>CMCT CD CAA</p>
<p>Interés i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art. Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques. Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.</p>	<p>d'altres àrees (recorreguts urbans, estudi de plans i mapes adequats al seu nivell, arquitectura, manifestacions artístiques, percepció espacial, etc.)</p> <p>BL3.3. Descriure els elements geomètrics propis del nivell que apareixen en les manifestacions artístiques més significatives de la pintura, escultura i mitjans audiovisuals i justificar el seu valor com a part del patrimoni artístic i cultural, argumentant de forma crítica les seues idees, opinions i preferències a través del diàleg i la reflexió.</p>	<p>CMCT CEC CCLI</p>
Bloc 3: Geometria. Curs 2n ESO		
<p>Relació entre el pla i l'espai. Elements bàsics de la geometria del pla. Relacions i propietats de figures en el pla: paral·lelisme i perpendicularitat. Angles i les seues relacions. Construccions geomètriques senzilles: mediatriu, bisectriu. Propietats. Figures planes elementals: triangle, quadrat, figures poligonals. Classificació de triangles i quadrilàters. Propietats i relacions.</p>	<p>BL3.1. Analitzar les característiques i propietats de les figures i cossos geomètrics (costats, cares, vèrtexs, arestes, angles, seccions, simetries, raó de semblança, etc.) utilitzant diferents materials (varetes, espills, trames, geoplans, cossos sòlids, envasos, material encunyat, etc.) i ferramentes adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils com ara programes de geometria dinàmica), per a classificar-les, descriure situacions geomètriques de les matemàtiques en</p>	<p>CMCT CD CEC</p>
<p>Mesura i càlcul d'angles de figures planes. Càlcul d'àrees i perímetres de figures planes. Càlcul d'àrees per descomposició en figures simples. Circumferència, cercle, arcs i sectors circulars. Triangles rectangles. El teorema de Pitàgores. Justificació geomètrica i aplicacions. Semblança: figures semblants. Criteris de semblança. Raó de semblança i escala. Raó entre longituds, àrees i volums de cossos semblants. Poliedres i cossos de revolució. Elements característics, classificació. Àrees i volums. Propietats, regularitats i relacions dels poliedres. Resolució de problemes geomètrics senzills. Interés per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·lícules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat). Interés i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art. Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques. Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.</p>	<p>distints contextos (recorreguts urbans, estudi de plans i mapes adequats al seu nivell, arquitectura, manifestacions artístiques, percepció espacial, etc.) i reconèixer la seua bellesa.</p> <p>BL3.2. Mesurar i calcular angles, longituds, superfícies i volums en el pla i en l'espai, utilitzant les unitats, els instruments de mesura, les ferramentes (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils com ara programes de geometria dinàmica), estratègies i fórmules més adequades, així com el teorema de Pitàgores, per a prendre decisions en situacions geomètriques de les matemàtiques i d'altres àrees (recorreguts urbans, estudi de plans i mapes adequats al seu nivell, arquitectura, manifestacions artístiques, percepció espacial, etc.).</p> <p>BL3.3. Descriure els elements geomètrics propis del nivell que apareixen en les manifestacions artístiques més significatives de la pintura, escultura i mitjans audiovisuals, i justificar el seu valor com a part del patrimoni artístic i cultural, argumentant de forma crítica les seues idees, opinions i preferències a través del diàleg i la reflexió.</p>	<p>CMCT CD CAA</p> <p>CMCT CEC CCLI</p>

Asignatura: Matemáticas Académicas 3.º y 4.º ESO (análisis del bloque 3: Geometría)

Bloc 3: Geometria. Curs 3r ESO		
Continguts	Criteris d'avaluació	CC
<p>Geometria del pla. Lloc geomètric. Teorema de Tales. Divisió d'un segment en parts proporcionals. Translacions, gir i simetries en el pla. Geometria de l'espai. Plans de simetria en els poliedres. L'esfera. Interseccions de plans i esferes. El globus terraqüi. Coordenades geogràfiques i fusos horaris. Longitud i latitud d'un punt. Resolució de problemes geomètrics.</p>	<p>BL3.1. Analitzar les característiques i propietats de les figures i cossos geomètrics (costats, cares, vèrtexs, arestes, angles, seccions, simetries, raó de semblança, coordenades geogràfiques, etc.) utilitzant diferents materials (varetes, espills, trames, geoplans, cossos sòlids, entesos, material encunyat, etc.) i eines adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com ara programes de geometria dinàmica), per a descriure situacions geomètriques de les matemàtiques i d'altres àrees, art (frisos, mosaics, pintura, escultura), arquitectura (relació àuxia, plans, estructures espacials, etc.), ciències</p>	<p>CMCT CD CEC</p>
<p>Interès per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·lícules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat). Interès i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art. Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques. Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.</p>	<p>(formes, simetries, etc.), i reconèixer la seva bellesa.</p> <p>BL3.2. Mesurar i calcular angles, longituds, superfícies i volums en el pla i en l'espai, utilitzant les unitats, els instruments de mesura, les eines adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com ara programes de geometria dinàmica), estratègies i fórmules més adequades, així com els teoremes de Pitàgoras i Tales, per a prendre decisions en situacions geomètriques de les matemàtiques i d'altres àrees (recorreguts urbans, estudi de plànols i mapes adequats al seu nivell, arquitectura, manifestacions artístiques, percepció espacial, etc.).</p> <p>BL3.3. Descriure els elements geomètrics propis del nivell que apareixen en les manifestacions artístiques més significatives de la pintura, escultura i mitjans audiovisuals, justificar el seu valor com a part del patrimoni artístic i cultural, i argumentar de manera crítica les seves idees, opinions i preferències a través del diàleg i la reflexió.</p>	<p>CMCT CD CAA</p> <p>CMCT CEC CCLI</p>

Bloc 3: Geometria. Curs 4t ESO		
Continguts	Criteris d'avaluació	CC
<p>Mesures d'angles en el sistema sexagesimal i en radians. Raons trigonomètriques. Relacions entre estes. Relacions mètriques en els triangles. Iniciació a la geometria analítica en el pla: coordenades. Vectors. Equacions de la recta. Paral·lelisme, perpendicularitat. Semblança. Figures semblants. Raó entre longituds, àrees i volums de cossos semblants. Resolució de problemes geomètrics i trigonomètrics. Interès per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·lícules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat). Interès i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art. Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques. Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.</p>	<p>BL3.1. Analitzar les característiques i propietats de les figures planes i cossos geomètrics (semblança, raons trigonomètriques elementals, unitats angulars, etc.), utilitzant diferents materials i les eines adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com ara programes de geometria dinàmica), per a descriure situacions geomètriques relacionades amb la trigonometria, en contextos de les matemàtiques i d'altres àrees (resolució de triangles, càlcul de distàncies entre punts inaccessibles, etc.).</p> <p>BL3.2. Mesurar i calcular angles, longituds, superfícies i volums en el pla i en l'espai, utilitzant les unitats del sistema mètric sexagesimal i internacional, els instruments (cinta mètrica, teodolits senzills o industrials), les eines adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com ara programes de geometria dinàmica) i fórmules per a prendre decisions en situacions relacionades amb la trigonometria en contextos reals de les matemàtiques i d'altres ciències (càlcul d'altures a partir d'ombra o de l'angle, mesuraments de distàncies entre punts inaccessibles, etc.).</p> <p>BL3.3. Identificar els conceptes bàsics de geometria analítica (punt, vector, equacions de la recta, paral·lelisme, etc.) per a descriure fenòmens físics senzills (posició, desplaçament, força, etc.).</p> <p>BL3.4. Descriure els elements geomètrics propis del nivell que apareixen en les manifestacions artístiques més significatives de la pintura, escultura i mitjans audiovisuals i justificar el seu valor com a part del patrimoni artístic i cultural, argumentant de manera crítica les seves idees, opinions i preferències a través del diàleg i la reflexió.</p>	<p>CMCT CD CEC</p> <p>CMCT CD CAA</p> <p>CMCT</p> <p>CMCT CEC CCLI</p>






Asignatura: Matemáticas Aplicadas 3.º y 4.º ESO (análisis del bloque 3: Geometría)

Bloc 3: Geometria. Curs 3r ESO		
Continguts	Criteris d'avaluació	CC
<p>Mediatriu, bisectriu, angles i les seues relacions, perímetre i àrea. Propietats. Teorema de Tales. Divisió d'un segment en parts proporcionals. Aplicació a la resolució de problemes. Translacions, gir i simetries en el pla. Geometria de l'espai: àrees i volums. El globus terraqüi. Coordenades geogràfiques. Longitud i latitud d'un punt. Resolució de problemes geomètrics.</p> <p>Interés per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·lícules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat).</p> <p>Interés i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art.</p> <p>Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques.</p> <p>Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.</p>	<p>BL3.1. Analitzar les característiques i propietats de les figures i cossos geomètrics (costats, cares, vèrtexs, arestes, angles, seccions, simetries, raó de semblança, coordenades geogràfiques, etc.) utilitzant distints materials (varetes, espills, trames, geoplans, cossos sòlids, envasos, material encuayat, etc.) i ferramentes adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com a programes de geometria dinàmiques), per a descriure situacions geomètriques de les matemàtiques i d'altres àrees, art (frisos, mosaics, pintura, escultura), arquitectura (relació ària, plans, estructures espacials, etc.), ciències (formes, simetries, etc.), reconeixent la seua bellesa.</p> <p>BL3.2. Mesurar i calcular angles, longituds, superfícies i volums en el pla i en l'espai, utilitzant les unitats, els instruments de mesura, les ferramentes (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com a programes de geometria dinàmiques), estratègies i fórmules més adequades, així com els teoremes de Pitàgores i Tales, per a prendre decisions en situacions geomètriques de les matemàtiques i d'altres àrees (recorreguts urbans, estudi de plans i mapes adequats al seu nivell, arquitectura, manifestacions artístiques, percepció espacial, etc.).</p>	<p>CMCT CD CEC</p> <p>CMCT CD CAA</p>

Bloc 3: Geometria. Curs 4t ESO		
Continguts	Criteris d'avaluació	CC
<p>Figures semblants. Teoremes de Tales i Pitàgores. Aplicació de la semblança per a l'obtenció indirecta de mesures. Raó entre longituds, àrees i volums de figures i cossos semblants. Resolució de problemes geomètrics.</p> <p>Interés per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·lícules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat).</p> <p>Interés i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art.</p> <p>Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques.</p> <p>Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.</p>	<p>BL3.1. Analitzar formes i configuracions geomètriques senzilles utilitzant les unitats, fórmules i ferramentes tecnològiques adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com a programes de geometria dinàmiques), així com els teoremes de Pitàgores i Tales, per a calcular, longituds, àrees i volums de cossos i figures geomètriques.</p> <p>BL3.2. Descriure els elements geomètrics propis del nivell que apareixen en les manifestacions artístiques més significatives de la pintura, escultura i mitjans audiovisuals i justificar el seu valor com a part del patrimoni artístic i cultural, argumentant de forma crítica les seues idees, opinions i preferències a través del diàleg i la reflexió.</p>	<p>CMCT CD</p> <p>CMCT CEC CCLI</p>

- Anexo 2: SÓLIDOS PLATÓNICOS

SÓLIDOS PLATÓNICOS: Láminas resúmenes de los 5 sólidos platónicos y sus características:

Sólidos Platónicos	Tetraedro	Hexaedro, Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
Desarrollo					
Número de caras	4	6	8	12	20
Polígonos que forman las caras	Triángulos Equiláteros	Cuadrados	Triángulos Equiláteros	Pentágonos Regulares	Triángulos Equiláteros
Número de aristas	6	12	12	30	30
Número de vértices	4	8	6	20	12
Caras concuentes en cada vértice	3	3	4	3	5
Vértices contenidos en cada cara	3	4	3	5	3

- **Anexo 3: PUZLE GEOMÉTRICO TETRAEDRO x3**

TETRAEDRO x3 (CON 3 GLOBOS): Secuencia de construcción.

1.º Se inflan 3 globos (con la misma longitud) y se seccionan en 2 partes iguales con ayuda de una goma.



2.º Se forma el triángulo de la base uniendo dos globos de la siguiente manera.



3.º Se unen los segmentos restantes para completar el tetraedro.



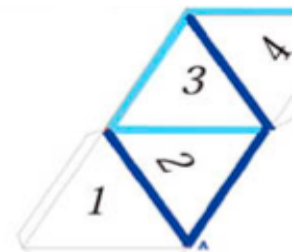
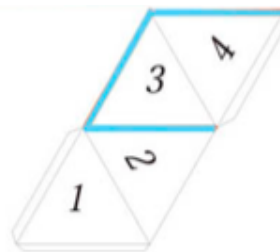
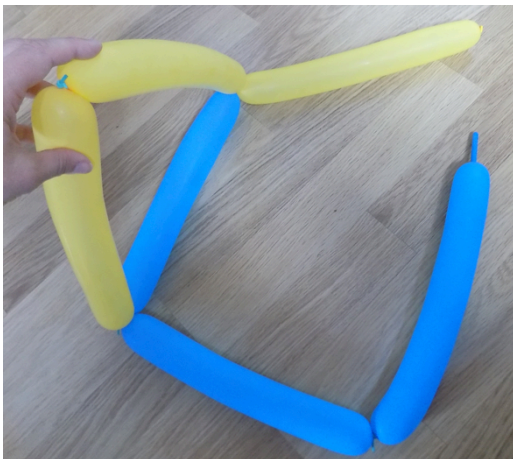
- Anexo 4: PUZLE GEOMÉTRICO TETRAEDRO x2

TETRAEDRO x2 (CON 2 GLOBOS): Secuencia de construcción.

1.º Se inflan 2 globos (con la misma longitud) y se seccionan en 3 partes iguales con ayuda de una goma.



2.º Se forma el triángulo de la base uniendo dos globos de la siguiente manera.



3.º Se unen los segmentos restantes para completar el tetraedro.



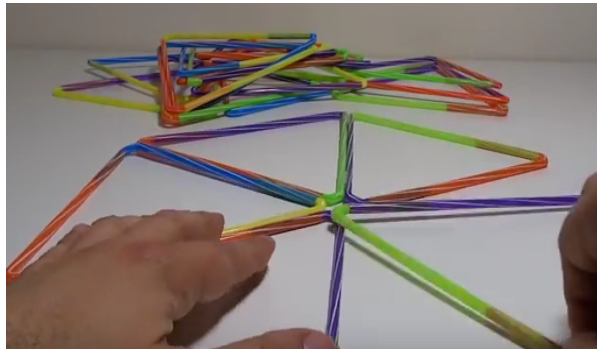
- **Anexo 5: ICOSAEDRO CON PAJITAS**

ICOSAEDRO CON PAJITAS: Secuencia de construcción.

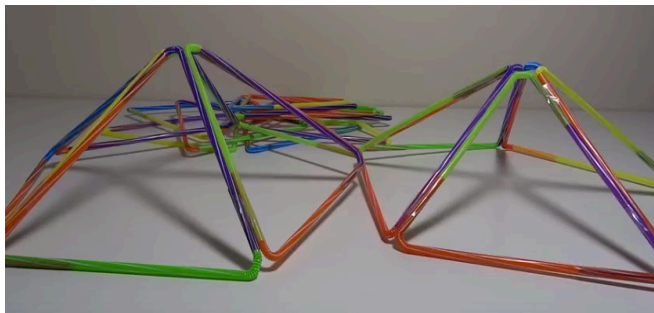
1.º Se hacen 20 triángulos iguales con 3 pajitas.



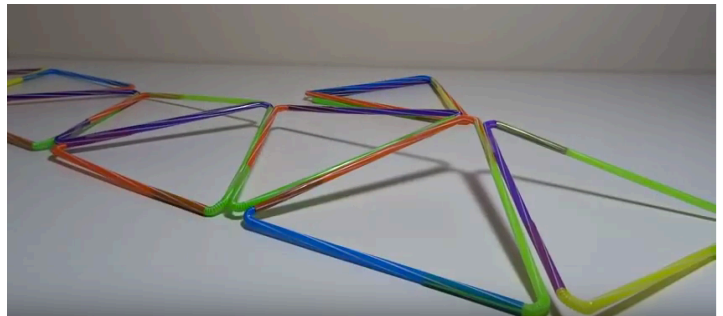
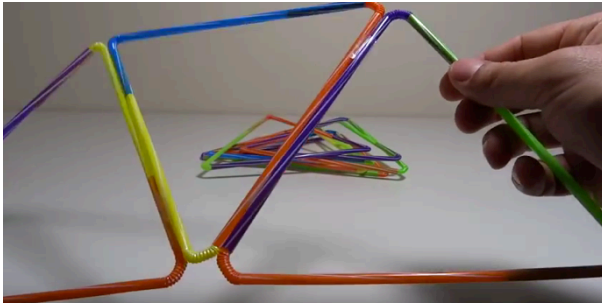
2.º Se unen, con celo, 5 triángulos compartiendo el vértice superior para formar la parte superior del icosaedro.



3.º Se unen otros 5 triángulos de la misma forma, para formar la parte inferior del icosaedro.



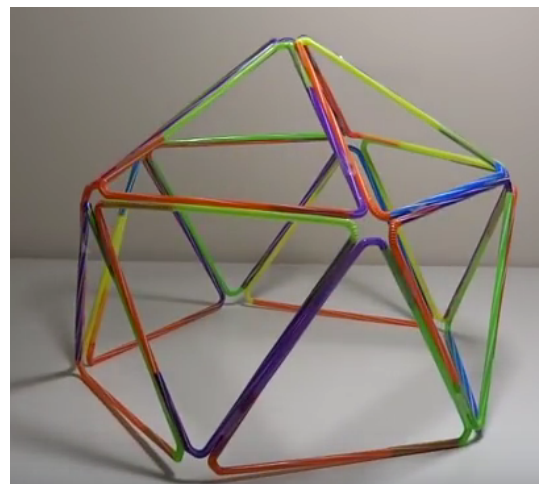
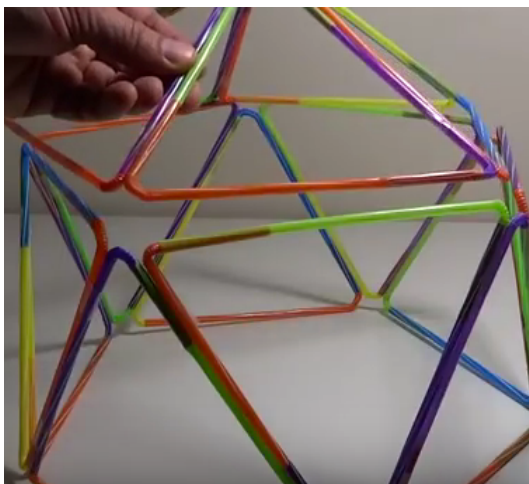
4.º Se unen 10 triángulos seguidos alternando el vértice superior hacia arriba y hacia abajo, para formar la parte central.



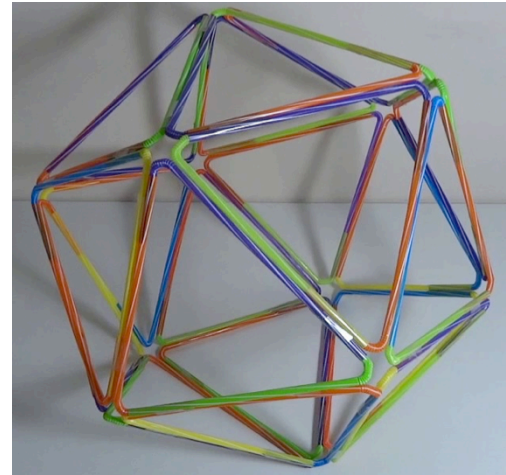
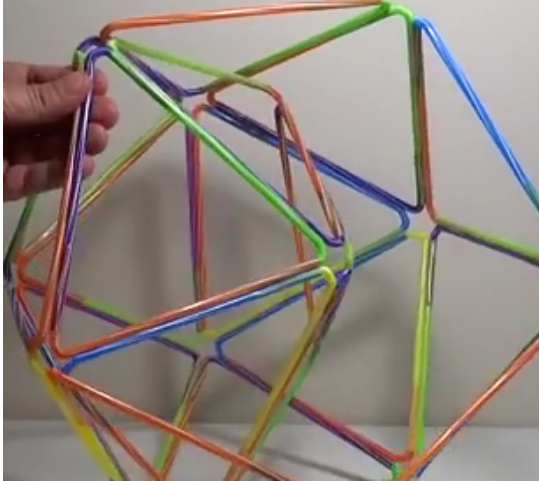
5.º Se unen los extremos para cerrar la parte central del icosaedro.



6.º Se añaden la parte superior del icosaedro.



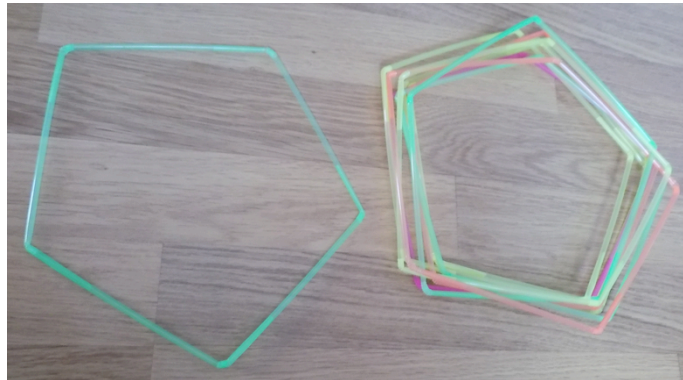
7.º Y, por último, se une la parte inferior para completar el icosaedro.



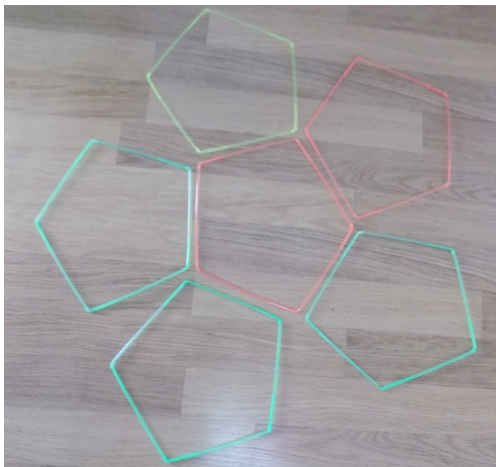
- **Anexo 6: DODECAEDRO CON PAJITAS**

DODECAEDRO CON PAJITAS: Secuencia de construcción.

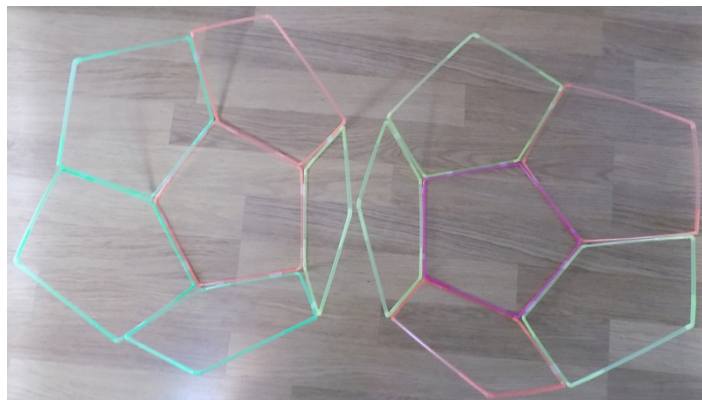
1.º Se hacen 12 pentágonos iguales con 5 pajitas.



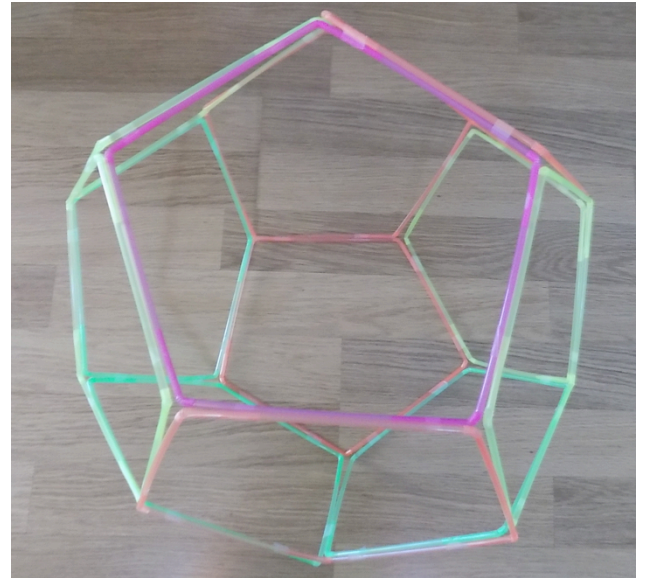
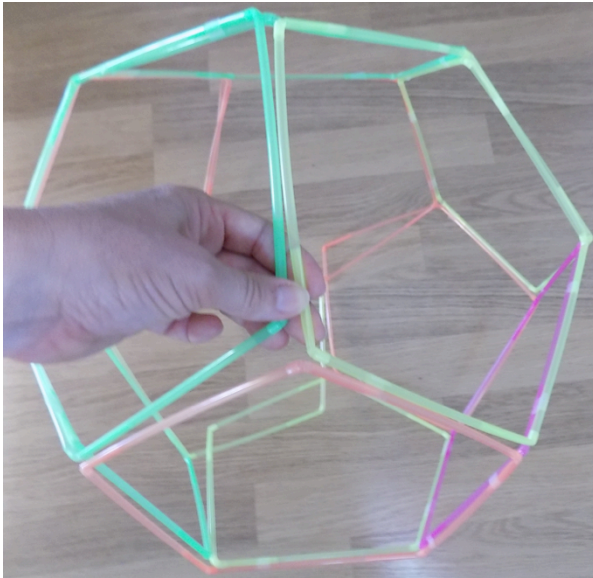
2.º Se unen, con celo, 6 pentágonos: uno de base y los otros 5 a cada uno de los lados del mismo. Habremos formado una mitad. Y se repite la acción con los otros 6 pentágonos para formar la otra mitad.



3.º Para cada mitad, se elevan los pentágonos laterales y se unen con celo los lados de los pentágonos laterales contiguos. Se formarán dos canastas iguales, para cada mitad.



4.º Se juntan las dos mitades con celo para completar la construcción del dodecaedro.



- **Anexo 7: ESCALA DE ESTIMACIÓN**

ESCALA DE ESTIMACIÓN, conforme a rúbrica, para la evaluación de la actividad.

	BAJO	MEDIO	ALTO
IMPLICACIÓN	El alumno no ha participado y ha dejado que sea el resto del grupo quien realice la tarea.	La participación ha sido mínima y sólo se ha mostrado activo en los puntos que eran de su interés.	El alumno se ha mostrado activamente participativo y ha colaborado en todas las tareas de la actividad.
ACTITUD	El alumno se ha mostrado contrario. La actitud ha sido negativa respecto a la actividad y/o el grupo.	La actitud respecto a la actividad ha sido aceptable pero en alguna tarea su actitud ha sido discordante a lo deseable o no ha trabajado con el grupo.	El alumno ha participado en grupo y ha ayudado a sus compañeros. Además se ha mostrado activo y a gusto con la clase.
COMPRENSIÓN	El alumno no ha comprendido ni asimilado los contenidos de la actividad.	El alumno ha asimilado parcialmente los contenidos de la actividad.	El alumno ha asimilado y comprendido la totalidad de los contenidos de la actividad.
DESTREZA MANIPULATIVA	El estudiante posee poca destreza manipulativa, no se esfuerza para mejorarla y se escuda en ello para no colaborar o hacerlo mínimamente.	El alumno posee suficiente destreza manipulativa y se esfuerza para mejorarla, pero su participación en la actividad es lenta e intermitente.	El alumno posee bastante destreza manipulativa, se esfuerza para mejorarla y su participación en la actividad es continua.

- Anexo 8: CUESTIONARIO

CUESTIONARIO de la actividad.

CUESTIONARIO ACTIVIDAD "GLOBOMETRÍA" IES Matilde Salvador (Castellón) Tema: Geometría		Fecha:							
		Curso:							
		<i>(Marca una X donde proceda)</i>							
		Nada	Un poco	Normal - NS/NC	Bastante	Mucho			
Sobre la actividad que acabas de realizar:		1	2	3	4	5			
1-	¿Te ha parecido interesante?								
2-	¿Te ha parecido divertida?								
3-	¿Has aprendido algo nuevo? ¿Te ha parecido instructiva?								
4-	¿Piensas que trabajar en grupo es positivo y ayuda aprender mejor?								
5-	¿Crees que esta actividad te ha servido para afianzar conceptos?								
6-	¿Piensas que la actividad ha contribuido a mejorar tu visión espacial?								
7-	¿El manejo de los distintos materiales empleados (pajitas y globos) te ha parecido dificultoso?								
8-	Alguna vez habías pensado que podías utilizar estos materiales (pajitas y globos) en el clase como herramienta de trabajo y aprendizaje?								
9-	¿Crees que la construcción y manipulación de figuras facilita el aprendizaje de la Geometría?								
10-	En general, ¿te ha gustado la actividad?								
11-	¿Te gustaría repetirla o realizar alguna parecida a lo largo de este tema u otros?								
12-	¿Qué parte de la actividad te ha parecido más interesante, divertida e instructiva? <i>(Marca una X donde proceda)</i>								
	<i>La realización de figuras con pajitas</i>	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> </table>							
	<i>Los puzzles con globos (globometría)</i>								
	<i>Ambas por igual</i>								
13-	Comentarios:								
<i>¡Muchas gracias por tu colaboración!</i>									

- **Anexo 9: ANÁLISIS DE DATOS**

ANÁLISIS DE DATOS: Tabla de frecuencias relativas.

Frecuencias relativas (se han resaltado las máximas para cada pregunta).

Actividad: Globometría

Sobre la actividad que acabas de realizar:	Nada	Un poco	Normal	Bastante	Mucho
1. ^a ¿Te ha parecido interesante?	0%	0%	21%	59%	21%
2. ^a ¿Te ha parecido divertida?	0%	0%	7%	41%	52%
3. ^a ¿Has aprendido algo nuevo? ¿Te ha parecido instructiva?	3%	10%	10%	52%	24%
4. ^a ¿Piensas que trabajar en grupo es positivo y ayuda aprender mejor?	0%	0%	3%	24%	72%
5. ^a ¿Crees que esta actividad te ha servido para afianzar conceptos?	0%	10%	38%	48%	3%
6. ^a ¿Piensas que la actividad ha contribuido a mejorar tu visión espacial?	7%	7%	34%	34%	17%
7. ^a ¿El manejo de los distintos materiales empleados (pajitas y globos) te ha parecido difícil?	45%	34%	17%	3%	0%
8. ^a Alguna vez habías pensado que podías utilizar estos materiales (pajitas y globos) en el clase como herramienta de trabajo y aprendizaje?	79%	7%	14%	0%	0%
9. ^a ¿Crees que la construcción y manipulación de figuras facilita el aprendizaje de la Geometría?	0%	3%	14%	48%	34%
10. ^a En general, ¿te ha gustado la actividad?	0%	0%	3%	38%	59%
11. ^a ¿Te gustaría repetirla o realizar alguna parecida a lo largo de este tema u otros?	0%	0%	7%	10%	83%

12.^a ¿Qué parte de la actividad te ha parecido más interesante, divertida e instructiva? (Marca una X donde proceda)

La realización de figuras con pajitas

38%

Los puzles con globos (globometría)

41%

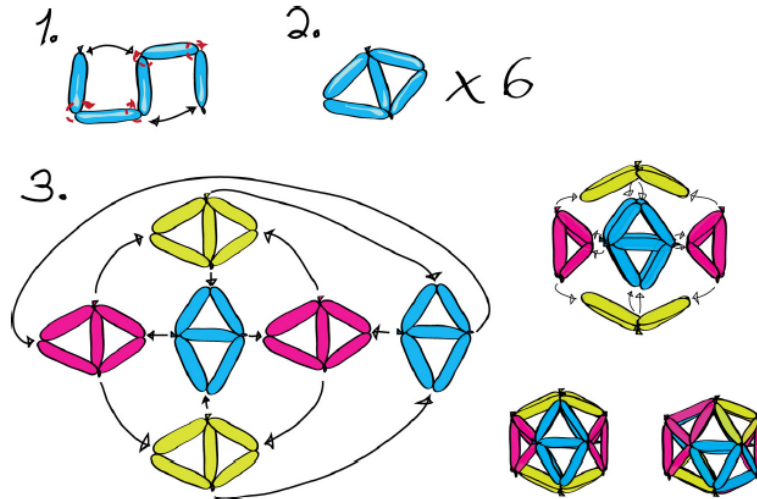
Ambas por igual

21%

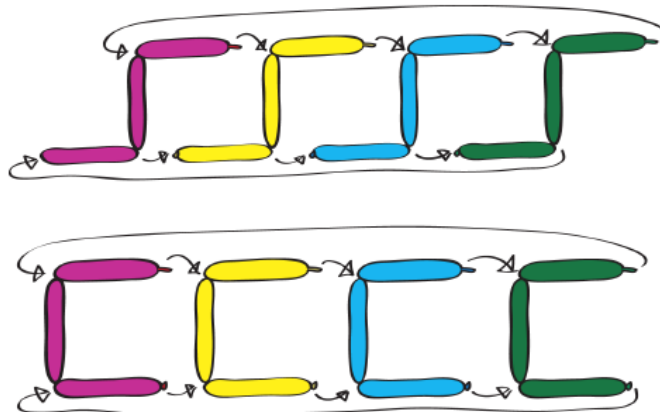
- **Anexo 10: PUZLES GEOMÉTRICOS AVANZADOS (GLOBOS)**

* Imágenes obtenidas del artículo titulado "Mathematical Balloon Twisting for Education" de la matemática Vi Hart (Bridges, 2010).

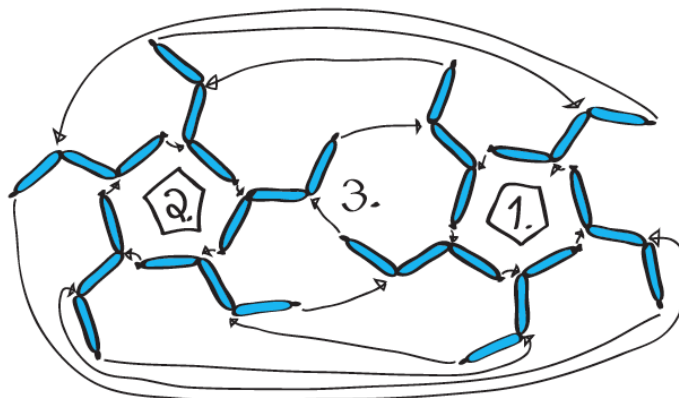
ICOSAEDRO x6 (CON 6 GLOBOS).



HEXAEDRO x4 (CON 4 GLOBOS).



DODECAEDRO x10 (CON 10 GLOBOS).



- Fin de los ANEXOS -

Trabajo fin de Máster Universitario en profesorado de educación secundaria obligatoria y bachillerato, formación profesional y enseñanza de idiomas

(Especialidad de Matemáticas).



GLOBOMETRÍA AMPLIADA

ANEXOS

Alumna: Sonia Gómez Fernández

Tutor: Francisco G. González Martínez

Fecha de entrega: Julio/2018

ÍNDICE DE ANEXOS

• Anexo 1: DECRETO 87/2015 del Consell	2
• Anexo 2: SÓLIDOS PLATÓNICOS	5
• Anexo 3: PUZLE GEOMÉTRICO TETRAEDRO x3.....	6
• Anexo 4: PUZLE GEOMÉTRICO TETRAEDRO x2.....	7
• Anexo 5: ICOSAEDRO CON PAJITAS	8
• Anexo 6: DODECAEDRO CON PAJITAS	11
• Anexo 7: ESCALA DE ESTIMACIÓN	13
• Anexo 8: CUESTIONARIO.....	14
• Anexo 9: ANÁLISIS DE DATOS.....	15
• Anexo 10: PUZLES GEOMÉTRICOS AVANZADOS (GLOBOS)	16

ANEXOS

- **Anexo 1: DECRETO 87/2015 del Consell**

DECRETO 87/2015 del Consell, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunitat Valenciana.

Asignatura: Matemáticas 1.º y 2.º ESO (análisis del bloque 3: Geometría)

Bloc 3: Geometria. Curs 1r ESO		
<p>Elements bàsics de la geometria del pla. Relacions i propietats de figures en el pla: Paral·lelisme i perpendicularitat. Angles i les seues relacions. Construccions geomètriques senzilles: mediatriu, bisectriu. Propietats. Figures planes elementals: triangle, quadrat, figures poligonals. Classificació de triangles i quadrilàters. Propietats i relacions. Mesura i càlcul d'angles de figures planes. Càlcul d'àrees i perímetres de figures planes. Càlcul d'àrees per descomposició en figures simples. Circumferència, cercle, arcs i sectors circulars. Resolució de problemes geomètrics senzills. Interés per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·lícules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat).</p>	<p>BL3.1. Analitzar les característiques i propietats de les figures planes (costats, vèrtexs, angles, simetries, etc.) utilitzant diferents materials (varetes, trames, geoplans, regle, compàs, etc.) i ferramentes adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils com ara programes de geometria dinàmica), per a classificar-les i descriure situacions geomètriques de les matemàtiques i d'altres àrees (recorreguts urbans, estudi de plans i mapes adequats al seu nivell, arquitectura, manifestacions artístiques, percepció espacial, etc.) reconeixent la seua bellesa.</p> <p>BL3.2. Mesurar i calcular angles, longituds i superfícies en el pla, utilitzant les unitats, els instruments de mesura, les ferramentes (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils com ara programes de geometria dinàmica), estratègies i fórmules més adequades, per a prendre decisions en situacions geomètriques de les matemàtiques i</p>	<p>CMCT CD CEC</p> <p>CMCT CD CAA</p>
<p>Interés i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art. Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques. Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.</p>	<p>d'altres àrees (recorreguts urbans, estudi de plans i mapes adequats al seu nivell, arquitectura, manifestacions artístiques, percepció espacial, etc.)</p> <p>BL3.3. Descriure els elements geomètrics propis del nivell que apareixen en les manifestacions artístiques més significatives de la pintura, escultura i mitjans audiovisuals i justificar el seu valor com a part del patrimoni artístic i cultural, argumentant de forma crítica les seues idees, opinions i preferències a través del diàleg i la reflexió.</p>	<p>CMCT CEC CCLI</p>
Bloc 3: Geometria. Curs 2n ESO		
<p>Relació entre el pla i l'espai. Elements bàsics de la geometria del pla. Relacions i propietats de figures en el pla: paral·lelisme i perpendicularitat. Angles i les seues relacions. Construccions geomètriques senzilles: mediatriu, bisectriu. Propietats. Figures planes elementals: triangle, quadrat, figures poligonals. Classificació de triangles i quadrilàters. Propietats i relacions.</p>	<p>BL3.1. Analitzar les característiques i propietats de les figures i cossos geomètrics (costats, cares, vèrtexs, arestes, angles, seccions, simetries, raó de semblança, etc.) utilitzant diferents materials (varetes, espills, trames, geoplans, cossos sòlids, envasos, material encunyat, etc.) i ferramentes adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils com ara programes de geometria dinàmica), per a classificar-les, descriure situacions geomètriques de les matemàtiques en</p>	<p>CMCT CD CEC</p>
<p>Mesura i càlcul d'angles de figures planes. Càlcul d'àrees i perímetres de figures planes. Càlcul d'àrees per descomposició en figures simples. Circumferència, cercle, arcs i sectors circulars. Triangles rectangles. El teorema de Pitàgores. Justificació geomètrica i aplicacions. Semblança: figures semblants. Criteris de semblança. Raó de semblança i escala. Raó entre longituds, àrees i volums de cossos semblants. Poliedres i cossos de revolució. Elements característics, classificació. Àrees i volums. Propietats, regularitats i relacions dels poliedres. Resolució de problemes geomètrics senzills. Interés per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·lícules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat). Interés i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art. Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques. Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.</p>	<p>distints contextos (recorreguts urbans, estudi de plans i mapes adequats al seu nivell, arquitectura, manifestacions artístiques, percepció espacial, etc.) i reconèixer la seua bellesa.</p> <p>BL3.2. Mesurar i calcular angles, longituds, superfícies i volums en el pla i en l'espai, utilitzant les unitats, els instruments de mesura, les ferramentes (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils com ara programes de geometria dinàmica), estratègies i fórmules més adequades, així com el teorema de Pitàgores, per a prendre decisions en situacions geomètriques de les matemàtiques i d'altres àrees (recorreguts urbans, estudi de plans i mapes adequats al seu nivell, arquitectura, manifestacions artístiques, percepció espacial, etc.).</p> <p>BL3.3. Descriure els elements geomètrics propis del nivell que apareixen en les manifestacions artístiques més significatives de la pintura, escultura i mitjans audiovisuals, i justificar el seu valor com a part del patrimoni artístic i cultural, argumentant de forma crítica les seues idees, opinions i preferències a través del diàleg i la reflexió.</p>	<p>CMCT CD CAA</p> <p>CMCT CEC CCLI</p>

Asignatura: Matemáticas Académicas 3.º y 4.º ESO (análisis del bloque 3: Geometría)

Bloc 3: Geometria. Curs 3r ESO		
Continguts	Criteris d'avaluació	CC
<p>Geometria del pla. Lloc geomètric. Teorema de Tales. Divisió d'un segment en parts proporcionals. Translacions, gir i simetries en el pla. Geometria de l'espai. Plans de simetria en els poliedres. L'esfera. Interseccions de plans i esferes. El globus terraqüi. Coordenades geogràfiques i fusos horaris. Longitud i latitud d'un punt. Resolució de problemes geomètrics.</p>	<p>BL3.1. Analitzar les característiques i propietats de les figures i cossos geomètrics (costats, cares, vèrtexs, arestes, angles, seccions, simetries, raó de semblança, coordenades geogràfiques, etc.) utilitzant diferents materials (varetes, espills, trames, geoplans, cossos sòlids, entesos, material encunyat, etc.) i eines adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com ara programes de geometria dinàmica), per a descriure situacions geomètriques de les matemàtiques i d'altres àrees, art (frisos, mosaics, pintura, escultura), arquitectura (relació àuxia, plans, estructures espacials, etc.), ciències</p>	<p>CMCT CD CEC</p>
<p>Interès per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·lícules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat). Interès i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art. Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques. Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.</p>	<p>(formes, simetries, etc.), i reconèixer la seva bellesa.</p> <p>BL3.2. Mesurar i calcular angles, longituds, superfícies i volums en el pla i en l'espai, utilitzant les unitats, els instruments de mesura, les eines adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com ara programes de geometria dinàmica), estratègies i fórmules més adequades, així com els teoremes de Pitàgoras i Tales, per a prendre decisions en situacions geomètriques de les matemàtiques i d'altres àrees (recorreguts urbans, estudi de plànols i mapes adequats al seu nivell, arquitectura, manifestacions artístiques, percepció espacial, etc.).</p> <p>BL3.3. Descriure els elements geomètrics propis del nivell que apareixen en les manifestacions artístiques més significatives de la pintura, escultura i mitjans audiovisuals, justificar el seu valor com a part del patrimoni artístic i cultural, i argumentar de manera crítica les seves idees, opinions i preferències a través del diàleg i la reflexió.</p>	<p>CMCT CD CAA</p> <p>CMCT CEC CCLI</p>

Bloc 3: Geometria. Curs 4t ESO		
Continguts	Criteris d'avaluació	CC
<p>Mesures d'angles en el sistema sexagesimal i en radians. Raons trigonomètriques. Relacions entre estes. Relacions mètriques en els triangles. Iniciació a la geometria analítica en el pla: coordenades. Vectors. Equacions de la recta. Paral·lelisme, perpendicularitat. Semblança. Figures semblants. Raó entre longituds, àrees i volums de cossos semblants. Resolució de problemes geomètrics i trigonomètrics. Interès per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·lícules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat). Interès i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art. Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques. Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.</p>	<p>BL3.1. Analitzar les característiques i propietats de les figures planes i cossos geomètrics (semblança, raons trigonomètriques elementals, unitats angulars, etc.), utilitzant diferents materials i les eines adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com ara programes de geometria dinàmica), per a descriure situacions geomètriques relacionades amb la trigonometria, en contextos de les matemàtiques i d'altres àrees (resolució de triangles, càlcul de distàncies entre punts inaccessibles, etc.).</p> <p>BL3.2. Mesurar i calcular angles, longituds, superfícies i volums en el pla i en l'espai, utilitzant les unitats del sistema mètric sexagesimal i internacional, els instruments (cinta mètrica, teodolits senzills o industrials), les eines adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com ara programes de geometria dinàmica) i fórmules per a prendre decisions en situacions relacionades amb la trigonometria en contextos reals de les matemàtiques i d'altres ciències (càlcul d'altures a partir d'ombra o de l'angle, mesuraments de distàncies entre punts inaccessibles, etc.).</p> <p>BL3.3. Identificar els conceptes bàsics de geometria analítica (punt, vector, equacions de la recta, paral·lelisme, etc.) per a descriure fenòmens físics senzills (posició, desplaçament, força, etc.).</p> <p>BL3.4. Descriure els elements geomètrics propis del nivell que apareixen en les manifestacions artístiques més significatives de la pintura, escultura i mitjans audiovisuals i justificar el seu valor com a part del patrimoni artístic i cultural, argumentant de manera crítica les seves idees, opinions i preferències a través del diàleg i la reflexió.</p>	<p>CMCT CD CEC</p> <p>CMCT CD CAA</p> <p>CMCT</p> <p>CMCT CEC CCLI</p>






Asignatura: Matemáticas Aplicadas 3.º y 4.º ESO (análisis del bloque 3: Geometría)

Bloc 3: Geometria. Curs 3r ESO		
Continguts	Criteris d'avaluació	CC
<p>Mediatriu, bisectriu, angles i les seues relacions, perímetre i àrea. Propietats. Teorema de Tales. Divisió d'un segment en parts proporcionals. Aplicació a la resolució de problemes. Translacions, gir i simetries en el pla. Geometria de l'espai: àrees i volums. El globus terraqüi. Coordenades geogràfiques. Longitud i latitud d'un punt. Resolució de problemes geomètrics.</p> <p>Interés per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·licules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat).</p> <p>Interés i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art.</p> <p>Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques.</p> <p>Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.</p>	<p>BL3.1. Analitzar les característiques i propietats de les figures i cossos geomètrics (costats, cares, vèrtexs, arestes, angles, seccions, simetries, raó de semblança, coordenades geogràfiques, etc.) utilitzant distints materials (varetes, espills, trames, geoplans, cossos sòlids, envasos, material encuayat, etc.) i ferramentes adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com a programes de geometria dinàmiques), per a descriure situacions geomètriques de les matemàtiques i d'altres àrees, art (frisos, mosaics, pintura, escultura), arquitectura (relació ària, plans, estructures espacials, etc.), ciències (formes, simetries, etc.), reconeixent la seua bellesa.</p> <p>BL3.2. Mesurar i calcular angles, longituds, superfícies i volums en el pla i en l'espai, utilitzant les unitats, els instruments de mesura, les ferramentes (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com a programes de geometria dinàmiques), estratègies i fórmules més adequades, així com els teoremes de Pitàgores i Tales, per a prendre decisions en situacions geomètriques de les matemàtiques i d'altres àrees (recorreguts urbans, estudi de plans i mapes adequats al seu nivell, arquitectura, manifestacions artístiques, percepció espacial, etc.).</p>	<p>CMCT CD CEC</p> <p>CMCT CD CAA</p>

Bloc 3: Geometria. Curs 4t ESO		
Continguts	Criteris d'avaluació	CC
<p>Figures semblants. Teoremes de Tales i Pitàgores. Aplicació de la semblança per a l'obtenció indirecta de mesures. Raó entre longituds, àrees i volums de figures i cossos semblants. Resolució de problemes geomètrics.</p> <p>Interés per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·licules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat).</p> <p>Interés i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art.</p> <p>Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques.</p> <p>Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.</p>	<p>BL3.1. Analitzar formes i configuracions geomètriques senzilles utilitzant les unitats, fórmules i ferramentes tecnològiques adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com a programes de geometria dinàmiques), així com els teoremes de Pitàgores i Tales, per a calcular, longituds, àrees i volums de cossos i figures geomètriques.</p> <p>BL3.2. Descriure els elements geomètrics propis del nivell que apareixen en les manifestacions artístiques més significatives de la pintura, escultura i mitjans audiovisuals i justificar el seu valor com a part del patrimoni artístic i cultural, argumentant de forma crítica les seues idees, opinions i preferències a través del diàleg i la reflexió.</p>	<p>CMCT CD</p> <p>CMCT CEC CCLI</p>

- Anexo 2: SÓLIDOS PLATÓNICOS

SÓLIDOS PLATÓNICOS: Láminas resúmenes de los 5 sólidos platónicos y sus características:

Sólidos Platónicos	Tetraedro	Hexaedro, Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
Desarrollo					
Número de caras	4	6	8	12	20
Polígonos que forman las caras	Triángulos Equiláteros	Cuadrados	Triángulos Equiláteros	Pentágonos Regulares	Triángulos Equiláteros
Número de aristas	6	12	12	30	30
Número de vértices	4	8	6	20	12
Caras concuentes en cada vértice	3	3	4	3	5
Vértices contenidos en cada cara	3	4	3	5	3

- **Anexo 3: PUZLE GEOMÉTRICO TETRAEDRO x3**

TETRAEDRO x3 (CON 3 GLOBOS): Secuencia de construcción.

1.º Se inflan 3 globos (con la misma longitud) y se seccionan en 2 partes iguales con ayuda de una goma.



2.º Se forma el triángulo de la base uniendo dos globos de la siguiente manera.



3.º Se unen los segmentos restantes para completar el tetraedro.



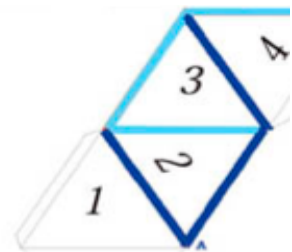
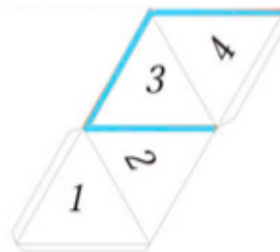
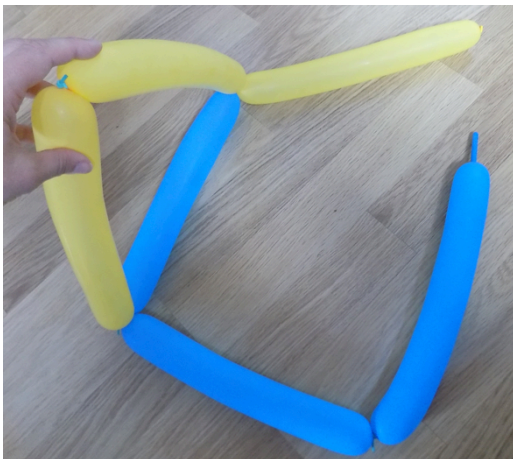
- Anexo 4: PUZLE GEOMÉTRICO TETRAEDRO x2

TETRAEDRO x2 (CON 2 GLOBOS): Secuencia de construcción.

1.º Se inflan 2 globos (con la misma longitud) y se seccionan en 3 partes iguales con ayuda de una goma.



2.º Se forma el triángulo de la base uniendo dos globos de la siguiente manera.



3.º Se unen los segmentos restantes para completar el tetraedro.



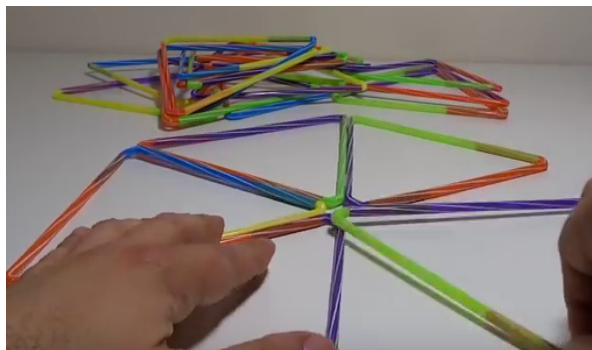
- **Anexo 5: ICOSAEDRO CON PAJITAS**

ICOSAEDRO CON PAJITAS: Secuencia de construcción.

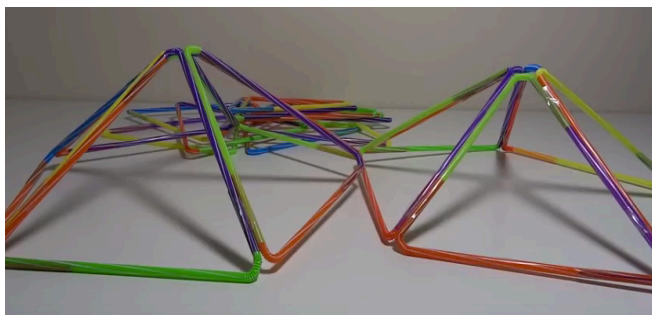
1.º Se hacen 20 triángulos iguales con 3 pajitas.



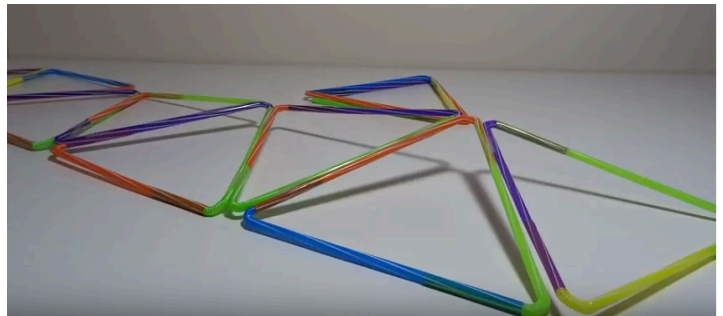
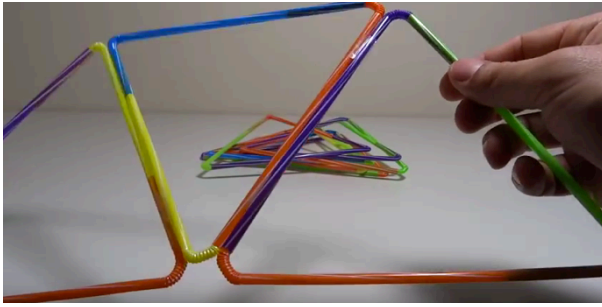
2.º Se unen, con celo, 5 triángulos compartiendo el vértice superior para formar la parte superior del icosaedro.



3.º Se unen otros 5 triángulos de la misma forma, para formar la parte inferior del icosaedro.



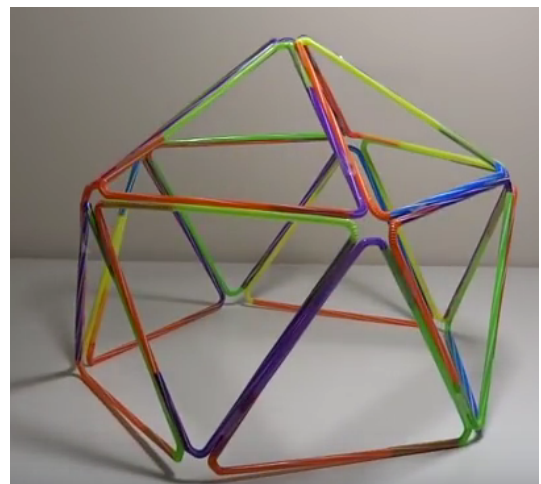
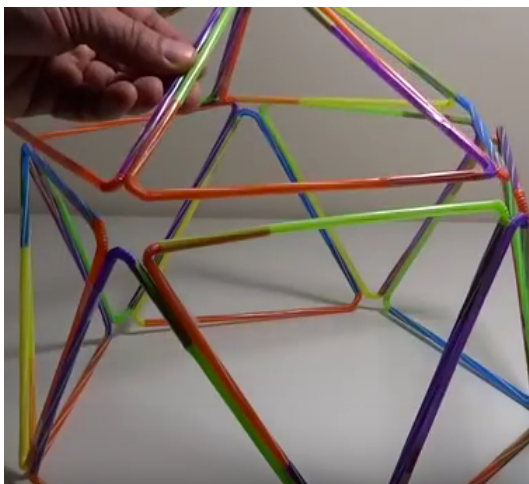
4.º Se unen 10 triángulos seguidos alternando el vértice superior hacia arriba y hacia abajo, para formar la parte central.



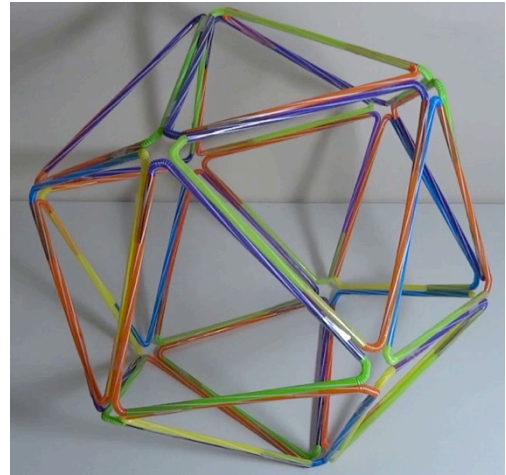
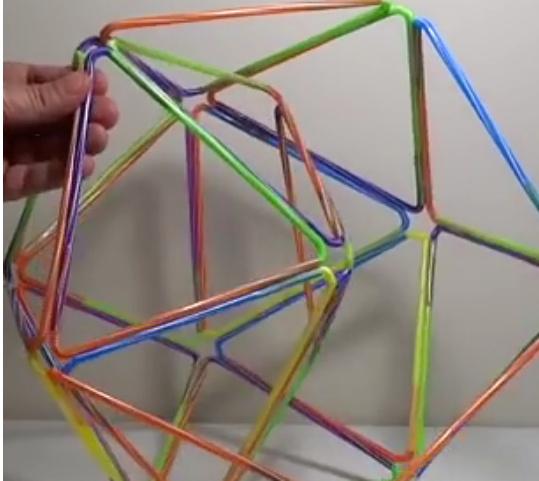
5.º Se unen los extremos para cerrar la parte central del icosaedro.



6.º Se añaden la parte superior del icosaedro.



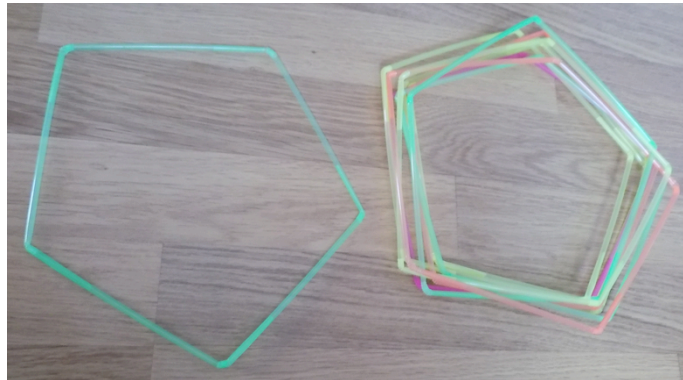
7.º Y, por último, se une la parte inferior para completar el icosaedro.



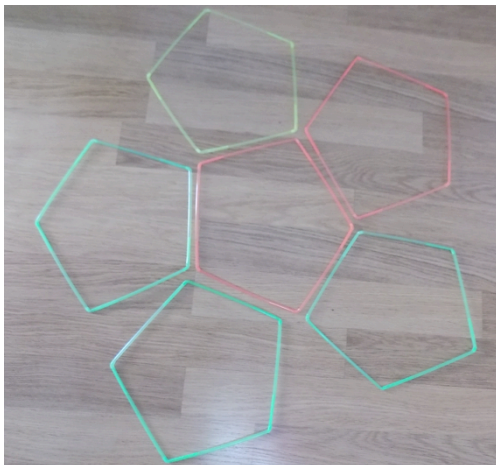
- **Anexo 6: DODECAEDRO CON PAJITAS**

DODECAEDRO CON PAJITAS: Secuencia de construcción.

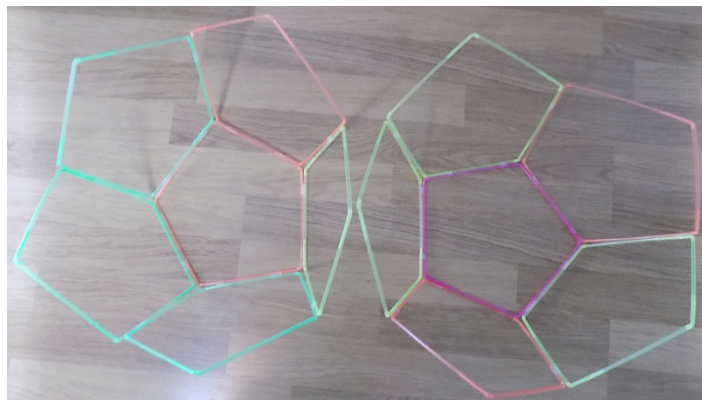
1.º Se hacen 12 pentágonos iguales con 5 pajitas.



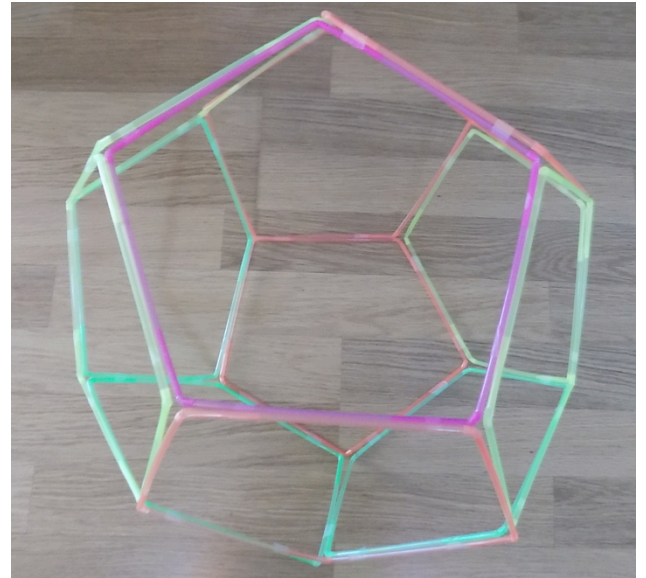
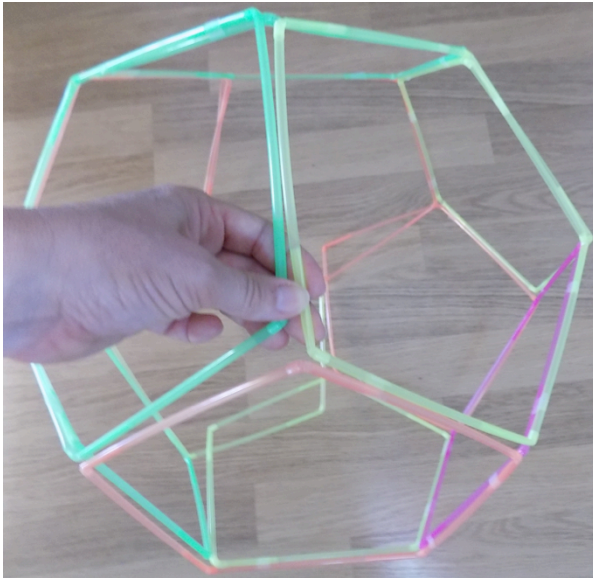
2.º Se unen, con celo, 6 pentágonos: uno de base y los otros 5 a cada uno de los lados del mismo. Habremos formado una mitad. Y se repite la acción con los otros 6 pentágonos para formar la otra mitad.



3.º Para cada mitad, se elevan los pentágonos laterales y se unen con celo los lados de los pentágonos laterales contiguos. Se formarán dos canastas iguales, para cada mitad.



4.º Se juntan las dos mitades con celo para completar la construcción del dodecaedro.



- **Anexo 7: ESCALA DE ESTIMACIÓN**

ESCALA DE ESTIMACIÓN, conforme a rúbrica, para la evaluación de la actividad.

	BAJO	MEDIO	ALTO
IMPLICACIÓN	El alumno no ha participado y ha dejado que sea el resto del grupo quien realice la tarea.	La participación ha sido mínima y sólo se ha mostrado activo en los puntos que eran de su interés.	El alumno se ha mostrado activamente participativo y ha colaborado en todas las tareas de la actividad.
ACTITUD	El alumno se ha mostrado contrario. La actitud ha sido negativa respecto a la actividad y/o el grupo.	La actitud respecto a la actividad ha sido aceptable pero en alguna tarea su actitud ha sido discordante a lo deseable o no ha trabajado con el grupo.	El alumno ha participado en grupo y ha ayudado a sus compañeros. Además se ha mostrado activo y a gusto con la clase.
COMPRENSIÓN	El alumno no ha comprendido ni asimilado los contenidos de la actividad.	El alumno ha asimilado parcialmente los contenidos de la actividad.	El alumno ha asimilado y comprendido la totalidad de los contenidos de la actividad.
DESTREZA MANIPULATIVA	El estudiante posee poca destreza manipulativa, no se esfuerza para mejorarla y se escuda en ello para no colaborar o hacerlo mínimamente.	El alumno posee suficiente destreza manipulativa y se esfuerza para mejorarla, pero su participación en la actividad es lenta e intermitente.	El alumno posee bastante destreza manipulativa, se esfuerza para mejorarla y su participación en la actividad es continua.

- Anexo 8: CUESTIONARIO

CUESTIONARIO de la actividad.

CUESTIONARIO ACTIVIDAD "GLOBOMETRÍA" IES Matilde Salvador (Castellón) Tema: Geometría		Fecha:							
		Curso:							
		<i>(Marca una X donde proceda)</i>							
Sobre la actividad que acabas de realizar:		Nada	Un poco	Normal - NS/NC	Bastante	Mucho			
		1	2	3	4	5			
1-	¿Te ha parecido interesante?								
2-	¿Te ha parecido divertida?								
3-	¿Has aprendido algo nuevo? ¿Te ha parecido instructiva?								
4-	¿Piensas que trabajar en grupo es positivo y ayuda aprender mejor?								
5-	¿Crees que esta actividad te ha servido para afianzar conceptos?								
6-	¿Piensas que la actividad ha contribuido a mejorar tu visión espacial?								
7-	¿El manejo de los distintos materiales empleados (pajitas y globos) te ha parecido dificultoso?								
8-	Alguna vez habías pensado que podías utilizar estos materiales (pajitas y globos) en el clase como herramienta de trabajo y aprendizaje?								
9-	¿Crees que la construcción y manipulación de figuras facilita el aprendizaje de la Geometría?								
10-	En general, ¿te ha gustado la actividad?								
11-	¿Te gustaría repetirla o realizar alguna parecida a lo largo de este tema u otros?								
12-	¿Qué parte de la actividad te ha parecido más interesante, divertida e instructiva? <i>(Marca una X donde proceda)</i>								
	<i>La realización de figuras con pajitas</i>	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> </table>							
	<i>Los puzzles con globos (globometría)</i>								
	<i>Ambas por igual</i>								
13-	Comentarios:								
<i>¡Muchas gracias por tu colaboración!</i>									

- **Anexo 9: ANÁLISIS DE DATOS**

ANÁLISIS DE DATOS: Tabla de frecuencias relativas.

Frecuencias relativas (se han resaltado las máximas para cada pregunta).

Actividad: Globometría

Sobre la actividad que acabas de realizar:	Nada	Un poco	Normal	Bastante	Mucho
1. ^a ¿Te ha parecido interesante?	0%	0%	21%	59%	21%
2. ^a ¿Te ha parecido divertida?	0%	0%	7%	41%	52%
3. ^a ¿Has aprendido algo nuevo? ¿Te ha parecido instructiva?	3%	10%	10%	52%	24%
4. ^a ¿Piensas que trabajar en grupo es positivo y ayuda aprender mejor?	0%	0%	3%	24%	72%
5. ^a ¿Crees que esta actividad te ha servido para afianzar conceptos?	0%	10%	38%	48%	3%
6. ^a ¿Piensas que la actividad ha contribuido a mejorar tu visión espacial?	7%	7%	34%	34%	17%
7. ^a ¿El manejo de los distintos materiales empleados (pajitas y globos) te ha parecido difícil?	45%	34%	17%	3%	0%
8. ^a ¿Alguna vez habías pensado que podías utilizar estos materiales (pajitas y globos) en el clase como herramienta de trabajo y aprendizaje?	79%	7%	14%	0%	0%
9. ^a ¿Crees que la construcción y manipulación de figuras facilita el aprendizaje de la Geometría?	0%	3%	14%	48%	34%
10. ^a En general, ¿te ha gustado la actividad?	0%	0%	3%	38%	59%
11. ^a ¿Te gustaría repetirla o realizar alguna parecida a lo largo de este tema u otros?	0%	0%	7%	10%	83%

12.^a ¿Qué parte de la actividad te ha parecido más interesante, divertida e instructiva? (Marca una X donde proceda)

La realización de figuras con pajitas

38%

Los puzles con globos (globometría)

41%

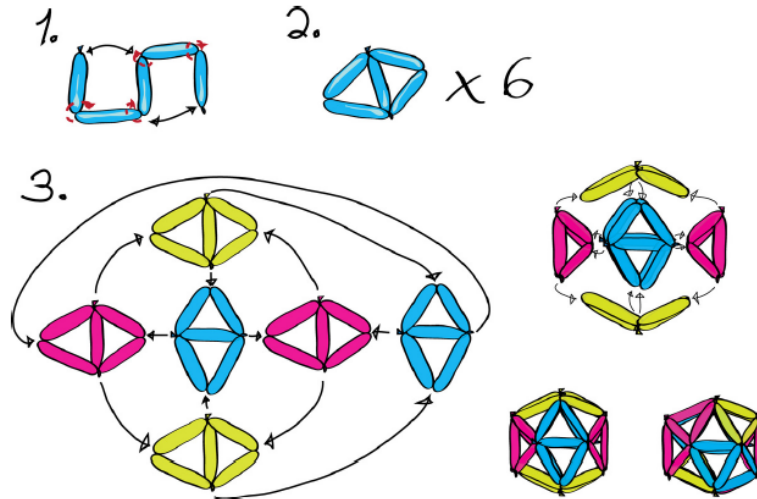
Ambas por igual

21%

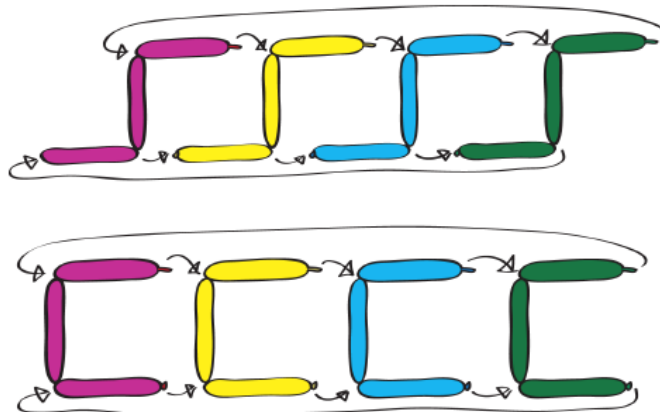
- **Anexo 10: PUZLES GEOMÉTRICOS AVANZADOS (GLOBOS)**

* Imágenes obtenidas del artículo titulado "Mathematical Balloon Twisting for Education" de la matemática Vi Hart (Bridges, 2010).

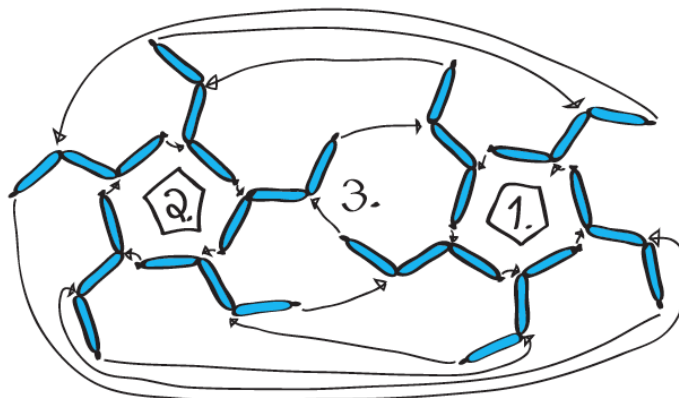
ICOSAEDRO x6 (CON 6 GLOBOS).



HEXAEDRO x4 (CON 4 GLOBOS).



DODECAEDRO x10 (CON 10 GLOBOS).



- Fin de los ANEXOS -