

ENSEÑAR LA DIVISIÓN EN LA ESCUELA PRIMARIA: UN PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y DE FORMACIÓN DOCENTE

Dilma Fregona, Pilar Orús¹

Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba
fregona@famaf.unc.edu.ar

Categoría del Trabajo: trabajo de investigación

Nivel Educativo: formación inicial y continua de docentes que enseñan matemática

Palabras claves: división, conocimientos disponibles, publicidad de las producciones, gestión de informaciones por parte del alumno

Los aspectos tratados en esta ponencia son fruto del trabajo colectivo en un taller semanal realizado entre docentes de primarias de adultos e investigadores de la Facultad de Filosofía y Humanidades y de la Facultad de Matemática, Astronomía y Física de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC)², constituido inicialmente para la realización del trabajo de campo de doctorado de Delprato³. La modalidad de trabajo en ese equipo⁴ fue el *taller de educadores* (Achili 2008), una modalidad grupal en la que se interrelacionan investigación y perfeccionamiento de docentes en actividad. Ese espacio fue objeto de movimientos o reformulaciones en el transcurso del tiempo debido a modificaciones en las condiciones de trabajo (lugar y frecuencia de los encuentros, tipos de demandas de las docentes, avances en la definición de problemáticas de enseñanza, etc.). Inicialmente, durante el trabajo de campo de la tesis, se trataba de acompañar a las docentes “antes, durante y después de la clase” sin un formato predeterminado. Poco a poco se conformó un espacio donde la “formación docente”

1 Pilar Orús es docente e investigadora en la Universidad Jaime I, Castellón, España. Agradecemos a Marie Hélène Salin por la atenta lectura y las sugerencias realizadas.

² Proyectos “Educación básica rural y de jóvenes y adultos. Políticas, instituciones y actores”, CIFFyH, UNC. Agencia Nacional de Investigación Científica y Tecnológica- FONCYT Convocatoria Proyectos Bicentenario, Temas Abiertos - PICT-2010-0890; SECYT, Res. 214/10. “Indagaciones sobre la Formación de Docentes en Matemática. Perspectivas, Tendencias y Desafíos”, FaMAF, UNC. Secyt, Res. 159/09; MCyT Res. 1210/2007.

³ Tesis en proceso “Condiciones de la enseñanza matemática a adultos con baja escolaridad”, bajo la dirección de Fregona, Doctorado en Educación de la FFyH, UNC.

⁴ Aguilar, Gabriela; Arredondo, Adriana; Delprato, María Fernanda; Fregona, Dilma; Schiapparelli, Paula. Posteriormente se integró Gerez Cuevas, Nicolás.

es un objeto en relación a la práctica de investigación. Sin la intención de describir los movimientos que se produjeron desde el 2008 a la actualidad, podemos afirmar que las reflexiones e indagaciones en el taller se centraron principalmente en torno a la adecuación de materiales de primaria común a la modalidad adultos, la búsqueda de estrategias para seleccionar actividades y los modos de documentar producciones de los alumnos para realizar un seguimiento más eficaz, la interpelación a los saberes docentes (Mercado 2002) y los saberes didácticos (específicos a la matemática) en la formación docente y en la escuela (Delprato 2011).

La interpelación a los saberes didácticos para la enseñanza, tomaron como objeto la división con cociente entero. Tomamos como documento base para el estudio una traducción al español de un documento “gris” producido en 1985 por la Universidad de Bordeaux⁵. ¿Por qué la elección de ese documento? En primer lugar, porque la división es un tema problemático en la escolaridad obligatoria, tanto en la escuela primaria común como en la modalidad adultos. Además, ese informe muestra con cierto detalle una secuencia en la cual hay pistas sobre aspectos del proyecto de enseñanza (materiales a utilizar, momentos de avance y “balances”), producciones de los alumnos, dificultades que encuentran los docentes en la gestión de la clase, etc. Y finalmente, porque la secuencia inicia con problemas que los alumnos resuelven de algún modo (con “métodos empíricos de cálculo” según las Instrucciones Oficiales de la época) y los conduce al algoritmo estándar. Esta última es una cuestión fundamental para los docentes. En el espacio del taller, en reiteradas oportunidades y a través de diferentes expresiones, las docentes plantearon: *“¿cómo se vuelve al [algoritmo] convencional? Porque es eso lo que se quiere.”*

Durante los encuentros se suscitan discusiones, se recuperan experiencias que permiten avanzar hacia una relación con los saberes matemáticos y la gestión de la enseñanza que incluye nuevos sentidos para los conocimientos en juego y los actores involucrados en el proceso. La reflexión sobre decisiones tomadas en las aulas de matemática aparece entonces como una construcción en situación específica más que como un entrenamiento válido para todas las situaciones (Lave, 1988). Y es ese carácter situado lo que le da su potencialidad como saber profesional ya que opera “a la luz de su propia práctica”, con base en procesos grupales de discusión e intercambio de experiencias, tendiendo al fortalecimiento de su identidad en tanto educador (Campero, 2009).

Esta concepción de un saber enseñar en matemática más contextualizado y diferenciado

⁵ La división à l'école élémentaire. Compte rendu des situations d'enseignement réalisées avec des enfants de CE2, CM1 et CM2, Brousseau N et al, Université et IREM de Bordeaux

implica, a nivel de la formación continua, partir de las significaciones que el docente desarrolla en contexto y que van a otorgar sentido a toda situación o acción presentada por el investigador y sometida a estudio (Bednarz, 2000). En el espacio del taller, discutíamos interpretaciones del informe sobre la división, planteábamos dudas, ensayábamos respuestas... todas esas cuestiones quedaron registradas en un archivo, que tomó espesor a través de la circulación en un determinado orden entre los integrantes del equipo (de acuerdo a la disponibilidad para trabajar sobre él) y sobre el cual volvíamos y seguimos volviendo. Al cabo de varios encuentros, expresamos el objetivo de trabajar con ese documento como: *“estudiar la secuencia para enseñar la división, y profundizar en el texto para acordar sobre el modo de comunicación de dicha secuencia.”*

¿Por qué, si existe la publicación, consideramos necesario profundizar en el texto para “comunicar” dicha secuencia? ¿Comunicar a quiénes? ¿Cuál es el interés de retomar un informe difundido en 1985? En las próximas secciones de esta presentación analizaremos ejemplos que permitirán valorar los aportes de ese material y las posibilidades de indagación que ha generado.

Es necesario introducir elementos de la trama, tanto de la producción del documento como de las condiciones actuales de trabajo. La publicación contiene aspectos implícitos, fuertemente contextualizados a las prácticas de enseñanza que se realizaban (y muchas de ellas continúan, con variaciones) en la Escuela Michelet donde, por más de 25 años, funcionó el Centro para la Observación e Investigación en Enseñanza de la Matemática (COREM).

El Centro era un laboratorio que permitía observar a docentes y alumnos en sus interacciones en clase y desplegar experiencias de enseñanza desarrolladas y llevadas a cabo por el trabajo conjunto de personas vinculadas a la Universidad de Bordeaux –investigadores y estudiantes de los postgrados en didáctica de la matemática– y docentes de la escuela⁶. En ese ámbito y con la colaboración de numerosas personas, se produjeron investigaciones fundamentales en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas y también experimentales, ligadas a la enseñanza efectiva de la matemática. Parte de ese material fue difundido en ámbitos de investigación a través de artículos en revistas especializadas y tesis de postgrado. Pero existe además un buen número de publicaciones llamadas “grises”, algunas destinadas a docentes de diferentes niveles del sistema, entre las cuales está el informe sobre la división. Asimismo, en el ámbito del COREM había otros recursos documentales (informes anuales de lo realizado en la Escuela, planificaciones de los maestros, producciones de los alumnos sobre diferentes temas, evaluaciones trimestrales y anuales, etc.) que en la actualidad fueron cedidos a la

⁶ Para una descripción más detallada, véase <http://guy-brousseau.com/le-corem/presentation/>

Universidad Jaime-I de Castellón, constituyendo el Centro de Recursos de Didáctica de las Matemáticas (CRDM)⁷. En <http://www.imac.uji.es/CRDM/index.php> se puede encontrar mayor información.

Nuestras condiciones actuales de trabajo nos permiten el acceso a esa documentación y también a dialogar con quienes diseñaron y llevaron al aula las actividades reseñadas en ese informe⁸. De allí la posibilidad de la reconstrucción y la comunicación a otros actores del sistema, sean docentes que enseñan matemática en formación inicial o continua, sean estudiantes de posgrado en educación matemática.

¿Cuál es el interés de retomar un informe difundido en 1985?

El informe inicia con problemas destinados a alumnos de CE2, es decir del tercer año de escolaridad primaria. Las “historias” de los enunciados son parecidas⁹, lo que sorprende es el tamaño de los números involucrados y las primeras respuestas que producen los alumnos. En la tabla siguiente mostramos los números involucrados en los primeros cinco enunciados:

Dividendo	Divisor
245	18
310	16
187	12
350	28
460	16

Veamos el primer problema, la anticipación que hace una docente de las posibles respuestas de los alumnos, y algunas producciones de los alumnos.

Situación 1 (primera sesión): *Se quiere distribuir un alfajor a cada uno de los 245 niños de una colonia de vacaciones. Cada caja contiene 18 alfajores. ¿Cuántas cajas hay que abrir?*

Los alumnos trabajan en pequeños grupos (de 2 o 3) y disponen de una hoja de papel grande y un marcador para anotar la producción del grupo.

La docente anticipa¹⁰:

⁷ Orús, Pilar es la responsable designada para la gestión de este Centro, y es integrante de proyectos de investigación presentados a Foncyt y Secyt-UNC.

⁸ Entre otros, Brousseau, Nadine y Guy; Destouesse, Christiane; Greslard, Denise; Salin, M. Hélène.

⁹ Se trata de buscar el número de “grupos” que se pueden armar con cierta cantidad de “elementos”.

¹⁰ La traducción es nuestra: “Podemos esperar que aparezcan diversos modelos.

M. aditivo: $18 + 18 + 18 \dots$

M. sustractivo: ~~18~~ - ~~18~~ $245 - 18 = \dots - 18 = \dots$ etc.

M. multiplicativo: multiplicación “à trous” y tanteo por encuadramiento o reajuste con la adición o la sustracción.

Al final, algunos se mostrarán algunos ejemplos.”

On peut s'attendre à voir apparaître divers modèles
 M. additif : $18 + 18 + 18 \dots$
 M. soustractif : ~~$245 - 18 = \dots - 18 = \dots$~~ etc...
 M. multiplicatif : multiplication à trous et notamment par encadrement ou réajustement avec l'addition ou la soustraction.
 A la fin, quelques exemples sont affichés.

UJI, CRDM, Planificación CE2, 13-05-1983. Caja 159.

Algunas de esas respuestas que se exponen en el pizarrón, tal como las muestra el informe en la p. 8, son¹¹:

On veut distribuer un gâteau à chacun des 245 enfants d'une colonie de vacances pour le goûter. Chaque paquet contient 18 gâteaux. Quel est le nombre de paquets qu'il faut ouvrir ?

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 18 \\ \hline 18 \\ + 18 \\ \hline 36 \\ + 18 \\ \hline 54 \\ + 18 \\ \hline 72 \\ + 18 \\ \hline 90 \\ + 18 \\ \hline 108 \\ + 18 \\ \hline 126 \\ + 18 \\ \hline 144 \\ + 18 \\ \hline 162 \\ + 18 \\ \hline 180 \\ + 18 \\ \hline 198 \end{array}$$

Il faut ouvrir 11 paquets de gâteau.

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 18 \\ \hline 18 \\ + 18 \\ \hline 36 \\ + 18 \\ \hline 54 \\ + 18 \\ \hline 72 \\ + 18 \\ \hline 90 \\ + 18 \\ \hline 108 \\ + 18 \\ \hline 126 \\ + 18 \\ \hline 144 \\ + 18 \\ \hline 162 \\ + 18 \\ \hline 180 \\ + 18 \\ \hline 198 \end{array}$$

Carole a une boîte de 350 perles. Elle fabrique des colliers de 28 perles chacun. Combien de colliers peut-elle fabriquer ?

$$28 \times 10 = 280$$

$$\begin{array}{r} + 28 \\ + 28 \\ \hline 336 \end{array}$$

Elle peut se faire 12 colliers.

El quinto problema, y con la finalidad de instalar mayor cantidad de respuestas multiplicativas, apela a la memoria de la clase al proponer un enunciado donde se hace referencia a una cuadrícula. Ese material fue utilizado en reiteradas oportunidades para estudiar la multiplicación.

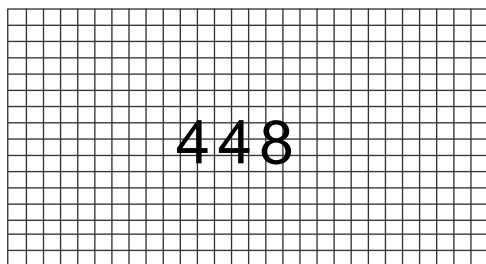
¹¹ La imagen muestra también una respuesta a la situación 4: Carolina tiene una caja con 350 perlas, y fabrica collares de 28 perlas cada uno. ¿Cuántos collares podrá fabricar?

Situación 4: Uds. tienen una tira de 16 cuadrados de ancho. Se quiere cortar esa tira de modo tal que se obtenga un rectángulo que siga teniendo 16 cuadrados de ancho y que no supere los 460 cuadrados en total, pero que se aproxime lo más posible.

Los alumnos trabajan en pequeños grupos. Disponen de: una hoja de papel grande y un marcador, una hoja de papel cuadriculado de 16 cuadrados de ancho como mínimo y 32 cuadrados de largo, tijeras.

El informe muestra el trabajo de tres grupos, entre ellos:

“Paquetes” de 2 x 16

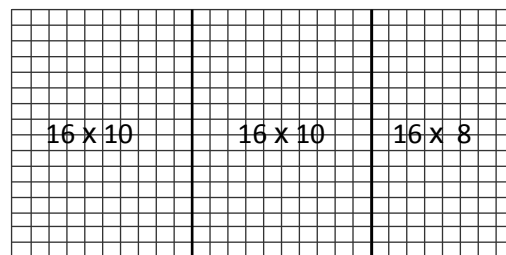


$$\begin{array}{r}
 32 \\
 + 32 \\
 + 32 \\
 + 32 \\
 + 32 \\
 \hline
 160
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 160 \\
 + 32 \\
 + 32 \\
 \hline
 256
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 256 \\
 + 32 \\
 + 32 \\
 \hline
 352
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 352 \\
 + 32 \\
 \hline
 448
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 448 \\
 + 16 \\
 \hline
 464
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 432 \\
 + 16 \\
 \hline
 448
 \end{array}$$

Otro grupo exhibe “paquetes” de 10 x 16

$$\begin{array}{r}
 160 \\
 + 160 \\
 + 128 \\
 \hline
 448
 \end{array}$$



En ambos casos omiten la respuesta al problema, están los cálculos que les permiten aproximarse a 460.

Ante estos tipos de producciones, surge una cuestión: **¿Cuáles son los conocimientos disponibles que tienen los alumnos?**

En la introducción del informe, los autores señalan algunos aspectos a tener en cuenta, entre ellos: “es indispensable que los alumnos tengan un cierto dominio del funcionamiento de la numeración y una práctica “correcta” de la suma, de la multiplicación y de la resta.”

Una primera cuestión que surgió en el taller, con respecto al dominio de la numeración, fue:

Profesor de matemática: Después aparece esto como dificultad, sería bueno incorporar la descomposición polinómica como un saber que tiene que estar disponible y se va consolidando a lo largo del proceso. Al comienzo de cuarto grado hay tipos de actividades posibles que apuntan a este sentido.

Y con respecto a la práctica “correcta” de las operaciones,

Docentes de adultos: Práctica “correcta” de la suma... Que usen un procedimiento eficiente aunque el algoritmo no sea el convencional.

¿Cuál es el alcance de esas afirmaciones en torno al sistema de numeración y las operaciones? El informe da algunas pistas de actividades a realizar en la clase con respecto al estudio del sistema de numeración, pero no son suficientes para armar la trama que sostiene las producciones de los alumnos.

La respuesta a esta cuestión es objeto de trabajo actualmente, a través de la interacción con miembros de lo que fuera el COREM, y de la búsqueda de materiales en el CRDM. Por el momento, disponemos de algunas imágenes que dan cuenta de las producciones de los alumnos, e identificamos temas que es necesario profundizar tanto para comprender los diferentes aspectos del informe como para contribuir a la formación de docentes que enseñan matemática.

A continuación mostramos algunas de las actividades propuestas:

Ejemplo 1: La consigna es: “Encuentra el número usual”.

VIII/ Trouve le nombre usuel :

$(3 \times 1000) + (5 \times 100) + (8 \times 10) + 6 = \dots$

$(4 \times 100) + 7 + (5 \times 1000) + (8 \times 10) = \dots$

$0 \times 1000) + (4 \times 10) + 3 = \dots\dots\dots$

UJI, CRDM, Control de fin del primer trimestre, CE2, año 82-83. Caja 163.

Ejemplo 2: “Multiplicaciones: $27 \times 45 =$ $69 \times 24 =$ $325 \times 9 =$ ”

Veamos la respuesta de una alumna, a la primera de esas cuentas, a fines del año escolar:

⑪ multiplications

$27 \times 45 = \dots$

Tree diagram for 27×45 :

- 27 is split into 20 and 7.
- 45 is split into 40 and 5.
- Calculations: $5 \times 20 = 100$, $7 \times 40 = 280$, $7 \times 5 = 35$.
- Final sum: $800 + 280 + 100 + 35 = 1215$.

UJI, CRDM, Control de Adquisiciones Escolares, PAS¹², 82-83, CE2. Caja 163.

Y volvemos a una de las primeras cuestiones planteadas en el grupo de estudio; **¿qué temas es necesario profundizar para comunicar/analizar el texto?**

Hasta el momento, y un poco artificialmente reunidos, identificamos tres grandes rubros:

¹² A cada alumno de la Escuela Michelet se lo designaba, a los fines de la comunicación de informes de investigación, con un código.

- Sistema de numeración: cómo se arman los “paquetes de diez”, cuándo se recurre a ellos, cómo se gestiona el uso; diferentes descomposiciones polinómicas; múltiplos de un número, encontrar un número entre múltiplos sucesivos de otro, por defecto o por exceso,
- Operaciones: construcción y dominio de los cálculos “en línea”; propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma; definición de división con cociente entero; disponibilidad de repertorios aditivos y multiplicativos; respuesta a la pregunta ¿cuántos hay? de diferentes modos, según la colección a contar y su disposición; anticipación de la magnitud de los resultados, en particular del cociente en una división,
- Gestión de las clases: cuando se proponen “métodos empíricos de cálculo”; en “problemas de búsqueda”; qué tipos de ejercicios acompañan el proceso de estudio de la división; qué recursos utilizar según los avances de la clase; cómo orientar la presentación de las producciones grupales; cuáles son los criterios de corrección y cómo tratar los errores; cuáles son los conocimientos disponibles en los docentes para interpretar producciones de los alumnos; qué condiciones favorecen el trabajo grupal, el debate, las argumentaciones,

Estado actual del trabajo

La reconstrucción de los procesos involucrados en la enseñanza de la división según el informe difundido por la Universidad de Bordeaux es un objeto de investigación en sí mismo y a la vez, estalla en nuevas cuestiones que permite abordar otras problemáticas e indagar posibles vías de resoluciones.

En el proceso grupal de discusión e intercambio de experiencias, en el carácter situado de la reflexión, está el motor para analizar las decisiones en la enseñanza que permiten “pasar” de respuestas más o menos elaboradas por los alumnos a la gestión de las informaciones para acceder a un procedimiento de cálculo oficial, exigido por la escuela.

En el proceso de comunicación de dicha reconstrucción, tenemos posibilidades de producir materiales, en función de diferentes destinatarios y según el soporte (papel o sitios en las instituciones involucradas). Lo que está claro es la finalidad de la difusión: es un material de estudio que puede contribuir a la formación de docentes que enseñan matemática y también quienes están en formación en didáctica de la matemática, específicamente en la interpretación de decisiones en la enseñanza desde el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas.

El modo que encontramos, por ahora, para presentar el trabajo realizado es insertar, al documento difundido en 1985 comentarios, citas de diversas fuentes teóricas, producciones de los alumnos, expectativas de los docentes, etc. Dado que la extensión de esas acotaciones

puede ser amplia, estamos ensayando la elaboración de vínculos a documentos donde desarrollamos los temas en cuestión.

Bibliografía:

Achilli, E. (2008, 6ª edición). *Investigación y formación docente*. Rosario: Laborde Editor.

Bednarz, N. (2000). "Formation continue des enseignants en mathématiques - une nécessaire prise en compte du contexte". En Blouin, P. et Gattuso, L. (dir), *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*. Montréal: Módulo.

Campero, C. (2009). *Importancia y retos de la formación de los educadores y educadoras de la EPJA*. Ponencia presentada en Universidad Pedagógica Nacional, Mérida, Yucatán, 23/03/2009.

Desgagné, S., Bednarz, N., Lebuis, P., Poirier, L. et Couture, C. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation: un rapport nouveau à établir entre recherche et formation [En red]. *Revue des sciences de l'éducation*, 27 (1), pp. 33-64. Disponible en <http://id.erudit.org/iderudit/000305ar>

Brousseau, Guy (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*, libros del Zorzal, Buenos Aires.

Delprato, Ma. F. (2011). "Versiones y guiones': construcción de estrategias para la enseñanza de la matemática en la EDJA". En CD de las VII Jornadas de Investigación en Educación: Encrucijadas de la educación: saberes, diversidad y desigualdad. Editor: *CIFFyH* (UNC), Huerta Grande (Córdoba), 29 y 30 de junio y 1 de julio. ISBN: 978-950-33-0874-5.

Fregona, D. y Orús, P. (2011). *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas. Una herramienta para analizar decisiones en las clases de matemática*. Libros del Zorzal: Buenos Aires.

Lave, J. (1988). *La cognición en la práctica* (1991), Barcelona, Buenos Aires: Paidós.

Mercado Maldonado, Ruth (2002). *Los saberes docentes como construcción social*. Fondo de Cultura Económica. México.