

# Estudio de los factores de transmisión de la variabilidad dimensional en la fabricación de baldosas cerámicas

J. V. Abellán Nebot<sup>1</sup>, C. Vila Pastor<sup>2</sup>, G. M. Bruscas Bellido<sup>3</sup>, J. Serrano Mira<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Dpto. de Ingeniería de Sistemas Industriales y Diseño. Universitat Jaume I. abellan@uji.es

<sup>2</sup>Dpto. de Ingeniería de Sistemas Industriales y Diseño. Universitat Jaume I. vila@uji.es

<sup>3</sup>Dpto. de Ingeniería de Sistemas Industriales y Diseño. Universitat Jaume I. bruscas@uji.es

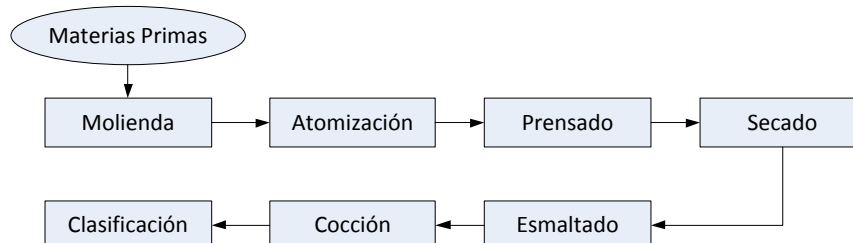
<sup>4</sup>Dpto. de Ingeniería de Sistemas Industriales y Diseño. Universitat Jaume I. jserrano@uji.es

*Uno de los principales problemas en la fabricación de pavimento en la industria cerámica es la variabilidad dimensional tras la cocción del producto cerámico que ocasiona la clasificación del producto en diferentes calibres o calidades dimensionales. A pesar del conocimiento extenso del proceso de fabricación de las baldosas cerámicas, pocos son los trabajos que buscan analizar las interacciones entre las diferentes etapas del proceso para estimar la variación dimensional final del producto. Un análisis global del proceso permitiría realizar modificaciones de puntos de operación en ciertas etapas para minimizar la variabilidad, o estudiar en detalle las etapas críticas del proceso sobre las que implementar acciones de mejora. Este trabajo muestra un estudio del proceso global de fabricación de las baldosas cerámicas y la aplicación de la metodología Stream-of-Variation para el modelado de la propagación de errores entre las diferentes etapas del proceso.*

## 1. Introducción

Las empresas dedicadas a la fabricación de baldosas cerámicas clasifican el producto final en función de su tamaño para que la posterior colocación por parte del cliente no se vea dificultada por una falta de estabilidad dimensional. Para realizar dicha clasificación se establecen una serie de tamaños, denominados habitualmente calibres, los cuales tienen asignado un margen de variación o tolerancia que depende de los estándares de calidad fijados por la empresa. Uno de los problemas más importantes del sector de fabricación de baldosas cerámicas es precisamente la dificultad para la consecución de lotes de producción con piezas de un mismo tamaño o calibre [1]. Este problema supone un aumento de coste por el incremento de posiciones en el almacén, la complejidad logística de la gestión de un stock separado en diferentes calibres, la necesidad de sobredimensionar los lotes de fabricación y en muchas ocasiones reclamaciones por parte de los clientes debido a variaciones dimensionales [2].

La variabilidad dimensional final de las baldosas cerámicas vienen dadas por las variaciones existentes en todas las etapas en las que se divide el proceso productivo, como son molienda, atomizado, prensado, secado, esmaltado y decoración y cocción (Figura 1). De hecho, el proceso de fabricación de las baldosas cerámicas ha sido extensamente estudiado en la literatura y existen numerosos trabajos que analizan en cada etapa del proceso las diferentes variables que influyen en el mismo y aquellas que, bajo experimentación, se conoce su relevancia en la calidad dimensional final.



**Figura 1:** Etapas en el proceso de fabricación de baldosas cerámicas.

Por ejemplo, en la etapa de obtención de polvo atomizado, trabajos como [3] destacan la importancia del control de esta etapa por el impacto que tiene las variaciones de la humedad del polvo atomizado en la compactación final de la baldosas tras prensado y en la dimensión final tras la etapa de cocción debido a las variaciones de la

contracción de las baldosas según el contenido de humedad de la misma. Variables como la composición de la materia prima (la barbotina resultante de la etapa anterior) y las características físico-morfológicas del aglomerado (tamaño, forma, humedad, fluidez, etc.) son consideradas críticas en la influencia sobre la humedad resultante del polvo atomizado.

La etapa de prensado y de cocción son dos de las etapas del proceso que más interés ha despertado en los investigadores para disminuir la variabilidad dimensional de las baldosas cerámicas. Poyatos y Mallol [1,4] argumentaron que el parámetro clave de la variabilidad de las piezas tras la cocción es la variabilidad de la densidad aparente tras el prensado. Con objeto de controlar esa variabilidad, desarrollaron un sistema de control integral de la operación de prensado donde la influencia en la densidad aparente de las variaciones en el contenido de humedad del polvo atomizado que entra en la prensa se compensan con la regulación de la presión de prensado y el llenado en cada uno de los alveolos de la prensa. Aunque se demostró a nivel experimental la validez del sistema, existen muchas otras variables en el proceso que pueden influir en la variabilidad de la dimensión final de las baldosas, por lo que se requiere tener un enfoque global de todo el proceso con las interrelaciones de todas las variables y su impacto en la calidad del producto final.

En la etapa de cocción, Jarque [5] estudió la influencia de las condiciones de operación del horno de rodillos sobre la curvatura de las baldosas cerámicas. En este trabajo se mostró que la curvatura de las baldosas tenían relación directa con los cambios en la temperatura de consigna de los termopares y la existencia de huecos en el tapete de las piezas del horno. Además, se observó que los parámetros de control en todas las válvulas de gas, establecidos por defecto por el fabricante del horno, provocaban una oscilación continua de la temperatura que impactaba negativamente en la curvatura de las baldosas.

A pesar de los esfuerzos realizados por la comunidad científica, son pocos los trabajos que han buscado realizar un modelado del proceso global de fabricación de baldosas cerámicas con objeto de analizar la interrelación entre las variables de las distintas etapas del proceso. Entre los estudios más relevantes, de Noni Junior [6] planteó un modelo basado en una expansión en serie de Taylor para conocer la influencia de diferentes variables de proceso sobre la variabilidad en la dimensión final de las baldosas tras la cocción. Las variables consideradas en el modelo fueron distribución del tamaño y contenido de agua del polvo atomizado; presión de compactación; tiempo de extracción; masa de la baldosa y temperatura de cocción máxima. Mediante regresiones polinómicas, se ajustaron los coeficientes de la serie de Taylor, y en un posterior análisis se demostró que las variaciones en la masa de la baldosa, la temperatura de cocción máxima y el contenido de agua del polvo atomizado son, en este orden, los principales responsables de la variación dimensional en el proceso estudiado. Sin embargo, el modelo no considera la posible correlación de las variables del proceso ni presenta una estructura que defina el aporte de la variabilidad en cada etapa con su interrelación con las etapas siguientes lo que dificulta su aplicación en la mejora del proceso, la definición de límites de control para las variables críticas del proceso, etc. Un trabajo similar se propone en [2] donde cada etapa viene definida por un modelo auto-regresivo de primer orden que se ajusta mediante la experimentación o mediante históricos de datos. Un posterior análisis de la varianza permite cuantificar la influencia en la propagación final de cada una de las variables de proceso. Así, en el caso de estudio presentado, se detectó que el 42% de la variabilidad dimensional era debida a la variabilidad de la humedad, el 16% a la composición del material, y el 16% a los gradientes de temperatura existentes en el horno de cocción entre otros. Santos [7] también buscó relacionar cómo influyen las variables de proceso en cada etapa sobre las dimensiones intermedias y final de la baldosa. Sin embargo, a pesar de ser un primer intento claro de identificar todo el proceso como un sistema multi-etapa interrelacionado, matemáticamente no se deriva un modelo como tal, y básicamente sigue siendo un modelo mono-etapa obtenido en diferentes etapas del proceso.

En este trabajo se busca modelar la variabilidad dimensional de las baldosas cerámicas través de la propagación de errores entre las etapas que componen el proceso haciendo uso de la metodología Stream of Variation (flujos de variación). Esta metodología ha sido empleada recientemente en el sector metalmecánico y de automoción [8], permitiendo un control global del proceso y un aseguramiento de la calidad del producto manufacturado a final de línea.

## 2. Variables de proceso uni-etapa

A continuación se describen brevemente las variables que influyen en el resultado de la dimensión final de la baldosa cerámica. En [2], se indica que tanto la etapa de secado como la etapa de esmaltado y decoración no influyen en la aparición de calibres y su influencia está más relacionada con defectos en las baldosas como pinchados, cuarteados y desconchados. Por tanto, estas etapas no se analizan en cuanto a su influencia sobre la variabilidad dimensional del producto final.

## 2.1. Molienda

La molienda vía húmeda se lleva a cabo en un molino de bolas que trabaja en continuo. Se trata de un cuerpo cilíndrico o cilíndrico-cónico, cuyas paredes interiores están protegidas, y que gira alrededor de un eje horizontal [9]. En el interior del tambor se coloca una carga de molienda (que suelen ser bolos de sílex o bolas de alúmina), con una distribución de tamaños apropiados para optimizar la molienda. Por un lado del molino se introduce los sólidos mezclados con un 35% de agua aproximadamente y el aditivo desfloculante (polifosfatos, y otros) que ayuda a mantener aquellos en suspensión (controlando la viscosidad) y, por tanto, la molienda. Por efecto de la rotación del tambor, las bolas son arrastradas a lo largo de las paredes hasta que caen en cascada, por lo que someten al material a moler a innumerables acciones de presión, de rozamiento y de choque por las mismas bolas y con las paredes del tambor. Por el otro extremo del molino se obtiene el producto molido en forma de suspensión, habitualmente denominado barbotina, y que resultará con un tamaño de partícula medio mayor o menor en función del tiempo que permanezca en el interior, de la velocidad de rotación y de la longitud del molino.

Las variables que influyen en esta etapa son:

- Variables a controlar: densidad de la barbotina, la viscosidad y la granulometría de la barbotina.
- Variables de actuación: caudales de sólidos, agua y desfloculante. La velocidad de giro del molino se fija a la velocidad óptima.
- Perturbaciones (variables difícilmente controlables): estado de las piedras utilizadas para la trituración.

## 2.2. Atomizado

El proceso de atomización es un proceso de secado por el cual la barbotina procedente de las balsas de almacenamiento de las plantas de molienda, con un contenido en sólidos entre el 60% y el 70% y con una viscosidad adecuada (alrededor de 1000 cP), es inyectada a alta presión (25-30 bar) por medio de bombas hidráulicas; la barbotina finamente nebulizada y dividida se seca poniéndola en contacto con una corriente de gases calientes (a temperaturas del orden de los 500°C-600°C) que provienen de un quemador convencional aire-gas natural o son los gases de escape de una turbina de cogeneración; el agua contenida en la barbotina es evaporada y se obtienen polvos granulares con distribución de tamaño de partícula y humedad apropiados para la etapa de prensado [9]. El granulado, con una humedad entre el 5% y el 7%, se descarga en una cinta transportadora y se lleva a los silos para su posterior prensado. El control de la distribución granulométrica es importante en cuanto a que ello influye en la fluidez del polvo atomizado para poder alimentar correctamente las prensas y llenar los alvéolos de los moldes para generar así baldosas en verde compactas y libre de defectos.

Las variables que influyen en esta etapa son:

- Variables a controlar: contenido de humedad del polvo atomizado y su granulometría.
- Variables de actuación: temperatura del aire soplado; caudal de aire seco de entrada y salida; depresión en la torre de evaporación; presión de entrada de la barbotina; caudal de barbotina.
- Perturbaciones (variables difícilmente controlables): superficie de evaporación; temperatura de la barbotina; temperatura exterior; viscosidad de la barbotina.

## 2.3. Prensado

En la etapa de prensado, el polvo atomizado, proveniente de los silos de almacenamiento y con humedad del 4% - 7% se descarga a los alveolos de la prensa para su posterior prensado. El polvo atomizado en los alveolos de la prensa es comprimido entre dos superficies a presiones entre 350-500 Kg/cm<sup>2</sup>. Tales presiones causan reacomodo y deformación parcial en el polvo, lo que permite un alto grado de compactación [9].

El objetivo que se persigue en esta fase del proceso es alcanzar la máxima densidad aparente en crudo (compactación) del soporte que permita una óptima sinterización y que ésta sea compatible con la desgasificación de la pieza en la etapa de cocción. Con lo anterior, se obtienen productos con valores más bajos de absorción de agua y de mayor estabilidad dimensional en cocción.

Las variables que influyen en esta etapa son: i) variables a controlar: densidad aparente, espesor de la baldosa; ii) variables de actuación: presión máxima; altura de la carga; iii) perturbaciones (variables difícilmente controlables): humedad del polvo atomizado; distribución granulométrica; características de los gránulos atomizados.

## 2.4. Cocción

La cocción de los productos cerámicos es una de las etapas más importantes del proceso de fabricación, ya que de ella depende gran parte de las características del producto cerámico: resistencia mecánica, estabilidad dimensional, resistencia a los agentes químicos, facilidad de limpieza, resistencia al fuego, etc. Las características del proceso de cocción vienen definidas mediante el ciclo de cocción, donde se definen las etapas de precalentamiento, calentamiento, cocción, y enfriamiento [9].

Las variables que influyen en esta etapa son:

- Variables a controlar: calibres y descuadres.
- Variables de actuación: temperatura máxima, tiempo de permanencia a esa temperatura máxima, velocidades de calentamiento/enfriamiento, presión y la atmósfera dentro del horno.
- Perturbaciones (variables difícilmente controlables): posición de los quemadores superiores/inferiores; perfil transversal de temperaturas; granulometría de la baldosa compactada; densidad aparente de la pieza compactada.

## 3. Modelos simplificados de proceso uni-etapa

En la literatura existen muchos trabajos que analizan cada una de las etapas del proceso de fabricación de baldosas cerámicas. En algunos de ellos se presentan modelos empíricos que definen las relaciones entre las variables de proceso. Si bien éstos son modelos ajustados experimentalmente para una determinada planta industrial, la estructura del modelo es válida para cualquier proceso de fabricación de baldosas cerámicas.

A continuación se definirán las estructuras de los modelos uni-etapa y los valores específicos de estos modelos para un caso concreto extraído de la bibliografía existente.

### 3.1. Molienda

En la molienda es la densidad final de la barbotina lo que influye notablemente en las etapas posteriores del proceso de fabricación de baldosas cerámicas. La densidad dependerá de la dosificación de materias primas y de la cantidad de agua introducida en el molino. La densidad se estima conociendo el porcentaje de materias primas y de agua añadido en la dosificación, que a nivel industrial suele ser de 38% de agua y 62% de materias primas. Aunque la densidad de la barbotina dependerá de la densidad del agua empleada (suele emplearse agua reciclada con lodos) y de la densidad de las materias primas, asumiendo que estos valores son aproximadamente constantes durante la molienda, la densidad de la barbotina se puede definir como:

$$bar = mat-prim \cdot (1 - \%agua) + agua \cdot (\%agua) \pm \varepsilon_1 \quad (1)$$

### 3.2. Atomizado

En [3] se estudió la operación de secado por atomización de polvos cerámicos. Asumiendo una barbotina con parámetros constantes (viscosidad, densidad y dTP), se obtuvo que las variaciones de humedad del polvo atomizado inherentes al proceso pueden minimizarse con un bucle de control adecuado donde la temperatura del aire de entrada es el parámetro de control, manteniendo un caudal constante de la barbotina.

Los valores experimentales del funcionamiento del atomizador se recogen en la Tabla 1. Como la humedad resultante depende además de la cantidad de agua de la barbotina y ésta depende de la proporción agua / sólidos que resulta del proceso de molienda, las variables que definen la humedad del polvo atomizado son la temperatura del aire de secado, el caudal de la barbotina inyectado y el porcentaje de agua de la misma.

**Tabla 1:** Estudio experimental del funcionamiento de un atomizador industrial. Extraído de [3].

Pto	Humedad (%)	T° (°C)	Q agua (m <sup>3</sup> /h) (Qbarbotina x %agua)	Pto	Humedad (%)	T° (°C)	Q agua (m <sup>3</sup> /h) (Qbarbotina x %agua)
1	6,1	540	3,04	9	5,7	620	3,42
2	5,7	560	3,04	10	5,2	645	3,42
3	4,95	595	3,04	11	4,45	680	3,42
4	4,5	625	3,04	12	6,6	615	3,61
5	5,5	603	3,23	13	5,6	657	3,61
6	5,1	630	3,23	14	5	690	3,61
7	4,5	650	3,23	15	4,6	705	3,61
8	6,4	580	3,42				

El ajuste por regresión lineal da una relación lineal del tipo:

$$\%h = \alpha_1 + \beta_1 \cdot T_{atom} + \gamma_1 \cdot Q_{barbotina} \cdot \%agua \pm \varepsilon_2 \quad (2)$$

$$\%h = 7,12 - 0,0199 \cdot T_{atom} + 3,19 \cdot Q_{barbotina} \cdot \%agua \pm \varepsilon_2 \quad (3)$$

Donde  $R^2 = 98.5\%$  y una desviación típica del ajuste de  $\sigma = 0,092\%$ .

### 3.3. Prensado

Según [10], la relación existente entre la humedad de prensado y la compactación puede describirse mediante una ecuación de segundo grado aunque para presiones menores de  $450 \text{ kg/cm}^2$  y humedades inferiores a  $6.7\%$  (valores límite habituales en la operación industrial), la relación queda perfectamente descrita por una ecuación lineal sin términos de interacción del siguiente modo:

$$\rho_{ap} = \alpha_2 + \beta_2 \cdot \log P_{prensa} + \gamma_2 \cdot \%h \pm \varepsilon_3 \quad (4)$$

$$\rho_{ap} = 0,637 + 0,474 \cdot \log P_{prensa} - 0,041 \cdot \%h \pm \varepsilon_3 \quad (5)$$

Con  $R^2 = 99\%$  y una desviación típica del ajuste de  $\sigma = 5,89 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ .

### 3.4. Cocción

Se sabe que la relación entre densidad aparente y contracción lineal es lineal para una misma temperatura de cocción [11]. A medida que baja la temperatura de cocción, dada una determinada densidad aparente, la contracción también varía de forma lineal con la temperatura [5].

La Tabla 2 recoge un estudio experimental extraído de [11] donde se relaciona la contracción lineal de una pasta de gres con la temperatura máxima de cocción y con la densidad aparente.

**Tabla 2:** Estudio experimental del funcionamiento del horno. Extraído de [11].

Pto	Densidad (g/cm <sup>3</sup> )	T° (°C)	Contracción lineal (%)	Pto	Densidad (g/cm <sup>3</sup> )	T° (°C)	Contracción lineal (%)
1	1,9	1080	5,8	7	2,00	1080	5,4
2	1,9	1100	6,7	8	2,00	1100	6,25
3	1,9	1120	7,7	9	2,00	1120	7
4	1,95	1080	5,6	10	2,05	1080	5,25
5	1,95	1100	6,5	11	2,05	1100	6
6	1,95	1120	7,4	12	2,05	1120	6,6

Con los datos experimentales de [9] se ajusta el siguiente modelo lineal:

$$C.L = \alpha_3 + \beta_3 \cdot \rho_{ap} + \gamma_3 \cdot T_{coccion} \pm \varepsilon_4 \quad (6)$$

$$C.L = -32,1 - 4,69 \cdot \rho_{ap} + 0,0434 \cdot T_{coccion} \pm \varepsilon_4 \quad (7)$$

Con  $R^2 = 99,3\%$  y una desviación típica del ajuste de  $\sigma = 0,073\%$ .

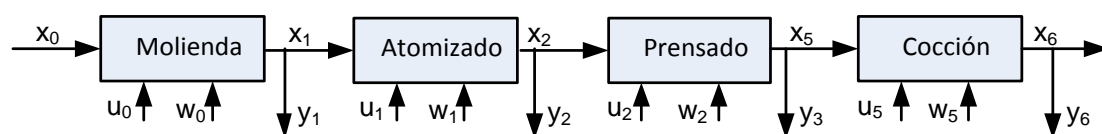
## 4. Modelado multi-etapa del proceso

Para modelar la propagación de errores a lo largo del proceso de fabricación de baldosas cerámicas y su influencia en la variabilidad dimensional final de las mismas, se hace uso de la metodología Stream-of-variation (flujos de variación -SoV). En procesos multi-etapa, la propagación de errores se modela de la forma [8]:

$$x_k = A_k \cdot x_{k-1} + B_k \cdot u_k + w_k \quad (8)$$

Donde el vector  $x_k$  contiene la/s variable/s a controlar en la etapa k,  $A_k$  es una matriz que relaciona las variables a controlar de la etapa k con las de la etapa k-1;  $u_k$  es un vector con las variables que influyen en la etapa k sobre la variable a controlar en k;  $B_k$  es una matriz que muestra esa relación; y  $w_k$  indica el error de modelado. Además, las mediciones tras la etapa k se definen con el vector  $y_k$ , con el error del sistema de medición definido como  $v_k$ , y siendo la relación entre el valor real en cada etapa  $x_k$  con la medición de:

$$y_k = C_k \cdot x_k + v_k \quad (9)$$



**Figura 2:** Esquema multi-etapa del proceso de fabricación cerámico bajo la nomenclatura Stream-of-variation.

Con objeto de trasladar los modelos uni-etapa al modelo multi-etapa SoV, se emplea modelos linealizados alrededor de un punto de funcionamiento, y se asume que las variables presentan pequeñas desviaciones respecto de su correspondiente punto de funcionamiento. De este modo, el modelo SoV para la fabricación de baldosas cerámicas vendría definido como muestra la Figura 2, donde:

$$\begin{aligned}
 x_0 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; x_1 = \begin{pmatrix} \Delta\rho \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; x_2 = \begin{pmatrix} \Delta\rho \\ \Delta\%h \\ 0 \end{pmatrix}; x_3 = \begin{pmatrix} \Delta\rho \\ \Delta\%h \\ \Delta\rho_{ap} \\ 0 \end{pmatrix}; x_4 = \begin{pmatrix} \Delta\rho \\ \Delta\%h \\ \Delta\rho_{ap} \\ \Delta C.L. \end{pmatrix}; A_1 = 0_{4 \times 4}; A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \\
 A_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a_1^4 & 0 \end{pmatrix}; u_1 = (\Delta\%agua); u_2 = \begin{pmatrix} \Delta T_{atom} \\ \Delta Q_{atom} \end{pmatrix}; u_3 = \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta P_{alv} \end{pmatrix}; \\
 u_4 &= \begin{pmatrix} \Delta T \\ \Delta T_{tras} \end{pmatrix}; B_1 = \begin{pmatrix} b_1^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b_1^2 & b_2^2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; B_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_1^3 & b_2^3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; B_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_1^4 & b_2^4 \end{pmatrix}; \\
 w_1 &= \begin{pmatrix} w_1^1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; w_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ w_1^2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; w_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w_1^3 \\ 0 \end{pmatrix}; w_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ w_1^4 \end{pmatrix}; C_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T; C_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}^T; C_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}^T; C_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}^T;
 \end{aligned}$$

Los coeficientes de las matrices vienen dados por los coeficientes empíricos obtenidos en los modelos uni-etapa del apartado anterior. La equivalencia de estos coeficientes son los mostrados en la Tabla 3, donde se ha considerado como punto de funcionamiento:  $\rho_{ag} = 1 \frac{gr}{cm^3}$ ;  $mat = 1.9 \frac{gr}{cm^3}$ ;  $\%agua = 0.38$ ;  $T_{atom} = 625^\circ C$ ;  $Q_{bar} = 9 \frac{m^3}{h}$ ;  $P_{prensa} = 300 \frac{kg}{cm^2}$ ;  $T_{coccion} = 1100^\circ C$ .

**Tabla 3:** Coeficientes de las matrices del sistema SoV según modelos empíricos.

Coeficiente	Variable empírica. Valor experimental	Coeficiente	Variable empírica. Valor experimental	Coeficiente	Variable empírica. Valor experimental
$a_1^2$	$\frac{\gamma_1 \cdot Q_{bar}}{ag - mat} = -31.9$	$a_1^3$	$\gamma_2 = -0.041$	$a_1^4$	$\beta_3 = -4.69$
$b_1^1$	$(\rho_{ag} - mat) = -0.9$	$b_1^2$	$\beta_1 = -0.0199$	$b_2^2$	$\gamma_1 \cdot \%agua = 1.212$
$b_1^3$	$\beta_2 = 0.474$	$b_2^3$	$\beta_2 = 0.474$	$b_1^4$	$\gamma_3 = 0.0434$
$b_2^4$	$\gamma_3 = 0.0434$	$w_1^1$	$\pm \epsilon_1$	$w_1^2$	$\pm \epsilon_2$
$w_1^3$	$\pm \epsilon_3$	$w_1^4$	$\pm \epsilon_4$		

El modelo anterior se puede reescribir propagando las relaciones de las primeras etapas hacia la última, de modo que el modelo SoV se puede definir en su forma entrada-salida como:

$$Y = \Gamma \cdot U + \Psi \tag{10}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 Y &= \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix}; U = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_4 \end{pmatrix}; \Psi = \begin{pmatrix} \bar{M}_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ \bar{M}_{2,1} & \bar{M}_{2,2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{M}_{4,1} & \bar{M}_{4,2} & \dots & \bar{M}_{4,4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_4 \end{pmatrix}; \Gamma = \begin{pmatrix} M_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ M_{2,1} & M_{2,2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{4,1} & M_{4,2} & \dots & M_{4,4} \end{pmatrix}; \\
 M_{i,j} &= C_i \cdot \phi_{i,j} \cdot B_j \ (i \geq j); \bar{M}_{i,j} = C_i \cdot \phi_{i,j} \ (i \geq j); \phi_{i,j} = \begin{cases} A_i \cdot A_{i-1} \cdot \dots \cdot A_{j+1} & i > j \\ I & i = j \end{cases};
 \end{aligned}$$

Realizando la sustitución para los modelos empíricos a nivel uni-etapa, el modelo SoV final a modo de ejemplo para este caso concreto que se comporte según estos modelos empíricos extraídos de la literatura es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 Y &= \begin{pmatrix} y_{\%agua} \\ y_{\%h} \\ y_{\rho_{ap}} \\ y_{CL} \end{pmatrix}; U = (\Delta\%agu \ \Delta T_{atom} \ \Delta Q_{atom} \ \Delta P \ \Delta P_{alv} \ \Delta T \ \Delta T_{tras})^T; \Psi = \begin{pmatrix} 0.08 \\ -0.631 \\ 0.0956 \\ 0.0552 \end{pmatrix}; \\
 \Gamma &= \begin{pmatrix} -0.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 28.71 & -0.02 & 1.212 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.18 & 8 \cdot 10^{-3} & -0.0497 & 0.474 & 0.474 & 0 & 0 \\ 5.52 & -0.0038 & 0.233 & -2.223 & -2.223 & 0.0434 & 0.0434 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Donde se considera que los errores de medición en la medida de la densidad de la barbotina, humedad del polvo atomizado, densidad aparente y contracción lineal son, respectivamente,  $v_1 = \pm 0.05 \text{ gr/cm}^3$ ,  $v_2 = \pm 0.05\%$ ,  $v_3 = \pm 0.05 \text{ gr/cm}^3$  y  $v_4 = \pm 0.05\%$ .

### 5. Análisis de la variabilidad del proceso

Con el modelo SoV simplificado del proceso de fabricación de baldosas cerámicas, se puede realizar un análisis de variabilidad para identificar las etapas críticas del proceso, factores clave a controlar, etc., y con ello plantear opciones de mejora del proceso.

Cuando el proceso de fabricación está operando correctamente, la variabilidad inherente de los parámetros que definen el vector U viene definido por la Tabla 4, si bien estos valores son sólo estimaciones y dependen de cada sistema de fabricación, maquinaria, etc.

**Tabla 4:** Variabilidad de los parámetros definidos en U.

Variable	Variabilidad	Variable	Variabilidad	Variable	Variabilidad
$\Delta\%$ agua barbotina	$\pm 1.5\%$	$\Delta T^\circ$ atomizada	$\pm 10^\circ\text{C}$	$\Delta$ Caudal atomizador	$\pm 0.032 \text{ m}^3/\text{h}$
$\Delta$ Presión prensa	$\pm 9 \text{ Kg/cm}^2$	Variaciones presión alveolos	$\pm 25 \text{ Kg/cm}^2$	$\Delta T^\circ$ cocción	$\pm 4^\circ\text{C}$
Variaciones $T^\circ$ trasversal	$\pm 8^\circ\text{C}$				

Asumiendo que la variabilidad de las fuentes de error del proceso sigue una distribución normal, se puede obtener la variabilidad final de cada una de las mediciones realizadas en proceso y a final de línea. De este modo, la variabilidad en las mediciones es:

$$\Sigma_Y = \Gamma \cdot \Sigma_U \cdot \Gamma^T + \Sigma_\Psi \tag{11}$$

Donde  $\Sigma$  indica matriz de covarianzas. La componente (4,4) de la matriz  $\Sigma_Y$ , definida como  $\Sigma_{Y(4x4)}$ , indica la variabilidad de la contracción lineal en función de las variabilidades de las fuentes de error definidas en U y en función de la propia variabilidad de la medición de la dimensión definida por la precisión del instrumento de medida y de la incertidumbre de los modelos empíricos obtenidos.

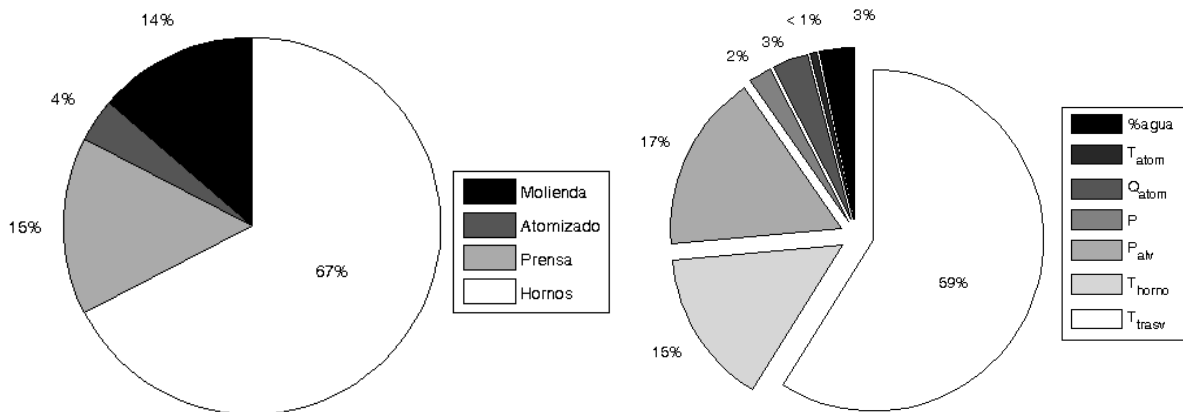
Con el modelo SoV construido, es de interés realizar un análisis de la variabilidad de la contracción lineal de las piezas a final de línea, que definirán los calibres, además de conocer qué parte de esta variabilidad se debe a los modelos empíricos ajustados, qué parte viene dada por la propia limitación de los modelos o precisión de medida, qué parte de esa variabilidad se debe a cada una de las etapas del proceso productivo, etc. Se definen así los siguientes índices:

- Índices de contribución de variabilidad por etapa

$$I_k^1 = \frac{(\Gamma \cdot \Sigma_U^k \cdot \Gamma^T)_{(4x4)} + \Sigma_\Psi^k_{(4x4)}}{\Sigma_{Y(4x4)}}; \quad k = 1, \dots, 4. \tag{12}$$

- Índices de contribución de variabilidad por variable

$$I_{u_i}^2 = \frac{(\Gamma \cdot \Sigma_U^{u_i} \cdot \Gamma^T)_{(4x4)}}{\Sigma_{Y(4x4)}}; \quad i = 1, \dots, 7 \tag{13}$$



**Figura 3:** Contribución sobre el porcentaje de: (izq) variabilidad por etapa; (der) variabilidad por variable.

En estos índices, el término  $\Sigma_U^k$  indica la matriz de covarianzas de las variables U en la etapa k, siendo 0 el resto de términos; el término  $\Sigma_U^u$  indica la matriz de covarianzas U donde sólo se considera la variable  $u_i$ .

La Figura 3 muestra el resultado de estos índices y su contribución sobre el porcentaje de variabilidad total del proceso para el ejemplo estudiado. Como se observa, a nivel de etapas es la etapa de cocción de la baldosa cerámica la que más influye en la variabilidad final, generando el 67% de la variabilidad final de la baldosa.

## 6. Conclusiones

Uno de los principales problemas en la fabricación de pavimento en la industria cerámica es la variabilidad dimensional tras la cocción del producto cerámico que ocasiona la clasificación del producto en diferentes calibres o calidades dimensionales. A pesar del conocimiento extenso del proceso de fabricación de las baldosas cerámicas, pocos son los trabajos que buscan analizar las interacciones entre las diferentes etapas del proceso para estimar la variación dimensional final del producto.

En este trabajo se propone el modelado según la metodología Stream-of-Variation (SoV) para propagar los errores en todas las etapas involucradas en la fabricación de baldosas cerámicas de modo que se tenga un modelo global de todo el proceso. El modelo SoV se obtiene haciendo uso de modelos empíricos uni-etapa que son ampliamente conocidos en la literatura, y que describen las relaciones de las variables críticas en cada una de las etapas del proceso. Mediante la integración de los modelos uni-etapa en el modelo multi-etapa SoV, se puede realizar un estudio global del proceso analizando las etapas que más contribuyen en la variabilidad final del producto, ver qué variables son las más críticas y proponer así mejoras en el sistema en aras de minimizar la aparición de calibres tras la fabricación. Empleando modelos empíricos extraídos de trabajos existentes en la literatura, se puede ver que para el caso concreto analizado, la etapa de cocción es la que más contribuye a la variabilidad final explicada mediante los modelos empíricos, y que el 59% y el 17% de la variabilidad final se debe, respectivamente, a las variaciones transversales de temperaturas y variaciones de presión entre los alveolos de la prensa durante la compactación de las baldosas cerámicas.

## 7. Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por la Generalitat Valenciana en su programa de ayudas a proyectos de I+D para grupos emergentes convocatoria 2015, proyecto GV/2015/091.

## 8. Referencias

- [1] A. Poyatos, R. Bonaque, G. Mallol, J. Boix. Nuevo sistema y metodología para la eliminación de los calibres en el proceso de fabricación de baldosas cerámicas. *Boletín Sociedad Española Cerámica y Vidrio*. 49 (2010), 147-151.
- [2] M. Gras. Estimación estadística, modelado y análisis de la transmisión y coste de la variabilidad en procesos multi-etapa. Aplicación en la fabricación de baldosas cerámicas. Tesis Doctoral. Universitat Jaume I, Castellón, (2010).
- [3] F. Negre, J.C. Jarque, C. Feliu, J.E. Enrique. Estudio de la operación de secado por atomización de polvos cerámicos a escala industrial, su control y automatización, *Qualicer 94*, Castellón, España, (1994).
- [4] G. Mallol, D. Llorens, J. Boix, N. Pascual, A. Poyatos, R. Bonaque. Medida y control de la presión máxima en los alveolos de un molde de fabricación de baldosas cerámicas, *Qualicer 12*, Castellón, España, (2012).
- [5] J.C. Jarque, V. Cantavella, M.J. Daroca, P. Gómez, C. Arrébola, A. Carceller. Influencia de las condiciones de operación del horno de rodillos sobre la curvatura de las piezas, *Qualicer 02*, Castellón, España, (2002).
- [6] A. de Noni Junior, C. de Oliveira Modesto, D. Hotza. Modelización matemática aplicada al control dimensional de baldosas cerámicas fabricadas por monococción con molienda en húmedo. *Qualicer 2006*, Castellón, España, (2006).
- [7] D. Santos Barbosa, D. Hotza, J. Boix, G. Mallol. Modelling the Influence of Manufacturing Process Variables on Dimensional Changes of Porcelain Tiles, *Advances in Materials Science and Engineering*, (2013), 1.12.
- [8] J. Shi. *Stream-of-Variation Modeling Analysis for Multistage Manufacturing Processes*, CRC Press, (2007), ISBN 978-0849321511.
- [9] Sacmi, *Tecnología Cerámica Aplicada. Volumen II*, Faenza Editrice Ibérica, (2004), ISBN 84-87683-29-0.
- [10] J.L. Amorós, V. Beltrán, F. Negre, A. Escardino. Estudio de la compactación de soportes cerámicos (Bizcochos) de pavimento y revestimiento. II. Influencia de la presión y humedad de prensado. *Bol. Soc. Esp. Ceram*, 22, (1983), 9-18.
- [11] A. Escardino, J.L. Amorós, J.E. Enrique. Estudio de pastas de gres para pavimentos. *Bol. Soc. Esp. Ceram. Vidr*, 20, (1981), 17-24.