



ESCUELA SUPERIOR DE TECNOLOGÍA Y
CIENCIAS EXPERIMENTALES

GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

**DESARROLLO DE UN MODELO
MATEMÁTICO DE UN CONVERTIDOR PARA
ESTUDIOS DE ESTABILIDAD EN REDES
ELÉCTRICAS CON ALTA PENETRACIÓN DE
ENERGÍAS RENOVABLES**

TRABAJO DE FIN DE GRADO

AUTOR

José Jesús Tejedor Bomboi

DIRECTOR

Ricardo Vidal Albalate

Castellón de la Plana, septiembre de 2023

A mis padres

Índice General

CAPÍTULO 1: MEMORIA	7
CAPÍTULO 2: ANEXOS	93
CAPÍTULO 3: PLANOS	121
CAPÍTULO 4: PLIEGO DE CONDICIONES	125
CAPÍTULO 5: PRESUPUESTO	133

Capítulo 1: Memoria

Índice Memoria

1.1- Antecedentes	13
1.2- Objetivos y alcance	13
1.3- Introducción a los sistemas eléctricos de potencia	15
1.3.1- Estructura	16
1.3.2- Modo de operación	17
1.3.2.1- Control de frecuencia	18
1.3.2.2- Control de tensión	19
1.3.3- Fenómenos físicos	20
1.3.4- Alternativas de análisis para la estabilidad	22
1.3.4.1- Estabilidad del ángulo del rotor	23
1.3.4.2- Estabilidad del convertidor	26
1.4- Introducción a los convertidores de potencia	27
1.4.1- Convertidores LCC	28
1.4.2- Convertidores VSC	29
1.5- Metodología de trabajo	30
1.6- Modelado de red eléctrica con convertidor	31
1.6.1- Presentación red eléctrica objeto de estudio	31
1.6.2- Diseño filtro LCL	33
1.6.3- Convertidor con esquema de control <i>Grid Following</i>	37
1.6.3.1- Cambio de sistema de referencia a ejes dq0	38
1.6.3.2- PLL orientada a la tensión del PCC	41
1.6.3.3- Lazos de control de corriente	45
1.7- Desarrollo de un modelo matemático de un convertidor	49
1.7.1- Definiciones matemáticas	49
1.7.2- Representación del espacio de estados del sistema	51
1.7.2.1- Ecuaciones de la red eléctrica	51
1.7.2.2- Ecuaciones del esquema de control	54
1.7.2.3- Síntesis del modelo matemático	56
1.7.3- Cómputo de los puntos de equilibrio con el método Newton-Raphson	64
1.8- Montaje del circuito en PSCAD	67
1.9- Validación del modelo matemático	70
1.9.1- Ensayo n.º 1	71
1.9.2- Ensayo n.º 2	74
1.10- Estudios de estabilidad en redes eléctricas con alta penetración de energías renovables	77
1.10.1- Aplicación de la teoría del análisis modal	77
1.10.2- Estudios de estabilidad	80
1.11- Conclusiones	91
1.12- Bibliografía	92

Índice de Figuras

Figura 1.1 – Diagrama de bloques de la función de transferencia de un generador síncrono.	18
Figura 1.2 – Representación en modelo inductivo de una línea eléctrica.	19
Figura 1.3 – Escalas de tiempo en los sistemas eléctricos de potencia.	21
Figura 1.4 – Clasificación de estabilidades en los sistemas eléctricos de potencia.	22
Figura 1.5 – Circuito monofásico equivalente de un generador síncrono.	23
Figura 1.6 – Circuito propuesto para estudiar la estabilidad del ángulo del rotor.	24
Figura 1.7 – Circuito propuesto simplificado.	24
Figura 1.8 – Transmisión de potencia en función del ángulo de carga.	24
Figura 1.9 – Simulación de cortocircuito por caída de la línea.	25
Figura 1.10 – Aceleración turbina del generador en caso de cortocircuito.	25
Figura 1.11 – Restablecimiento del cortocircuito en región estable.	25
Figura 1.12 – Restablecimiento del cortocircuito en región inestable.	26
Figura 1.13 – Símbolo del tiristor SCR.	28
Figura 1.14 – Símbolo del transistor IGBT.	29
Figura 1.15 – Transmisión de potencia con convertidores VSC en parque eólico.	29
Figura 1.16 – Circuito monofásico equivalente red eléctrica objeto de estudio.	31
Figura 1.17 – Convertidor VSC con circuito de control.	32
Figura 1.18 – Filtro LCL.	33
Figura 1.19 – Esquema de control de un convertidor conectado a red.	37
Figura 1.20 – Cambio de un sistema de referencia en ejes abc a ejes $\alpha\beta 0$.	38
Figura 1.21 – Cambio de un sistema de referencia en ejes $\alpha\beta 0$ a ejes dq0.	39
Figura 1.22 – Símbolos de una bobina, un condensador y una resistencia.	40
Figura 1.23 – Esquema de control de la PLL.	41
Figura 1.24 – Tensión del PCC orientada en el eje d.	42
Figura 1.25 – Transformada de Laplace de una función $u(t)$.	44
Figura 1.26 – Lazos de control de corriente.	45
Figura 1.27 – Caída de tensión en la inductancia $L1$.	46
Figura 1.28 – Diagrama de bloques del control de corriente.	46
Figura 1.29 – Transformaciones a ejes dq0 de las variables medidas.	48
Figura 1.30 – Circuito red eléctrica objeto de estudio.	52
Figura 1.31 – Esquema de control <i>Grid Following</i> .	54
Figura 1.32 – Linealización del ángulo theta.	57
Figura 1.33 – Circuito monofásico equivalente red eléctrica objeto de estudio en PSCAD.	67
Figura 1.34 – Tensión de red en PSCAD.	67
Figura 1.35 – Esquema de control de la PLL en PSCAD.	68
Figura 1.36 – Controlador PI de la PLL en PSCAD.	68
Figura 1.37 – Lazos de control de corriente en PSCAD.	69
Figura 1.38 – Controlador PI de los lazos de control de corriente en PSCAD.	69
Figura 1.39 – Transformaciones a ejes dq0 de las variables medidas en PSCAD.	69
Figura 1.40 – Configuración de la simulación en PSCAD.	70
Figura 1.41 – Comparativa 1 del ensayo n.º 1 frente a escalón en P^* .	71
Figura 1.42 – Comparativa 2 del ensayo n.º 1 frente a escalón en P^* .	72
Figura 1.43 – Comparativa 3 del ensayo n.º 1 frente a escalón en P^* .	72
Figura 1.44 – Comparativa 4 del ensayo n.º 1 frente a escalón en P^* .	73
Figura 1.45 – Comparativa 5 del ensayo n.º 1 frente a escalón en P^* .	73
Figura 1.46 – Comparativa 1 del ensayo n.º 2 frente a escalón en Q^* .	74
Figura 1.47 – Comparativa 2 del ensayo n.º 2 frente a escalón en Q^* .	74

Figura 1.48 – Comparativa 3 del ensayo n.º 2 frente a escalón en Q^* .	75
Figura 1.49 – Comparativa 4 del ensayo n.º 2 frente a escalón en Q^* .	75
Figura 1.50 – Comparativa 5 del ensayo n.º 2 frente a escalón en Q^* .	76
Figura 1.51 – Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 1.	82
Figura 1.52 – Módulo de la matriz P en el límite de estabilidad del estudio n.º 1.	82
Figura 1.53 – Comprobación límite de estabilidad estudio n.º 1 en PSCAD.	83
Figura 1.54 – Detalle comprobación límite de estabilidad estudio n.º 1 en PSCAD.	83
Figura 1.55 – Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 2.	84
Figura 1.56 – Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 3.	85
Figura 1.57 – Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 4.	86
Figura 1.58 – Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 5.	87
Figura 1.59 – Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 6.	88
Figura 1.60 – Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 7.	89

A excepción de las figuras 1.3 y 1.4 el resto son de elaboración propia.

Índice de Tablas

Tabla 1.1 – Características de la red.	34
Tabla 1.2 – Características del transformador.	34
Tabla 1.3 – Magnitudes base del sistema.	34
Tabla 1.4 – Parámetros de entrada para calcular el filtro.	35
Tabla 1.5 – Aplicación de las ecuaciones de diseño en el lado de baja.	36
Tabla 1.6 – Parámetros del filtro en el lado de baja.	36
Tabla 1.7 – Parámetros del filtro reducidos al lado de alta.	36
Tabla 1.8 – Variables de estado, entradas y salidas del sistema.	51
Tabla 1.9 – Resumen de ecuaciones previas a la representación del espacio de estados.	56
Tabla 1.10 – Resumen de ecuaciones para el cómputo de los puntos de equilibrio.	66
Tabla 1.11 – Parámetros para comprobar la validez del modelo matemático.	71
Tabla 1.12 – Listado estudios de estabilidad realizados.	81
Tabla 1.13 – Parámetros que definen la PLL rápida del estudio n.º 5.	87
Tabla 1.14 – Parámetros que definen la PLL rápida del estudio n.º 6.	88
Tabla 1.15 – Controladores PI diseñados con el procedimiento IMC.	89
Tabla 1.16 – Resultados estudios de estabilidad realizados.	90

1.1- Antecedentes

La generación de electricidad se ha basado en generadores síncronos, los cuáles son accionados por turbinas de gas, vapor (carbón, fuel-oil, nuclear) o hidráulicas. El funcionamiento de los sistemas eléctricos basados en este tipo de generación es ampliamente conocido. Sin embargo, las nuevas centrales de energías renovables (fotovoltaica y eólica) se conectan a la red mediante convertidores de potencia tipo VSC (*Voltage Source Converters*), los cuales introducen nuevas dinámicas que pueden llegar a desestabilizar las redes eléctricas.

1.2- Objetivos y alcance

El objetivo del presente TFG es el desarrollo de un modelo matemático para el estudio de la estabilidad de convertidores VSC en pequeña señal que permita analizar e identificar aquellos parámetros (ya sean del sistema eléctrico o del sistema de control) que pueden producir inestabilidades y proporcionar unas recomendaciones de diseño.

1.3- Introducción a los sistemas eléctricos de potencia

Puede establecerse el albor de la relación entre el hombre y la electricidad en las primeras formulaciones matemáticas y experimentaciones llevadas a cabo en el siglo XVIII por hombres con inquietudes acerca de los fenómenos físicos relacionados con la presencia y flujo de cargas eléctricas.

Aunque se tiene constancia de que siglos atrás ya hubo culturas antiguas que conocían la existencia de algunos fenómenos eléctricos, lo cierto es que estos descubrimientos no supusieron una gran repercusión en el desarrollo de la civilización. Algunos ejemplos se encuentran en las antiguas civilizaciones egipcias y mesopotámicas con el descubrimiento de animales capaces de producir descargas eléctricas o los griegos cuando al frotar materiales como la lana, la piel o el ámbar con ciertos objetos se conseguía mantener una pequeña atracción entre ellos.

La gran revolución en el campo de la técnica y tecnología eléctrica se atribuye al siglo XIX. En sus formas primitivas: la lámpara incandescente, el teléfono y las máquinas eléctricas (generadores, motores y transformadores) fueron solo algunos de los inventos concebidos en este siglo que pasarían a cambiar para siempre la forma de vida de las personas. De la aplicación inteligente de los principios del electromagnetismo a los sistemas eléctricos de potencia nace la Ingeniería Eléctrica.

Un sistema eléctrico de potencia es un conjunto de elementos interconectados con el fin de generar, transportar y distribuir energía eléctrica bajo unas prescripciones técnicas de funcionamiento que garanticen la seguridad y continuidad de suministro a mínimo coste.

El modelo de sistema eléctrico de potencia tradicional está cambiando por la necesidad de integrar energías renovables en la generación y conseguir un modelo energético sostenible con el medio ambiente. Hasta ahora, el modo de funcionamiento del sistema se ha basado en las propiedades electromecánicas inherentes a los aspectos constructivos de los generadores síncronos. Sin embargo, cada vez el grado de penetración de energías renovables en las redes eléctricas es mayor y a través de los convertidores de potencia se introducen nuevas dinámicas de funcionamiento.

Algunas de las características más relevantes de los sistemas con alta penetración de energías renovables en comparación con los tradicionales son: inercias más reducidas (la respuesta del sistema es más oscilatoria frente un desequilibrio), fenómenos eléctricos cuyas constantes de tiempo son del orden de milisegundos, mayores fluctuaciones en niveles de tensión frente a variaciones en la carga y corrientes de cortocircuito limitadas. Es indispensable garantizar un modo de operación seguro del sistema eléctrico, por esa razón es necesario estudiar los parámetros que puedan provocar inestabilidades y proporcionar recomendaciones de diseño en el sistema de control de los convertidores.

1. Memoria

1.3.1- Estructura

Los primeros sistemas eléctricos de potencia empleaban corriente continua hasta que después de la Guerra de Corrientes en Estados Unidos a finales del siglo XIX se impusiera la corriente alterna. Principalmente por dos ventajas: una reducción de pérdidas en la transmisión de energía a grandes distancias y una mayor facilidad para cortar la corriente frente a cortocircuitos. En las próximas décadas se establecerían las frecuencias y tensiones que a día de hoy se emplean en la transmisión de energía eléctrica en el mundo. Respecto a la frecuencia se usan dos niveles: 50 y 60 Hz y en cuanto al nivel de tensión en los puntos domésticos de consumo, aunque en un rango más variable, se puede agrupar en dos: 120 y 230 V. El motivo de que no haya un estándar unificado atiende más bien a razones históricas antes que a ventajas de una configuración frente a otra.

La estructura de un sistema eléctrico de potencia se compone de los elementos generadores de energía eléctrica, una red de transmisión y las instalaciones receptoras en alta o baja tensión conectadas entre sí por subestaciones eléctricas.

En general, la generación de electricidad se realiza con generadores síncronos accionados por turbinas de centrales de ciclo combinado o hidráulicas y directamente acoplados a la red. No obstante, en la actualidad gran parte de la energía se genera mediante convertidores sincronizados con la red. El nivel de tensión en la generación se sitúa en 11-35 kV en corriente alterna trifásica.

La red de transmisión se suele clasificar en tres subsistemas [1]:

1. Red de transporte
2. Red de subtransporte
3. Red de distribución

La red de transporte opera con los niveles más elevados de tensión (220 kV o superiores) de la red de transmisión e interconecta la mayor parte de las centrales generadoras. La tensión se eleva hasta el nivel de transporte y la potencia se transmite hasta las subestaciones de la red de subtransporte donde se reduce a 110-150 kV.

La red de subtransporte se sitúa entre la red de transporte y la red de distribución. La evolución de los sistemas eléctricos de potencia ha hecho que cada vez se empleen niveles de tensión más elevados y las redes que antes formaban parte de la red de transporte han quedado relegadas a un subsistema intermedio: la red de subtransporte. Desde un punto de vista económico no es la opción más rentable conectar las subestaciones de distribución a las redes de transporte porque a medida que el nivel de tensión aumenta el coste de los equipos también lo hace.

La red de distribución es la última etapa de la red de transmisión. El nivel primario de tensión está normalmente en el rango de 3-66 kV mientras que el nivel secundario en 120 o 230V. Algunos consumidores a nivel industrial se conectan directamente a la red de distribución primaria porque resulta más económico el precio de la electricidad y hay menos pérdidas, el resto de consumidores a nivel de comercio y residencial se conectan al nivel secundario mediante subestaciones de distribución.

1. Memoria

Aunque la transmisión de electricidad se realiza casi en su totalidad en corriente alterna trifásica de alta tensión el uso de la corriente continua de alta tensión se reserva para transmitir energía a muy largas distancias o interconectar sistemas eléctricos de diferentes frecuencias.

1.3.2- Modo de operación

El principio fundamental que determina el comportamiento de un sistema eléctrico de potencia en régimen permanente es que la potencia que se genera debe ser la misma que se consume en cada instante. Es decir, la segunda ley de Newton aplicada al movimiento circular.

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_{em} \quad (1.1)$$

donde:

- J es la inercia del sistema en ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)
- $\frac{d\omega}{dt}$ es la derivada de la frecuencia angular del sistema en $\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)$
- T_m es el par mecánico en ($\text{N} \cdot \text{m}$)
- T_{em} es el par electromagnético en ($\text{N} \cdot \text{m}$)

Un sistema eléctrico de potencia convierte un tipo de energía en otra de forma que al menos una de ellas sea eléctrica. La energía que se genera gracias a los generadores síncronos con energía mecánica se transforma en energía eléctrica y ésta a su vez puede utilizarse para generar calor, luz o movimiento a partir de motores. Los sistemas eléctricos de potencia tienden a interconectarse unos con otros y hacerse más grandes, la interconexión permite intercambiar energía en caso de necesidad y mejora la gestión de los recursos aprovechando, por ejemplo, diferencias horarias.

Los sistemas de potencia disponen de un control de frecuencia y un control de tensión para cumplir con los dos requerimientos esenciales de su modo de operación:

- Proporcionar un nivel de frecuencia estable
- Proporcionar un nivel de tensión estable

El control de frecuencia es un control a nivel global, se asume que las desviaciones del punto operación frente a un desequilibrio son pequeñas y pueden considerarse iguales en todos los nudos del sistema (un nudo es un punto donde confluyen dos o más elementos de un circuito). Por el contrario, el control de tensión se plantea como un control local ya que se realiza en determinados nudos de forma diferente para cada área del sistema.

1. Memoria

1.3.2.1- Control de frecuencia

En el control de frecuencia conviene expresar el par de la ecuación 1.1 en función de magnitudes más fáciles de medir como lo son la potencia y la velocidad angular. Además, cuando se trata de grandes sistemas eléctricos de potencia con muchos generadores síncronos es más práctico escribir las ecuaciones en el sistema por unidad. En el sistema por unidad se expresan las magnitudes como porcentaje respecto a unas referencias denominadas magnitudes base, resulta especialmente útil para analizar circuitos eléctricos con más de un transformador (se evita reducir del primario al secundario). De desarrollar estas consideraciones se obtiene la ecuación 1.2 cuya validez se limita a pequeñas desviaciones del punto de operación del sistema.

$$\frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{1}{2H} (\Delta P_m - \Delta P_{em}) \quad (1.2)$$

donde:

- $\frac{d\Delta\omega}{dt}$ es la derivada del incremento de frecuencia angular $\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)$
- H es la constante de inercia del sistema (s)
- ΔP_m es el incremento de potencia mecánica en (W)
- ΔP_{em} es el incremento de potencia electromagnética (W)

La función de transferencia que determina la relación entre la frecuencia y la potencia, y por tanto permite diseñar los métodos de regulación de frecuencia, se obtiene de aplicar la transformada de Laplace a la ecuación 1.2.

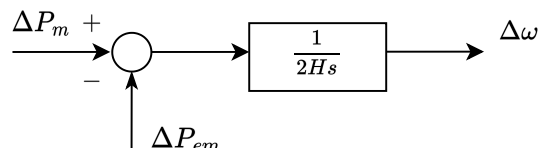


Figura 1.1– Diagrama de bloques de la función de transferencia de un generador síncrono.

La respuesta en frecuencia de un sistema está relacionada con la potencia que se introduce y se consume, por lo que regular la frecuencia se puede ver como regular la potencia. Como no se puede controlar la potencia que se consume se controla la potencia que se genera mediante un control organizado en tres niveles:

1. Control primario
2. Control secundario
3. Control terciario

El control primario actúa entre 2 y 20 segundos en cada turbina del sistema midiendo su velocidad e incrementando o disminuyendo la potencia generada para evitar que la frecuencia salga de los límites de seguridad de operación.

1. Memoria

El control secundario actúa entre 20 segundos y 2 minutos y se encarga de restablecer la frecuencia al nivel de referencia además de corregir los flujos de potencia programados entre áreas del sistema.

El control terciario actúa en un tiempo superior a los 10 minutos y asegura que haya una reserva de energía suficiente para el control secundario.

1.3.2.2- Control de tensión

La variación del nivel de tensión entre dos nudos de un sistema guarda relación con la reactancia de la línea y el flujo de potencia reactiva que circula entre ellos. El principio de funcionamiento en que se basa el control de tensión es inyectar potencia reactiva en un nudo para aumentar la tensión y extraer potencia reactiva de él para disminuirla, véanse la figura 1.2 y la ecuación 1.3.

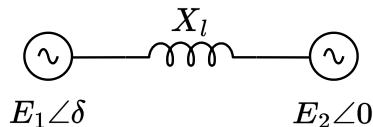


Figura 1.2– Representación en modelo inductivo de una línea eléctrica.

$$Q_2 = \frac{E_2}{X_l} (E_1 \cos \delta - E_2) \quad (1.3)$$

donde:

- Q_2 es la potencia reactiva que circula de E_1 a E_2 en (VAr)
- E_1 es la tensión mayor del nudo 1 en (V)
- E_2 es la tensión menor del nudo 2 en (V)
- X_l es la reactancia inductiva de la línea (Ω)
- δ es el ángulo de potencia, el desfase entre E_1 y E_2 (radianes)

En el supuesto de que se consumiera potencia reactiva en el nudo de menor tensión (consumo de una carga más el propio de la línea), si se inyectara potencia reactiva para compensarla en el nudo de mayor tensión se obtendría la ecuación 1.4.

$$0 = \frac{E_2}{X_l} (E_1 \cos \delta - E_2) \quad (1.4)$$

cuya única solución posible es que E_1 sea igual a E_2 para $\delta \approx 0$.

Los elementos que pertenecen a un sistema eléctrico de potencia y que producen o consumen energía reactiva son:

- Generadores síncronos: pueden generar o consumir energía reactiva que se regula con el control de excitación.

1. Memoria

- Líneas eléctricas: generan o consumen energía reactiva según la demanda de potencia.
- Cables subterráneos: generan potencia reactiva, la presencia de tierra aumenta el efecto capacitivo de los cables. Este efecto se acentúa en las líneas de alta tensión subterráneas y bajo el mar.
- Transformadores: los devanados de los núcleos de los transformadores siempre consumen potencia reactiva.
- Cargas: normalmente consumen potencia reactiva porque se trata de motores.

Estos elementos constituyen los sistemas de potencia y operan con energía reactiva que a su vez afecta al nivel de tensión de la red, razón por la cual son necesarios métodos de control de tensión para garantizar un nivel de estabilidad:

- Conexión de bobinas y condensadores en paralelo: la conexión de bobinas se realiza cuando las líneas están menos cargadas y la tensión sube, normalmente por la noche que baja la demanda. La conexión de condensadores se realiza cuando las líneas están más cargadas y la tensión baja, durante el día, que hay más consumo.
- Compensador síncrono: es un generador síncrono funcionando en vacío que se puede configurar para generar o consumir energía reactiva con el control de excitación. Este método de control de tensión aporta inercia y robustez al sistema pero requiere mantenimiento periódico y una inversión elevada.
- Sistemas estáticos de compensación reactiva (SVS): son un tipo de sistema de compensación formado por compensadores estáticos de potencia reactiva (SVCs) que permiten el control de la inyección/consumo de potencia reactiva. Algunos ejemplos pueden ser: inductancia regulada en paralelo con un condensador, reactor saturado o transformador regulado con tiristores.
- Compensador estático (STATCOM): son convertidores de potencia que se sincronizan con la red y permiten inyectar o consumir energía reactiva con una respuesta muy rápida (de pocos a cientos milisegundos), sin embargo introducen en la red armónicos de alta frecuencia y tienen mayores pérdidas que los SVC.
- Transformadores reguladores de tensión: permiten cambiar la relación de transformación en carga en escalones de ± 1 % respecto la relación de transformación nominal.

1.3.3- Fenómenos físicos

El marco temporal de la estabilidad en los sistemas eléctricos tradicionales es de segundos, basado principalmente en fenómenos electromecánicos. Sin embargo, la dinámica de los sistemas eléctricos con alta penetración de energías renovables se basa en fenómenos eléctricos del orden de milisegundos.

1. Memoria

El IEE (*Institute of Electrical and Electronic Engineers*), organización reconocida internacionalmente en el ámbito de la Ingeniería Eléctrica, elaboró en el informe técnico *Stability definitions and characterization of Dynamic behaviour in systems with high penetration of power electronic interfaced technologies* una clasificación en cuatro grupos de los fenómenos físicos presentes en los sistemas de potencia y sus escalas de tiempo [2].

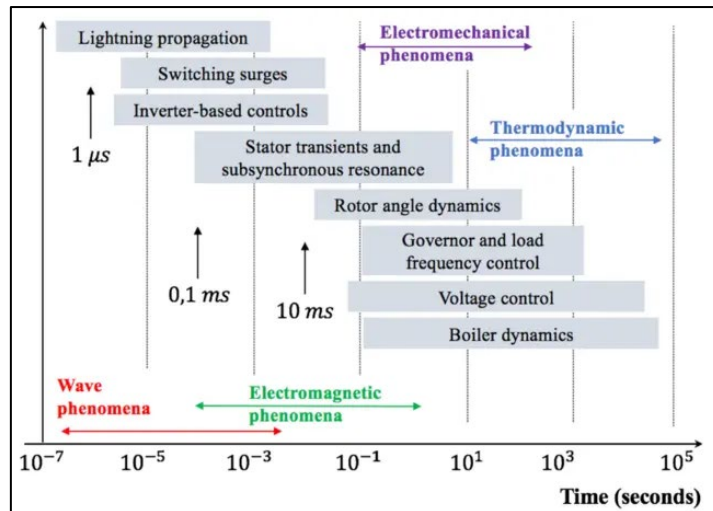


Figura 1.3– Escalas de tiempo en los sistemas eléctricos de potencia.

1. Fenómenos de onda (*wave phenomena*)
2. Fenómenos electromagnéticos (*electromagnetic phenomena*)
3. Fenómenos electromecánicos (*electromechanical phenomena*)
4. Fenómenos termodinámicos (*thermodynamic phenomena*)

Los fenómenos de onda están asociados con la propagación de ondas electromagnéticas. Se ocasionan en descargas eléctricas de rayos y conmutaciones rápidas. La escala de tiempo va desde picosegundos hasta milisegundos.

Los fenómenos electromagnéticos siguen una dinámica más lenta que los fenómenos de onda. Tienen lugar en devanados de máquinas eléctricas después de perturbaciones en la red, en algunas respuestas de convertidores o interacciones con el sistema eléctrico. La escala de tiempo va desde milisegundos hasta segundos.

Los fenómenos electromecánicos son oscilaciones debidas a grandes masas giratorias en movimiento después de grandes desequilibrios o cortocircuitos. La escala de tiempo va desde segundos hasta minutos.

Los fenómenos termodinámicos son los más lentos, están relacionados con la quema de carbón, fuel-oil, gas, combustible nuclear, etc. para generar más vapor y más potencia. La escala de tiempos va desde minutos hasta horas.

Cuando se estudia la estabilidad de un sistema se debe tener en cuenta la escala de tiempos de los fenómenos físicos que se puedan producir en él. En el caso de sistemas con convertidores el método fasorial de resolución de circuitos en régimen permanente no es

1. Memoria

suficiente, sino que se debe evaluar el régimen transitorio (un fasor es la representación en número complejo de una onda senoidal, se define en módulo y ángulo).

1.3.4- Alternativas de análisis para la estabilidad

Una definición formal de estabilidad en los sistemas de potencia ampliamente aceptada es:

“La estabilidad del sistema de potencia es la capacidad de un sistema eléctrico, para una condición de funcionamiento inicial dada, de recuperar un estado de equilibrio operativo después de haber sido sometido a una perturbación física, con la mayoría de las variables del sistema limitadas de modo que prácticamente todo el sistema permanece intacto.”

(IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability Terms and Definitions, 2004)

En 2004 el IEEE junto con CIGRE (*International Council on Large Electric Systems*) realizó una clasificación de los tipos de estabilidad en los sistemas eléctricos de potencia en el informe técnico *Definition and Classification of Power System Stability* para poder abordar de forma efectiva problemas complejos de estabilidad aplicando técnicas de análisis óptimas [3]. No obstante, los sistemas de potencia están evolucionando hacia redes eléctricas constituidas casi en su totalidad por fuentes de energía renovables con una dinámica de funcionamiento distinta a la convencional. Tanto es así que en 2020 un grupo de trabajo de PES (*Power and Energy Society*) junto con el IEEE añadió dos definiciones más de estabilidad a la clasificación. Las dos nuevas acepciones fueron: estabilidad de resonancia (*resonance stability*) y estabilidad del convertidor (*converter driven stability*).

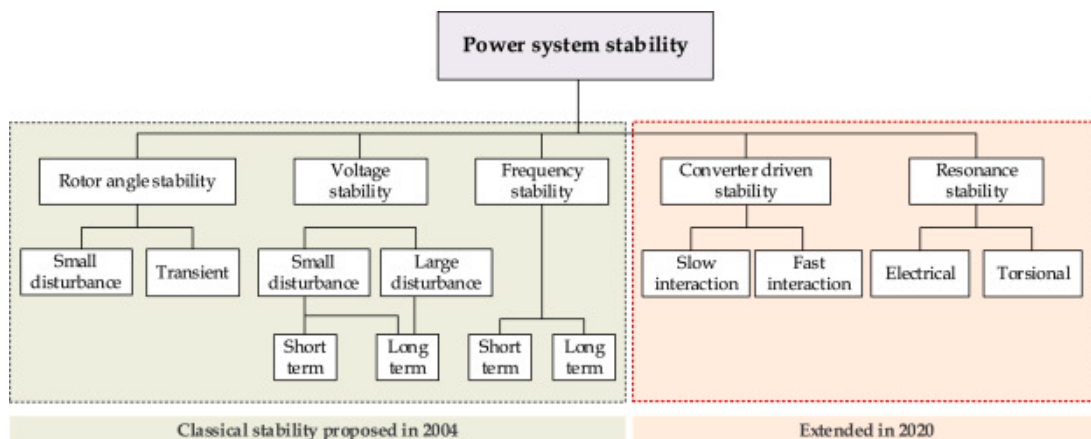


Figura 1.4– Clasificación de estabildades en los sistemas eléctricos de potencia.

La estabilidad de resonancia se subclasifica en dos tipos: resonancia de torsión (*torsional resonance*) y resonancia eléctrica (*electrical resonance*). La primera se da entre compensadores en serie (condensadores) y frecuencias mecánicas de torsión de turbinas, puede llegar a someter a estrés torsional la turbina. La segunda se debe a la resonancia entre compensadores en serie y las características eléctricas del generador, como

1. Memoria

resultado se producen niveles altos de tensión y corrientes que pueden dañar equipos eléctricos.

La cuestión relativa a la estabilidad de frecuencia y estabilidad de tensión ya se ha tratado en la sección modo de operación. En cuanto a la estabilidad de resonancia, las resonancias electromecánicas y eléctricas escapan del alcance del trabajo planteado, por lo que no serán objeto de estudio. En cambio, se tratará con más detalle el caso de la estabilidad del ángulo del rotor y la estabilidad del convertidor ya que conciernen a los sistemas de potencia tradicionales y futuros respectivamente.

1.3.4.1- Estabilidad del ángulo del rotor

La estabilidad del ángulo del rotor o estabilidad del ángulo de potencia se subclasifica en estabilidad en pequeña señal (*small-disturbances or small-signal stability*) y estabilidad transitoria (*transient stability*).

Si el sistema está en un punto de equilibrio el par mecánico es igual al par electromagnético (despreciando las pérdidas en la máquina) y el rotor de la máquina gira a velocidad constante, el ángulo del rotor permanece constante. Las inestabilidades en pequeña señal se producen cuando hay desviaciones pequeñas alrededor del punto de equilibrio donde la máquina puede acelerar o decelerar e incluso perder el sincronismo. Las perturbaciones transitorias se deben a grandes desequilibrios, cortocircuitos en una línea de transmisión, desconexión de grandes plantas de generación o desconexión de grandes cargas y también pueden provocar la pérdida de sincronismo. La variable que permite estudiar la estabilidad del sistema es el ángulo de desfase entre el generador y la red, véanse la figura 1.5 y la ecuación 1.5 siguientes.

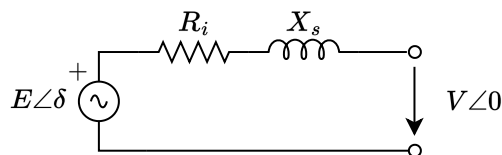


Figura 1.5– Circuito monofásico equivalente de un generador síncrono.

Asumiendo que la resistencia del inducido $R_i \ll X_s$ y que $R_i \approx 0$:

$$P = 3 \frac{VE}{X_s} \sin \delta \quad (1.5)$$

donde:

- P es la potencia transmitida en (W)
- V es la tensión de fase de la red (V)
- E es la fem (fuerza electromotriz) de fase del generador (V)
- X_s es la reactancia síncrona del generador (Ω)
- δ es el ángulo de potencia, el desfase entre E y V (radianes)

1. Memoria

Nótese que la expresión que relaciona la potencia máxima que se puede transmitir con el ángulo de carga es una onda senoidal. Teóricamente, la máxima potencia que pueden generar los generadores síncronos es cuando la función seno es 1 pero en la práctica se trabaja con $\delta < 30^\circ$ debido al sobrecalentamientos de los devanados de la máquina. Otro motivo por el que se trabaja con ángulos de carga pequeños es reducir el riesgo de que el sistema se haga inestable en caso de un cortocircuito, véase ilustrado un ejemplo de esto.

En primer lugar, el sistema que se va a analizar consta de un generador síncrono, un transformador, una línea eléctrica de doble circuito y la red. Para facilitar los cálculos se asumen dos hipótesis: las resistencias de los elementos son despreciables y los niveles de tensión se mantienen constantes antes y después del cortocircuito.

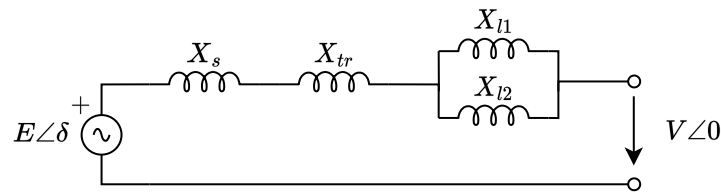


Figura 1.6– Circuito propuesto para estudiar la estabilidad del ángulo del rotor.

Agrupando las reactancias inductivas en paralelo y asociando las que están en serie se obtiene una resistencia equivalente X_{eq} .

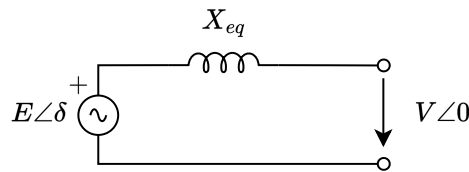


Figura 1.7– Circuito propuesto simplificado.

La potencia que se puede transmitir entre el generador y la red varía en un intervalo de 0 a π de la función senoidal previa. La figura 1.8 representa la potencia en función del ángulo de carga, se asume que el sistema está en régimen permanente en el punto de equilibrio inicial y que el ángulo de carga es inferior a 30° .

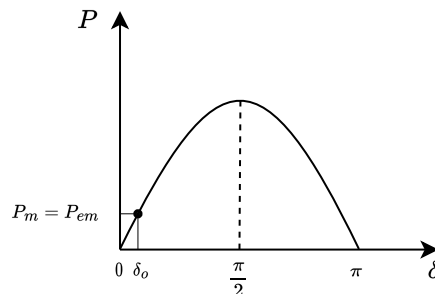


Figura 1.8– Transmisión de potencia en función del ángulo de carga.

En el caso de producirse un cortocircuito en la línea 2 la potencia electromagnética es 0.

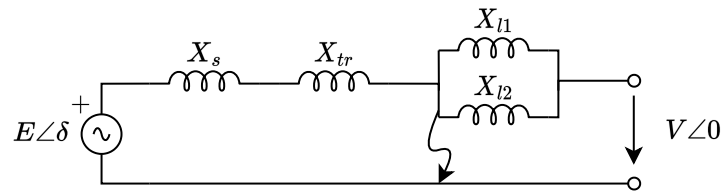


Figura 1.9– Simulación de cortocircuito por caída de la línea.

La potencia mecánica permanece constante porque no se ha producido ningún cambio en la generación. Por la propia dinámica del sistema, la turbina se irá acelerando hasta que las protecciones que aíslan la línea 2 actúen y restablezcan la potencia electromagnética en un tiempo de décimas o centésimas de milisegundos. Al tratarse de fenómenos eléctricos el control de potencia de la turbina no es lo suficientemente rápido para modificar la potencia.

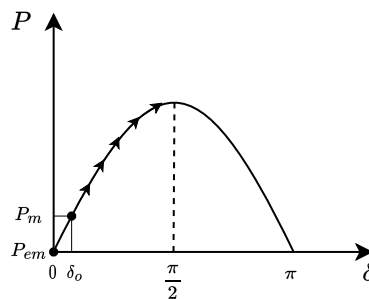


Figura 1.10– Aceleración turbina del generador en caso de cortocircuito.

En el instante que se solucione el cortocircuito se pueden dar dos situaciones:

1. Que la potencia electromagnética sea mayor que la potencia mecánica.
2. Que la potencia electromagnética sea menor que la potencia mecánica.

Si $P_{em} > P_m$ el sistema se irá decelerando, pasará el punto de equilibrio inicial por la propia inercia del generador y volverá a acelerar. En este supuesto ideal el sistema oscilaría alrededor del punto de equilibrio inicial sin llegar a detenerse, no obstante, en la práctica hay pérdidas y el sistema eventualmente llega a converger. δ_{max} delimita la región estable del sistema.

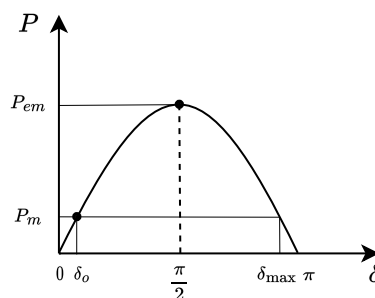


Figura 1.11– Restablecimiento del cortocircuito en región estable.

1. Memoria

Si $P_{em} < P_m$ el sistema no llega a frenarse y continúa acelerándose hasta el punto de perder el sincronismo. En la práctica, sería desconectado para salvaguardar la integridad del generador.

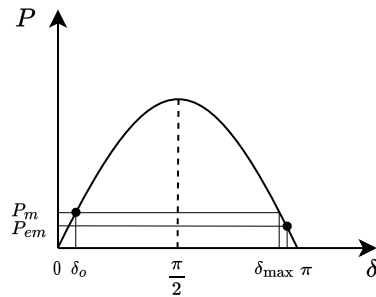


Figura 1.12– Restablecimiento del cortocircuito en región inestable.

Por tanto, puede haber momentos en los que se trabaje con ángulos de carga grandes para transmitir más potencia pese al sobrecalentamiento del equipo, pero cabe el riesgo de que frente a un cortocircuito el sistema no tenga suficiente margen de tiempo para resolverlo y se haga inestable.

1.3.4.2- Estabilidad del convertidor

La estabilidad del convertidor se subclasifica en interacciones rápidas (*fast interactions*) e interacciones lentas (*slow interactions*). Tanto las interacciones rápidas como las lentas se dan entre el sistema de control de los sistemas basados en electrónica de potencia y elementos del sistema eléctrico cuya dinámica de respuesta (escala de tiempo del fenómeno físico) determina el tipo de interacción. La diferencia está en la frecuencia de las inestabilidades, mientras que las perturbaciones en las interacciones rápidas son de decenas a cientos de Hz las interacciones lentas no exceden los 10 Hz.

Las interacciones rápidas pueden originarse por oscilaciones de alta frecuencia del lazo de control de corriente, por proximidad entre convertidores o configuración de respuestas muy rápidas en el sistema de control. Las inestabilidades provenientes de interacciones lentas pueden deberse a tres motivos: oscilaciones de baja frecuencia, sincronización a una red eléctrica débil y límites de transmisión de potencia.

Las oscilaciones de baja frecuencia pueden ser provocadas por el lazo de control de tensión, de potencia o de seguimiento de fase (*Phase-Locked Loop*, PLL por sus siglas en inglés) del convertidor para sincronizarse con la red.

La sincronización a una red eléctrica débil implica que no puede despreciarse la impedancia de red bien porque las fuentes de energía se encuentran en emplazamientos remotos con grandes distancias de líneas o bien porque no se pueda despreciar la impedancia de transformadores [4]. En estas circunstancias el sistema presenta grandes fluctuaciones frente a perturbaciones, cambios en las cargas y cortocircuitos. La PLL puede tomar una medida errónea del ángulo de red y en consecuencia desestabilizar el

sistema. El problema de estabilidad relacionado con el límite de transmisión de potencia es similar al que anteriormente se ha explicado en el apartado de estabilidad del ángulo del rotor, con la particularidad de que el sistema no tiene inercia.

1.4- Introducción a los convertidores de potencia

Los convertidores de potencia son los elementos que permiten la conversión de la energía eléctrica de una forma a otra de tensión, corriente o frecuencia. Pese a que en el sentido estricto de la palabra “convertidores de potencia” engloba elementos de naturaleza electromecánica como transformadores, convertidores rotativos, generadores o motores, etc; en este trabajo se emplea para referirse a dispositivos basados en semiconductores que trabajan en conmutación a modo de interruptores estáticos que pueden estar abiertos o cerrados. En relación a esto último, la rama de Ingeniería Eléctrica que estudia la conversión y el control de la energía eléctrica se denomina electrónica de potencia.

La necesidad de convertir la energía eléctrica se remonta a principios del siglo XX para aplicaciones en fines industriales y sistemas de tracción. Las industrias empleaban reóstatos de arranque y regulación junto con grupos Ward-Leonard como métodos de regulación y control de máquinas eléctricas de corriente continua. En el caso de los sistemas de tracción, los vehículos de transporte eléctricos como tranvías o trenes necesitaban corriente continua para alimentar los motores de tracción. Estos motores ofrecían un par de arranque más elevado y un control de velocidad más preciso que los motores de alterna, por lo que su uso estaba muy extendido.

En ese contexto surgieron las lámparas de vapor de mercurio y poco después los rectificadores (convertidores de CA a CC) de vapor de mercurio que daban una solución al problema de conversión de energía en escalas de potencia relativamente grandes. Estos dispositivos eran de naturaleza electromecánica y utilizaban una combinación de válvulas de vapor de mercurio con elementos mecánicos. En la década de 1930 a 1940 se asentaron los principios de funcionamiento de los inversores (convertidores de CC a CA) y los cicloconvertidores (convertidores de CA a CA sin pasar por CC) gracias a los avances en el campo de la electrónica y el desarrollo de semiconductores. Posteriormente, en 1947 se descubrió el transistor de unión bipolar BJT (*Bipolar Junction Transistor*) y en la década de 1950 se empezaron a construir los primeros rectificadores de estado sólido a base de silicio que progresivamente fueron sustituyendo a los rectificadores de vapor de mercurio en medias y pequeñas potencias. Los rectificadores de estado sólido eran más eficientes que sus predecesores y presentaban una serie de mejoras: una frecuencia de conmutación más rápida (reducción en tamaño y peso), mayor vida útil (menos partes móviles) y mejor sistema de control (modulación de ancho de pulsos).

El comienzo de la revolución en la electrónica de potencia se atribuye al descubrimiento del tiristor SCR (*Silicon Controlled Rectifier*) en 1956. Poco después se desarrollaría el TRIAC (*Bidirectional Triode Thyristor*), el DIAC (*Bidirectional Diode Thyristor*) y muchos más dispositivos hasta llegar a los componentes más modernos que se utilizan en

1. Memoria

la regulación de máquinas eléctricas hoy en día. Los más importantes son: los GTO (*Gate Turn-Off Thyristor*), los IGBT (*Insulated Gate Bipolar Transistor*) y los MOSFET (*Metal Oxide Semiconductor Field-Effect Transistors*).

Los convertidores de potencia se clasifican en dos categorías generales: LCC (*Line-Commutated Converters*) o VSC.

1.4.1- Convertidores LCC

De convertidores LCC hay de dos tipos: los de válvulas de vapor de mercurio (tecnología obsoleta) y los basados en tiristores. Los tiristores son dispositivos de tres terminales: ánodo (A), cátodo (K) y puerta (G).

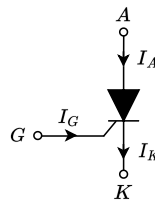


Figura 1.13– Símbolo del tiristor SCR.

El proceso de conmutación de los convertidores LCC se basa en el cumplimiento de las condiciones que permiten la conducción de corriente del tiristor y el método de disparo escogido en el circuito de control. Permiten convertir la energía eléctrica de CA a CC. Las condiciones para poder efectuar el disparo son: tensión V_{AK} positiva, pulso de disparo aplicado entre puerta-cátodo y duración del ancho de pulso de disparo mayor que el tiempo que tarda el tiristor en pasar al estado de conducción. El disparo se puede efectuar de tres formas: por puerta, por radiación luminosa o no controlado (por variaciones bruscas de tensión, tensiones muy altas o exceso de temperatura). La característica que diferencia los convertidores LCC de los VSC es que para cortar el paso de corriente ésta debe pasar por cero, es decir: la conmutación depende del estado de la corriente. Aunque la tensión V_{AK} sea negativa, si el tiristor estaba conduciendo y la corriente sigue siendo positiva continuará conduciendo hasta que la corriente pase por cero.

El modo de conversión de energía eléctrica se realiza ajustando el ángulo de disparo de los tiristores (momento en el cual se activa un dispositivo de conmutación controlado) desde el circuito de control, lo que permite regular la potencia. La dirección del flujo de potencia depende de la polaridad de la fuente de tensión pero la corriente solo puede ir en un sentido. Estos convertidores se caracterizan por ser robustos y tener bajas pérdidas, por contra requieren conectarse a redes eléctricas cuyo nivel de tensión apenas fluctúe y consumen mucha potencia reactiva.

1.4.2- Convertidores VSC

Hay diferentes tecnologías de convertidores VSC que han ido evolucionando con el paso del tiempo: de dos niveles, de tres niveles, de dos niveles con modulación de ancho de pulso (PWM por sus siglas en inglés) óptima, de dos niveles en cascada y modulares multinivel. El término “nivel” hace referencia a los distintos valores de tensión o corriente que forman la señal de salida del convertidor. La historia de este tipo de convertidores es más reciente que los LCC y su tecnología ha evolucionado muy rápidamente, emplea transistores IGBT con tres terminales: colector (C), emisor (E) y puerta (G).

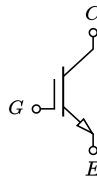


Figura 1.14– Símbolo del transistor IGBT.

Los convertidores VSC son capaces de conmutar por sí mismos sin necesidad de depender de una red eléctrica operativa. Para controlar la conversión de energía eléctrica en estos convertidores se emplean técnicas de modulación que permiten realizar conversiones de CC a CA, de CA a CC, de CC a CC y de CA a CA. Una técnica de modulación es un proceso mediante el cual se altera una señal de entrada (señal portadora) para generar una señal modificada (señal modulada) que sirve para dar instrucciones que permitan controlar un sistema. Por ejemplo, controlar el disparo de convertidores para generar una onda de tensión con unas determinadas características de amplitud o frecuencia. Existen diferentes técnicas de modulación, cada una con sus propias características y aplicaciones: modulación PWM de pulso único, modulación PWM de varios pulsos por semiperiodo, modulación PWM senoidal, modulación vectorial o modulación por banda de histéresis. Los VSC conmutan a frecuencias elevadas y permiten controlar el consumo de potencia reactiva (control de tensión) pero tienen más pérdidas que los LCC e introducen armónicos de alta frecuencia.

Por el hecho de no depender de unos condicionantes externos para su control y la aportación a la regulación de estabilidad de tensión del sistema eléctrico, la conexión entre sistemas de CA de alta tensión y CC de alta tensión se ha vuelto la aplicación más destacada de este tipo de convertidores. Principalmente, el uso que se les da es interconectar emplazamientos remotos de generación de energías renovables (como parques eólicos marinos) con la red sin que las pérdidas por el gran recorrido de las líneas ni la generación de potencia reactiva por los cables bajo el mar supongan un problema.

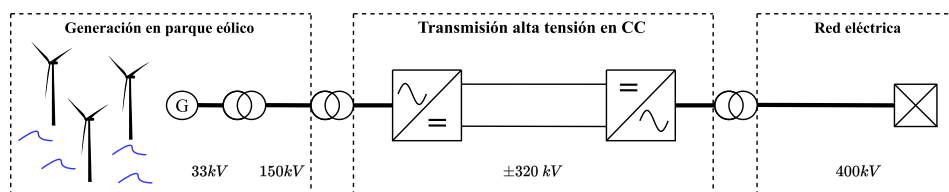


Figura 1.15– Transmisión de potencia con convertidores VSC en parque eólico.

1.5- Metodología de trabajo

En esta sección se expone la metodología de trabajo que se ha seguido para estudiar la estabilidad de una red eléctrica con alta penetración de energías renovables mediante el modelo matemático de un convertidor en pequeña señal (alrededor de un punto de funcionamiento estable) y el método de análisis de estabilidad basado en autovalores.

1. Modelado red eléctrica con convertidor: presentación red eléctrica objeto de estudio, diseño del filtro LCL y planteamiento del diagrama de control del convertidor VSC acorde a su modo de funcionamiento. Detalle del esquema de control desde que se introducen las consignas de referencia de entrada hasta que se obtiene la señal de salida.
2. Desarrollo del modelo matemático: formulación teórica del modelo matemático del convertidor VSC usando la representación interna del espacio de estados.
3. Montaje del circuito en PSCAD: simulación de la red eléctrica en el *software* avanzado de estudio de transitorios electromagnéticos en sistemas eléctricos de potencia PSCAD 4.5.
4. Validación del modelo: comparación de los resultados teóricos y de simulación. Simulación de los resultados teóricos con el *software* MATLAB R2021a.
5. Estudios de estabilidad: análisis basado en autovalores del sistema eléctrico de potencia con alta penetración de energías renovables y análisis de los factores de participación para identificar los parámetros del sistema eléctrico o del sistema de control que pueden producir inestabilidades.
6. Recomendaciones de diseño: conclusiones acerca de la estabilidad del convertidor VSC en pequeña señal para la red eléctrica objeto de estudio.

1.6- Modelado de red eléctrica con convertidor

A continuación, se detalla el circuito de la red eléctrica objeto de estudio, el diseño del filtro LCL y el esquema de control del convertidor VSC.

1.6.1- Presentación red eléctrica objeto de estudio

La figura 1.16 ilustra el circuito equivalente monofásico de una red eléctrica con alta penetración de energías renovables y las unidades con las que trabaja el programa PSCAD que son kV, kA, MW, Ω , H y F.

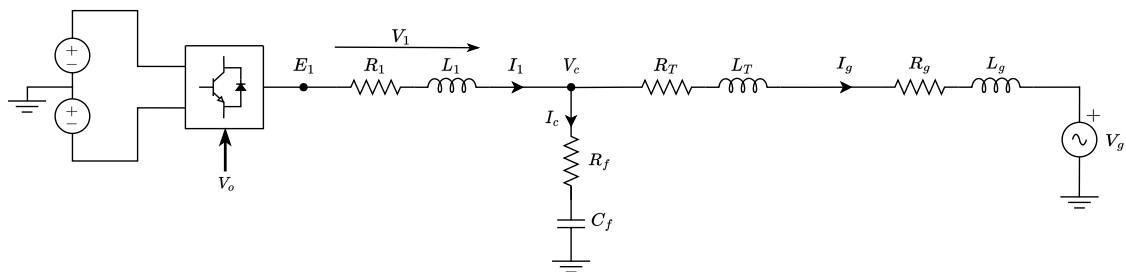


Figura 1.16– Circuito monofásico equivalente red eléctrica objeto de estudio.

donde:

- V_o es la señal que recibe el convertidor del circuito de control
- E_1 es la tensión por fase del convertidor
- R_1 es la resistencia asociada a las pérdidas de la inductancia L_1
- L_1 es la inductancia del convertidor
- V_1 es la caída de tensión en la inductancia L_1
- I_1 es la corriente que sale del convertidor
- V_c es la tensión por fase del punto de conexión entre el convertidor y la red (*Point of Common Coupling*, PCC por sus siglas en inglés)
- R_f es la resistencia del filtro
- C_f es la capacidad del filtro
- I_c es la corriente del condensador
- R_T es la resistencia del transformador
- L_T es la inductancia de las bobinas del transformador
- I_g es la corriente de red
- R_g es la resistencia del equivalente de Thévenin de la red
- L_g es la inductancia del equivalente de Thévenin de la red
- V_g es la tensión de fase de la red

1. Memoria

Los componentes que definen el sistema son: convertidor VSC, filtro LCL, transformador elevador y fuente de tensión de red. En la figura 1.17 se representa el convertidor de la vista simplificada en la figura 1.16.

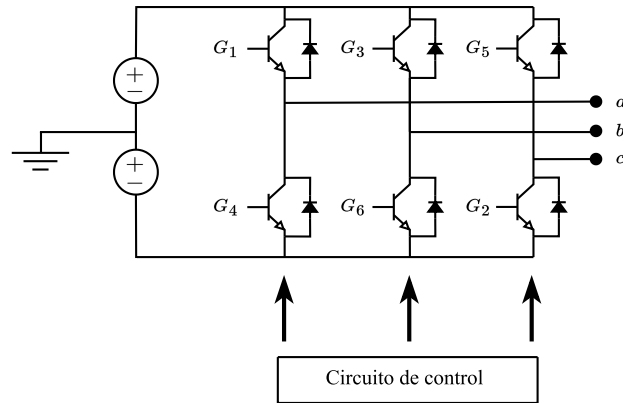


Figura 1.17– Convertidor VSC con circuito de control.

El circuito eléctrico de la figura 1.16 se corresponde al de la figura 1.15 solo que la parte de generación está representada por dos fuentes de tensión de corriente continua para garantizar el nivel de suministro de potencia en todo momento en el estudio de estabilidad final (500 kV + 500 kV en la simulación). El convertidor de potencia nominal 8 MW está formado por seis transistores IGBT acompañados de 6 diodos de libre circulación funcionando a modo de interruptores estáticos que generan una señal de salida en corriente alterna a partir de la señal de disparo del circuito de control aplicada en cada puerta. Los diodos de libre circulación permiten el paso de corriente que se induce en sentido opuesto cuando se interrumpe el flujo de potencia de una carga inductiva, actuando como una protección de los transistores.

Para que el convertidor pueda inyectar potencia en la red primero debe estar en sincronismo con ella. En el circuito presentado la conexión a red se establece en el PCC, el esquema de control debe asegurar la sincronización con la red en régimen permanente y también cuando haya fluctuaciones en los niveles de tensión de la red. En el apartado de estabilidad del convertidor ya se ha mencionado que la conexión a una red eléctrica débil (en la que no se puede despreciar la impedancia de red) la tensión de red en el punto de conexión está sujeta a fluctuaciones y que de las interacciones entre esas variaciones en el nivel de tensión y el circuito de control el sistema puede hacerse inestable.

A modo de aclaración, existe otra forma de caracterizar las redes eléctricas: en función de su nivel de cortocircuito (SCR por sus siglas en inglés).

$$SCR = \frac{(\sqrt{3} \cdot V_g)^2}{Z_2 \cdot P_n} \quad (1.6)$$

donde:

- V_g es la tensión de fase de la red (V)
- Z_2 es la impedancia de red (Ω)
- P_n es la potencia nominal del convertidor (W)

1. Memoria

Se dice que una red eléctrica es débil cuando tiene un nivel de cortocircuito de $2 \leq SCR \leq 3$, muy débil cuando el $SCR < 2$ y fuerte cuando el $SCR > 3$ [4]. También es habitual que al modelo de red eléctrica que desprecia la impedancia de red se le refiera como red de potencia infinita, en cuyo caso el SCR sería infinito y la tensión en el PCC constante.

1.6.2- Diseño filtro LCL

El filtro es un elemento fundamental para garantizar un funcionamiento adecuado y una calidad aceptable en la señal de salida de un convertidor, reduciendo armónicos y ruido no deseados. Además, la existencia de normativa en materia de calidad de onda en los sistemas eléctricos de potencia hace que estos dispositivos sean indispensables. El filtro LCL de la red eléctrica objeto de estudio está formado por una inductancia L_1 , una capacitancia C_f y una inductancia L_T . El criterio escogido para diseñar el filtro se basa en el estudio llevado a cabo en [5], cuya recomendación más importante es que la fluctuación pico-pico de la corriente que se inyecta a la red no exceda el 2% de la amplitud de la corriente nominal del convertidor. Normalmente el filtro se coloca en el lado de baja tensión porque resulta más económico el aislamiento. En este caso se considera la tensión de la red eléctrica como referencia, por lo que una vez calculados los parámetros del filtro en el devanado primario (lado de baja) se reducen al devanado secundario (lado de alta) mediante la relación de transformación (rt) del transformador. Véanse más detalles en el código de MATLAB para calcular el filtro LCL en el Anexo 2.1.

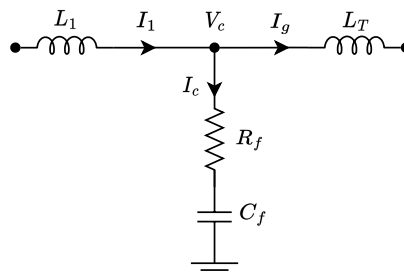


Figura 1.18– Filtro LCL.

Primero se calculan las magnitudes base del sistema por unidad. Para ello se ha elegido la potencia nominal del transformador como la potencia base (S_b) y el valor eficaz de la tensión nominal en el devanado primario del transformador como tensión base (V_b).

$$S_b = S_T ; \quad V_b = V_{T1} ; \quad Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} ; \quad I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_b} \quad (1.7)$$

$$L_b = \frac{Z_b}{\omega_n} ; \quad C_b = \frac{1}{\omega_n Z_b} ; \quad \omega_b = 2\pi f_b \quad (1.8)$$

1. Memoria

Las características de la red (tensión de fase) y del transformador (tensiones de línea) de la red eléctrica objeto de estudio son:

Red	Valor
V_g	38,105 kV
f_n	50 Hz

Tabla 1.1– Características de la red.

Transformador	Valor
S_T	9,2 MVA
V_{T1}	690 V
V_{T2}	66 kV
rt	95,65

Tabla 1.2– Características del transformador.

Con $S_b = 9,2 \text{ MVA}$, $V_b = 690 \text{ V}$ y $f_b = 50 \text{ Hz}$ se calculan las magnitudes base del sistema.

Parámetro	Valor
Z_b	0,052 Ω
I_b	7,698 kA
L_b	164,73 μH
C_b	61,51 mF
ω_b	$100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Tabla 1.3– Magnitudes base del sistema.

El valor de L_1 debe ser como mucho un 10% de L_b para evitar una caída de tensión muy grande a salida del convertidor. La atenuación de L_1 se fija para que sea del 10%. Cabe resaltar que la ecuación 1.9 solo es válida para un convertidor de dos niveles.

$$L_1 = \frac{(V_{dc} - DV_{dc})D}{2\Delta i_{max}f_{sw}} = \frac{V_{dc}}{8\Delta i_{max}f_{sw}} \quad (1.9)$$

donde:

- V_{dc} es la tensión de la línea de transmisión en corriente continua (V)
- D es el ciclo de trabajo del convertidor cuando el rizado es mayor
- Δi_{max} es el rizado máximo pico-pico de la corriente (A)
- f_{sw} es la frecuencia de conmutación del convertidor (Hz)

El condensador se diseña para suministrar un 5% de la potencia reactiva de la potencia nominal del convertidor.

$$C_f = 0,05C_b \quad (1.10)$$

Si se recomienda que la atenuación total del rizado pico-pico de la corriente inyectada a la red sea del 2%, habiendo establecido un 10% de atenuación en la corriente que sale del convertidor, el factor de atenuación de L_T debe ser del 20%. Despejando el término x de la ecuación 1.11 que relaciona ambas corrientes se calcula L_T .

$$k_a = \frac{1}{|1 + x[1 - L_1 C_f \omega_{sw}^2]|} \quad (1.11)$$

donde:

- k_a es el factor de atenuación total
- x es $\frac{L_T}{L_1}$

La frecuencia de resonancia (f_{res}) viene dada por la ecuación 1.12. Para evitar problemas de resonancia con frecuencias del propio sistema es conveniente que f_{res} se encuentre en el intervalo de la ecuación 1.13.

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{L_1 + L_T}{L_1 L_T C_f}} \quad (1.12)$$

$$10f_b \leq f_{res} \leq 0,5f_{sw} \quad (1.13)$$

La forma más sencilla de amortiguar el efecto de f_{res} es añadir una resistencia en serie con el condensador acorde con la ecuación 1.14, aunque conlleve unas pequeñas pérdidas.

$$R_f = \frac{1}{3\omega_{res} C_f} \quad (1.14)$$

Los parámetros de entrada para calcular el filtro son los de la tabla 1.4.

Parámetro	Valor
V_{dc}	1250 V
D	0,5
Δi_{max}	$0,1\sqrt{2}I_b$ A
f_{sw}	2500 Hz
k_a	0,2

Tabla 1.4– Parámetros de entrada para calcular el filtro.

De la aplicación de las ecuaciones de diseño en el devanado primario se obtienen los parámetros de la tabla 1.5.

1. Memoria

Parámetro	Valor	pu
L_1	57,41 μH	0,35
C_f	3,08 mF	0,05
L_T	5,40 μH	0,033
f_{res}	1292,32 Hz	25,85
R_f	13,35 m Ω	0,26

Tabla 1.5– Aplicación de las ecuaciones de diseño en el lado de baja.

De los resultados obtenidos se observa que L_1 excede el 10% de L_b , que L_T es muy pequeño en comparación con el orden de magnitud que puede tener una inductancia de un transformador de 9,2 MVA y que f_{res} está ligeramente por encima del límite de la ecuación 1.13. Por tanto, la solución que se propone es la siguiente: limitar el valor de L_1 , reducir C_f e imponer un valor de L_T más realista. En la tabla 1.6 se resumen los parámetros actualizados tras aplicar estas medidas.

Parámetro	pu	Valor
L_1	0,10	16,47 μH
C_f	0,0985	6,10 mF
L_T	0,075	12,35 μH
f_{res}	15,39	769,44 Hz
R_f	0,22	11,40 m Ω

Tabla 1.6– Parámetros del filtro en el lado de baja.

Con esta solución se obtiene un rizado pico-pico de la señal de corriente del 2%, teniendo en cuenta que L_1 atenúa el 33,45% y que el valor de k_a ha pasado a -5,98%. Se comprueba que f_{res} está en el intervalo 1.13. En la tabla 1.7 están los parámetros reducidos al devanado secundario. Adicionalmente, se incluyen los valores de R_1 y R_T de 0,004 y 0,003 pu respecto de Z_{base} para considerar también, por pequeña que sea, el efecto de la resistencia de los devanados del transformador y de la bobina.

Parámetro	pu	Valor
L_1	0,10	150,71 mH
C_f	0,0985	0,662 μF
L_T	0,075	113,03 mH
f_{res}	15,39	769,44 Hz
R_f	0,22	104,10 Ω
R_1	0,004	1,89 Ω
R_T	0,003	1,42 Ω

Tabla 1.7– Parámetros del filtro reducidos al lado de alta.

1.6.3- Convertidor con esquema de control *Grid Following*

El término *Grid Following* hace referencia al funcionamiento del convertidor en modo seguimiento de red. El esquema de control *Grid Following* permite al convertidor funcionar como un inversor sincronizado con la red capaz de regular la potencia activa y reactiva suministrada. En esta sección se introduce el esquema de control para la red eléctrica presentada y el diseño de las diferentes partes que lo componen.

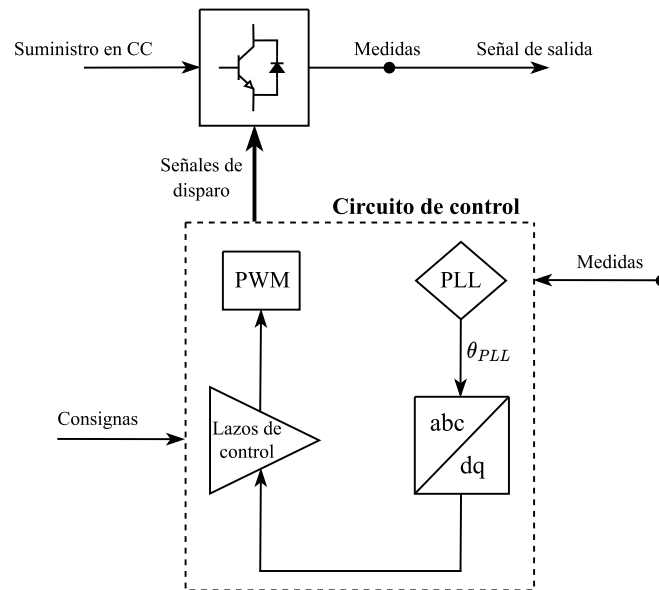


Figura 1.19– Esquema de control de un convertidor conectado a red.

En el esquema de control propuesto la PLL mide el ángulo del fasor de red en el PCC para cambiar a un sistema de referencia en ejes dq0. Las medidas de tensiones y corrientes se representan en un sistema trifásico de ondas senoidales desfasadas 120° en ejes abc. Aplicada la transformación de las variables se introducen las consignas de potencia en los lazos de control. Las salidas de los lazos de control son las señales necesarias para conseguir los valores de referencia indicados en las consignas y el PWM se encarga de indicar la señal de disparo que corresponde en cada puerta de cada transistor.

Cabe destacar que en el presente trabajo no se va a diseñar la técnica de modulación PWM, va a suponerse que para cualesquiera que sean las señales de salida indicadas por los lazos de control un bloque de PSCAD realiza el proceso de tratamiento de señal necesario para generar las señales de disparo que corresponda. Esta decisión se ha tomado para que este trabajo se centre en el desarrollo del modelo matemático en lugar de extenderse en cuestiones más específicas de la electrónica de potencia.

1.6.3.1- Cambio de sistema de referencia a ejes dq0

En el control de máquinas eléctricas se utiliza el sistema de referencia dq0 para analizar y controlar sistemas trifásicos de corriente alterna. Se basa en la descomposición de las variables en ejes abc en un conjunto de variables en ejes dq0 aplicando la transformada de Clarke y la transformada de Park. La componente 0 es la componente homopolar y es cero si el sistema trifásico está equilibrado. La razón de cambiar el sistema de referencia atiende a una simplificación en la complejidad de las ecuaciones y un control independiente de la potencia activa y reactiva.

Sean f_a , f_b y f_c los valores instantáneos de las tensiones de fase o corrientes de un sistema eléctrico de corriente alterna de un sistema trifásico equilibrado donde se cumple $f_a + f_b + f_c = 0$.

$$f_a = F \cdot \cos(\omega t) \quad f_b = F \cdot \cos(\omega t - 120^\circ) \quad f_c = F \cdot \cos(\omega t + 120^\circ) \quad (1.15)$$

La transformada de Clarke cambia las variables representadas en un sistema de referencia abc con tres ejes separados 120° a un sistema de referencia ortogonal $\alpha\beta 0$. Como resultado se pasa de un sistema con tres señales senoidales en ejes abc a dos señales senoidales en ejes $\alpha\beta$ ya que la componente homopolar es cero. Estas dos señales son las proyecciones en ejes $\alpha\beta$ de un vector F que gira a una velocidad ω .

$$\begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(0^\circ) & \cos(120^\circ) & \cos(240^\circ) \\ \sin(0^\circ) & \sin(120^\circ) & \sin(240^\circ) \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

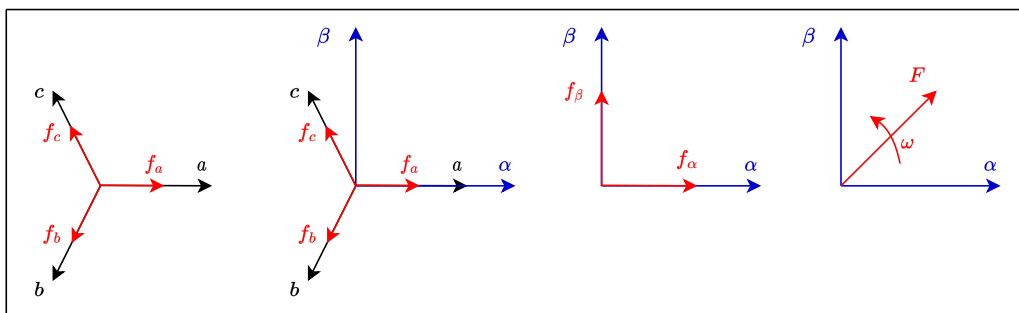


Figura 1.20– Cambio de un sistema de referencia en ejes abc a ejes $\alpha\beta 0$.

La transformada de Park cambia las variables representadas en un sistema de referencia $\alpha\beta 0$ a un sistema de referencia ortogonal dq0 cuyos ejes giran a la misma velocidad que el vector F. Al aplicar esta transformación se pasa de un sistema con dos señales senoidales a dos valores constantes (la componente homopolar sigue siendo 0).

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

donde

- θ es el ángulo $(\omega t + \theta_0)$ que describe el eje d con respecto al eje α en un tiempo t

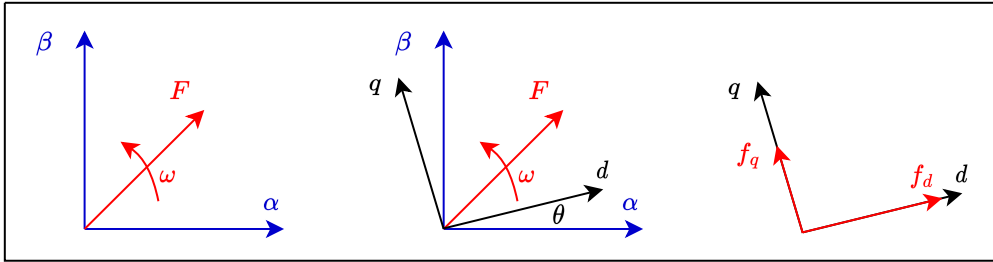


Figura 1.21– Cambio de un sistema de referencia en ejes $\alpha\beta 0$ a ejes dq0.

La transformación de Clarke-Park permite pasar directamente del sistema de referencia en ejes abc al sistema de referencia en ejes dq0 combinando las ecuaciones de la transformada de Clarke y la transformada de Park.

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(0^\circ) & \cos(120^\circ) & \cos(240^\circ) \\ \sin(0^\circ) & \sin(120^\circ) & \sin(240^\circ) \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Las expresiones de la potencia activa y reactiva trifásicas en ejes dq0 son:

$$P = \frac{2}{3}(v_d i_d + v_q i_q) \quad (1.20)$$

$$Q = \frac{2}{3}(v_q i_d - v_d i_q) \quad (1.21)$$

Conviene remarcar que esta forma de expresar las ecuaciones de las potencias es válida cuando el factor de escalado (K) es 1. El factor de escalado es el factor que permite convertir la amplitud de las señales en los sistemas de referencia $\alpha\beta 0$ y dq0 (1,5 veces la amplitud de las señales en ejes abc) a valores más significativos como la amplitud o el valor eficaz para realizar operaciones.

-Misma amplitud en ejes $\alpha\beta 0$ /dq0 que en ejes abc: $K = \frac{2}{3}$

1. Memoria

$$P = \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q) \quad (1.22)$$

$$Q = \frac{2}{3}(v_q i_d - v_d i_q) \quad (1.23)$$

-Mismo valor eficaz en ejes $\alpha\beta0/dq0$ que en ejes abc: $K = \frac{\sqrt{2}}{3}$

$$P = 3(v_d i_d + v_q i_q) \quad (1.24)$$

$$Q = 3(v_q i_d - v_d i_q) \quad (1.25)$$

PSCAD emplea un factor de escalado $K = \frac{\sqrt{2}}{3}$ por lo que las variables son valores eficaces. Por esta razón, las ecuaciones de potencias que se van a usar de ahora en adelante son estas últimas.

Para plantear las ecuaciones en ejes dq0 se deben aplicar las transformadas de Clarke y Park a los elementos de la red eléctrica objeto de estudio presentada asumiendo, de nuevo, un sistema trifásico equilibrado. En este apartado se exponen también las ecuaciones de resistencias, bobinas y condensadores expresadas en ejes dq0.

-Ecuaciones de una bobina y un condensador en el dominio del tiempo:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad i_C = C \frac{dv_C}{dt} \quad (1.26)$$

donde:

- L es la inductancia de la bobina (H)
- C es la capacidad del condensador (F)

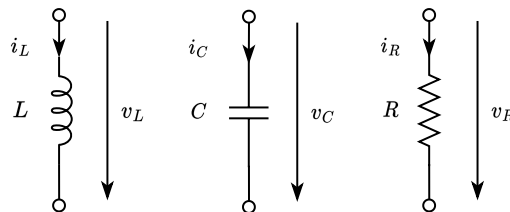


Figura 1.22– Símbolos de una bobina, un condensador y una resistencia.

-Ecuaciones características de una bobina:

$$\begin{aligned} v_{Ld} &= L \frac{di_{Ld}}{dt} - \omega L i_{Lq} \\ v_{Lq} &= L \frac{di_{Lq}}{dt} + \omega L i_{Ld} \end{aligned} \quad (1.27)$$

1. Memoria

-Ecuaciones características de un condensador:

$$\begin{aligned} i_{c_d} &= C \frac{dv_{c_d}}{dt} - \omega C v_{c_q} \\ i_{c_q} &= C \frac{dv_{c_q}}{dt} + \omega C v_{c_d} \end{aligned} \quad (1.28)$$

-Ecuaciones características de una resistencia:

$$\begin{aligned} v_{R_d} &= R i_{R_d} \\ v_{R_q} &= R i_{R_q} \end{aligned} \quad (1.29)$$

1.6.3.2- PLL orientada a la tensión del PCC

El esquema de control de la PLL consta de un bloque de cambio de sistema de referencia, un controlador proporcional integral (PI), un sumador y un integrador.

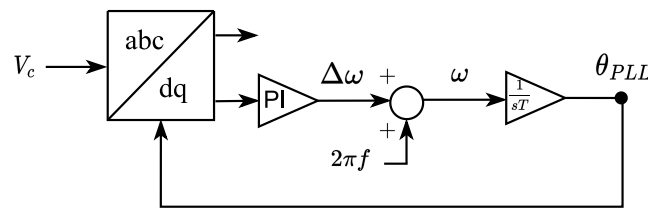


Figura 1.23– Esquema de control de la PLL.

El diseño del esquema de control permite orientar la tensión del PCC en el eje d. El esquema sería igualmente válido en caso de querer orientar la PLL en el eje q. El funcionamiento es como sigue: la PLL estima un ángulo de la tensión en el PCC (θ_{PLL}) con el que se realiza la transformación de ejes abc a ejes dq0. Si el valor θ_{PLL} no coincide con el ángulo de la tensión en el punto de conexión entre el convertidor y la red el valor V_{c_q} no será cero y por tanto el sistema de referencia no estará alineado con la tensión del PCC. Este error se introduce en un controlador PI que modifica la velocidad angular del sistema de referencia dq0 hasta sincronizarse completamente con el fasor V_c . Finalmente, integrando la frecuencia angular se obtiene θ_{PLL} que se usa después en la transformada de Clarke-Park.

Cuando se consigue que θ_{PLL} sea igual al ángulo que describe el vector giratorio V_c en un tiempo t con referencia en ejes en el eje α la ecuación 1.19 queda:

$$\begin{bmatrix} V_{c_d} \\ V_{c_q} \\ V_{c_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{PLL}) & \cos(\theta_{PLL} - 120^\circ) & \cos(\theta_{PLL} + 120^\circ) \\ -\sin(\theta_{PLL}) & -\sin(\theta_{PLL} - 120^\circ) & -\sin(\theta_{PLL} + 120^\circ) \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{c_a} \\ V_{c_b} \\ V_{c_c} \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

1. Memoria

Ahora, el sistema de referencia dq0 se está moviendo a una velocidad angular ω (igual que V_c) y la tensión el PCC está alineada con el eje d.

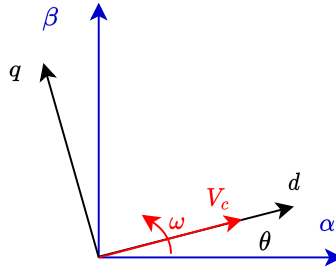


Figura 1.24– Tensión del PCC orientada en el eje d.

Véase ilustrado un ejemplo para entender en qué consiste alinearse con la tensión de red a continuación, donde V_c es la tensión en el punto de conexión de una red eléctrica de 50 Hz de valor eficaz 230 V en el instante de tiempo en el que $t = 0,5$ s y $\theta_0 = \arg(V_c(t = 0,5$ s))°.

$$V_{c_a} = \sqrt{2} \cdot 230 \cdot \cos(100\pi \cdot 0,5) = -299,59 \text{ V} \quad (1.31)$$

$$V_{c_b} = \sqrt{2} \cdot 230 \cdot \cos(100\pi \cdot 0,5 - 120^\circ) = 259,50 \text{ V} \quad (1.32)$$

$$V_{c_c} = \sqrt{2} \cdot 230 \cdot \cos(100\pi \cdot 0,5 + 120^\circ) = 40,09 \text{ V} \quad (1.33)$$

Se comprueba que se trata de un sistema trifásico equilibrado:

$$V_{c_a} + V_{c_b} + V_{c_c} = -299,59 + 259,50 + 40,09 = 0 \quad (1.34)$$

El vector giratorio V_c se obtiene para ese mismo instante en ejes $\alpha\beta 0$ con la matriz de transformación 1.16. El ángulo que forma respecto a α se puede calcular conocidas sus componentes.

$$\begin{bmatrix} V_{c_\alpha} \\ V_{c_\beta} \\ V_{c_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -299,59 \\ 259,50 \\ 40,09 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -449,39 \\ 190,01 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

$$\theta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{V_{c_\beta}}{V_{c_\alpha}}\right) = -22,92^\circ \quad (1.36)$$

1. Memoria

Mediante la matriz de transformación 1.17 y conocido θ_0 en el instante $t = 0,5 s$ se calculan las componentes en ejes dq0 de V_c y se verifica que el módulo del vector giratorio está alineado con el eje d. Además, como se ha explicado al final del apartado anterior, también se puede comprobar que sin ningún factor de escalado ($K=1$) el módulo del vector giratorio es 1,5 veces la amplitud de V_c .

$$\begin{bmatrix} V_{cd} \\ V_{cq} \\ V_{c0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-22,92^\circ) & \sin(-22,92^\circ) & 0 \\ -\sin(-22,92^\circ) & \cos(-22,92^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -449,39 \\ 190,01 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -487,91 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

$$|V_c| = \sqrt{(V_{c\alpha})^2 + (V_{c\beta})^2} = 487,91 V \quad (1.38)$$

$$|V_c| = 487,91 = 1,5 \cdot \sqrt{2} \cdot 230 \quad (1.39)$$

Cuando la componente V_{cq} es cero las potencias se pueden controlar de manera independiente con I_{1d} e I_{1q} :

$$P = 3V_{cd}I_{1d} \quad (1.40)$$

$$Q = -3V_{cd}I_{1q} \quad (1.41)$$

Para mantener la tensión en el PCC orientada continuamente con el eje d se recurre a un controlador PI. Este tipo de controlador combina dos acciones principales: la acción proporcional (P) y la acción integral (I). La acción proporcional ajusta la salida del controlador de manera proporcional al error presente en el sistema. Por otro lado, la acción integral corrige el error acumulado a lo largo del tiempo. En régimen permanente este tipo de controlador es capaz de hacer que el error entre una señal de referencia y una señal medida se haga cero. Por ejemplo, si se introduce una señal de referencia de valor 0 en la componente q de la tensión en el PCC el controlador logra que el vector V_c quede orientado en el eje d porque en régimen permanente el controlador hace nulo el error entre la medida y la referencia.

$$u(t) = k_p e_m(t) + k_i \int_0^t e_m(t) dt \quad (1.42)$$

donde:

- $u(t)$ es la acción de control de un controlador PI
- k_p es la ganancia proporcional $\left(\frac{\text{unidades de acción de control}}{\text{unidades de salida}} \right)$
- $e_m(t)$ es el error entre la señal de referencia y la señal medida

1. Memoria

- k_i es la ganancia integral que se define como $\frac{k_p}{T_i}$ donde T_i es el tiempo integral (unidades de tiempo)

En la práctica, el diseño de controladores no se realiza con las ecuaciones expresadas en el dominio del tiempo, sino que se transforman al dominio de la frecuencia compleja. Las ecuaciones diferenciales son más sencillas de resolver y se puede analizar la respuesta en frecuencia de un sistema. La herramienta que se utiliza para realizar esta conversión es la transformada de Laplace. Es un operador matemático que aplicado a una función que depende del tiempo produce una función de variable compleja s .

$$u(t) \xrightarrow{\text{Transformada de Laplace}} U(s)$$

Figura 1.25– Transformada de Laplace de una función $u(t)$.

Sea $u(t)$ una señal temporal definida entre 0 e ∞ la transformada de Laplace se define como:

$$U(s) = \mathcal{L}[u(t)] = \int_0^{\infty} u(t)e^{-st} dt \quad (1.43)$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación 1.42 se obtiene la ecuación del controlador PI en función de s .

$$U(s) = k_p E_m(s) + k_i \frac{E_m(s)}{s} \quad (1.44)$$

$$C(s) = \frac{U(s)}{E_m(s)} = k_p + \frac{k_i}{s} \quad (1.45)$$

De acuerdo con la figura 1.23, se denomina función de transferencia a la función que relaciona la señal salida $Y(s)$ con la señal entrada $U(s)$ de un sistema cuando las condiciones iniciales son cero. La función de transferencia que corresponde al esquema de control de la PLL en variable compleja s es:

$$M(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G(s) \cdot C(s)}{1 + G(s) \cdot C(s)} = \frac{\frac{1}{s} \cdot \left(k_{p_{PLL}} + \frac{k_{i_{PLL}}}{s} \right)}{1 + \frac{1}{s} \cdot \left(k_{p_{PLL}} + \frac{k_{i_{PLL}}}{s} \right)} \quad (1.46)$$

$$M(s) = \frac{\left(k_{p_{PLL}} + \frac{k_{i_{PLL}}}{s} \right)}{s + \left(k_{p_{PLL}} + \frac{k_{i_{PLL}}}{s} \right)} = \frac{k_{p_{PLL}} s + k_{i_{PLL}}}{s^2 + k_{p_{PLL}} s + k_{i_{PLL}}} \quad (1.47)$$

1. Memoria

La función de transferencia de un sistema de segundo orden estándar (véase el Anexo 2.2) se define como:

$$G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1.48)$$

De la comparación entre las ecuaciones 1.47 y 1.48 se obtienen las ecuaciones 1.49 y 1.50 para diseñar el PI con los parámetros ξ y ω_n . Es importante destacar que a diferencia de la función $G(s)$ la función $M(s)$ presenta un cero y que en la práctica la respuesta del sistema será un poco más oscilatoria.

$$k_{p_{PLL}} = 2\xi\omega_n \quad (1.49)$$

$$k_{i_{PLL}} = \omega_n^2 \quad (1.50)$$

Para una PLL de 10 Hz con $\xi = 0,9$ y $\omega_n = 20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$:

$$k_{p_{PLL}} = 2 \cdot 0,9 \cdot 20\pi = 113,10 \quad (1.51)$$

$$k_{i_{PLL}} = (20\pi)^2 = 3947,84 \quad (1.52)$$

1.6.3.3- Lazos de control de corriente

Los lazos de control de corriente constan cada uno de un divisor, dos sumadores y un controlador PI.

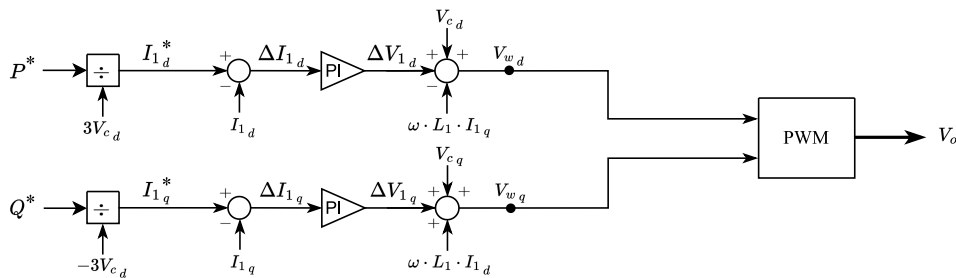


Figura 1.26– Lazos de control de corriente.

El control de potencia que se suministra a la red se realiza mediante la regulación de la corriente que sale del convertidor. Al mismo tiempo, la corriente depende de la caída de tensión y la impedancia interna del filtro. La figura 1.27 representa la caída de tensión en la inductancia L_1 del circuito de la figura 1.16. Los valores R_1 y L_1 son conocidos.

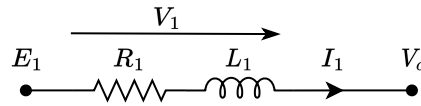


Figura 1.27– Caída de tensión en la inductancia L_1 .

La caída de tensión en función del tiempo se puede expresar como:

$$V_1(t) = R_1 I_1(t) + L_1 \frac{dI_1(t)}{dt} \quad (1.53)$$

Como se ha mencionado en el apartado anterior, el diseño del controlador PI se realiza en el dominio de la frecuencia compleja aplicando la transformada de Laplace expresando las ecuaciones en términos de s .

$$V_1(s) = R_1 I_1(s) + L_1 s I_1(s) \quad (1.54)$$

$$V_1(s) = I_1(s)(R_1 + L_1 s) \quad (1.55)$$

Sea $G(s)$ la función que relaciona la corriente que sale del convertidor con la caída de tensión en la inductancia L_1 y $C(s)$ la función del controlador PI de los lazos de control de corriente.

$$G(s) = \frac{I_1(s)}{V_1(s)} = \frac{1}{R_1 + L_1 s} \quad (1.56)$$

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} \quad (1.57)$$

Para el control continuo de la corriente del convertidor se propone el diagrama de bloques retroalimentado de la figura 1.28.

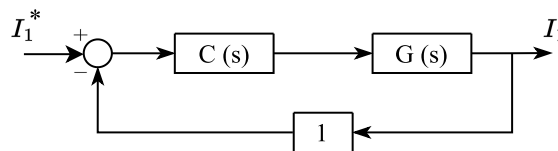


Figura 1.28– Diagrama de bloques del control de corriente.

La función de transferencia que relaciona la consigna de entrada I_1^* con I_1 es $M(s)$:

$$M(s) = \frac{I_1(s)}{I_1^*(s)} = \frac{G(s) \cdot C(s)}{1 + G(s) \cdot C(s)} = \frac{\left(\frac{1}{R_1 + L_1 s}\right) \cdot \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right)}{1 + \left(\frac{1}{R_1 + L_1 s}\right) \cdot \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right)} \quad (1.58)$$

$$M(s) = \frac{\left(\frac{1}{R_1 + L_1 s}\right) \cdot \left(\frac{k_p s + k_i}{s}\right)}{1 + \left(\frac{1}{R_1 + L_1 s}\right) \cdot \left(\frac{k_p s + k_i}{s}\right)} = \frac{\frac{k_p s + k_i}{s(R_1 + L_1 s)}}{1 + \frac{k_p s + k_i}{s(R_1 + L_1 s)}} \quad (1.59)$$

$$M(s) = \frac{1}{\frac{s(R_1 + L_1 s)}{k_p s + k_i} + 1} = \frac{k_p s + k_i}{s(R_1 + L_1 s) + k_p s + k_i} \quad (1.60)$$

$$M(s) = \frac{k_p s + k_i}{s(R_1 + L_1 s) + k_p s + k_i} = \frac{k_p s + k_i}{L_1 s^2 + (R_1 + k_p)s + k_i} \quad (1.61)$$

$$M(s) = \frac{\frac{k_p s + k_i}{L_1}}{s^2 + \left(\frac{R_1 + k_p}{L_1}\right)s + \frac{k_i}{L_1}} \quad (1.62)$$

De igual forma que en el apartado anterior, comparando la función de transferencia de la ecuación 1.62 con la función de transferencia de un modelo de segundo orden estándar 1.48 se obtienen las ecuaciones 1.63 y 1.64 de diseño del controlador PI.

$$k_p = 2\xi\omega_n L_1 - R_1 \quad (1.63)$$

$$k_i = L_1 \omega_n^2 \quad (1.64)$$

El coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural de un sistema de segundo orden estándar se pueden relacionar con el tiempo que tarda la señal de salida en establecerse al 98% (t_{s98}) de la consigna de referencia por la ecuación 1.65.

$$t_{s98} = \frac{4}{\xi\omega_n} \quad (1.65)$$

Para $\xi = 0,9$ y $t_{s98} = 10$ (ms):

$$k_p = 2 \cdot 0,9 \cdot \frac{4}{0,9 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,15071 - 1,89 = 118,91 \quad (1.66)$$

$$k_i = 0,15071 \cdot \left(\frac{4}{0,9 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}\right)^2 = 29769,88 \quad (1.67)$$

1. Memoria

Conocido θ_{PLL} se realizan las transformaciones de las variables medidas a ejes dq0.

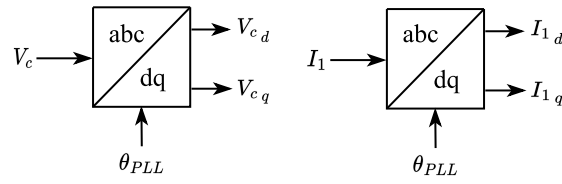


Figura 1.29– Transformaciones a ejes dq0 de las variables medidas.

En el primer sumador de cada lazo se obtiene la diferencia entre la intensidad de referencia (calculada a partir de cada consigna de referencia de potencia) y la medición en tiempo real de la intensidad que sale del convertidor.

$$I_{1d}^* - I_{1d} = \Delta I_{1d} \quad (1.68)$$

$$I_{1q}^* - I_{1q} = \Delta I_{1q} \quad (1.69)$$

En el segundo nodo sumador la acción del controlador PI sobre la caída de tensión en la inductancia L_1 se suma con la tensión del PCC y el producto cruzado de cada intensidad:

$$V_{wd} = \Delta V_{1d} + V_{cd} - \omega L_1 I_{1q} \quad (1.70)$$

$$V_{wq} = \Delta V_{1q} + V_{cq} + \omega L_1 I_{1d} \quad (1.71)$$

Obtenidas V_{wd} y V_{wq} el PWM se encarga de generar la señal de disparo V_o del convertidor para cada instante de tiempo.

1.7- Desarrollo de un modelo matemático de un convertidor

El desarrollo de un modelo matemático de un convertidor VSC en pequeña señal es la base que sostiene el presente trabajo. No solo su desarrollo, sino la posterior validación del modelo con un *software* reconocido como lo es PSCAD le confiere a esta herramienta la capacidad de estudiar la estabilidad en redes eléctricas con alta penetración de energías renovables y plantear hipótesis que en última instancia puedan ser comprobadas a nivel experimental. Véanse más detalles en el código de MATLAB del modelo matemático en el Anexo 2.4.

1.7.1- Definiciones matemáticas

La representación del espacio de estados es un modelo matemático que establece una relación entre las variables de estado (x), las entradas (u) y las salidas (y) de un sistema mediante ecuaciones diferenciales de primer orden. Las variables de estado se definen como el conjunto mínimo de variables que permiten describir un sistema y se caracterizan por estar relacionadas con el almacenamiento de energía, la capacidad de “memorizar” del sistema y no depender de las señales de entrada [6].

Un sistema lineal continuo en el dominio del tiempo posee una ecuación de estado de la forma:

$$\frac{dx_n}{dt} = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + b_n u \quad (1.72)$$

La salida se define en función de las variables de estado y las entradas como:

$$y = c_1x_1 + \dots + c_nx_n + du \quad (1.73)$$

La representación del espacio de estados en forma matricial queda:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} u \quad (1.74)$$

$$y = [c_1 \quad \dots \quad c_n] \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + du \quad (1.75)$$

1. Memoria

De forma compacta pueden escribirse las ecuaciones del sistema como:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A \cdot x + B \cdot u \\ y &= C \cdot x + D \cdot u\end{aligned}\quad (1.76)$$

Cuando el sistema no es lineal (no se puede expresar de la forma 1.74 y 1.75) se debe linealizar. En este caso no hay una solución general directa y la dificultad radica en que las ecuaciones no lineales pueden tener múltiples soluciones y en algunos casos incluso puede ser imposibles de resolver. Para plantear el problema de la linealización, sean \dot{x} e y acorde 1.77 [4].

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= g(x, u)\end{aligned}\quad (1.77)$$

Para linealizar el sistema es necesario partir de una situación alrededor de un punto de funcionamiento estable (x_0, u_0) en el que todas las variaciones respecto del tiempo son cero, es decir $f(x_0, u_0) = 0$ y $g(x_0, u_0) = 0$. Linealizando f y g se obtienen las ecuaciones 1.78 y 1.79 respectivamente. Véase el Anexo 2.3 para más detalles

$$f(x, u) = f(x_0, u_0) + J_{f,x}|_{x=x_0} (x - x_0) + J_{f,u}|_{u=u_0} (u - u_0) + f_1(x, u) \quad (1.78)$$

$$g(x, u) = g(x_0, u_0) + J_{g,x}|_{x=x_0} (x - x_0) + J_{g,u}|_{u=u_0} (u - u_0) + g_1(x, u) \quad (1.79)$$

donde:

- $J_{f,x}|_{x=x_0}$ es el jacobiano de f respecto la variable de estado x en el punto de equilibrio x_0 (matriz A)
- $J_{f,u}|_{u=u_0}$ es el jacobiano de f respecto la entrada u en el punto de equilibrio u_0 (matriz B)
- $J_{g,x}|_{x=x_0}$ es el jacobiano de g respecto la variable de estado x en el punto de equilibrio x_0 (matriz C)
- $J_{g,u}|_{u=u_0}$ es el jacobiano de g respecto la entrada u en el punto de equilibrio u_0 (matriz D)
- $f_1(x, u)$ recoge los términos mayores de primer orden de f
- $g_1(x, u)$ recoge los términos mayores de primer orden de g

El jacobiano es una matriz que contiene todas las derivadas parciales de un conjunto de funciones con respecto a una determinada variable.

El resultado de linealizar 1.76 tomando $\Delta x = (x - x_0)$ y $\Delta u = (u - u_0)$ es:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{x} &\approx A \cdot \Delta x + B \cdot \Delta u \\ \Delta y &\approx C \cdot \Delta x + D \cdot \Delta u\end{aligned}\quad (1.80)$$

1. Memoria

1.7.2- Representación del espacio de estados del sistema

En la tabla 1.8 se recogen las variables de estado, las entradas y las salidas del sistema. Aplicando la definición del apartado anterior, parte de las variables de estado se corresponden con el almacenamiento de energía en forma de campos magnéticos y campo eléctrico en las inductancias y el condensador respectivamente. También cuentan como variables de estado las integrales de los lazos de control y el ángulo de la PLL porque son necesarias para describir el sistema.

VARIABLES DE ESTADO	I_{1d}	I_{1q}	X_d	X_q	θ	X_{PLL}	I_{2d}	I_{2q}	V_{cap_d}	V_{cap_q}
ENTRADAS	P^*	Q^*	-	-	-	-	-	-	-	-
SALIDAS	I_{1d}	I_{1q}	0	0	θ	0	I_{2d}	I_{2q}	V_{cap_d}	V_{cap_q}

Tabla 1.8– Variables de estado, entradas y salidas del sistema.

donde:

- $X_d = \int (I_{1d}^* - I_{1d}) dt$ por integrador del lazo de control de corriente en el eje d
- $X_q = \int (I_{1q}^* - I_{1q}) dt$ por integrador del lazo de control de corriente en el eje q
- $X_{PLL} = \int V_{c_q} dt$ por el integrador del esquema de control de la PLL en eje q
- I_2 es la nueva nomenclatura de la corriente de red
- V_{cap} es la tensión del condensador

Para representar el espacio de estados del sistema de forma clara se propone seguir los siguientes pasos:

1. Plantear las ecuaciones del circuito de la red eléctrica objeto de estudio.
2. Plantear las ecuaciones del esquema de control *Grid Following* del convertidor y completar las ecuaciones del paso anterior.
3. Sintetizar las ecuaciones para dar con el modelo matemático en función de las variables de estado, entradas y salidas del sistema estableciendo las relaciones oportunas.

1.7.2.1- Ecuaciones de la red eléctrica

Presentada ya en la sección anterior la red eléctrica objeto de estudio se sugiere un pequeño cambio en la nomenclatura de ahora en adelante para simplificar las ecuaciones en la representación del espacio de estados (I_2 y V_{cap} han sido definidas en el apartado anterior por razones de conveniencia).

1. Memoria

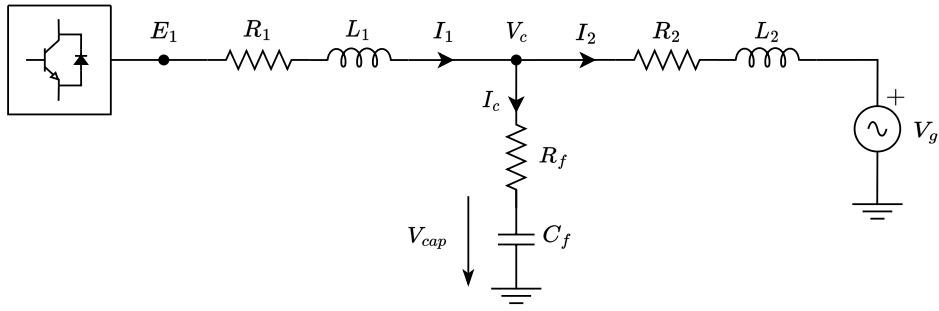


Figura 1.30– Circuito red eléctrica objeto de estudio.

donde:

- L_2 es la inductancia del transformador más la inductancia de red ($L_T + L_g$) (H)
- R_2 es la resistencia del transformador más la inductancia de red ($R_T + R_g$) (Ω)

Ecuaciones de la red eléctrica:

-De la tensión del convertidor y la ecuación característica de L_1

$$E_{1d} = I_{1d}R_1 + L_1 \frac{dI_{1d}}{dt} - \omega L_1 I_{1q} + V_{cd} \quad (1.81)$$

$$E_{1q} = I_{1q}R_1 + L_1 \frac{dI_{1q}}{dt} + \omega L_1 I_{1d} + V_{cq} \quad (1.82)$$

-De la tensión en el PCC y la ecuación característica de L_2

$$V_{cd} = I_{2d}R_2 + L_2 \frac{dI_{2d}}{dt} - \omega L_2 I_{2q} + V_{gd} \quad (1.83)$$

$$V_{cq} = I_{2q}R_2 + L_2 \frac{dI_{2q}}{dt} + \omega L_2 I_{2d} + V_{gq} \quad (1.84)$$

$$V_{cd} = (I_{1d} - I_{2d})R_f + V_{capd} \quad (1.85)$$

$$V_{cq} = (I_{1q} - I_{2q})R_f + V_{capq} \quad (1.86)$$

-De la suma de corrientes y la ecuación característica de C_f

$$I_{cd} = C_f \frac{dV_{capd}}{dt} - \omega C_f V_{capq} = (I_{1d} - I_{2d}) \quad (1.87)$$

$$I_{c_q} = C_f \frac{dV_{cap_q}}{dt} + \omega C_f V_{cap_d} = (I_{1_d} - I_{2_d}) \quad (1.88)$$

Ecuaciones de interés para la representación del espacio de estados:

-De combinar y reescribir 1.81 con 1.85 sustituyendo V_{c_d}

$$E_{1_d} = I_{1_d} R_1 + L_1 \frac{dI_{1_d}}{dt} - \omega L_1 I_{1_q} + (I_{1_d} - I_{2_d}) R_f + V_{cap_d} \quad (1.89)$$

$$\frac{dI_{1_d}}{dt} = \left(\frac{-R_f - R_1}{L_1} \right) I_{1_d} + \omega I_{1_q} + \frac{R_f}{L_1} I_{2_d} - \frac{1}{L_1} V_{cap_d} + \frac{E_{1_d}}{L_1} \quad (1.90)$$

- De combinar y reescribir 1.82 con 1.86 sustituyendo V_{c_q}

$$E_{1_q} = I_{1_q} R_1 + L_1 \frac{dI_{1_q}}{dt} + \omega L_1 I_{1_d} + (I_{1_q} - I_{2_q}) R_f + V_{cap_q} \quad (1.91)$$

$$\frac{dI_{1_q}}{dt} = -\omega I_{1_d} + \left(\frac{-R_f - R_1}{L_1} \right) I_{1_q} + \frac{R_f}{L_1} I_{2_q} - \frac{1}{L_1} V_{cap_q} + \frac{E_{1_q}}{L_1} \quad (1.92)$$

- De combinar y reescribir 1.83 con 1.85 sustituyendo V_{c_d}

$$(I_{1_d} - I_{2_d}) R_f + V_{cap_d} = I_{2_d} R_2 + L_2 \frac{dI_{2_d}}{dt} - \omega L_2 I_{2_q} + V_{g_d} \quad (1.93)$$

$$\frac{dI_{2_d}}{dt} = \frac{R_f}{L_2} I_{1_d} + \left(\frac{-R_f - R_2}{L_2} \right) I_{2_d} + \omega I_{2_q} + \frac{1}{L_2} V_{cap_d} - \frac{V_{g_d}}{L_2} \quad (1.94)$$

- De combinar y reescribir 1.84 con 1.86 sustituyendo V_{c_q}

$$(I_{1_q} - I_{2_q}) R_f + V_{cap_q} = I_{2_q} R_2 + L_2 \frac{dI_{2_q}}{dt} + \omega L_2 I_{2_d} + V_{g_q} \quad (1.95)$$

$$\frac{dI_{2_q}}{dt} = \frac{R_f}{L_2} I_{1_q} - \omega I_{2_d} + \left(\frac{-R_f - R_2}{L_2} \right) I_{2_q} + \frac{1}{L_2} V_{cap_q} - \frac{V_{g_q}}{L_2} \quad (1.96)$$

1. Memoria

- De reescribir 1.87

$$\frac{dV_{cap_d}}{dt} = \frac{1}{C_f} I_{1d} - \frac{1}{C_f} I_{2d} + \omega V_{cap_q} \quad (1.97)$$

-De reescribir 1.88

$$\frac{dV_{cap_q}}{dt} = \frac{1}{C_f} I_{1q} - \frac{1}{C_f} I_{2q} - \omega V_{cap_d} \quad (1.98)$$

1.7.2.2- Ecuaciones del esquema de control

Además de las ecuaciones del circuito de la red eléctrica objeto de estudio el modelo matemático también incorpora ecuaciones del esquema de control del convertidor.

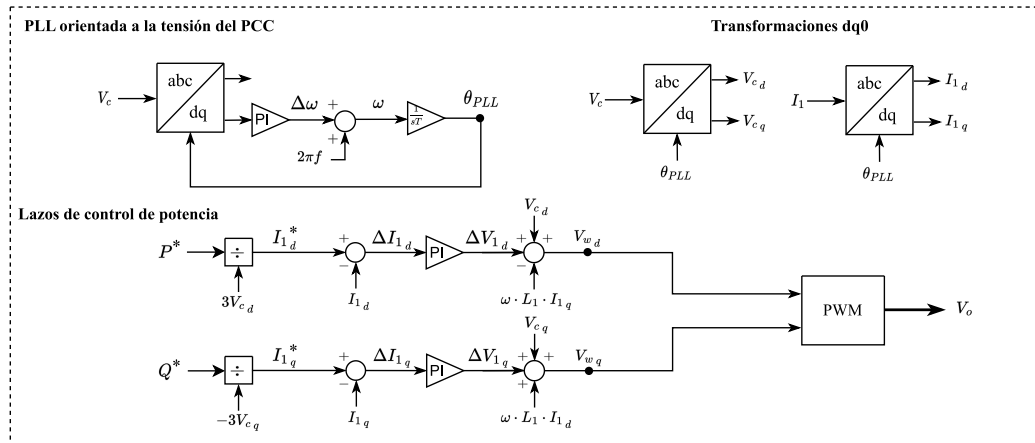


Figura 1.31– Esquema de control *Grid Following*.

Ecuaciones del esquema de control:

-De la PLL

$$\Delta\omega = \frac{d\theta}{dt} = k_{p_{PLL}} V_{c_q} + k_{i_{PLL}} X_{PLL} \quad (1.99)$$

-De los lazos de control de corriente

$$E_{1d} = k_p (I_{1d}^* - I_{1d}) + k_i X_d - \omega L_1 I_{1q} + V_{cd} \quad (1.100)$$

$$E_{1q} = k_p (I_{1q}^* - I_{1q}) + k_i X_q + \omega L_1 I_{1d} + V_{cq} \quad (1.101)$$

1. Memoria

-De los integradores de los controladores PI

$$\frac{dX_{PLL}}{dt} = (I_{1q} - I_{2q}) R_f + V_{capq} \quad (1.102)$$

$$\frac{dX_d}{dt} = I_{1d}^* - I_{1d} \quad (1.103)$$

$$\frac{dX_q}{dt} = I_{1q}^* - I_{1q} \quad (1.104)$$

Ecuaciones de interés para la representación del espacio de estados:

-De sustituir V_{c_q} de 1.86 en 1.99

$$\Delta\omega = \frac{d\theta}{dt} = k_{p_{PLL}} \left[(I_{1q} - I_{2q}) R_f + V_{capq} \right] + k_{i_{PLL}} X_{PLL} \quad (1.105)$$

$$\Delta\omega = \frac{d\theta}{dt} = R_f k_{p_{PLL}} I_{1q} - R_f k_{p_{PLL}} I_{2q} + k_{p_{PLL}} V_{capq} + k_{i_{PLL}} X_{PLL} \quad (1.106)$$

- De combinar y reescribir 1.90 con 1.100 sustituyendo E_{1d} y luego V_{c_d} de 1.85

$$\frac{dI_{1d}}{dt} = \left(\frac{-R_f - R_1}{L_1} \right) I_{1d} + \omega I_{1q} + \frac{R_f}{L_1} I_{2d} - \frac{1}{L_1} V_{capd} + \frac{1}{L_1} (k_p (I_{1d}^* - I_{1d}) + k_i X_d - \omega L_1 I_{1q} + V_{c_d}) \quad (1.107)$$

$$\frac{dI_{1d}}{dt} = \left(\frac{-R_f - R_1 - k_p}{L_1} \right) I_{1d} + \frac{R_f}{L_1} I_{2d} - \frac{1}{L_1} V_{capd} + \frac{k_i}{L_1} X_d + \frac{k_p}{L_1} I_{1d}^* + \frac{1}{L_1} V_{c_d} \quad (1.108)$$

$$\frac{dI_{1d}}{dt} = \left(\frac{-R_f - R_1 - k_p}{L_1} \right) I_{1d} + \frac{R_f}{L_1} I_{2d} - \frac{1}{L_1} V_{capd} + \frac{k_i}{L_1} X_d + \frac{k_p}{L_1} I_{1d}^* + \frac{1}{L_1} ((I_{1d} - I_{2d}) R_f + V_{capd}) \quad (1.109)$$

$$\frac{dI_{1d}}{dt} = \left(\frac{-R_1 - k_p}{L_1} \right) I_{1d} + \frac{k_i}{L_1} X_d + \frac{k_p}{L_1} I_{1d}^* \quad (1.110)$$

- De combinar y reescribir 1.92 con 1.101 sustituyendo E_{1q} y luego V_{c_q} de 1.86

$$\frac{dI_{1q}}{dt} = -\omega I_{1d} + \left(\frac{-R_f - R_1}{L_1} \right) I_{1q} + \frac{R_f}{L_1} I_{2q} - \frac{1}{L_1} V_{capq} + \frac{1}{L_1} (k_p (I_{1q}^* - I_{1q}) + k_i X_q + \omega L_1 I_{1d} + V_{c_q}) \quad (1.111)$$

1. Memoria

$$\frac{dI_{1q}}{dt} = \left(\frac{-R_f - R_1 - k_p}{L_1} \right) I_{1q} + \frac{R_f}{L_1} I_{2q} - \frac{1}{L_1} V_{capq} + \frac{k_i}{L_1} X_q + \frac{k_p}{L_1} I_{1q}^* + \frac{1}{L_1} V_{c_q} \quad (1.112)$$

$$\frac{dI_{1q}}{dt} = \left(\frac{-R_f - R_1 - k_p}{L_1} \right) I_{1q} + \frac{R_f}{L_1} I_{2q} - \frac{1}{L_1} V_{capq} + \frac{k_i}{L_1} X_q + \frac{k_p}{L_1} I_{1q}^* + \frac{1}{L_1} \left((I_{1q} - I_{2q}) R_f + V_{capq} \right) \quad (1.113)$$

$$\frac{dI_{1q}}{dt} = \left(\frac{-R_1 - k_p}{L_1} \right) I_{1q} + \frac{k_i}{L_1} X_q + \frac{k_p}{L_1} I_{1q}^* \quad (1.114)$$

1.7.2.3- Síntesis del modelo matemático

En la tabla 1.9 se recogen las ecuaciones de interés hasta este punto para el modelo matemático.

Ecuaciones	n° ec.
$\frac{dI_{2d}}{dt} = \frac{R_f}{L_2} I_{1d} + \left(\frac{-R_f - R_2}{L_2} \right) I_{2d} + \omega I_{2q} + \frac{1}{L_2} V_{capd} - \frac{V_{g_d}}{L_2}$	1.94
$\frac{dI_{2q}}{dt} = \frac{R_f}{L_2} I_{1q} - \omega I_{2d} + \left(\frac{-R_f - R_2}{L_2} \right) I_{2q} + \frac{1}{L_2} V_{capq} - \frac{V_{g_q}}{L_2}$	1.96
$\frac{dV_{capd}}{dt} = \frac{1}{C_f} I_{1d} - \frac{1}{C_f} I_{2d} + \omega V_{capq}$	1.97
$\frac{dV_{capq}}{dt} = \frac{1}{C_f} I_{1q} - \frac{1}{C_f} I_{2q} - \omega V_{capd}$	1.98
$\frac{dX_{PLL}}{dt} = (I_{1q} - I_{2q}) R_f + V_{capq}$	1.102
$\frac{dX_d}{dt} = I_{1d}^* - I_{1d}$	1.103
$\frac{dX_q}{dt} = I_{1q}^* - I_{1q}$	1.104
$\frac{d\theta}{dt} = R_f k_{p_{PLL}} I_{1q} - R_f k_{p_{PLL}} I_{2q} + k_{p_{PLL}} V_{capq} + k_{i_{PLL}} X_{PLL}$	1.106
$\frac{dI_{1d}}{dt} = \left(\frac{-R_1 - k_p}{L_1} \right) I_{1d} + \frac{k_i}{L_1} X_d + \frac{k_p}{L_1} I_{1d}^*$	1.110
$\frac{dI_{1q}}{dt} = \left(\frac{-R_1 - k_p}{L_1} \right) I_{1q} + \frac{k_i}{L_1} X_q + \frac{k_p}{L_1} I_{1q}^*$	1.114

Tabla 1.9– Resumen de ecuaciones previas a la representación del espacio de estados.

1. Memoria

Un aspecto fundamental para que el modelo matemático sea válido es considerar el hecho de que en el instante que se produce un cambio en la consigna de referencia éste no se refleja instantáneamente en el circuito de control. Es decir, la velocidad a la que giran los ejes dq0 (impuesta por la PLL) no es constante en todo momento. Durante unos milisegundos hay una pequeña variación del ángulo θ entre el eje d y el fasor de referencia V_g . La figura 1.32 representa el diagrama fasorial de un punto de funcionamiento estable del sistema y la representación en ejes dq0 de las variables. Para dotar al modelo matemático de la capacidad de percibir esos pequeños cambios se deben linealizar las componentes V_{g_d} y V_{g_q} que están presentes en la tabla anterior, al producirse un cambio en P^* o Q^* también cambia el desfase entre la tensión de red y la tensión del PCC, propósito para el cual han sido designadas las variables auxiliares f_1 y f_2 .

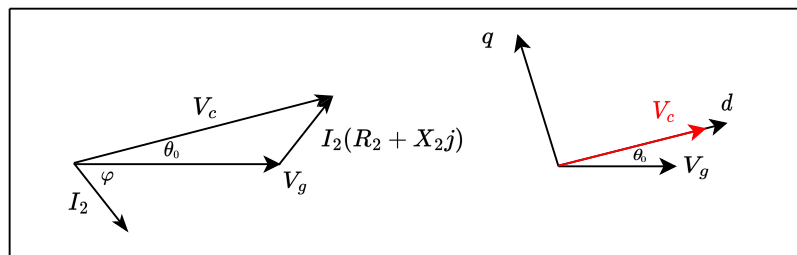


Figura 1.32– Linealización del ángulo theta.

Si el eje d (V_c) va adelantado respecto V_g se tiene que $\theta > 0$ y se debe cumplir que $V_{g_d} > 0$ y $V_{g_q} < 0$. Si por el contrario el eje d va retrasado respecto V_g se tiene que $\theta < 0$ y se debe cumplir que $V_{g_d} < 0$ y $V_{g_q} > 0$. A tal efecto, la descomposición en ejes d y q queda:

$$f_1 = V_{g_d} = V_g \cos(\theta); \quad f_2 = V_{g_q} = -V_g \sin(\theta) \quad (1.115)$$

Linealizando las expresiones según se detalla en el Anexo 2.3 considerando un valor eficaz constante de V_g ($\Delta V_g = 0$):

$$\Delta V_{g_d} = \frac{\partial f_1}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial f_1}{\partial V_g} \Delta V_g = -V_g \sin(\theta_0) \Delta \theta + \cos(\theta_0) \Delta V_g = V_{g_{q0}} \Delta \theta \quad (1.116)$$

$$\Delta V_{g_q} = \frac{\partial f_2}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial f_2}{\partial V_g} \Delta V_g = -V_g \cos(\theta_0) \Delta \theta + \sin(\theta_0) \Delta V_g = -V_{g_{d0}} \Delta \theta \quad (1.117)$$

Cabe remarcar que si resultara de interés estudiar pequeñas variaciones de V_g (sin suponer que la tensión es constante en todo momento) se podría incorporar al modelo matemático y ΔV_g pasaría ser una entrada más del sistema.

Con los productos entre ω y las variables de estado de la tabla anterior se procede de igual forma. Para linealizar estos términos se han designado las variables auxiliares f_3, f_4, f_5 y f_6 .

1. Memoria

$$f_3 = \omega I_{2d}; \quad f_4 = \omega I_{2q} \quad (1.118)$$

$$\Delta f_3 = \frac{\partial f_3}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial f_3}{\partial I_{2d}} \Delta I_{2d} = I_{2d0} \Delta \omega + \omega_0 \Delta I_{2d} \quad (1.119)$$

$$\Delta f_4 = \frac{\partial f_4}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial f_4}{\partial I_{2q}} \Delta I_{2q} = I_{2q0} \Delta \omega + \omega_0 \Delta I_{2q} \quad (1.120)$$

$$f_5 = \omega V_{capd}; \quad f_6 = \omega V_{capq} \quad (1.121)$$

$$\Delta f_5 = \frac{\partial f_5}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial f_5}{\partial V_{capd}} \Delta V_{capd} = V_{capd0} \Delta \omega + \omega_0 \Delta V_{capd} \quad (1.122)$$

$$\Delta f_6 = \frac{\partial f_6}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial f_6}{\partial V_{capq}} \Delta V_{capq} = V_{capq0} \Delta \omega + \omega_0 \Delta V_{capq} \quad (1.123)$$

De añadir los términos linealizados en las ecuaciones de la tabla 1.9 que corresponde se obtienen los siguientes resultados:

$$\frac{d\Delta I_{2d}}{dt} = \frac{R_f}{L_2} \Delta I_{1d} + \left(\frac{-R_f - R_2}{L_2} \right) \Delta I_{2d} + (I_{2q0} \Delta \omega + \omega_0 \Delta I_{2q}) + \frac{1}{L_2} \Delta V_{capd} - \frac{1}{L_2} (V_{gq0} \Delta \theta) \quad (1.124)$$

$$\frac{d\Delta I_{2q}}{dt} = \frac{R_f}{L_2} \Delta I_{1q} - (I_{2d0} \Delta \omega + \omega_0 \Delta I_{2d}) + \left(\frac{-R_f - R_2}{L_2} \right) \Delta I_{2q} + \frac{1}{L_2} \Delta V_{capq} - \frac{1}{L_2} (-V_{gd0} \Delta \theta) \quad (1.125)$$

$$\frac{d\Delta V_{capd}}{dt} = \frac{1}{C_f} \Delta I_{1d} - \frac{1}{C_f} \Delta I_{2d} + (V_{capq0} \Delta \omega + \omega_0 \Delta V_{capq}) \quad (1.126)$$

$$\frac{d\Delta V_{capq}}{dt} = \frac{1}{C_f} \Delta I_{1q} - \frac{1}{C_f} \Delta I_{2q} - (V_{capd0} \Delta \omega + \omega_0 \Delta V_{capd}) \quad (1.127)$$

Recuerde que $\Delta \omega = R_f k_{pPLL} \Delta I_{1q} - R_f k_{pPLL} \Delta I_{2q} + k_{pPLL} \Delta V_{capq} + k_{iPLL} \Delta X_{PLL}$. Sustituyendo en las cuatro ecuaciones anteriores y reordenando los términos en cada una:

1. Memoria

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta I_{2d}}{dt} = & \frac{R_f}{L_2} \Delta I_{1d} + \left(\frac{-R_f - R_2}{L_2} \right) \Delta I_{2d} \\ & + \left(I_{2q0} \left(R_f k_{p_{PLL}} \Delta I_{1q} - R_f k_{p_{PLL}} \Delta I_{2q} + k_{p_{PLL}} \Delta V_{capq} + k_{i_{PLL}} \Delta X_{PLL} \right) \right. \\ & \left. + \omega_0 \Delta I_{2q} \right) + \frac{1}{L_2} \Delta V_{capd} - \frac{1}{L_2} \left(+V_{gq0} \Delta \theta \right) \end{aligned} \quad (1.128)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta I_{2d}}{dt} = & \frac{R_f}{L_2} \Delta I_{1d} + I_{2q0} R_f k_{p_{PLL}} \Delta I_{1q} - \frac{V_{gq0}}{L_2} \Delta \theta + I_{2q0} k_{i_{PLL}} \Delta X_{PLL} \\ & + \left(\frac{-R_f - R_2}{L_2} \right) \Delta I_{2d} \left(-I_{2q0} R_f k_{p_{PLL}} + \omega_0 \right) \Delta I_{2q} + \frac{1}{L_2} \Delta V_{capd} \\ & + I_{2q0} k_{p_{PLL}} \Delta V_{capq} \end{aligned} \quad (1.129)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta I_{2q}}{dt} = & \frac{R_f}{L_2} \Delta I_{1q} - \left(I_{2d0} \left(R_f k_{p_{PLL}} \Delta I_{1q} - R_f k_{p_{PLL}} \Delta I_{2q} + k_{p_{PLL}} \Delta V_{capq} + k_{i_{PLL}} \Delta X_{PLL} \right) \right. \\ & \left. + \omega_0 \Delta I_{2d} \right) + \left(\frac{-R_f - R_2}{L_2} \right) \Delta I_{2q} + \frac{1}{L_2} \Delta V_{capq} - \frac{1}{L_2} \left(-V_{gd0} \Delta \theta \right) \end{aligned} \quad (1.130)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta I_{2q}}{dt} = & \left(\frac{R_f}{L_2} - I_{2d0} R_f k_{p_{PLL}} \right) \Delta I_{1q} + \frac{V_{gd0}}{L_2} \Delta \theta - I_{2d0} k_{i_{PLL}} \Delta X_{PLL} - \omega_0 \Delta I_{2d} \\ & + \left(\frac{-R_f - R_2}{L_2} + I_{2d0} R_f k_{p_{PLL}} \right) \Delta I_{2q} + \left(\frac{1}{L_2} - I_{2d0} k_{p_{PLL}} \right) \Delta V_{capq} \end{aligned} \quad (1.131)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta V_{capd}}{dt} = & \frac{1}{C_f} \Delta I_{1d} - \frac{1}{C_f} \Delta I_{2d} \\ & + \left(V_{capq0} \left(R_f k_{p_{PLL}} \Delta I_{1q} - R_f k_{p_{PLL}} \Delta I_{2q} + k_{p_{PLL}} \Delta V_{capq} + k_{i_{PLL}} \Delta X_{PLL} \right) \right. \\ & \left. + \omega_0 \Delta V_{capq} \right) \end{aligned} \quad (1.132)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta V_{capd}}{dt} = & \frac{1}{C_f} \Delta I_{1d} + V_{capq0} R_f k_{p_{PLL}} \Delta I_{1q} + V_{capq0} k_{i_{PLL}} \Delta X_{PLL} - \frac{1}{C_f} \Delta I_{2d} \\ & - V_{capq0} R_f k_{p_{PLL}} \Delta I_{2q} + \left(\omega_0 + V_{capq0} k_{p_{PLL}} \right) \Delta V_{capq} \end{aligned} \quad (1.133)$$

1. Memoria

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta V_{capq}}{dt} = & \frac{1}{C_f} \Delta I_{1q} - \frac{1}{C_f} \Delta I_{2q} \\ & - \left(V_{capd0} \left(R_f k_{p_{PLL}} \Delta I_{1q} - R_f k_{p_{PLL}} \Delta I_{2q} + k_{p_{PLL}} \Delta V_{capq} + k_{i_{PLL}} \Delta X_{PLL} \right) \right. \\ & \left. + \omega_0 \Delta V_{capd} \right) \end{aligned} \quad (1.134)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta V_{capq}}{dt} = & \left(\frac{1}{C_f} - V_{capd0} R_f k_{p_{PLL}} \right) \Delta I_{1q} \\ & - V_{capd0} k_{i_{PLL}} \Delta X_{PLL} \left(-\frac{1}{C_f} + V_{capd0} R_f k_{p_{PLL}} \right) \Delta I_{2q} \\ & - \omega_0 \Delta V_{capd} - V_{capd0} k_{p_{PLL}} \Delta V_{capq} \end{aligned} \quad (1.135)$$

De la consigna de potencia activa como referencia y sustituir V_{cd} de 1.85:

$$P^* = 3V_{cd} I_{1d}^* \quad (1.136)$$

$$I_{1d}^* = \frac{P^*}{3V_{cd}} \quad (1.137)$$

$$\Delta I_{1d}^* = \frac{\partial I_{1d}^*}{\partial P^*} \Delta P^* + \frac{\partial I_{1d}^*}{\partial V_{cd}} \Delta V_{cd} = \frac{1}{3V_{cd0}} \Delta P^* - \frac{P_0}{3V_{cd0}^2} \Delta V_{cd} \quad (1.138)$$

$$\Delta I_{1d}^* = \frac{1}{3V_{cd0}} \Delta P^* - \frac{P_0}{3V_{cd0}^2} \left((\Delta I_{1d} - \Delta I_{2d}) R_f + \Delta V_{capd} \right) \quad (1.139)$$

$$\Delta I_{1d}^* = -\frac{P_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{1d} + \frac{P_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{2d} - \frac{P_0}{3V_{cd0}^2} \Delta V_{capd} + \frac{1}{3V_{cd0}} \Delta P^* \quad (1.140)$$

De la consigna de potencia reactiva como referencia y sustituir V_{cd} de 1.85:

$$Q^* = -3V_{cd} I_{1q}^* \quad (1.141)$$

$$I_{1q}^* = -\frac{Q^*}{3V_{cd}} \quad (1.142)$$

$$\Delta I_{1q}^* = \frac{\partial I_{1q}^*}{\partial Q^*} \Delta Q^* + \frac{\partial I_{1q}^*}{\partial V_{cd}} \Delta V_{cd} = -\frac{1}{3V_{cd0}} \Delta Q^* + \frac{Q_0}{3V_{cd0}^2} \Delta V_{cd} \quad (1.143)$$

1. Memoria

$$\Delta I_{1q}^* = -\frac{1}{3V_{cd0}} \Delta Q^* + \frac{Q_0}{3V_{cd0}^2} \left((\Delta I_{1d} - \Delta I_{2d}) R_f + \Delta V_{capd} \right) \quad (1.144)$$

$$\Delta I_{1q}^* = \frac{Q_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{1d} - \frac{Q_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{2d} + \frac{Q_0}{3V_{cd0}^2} \Delta V_{capd} - \frac{1}{3V_{cd0}} \Delta Q^* \quad (1.145)$$

Sustituyendo ΔI_{1d}^* y ΔI_{1q}^* en las cuatro ecuaciones linealizadas 1.103, 1.104, 1.110, y 1.114 de la tabla 1.9:

$$\frac{d\Delta X_d}{dt} = \left(-\frac{P_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{1d} + \frac{P_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{2d} - \frac{P_0}{3V_{cd0}^2} \Delta V_{capd} + \frac{1}{3V_{cd0}} \Delta P^* \right) - \Delta I_{1d} \quad (1.146)$$

$$\frac{d\Delta X_d}{dt} = \left(-\frac{P_0 R_f}{3V_{cd0}^2} - 1 \right) \Delta I_{1d} + \frac{P_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{2d} - \frac{P_0}{3V_{cd0}^2} \Delta V_{capd} + \frac{1}{3V_{cd0}} \Delta P^* \quad (1.147)$$

$$\frac{d\Delta X_q}{dt} = \left(\frac{Q_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{1d} - \frac{Q_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{2d} + \frac{Q_0}{3V_{cd0}^2} \Delta V_{capd} - \frac{1}{3V_{cd0}} \Delta Q^* \right) - \Delta I_{1q} \quad (1.148)$$

$$\frac{d\Delta X_q}{dt} = \frac{Q_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{1d} - \Delta I_{1q} - \frac{Q_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{2d} + \frac{Q_0}{3V_{cd0}^2} \Delta V_{capd} - \frac{1}{3V_{cd0}} \Delta Q^* \quad (1.149)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta I_{1d}}{dt} &= \left(\frac{-R_1 - k_p}{L_1} \right) \Delta I_{1d} + \frac{k_i}{L_1} \Delta X_d \\ &\quad + \frac{k_p}{L_1} \left(-\frac{P_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{1d} + \frac{P_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{2d} - \frac{P_0}{3V_{cd0}^2} \Delta V_{capd} + \frac{1}{3V_{cd0}} \Delta P^* \right) \end{aligned} \quad (1.150)$$

$$\frac{d\Delta I_{1d}}{dt} = \left(\frac{-R_1 - k_p}{L_1} - \frac{k_p P_0 R_f}{3L_1 V_{cd0}^2} \right) \Delta I_{1d} + \frac{k_p P_0 R_f}{3L_1 V_{cd0}^2} \Delta I_{2d} + \frac{k_i}{L_1} \Delta X_d - \frac{k_p P_0}{3L_1 V_{cd0}^2} \Delta V_{capd} + \frac{k_p}{3L_1 V_{cd0}} \Delta P^* \quad (1.151)$$

1. Memoria

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta I_{1q}}{dt} = & \left(\frac{-R_1 - k_p}{L_1} \right) \Delta I_{1q} + \frac{k_i}{L_1} \Delta X_q \\ & + \frac{k_p}{L_1} \left(\frac{Q_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{1d} - \frac{Q_0 R_f}{3V_{cd0}^2} \Delta I_{2d} + \frac{Q_0}{3V_{cd0}^2} \Delta V_{capd} - \frac{1}{3V_{cd0}} \Delta Q^* \right) \end{aligned} \quad (1.152)$$

$$\frac{d\Delta I_{1q}}{dt} = \frac{k_p Q_0 R_f}{3L_1 V_{cd0}^2} \Delta I_{1d} + \left(\frac{-R_1 - k_p}{L_1} \right) \Delta I_{1q} - \frac{k_p Q_0 R_f}{3L_1 V_{cd0}^2} \Delta I_{2d} + \frac{k_i}{L_1} \Delta X_q + \frac{k_p Q_0}{3L_1 V_{cd0}^2} \Delta V_{capd} - \frac{k_p}{3L_1 V_{cd0}} \Delta Q^* \quad (1.153)$$

1. Memoria

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta I_{1,d} \\ \Delta I_{1,q} \\ \Delta X_d \\ \Delta X_q \\ \Delta \theta \\ \Delta X_{PLL} \\ \Delta I_{2,d} \\ \Delta I_{2,q} \\ \Delta V_{cap,d} \\ \Delta V_{cap,q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1 - k_p & 0 & \frac{k_i}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_p P_0 R_f}{L_1} - \frac{k_p P_0 R_f}{3L_1 V_{c,d0}^2} & -R_1 - k_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_p Q_0 R_f}{3L_1 V_{c,d0}^2} & \frac{k_p Q_0 R_f}{3L_1 V_{c,d0}^2} & \frac{k_i}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{P_0 R_f}{3V_{c,d0}^2} - 1 & -\frac{P_0 R_f}{3V_{c,d0}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{Q_0 R_f}{3V_{c,d0}^2} & \frac{Q_0 R_f}{3V_{c,d0}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_f k_{p,PLL} & R_f k_{p,PLL} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{R_f}{L_2} & \frac{R_f}{L_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_f} & \frac{1}{C_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_{1,d} \\ \Delta I_{1,q} \\ \Delta X_d \\ \Delta X_q \\ \Delta \theta \\ \Delta X_{PLL} \\ \Delta I_{2,d} \\ \Delta I_{2,q} \\ \Delta V_{cap,d} \\ \Delta V_{cap,q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_p P_0}{3L_1 V_{c,d0}^2} \\ \frac{k_p Q_0}{3L_1 V_{c,d0}^2} \\ \frac{P_0}{3V_{c,d0}^2} \\ \frac{Q_0}{3V_{c,d0}^2} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P^* \\ \Delta Q^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_{p,PLL} \\ 1 \\ I_{2,q0} k_{p,PLL} \\ \frac{1}{L_2} - I_{2,d0} k_{p,PLL} \\ \omega_0 + V_{cap,q0} k_{p,PLL} \\ -V_{cap,d0} k_{p,PLL} \end{bmatrix}$$

1.7.3- Cómputo de los puntos de equilibrio con el método Newton-Raphson

El método Newton-Raphson es un algoritmo muy utilizado para encontrar aproximaciones sucesivas a las soluciones de una función real diferenciable. Aunque existen otros métodos como el de Gauss-Seidel, el de Müller... este se aplica habitualmente en la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales porque converge (llega a una solución) rápido y es muy preciso. El sistema de ecuaciones del modelo matemático del convertidor no es lineal, no se puede expresar ni resolver como un sistema de acuerdo con la definición del Anexo 2.3. Siguiendo como referencia la metodología de [7] se expone el procedimiento de resolución adoptado en el presente trabajo.

Sea f una función que depende de las variables de estado x de un sistema de orden n .

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \quad (1.154)$$

Supóngase que se parte de un punto de equilibrio tal que (x_1, x_2, \dots, x_n) y se evalúa el sistema en $(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n)$, los valores de f en dicho punto aproximadamente son cero.

$$\begin{cases} f_1(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) \approx f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \Delta x_n \\ f_2(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) \approx f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \Delta x_n \\ \vdots \\ f_n(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) \approx f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \Delta x_n \end{cases} \quad (1.155)$$

Si el punto $(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n)$ es una solución del sistema entonces:

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \Delta x_n = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \Delta x_n = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \Delta x_n = 0 \end{cases} \quad (1.156)$$

1. Memoria

Expresado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.157)$$

$$\begin{aligned} F + J\Delta x &= 0 \\ \Delta x &= -J^{-1}F \end{aligned} \quad (1.158)$$

donde:

- F es el vector formado por (f_1, f_2, \dots, f_n)
- J es la matriz jacobiana de x
- Δx es el vector formado por $(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n)$

La idea del proceso de resolución es fijar un estado de funcionamiento inicial estable (F) y computar la matriz J inversa. Calcular Δx con la expresión 1.154 y realizar la suma $F + J\Delta x = 0$. Si la suma es igual a 0, los valores de $F + \Delta x$ son la solución del sistema. Si por el contrario la suma es distinta a 0, el valor $F + \Delta x$ pasa a ser F' y el proceso se repite en un bucle (F', F'', \dots, F^{cont}) hasta que llega a converger o se excede un determinado número máximo de iteraciones ($cont$), en cuyo caso se podrían probar otros puntos equilibrio iniciales F y comenzar el proceso de nuevo o aumentar el número de iteraciones permitidas.

El cómputo de los puntos de equilibrio con el método Newton-Raphson se ha realizado mediante la resolución del sistema de ecuaciones no lineal formado por las ecuaciones referenciadas en régimen permanente de la tabla 1.10. Los puntos de equilibrio aparecen con subíndice 0 y se corresponden con el valor de las variables del sistema en régimen permanente antes de producirse un cambio en las consignas de referencia P^* y Q^* . Dado que la PLL está orientada al eje d, el término en el eje q puede despreciarse $V_{cq0} = V_c \sin \theta_0 \approx 0$. Véanse más detalles en el código de MATLAB del Anexo 2.5 para calcular los puntos de equilibrio.

1. Memoria

Ecuaciones	Referencia
$E_{1d0} = I_{1d0}R_1 - \omega L_1 I_{1q0} + V_{cd0}$	1.81
$E_{1q0} = I_{1q0}R_1 + \omega L_1 I_{1d0} + V_{cq0}$	1.82
$V_{cd0} = I_{2d0}R_2 - \omega L_2 I_{2q0} + V_g \cos \theta_0$	1.83
$0 = I_{2q0}R_2 + \omega L_2 I_{2d0} + V_g \sin \theta_0$	1.84
$V_{cd0} = (I_{1d0} - I_{2d0})R_f + V_{capd0}$	1.85
$0 = (I_{1q0} - I_{2q0})R_f + V_{capq0}$	1.86
$I_{cd0} = -\omega C_f V_{capq0}$	1.87
$I_{cq0} = +\omega C_f V_{capd0}$	1.88
$P_0 = 3V_{cd0}I_{1d0}$	1.136
$Q_0 = -3V_{cd0}I_{1q0}$	1.141

Tabla 1.10– Resumen de ecuaciones para el cómputo de los puntos de equilibrio.

1.8- Montaje del circuito en PSCAD

Presentada la red eléctrica objeto de estudio, diseñado el filtro LCL, explicado el esquema de control *Grid Following* y desarrollado el modelo matemático del convertidor VSC se procede al montaje del circuito en PSCAD.

Primero se ha montado el circuito de la figura 1.16 manteniendo la misma nomenclatura descrita. Los componentes de la red se han cogido de la biblioteca de componentes que ofrece el propio programa mientras que el bloque que simula un convertidor VSC ideal ha sido cortesía del profesor Ricardo Vidal. Como puede apreciarse, los valores de los elementos pasivos son los de las tablas 1.1 y 1.2 y los obtenidos en la tabla 1.7

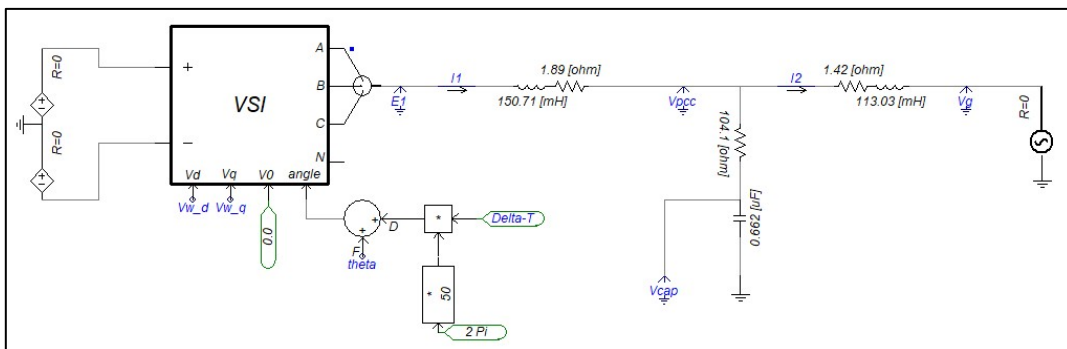


Figura 1.33– Circuito monofásico equivalente red eléctrica objeto de estudio en PSCAD.

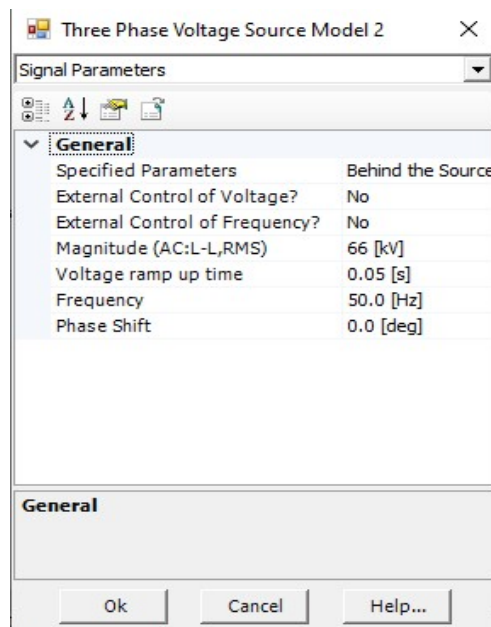


Figura 1.34– Tensión de red en PSCAD.

1. Memoria

El esquema de control de la PLL es igual a efectos de funcionamiento que el de la figura 1.23. La única diferencia en PSCAD es que se realiza una conversión previa de la señal sistema por unidad para no modificar la ganancia del controlador PI de la PLL.

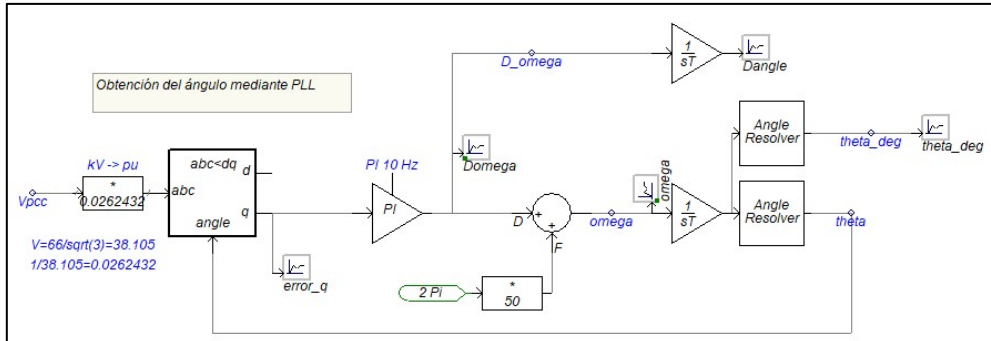


Figura 1.35– Esquema de control de la PLL en PSCAD.

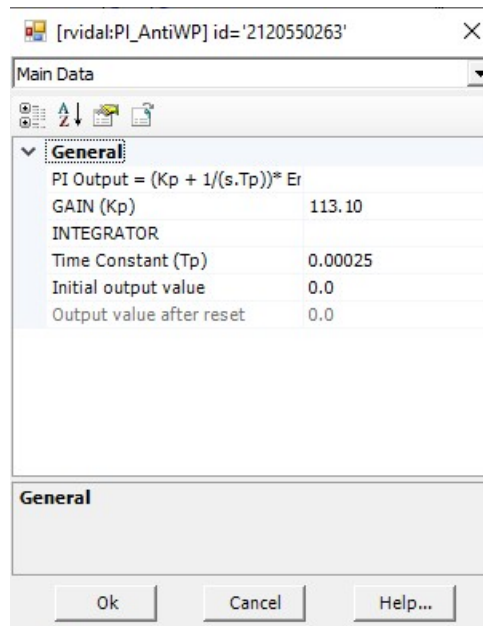


Figura 1.36– Controlador PI de la PLL en PSCAD.

1. Memoria

Los lazos de control son a los expuestos en la figura 1.26. Incluyen el término $\Delta\omega$ que considera el efecto explicado en el apartado de síntesis del modelo matemático.

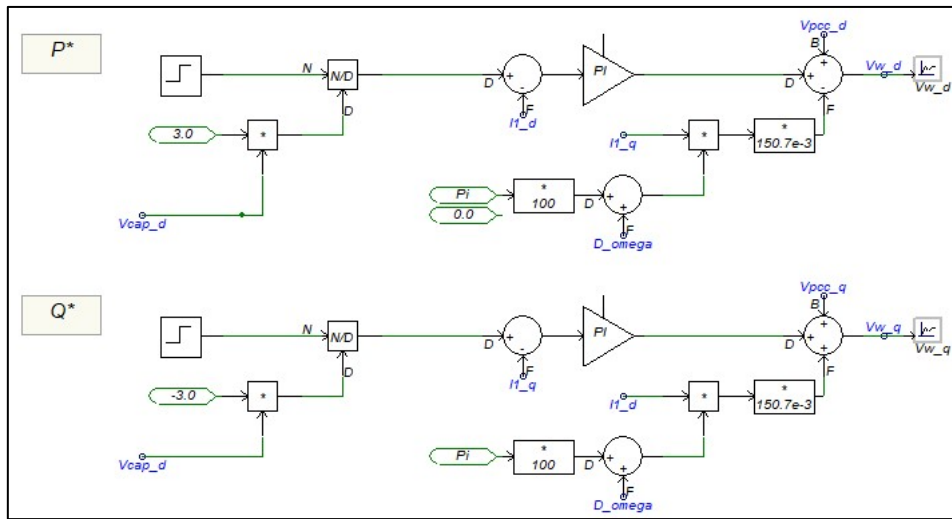


Figura 1.37– Lazos de control de corriente en PSCAD.

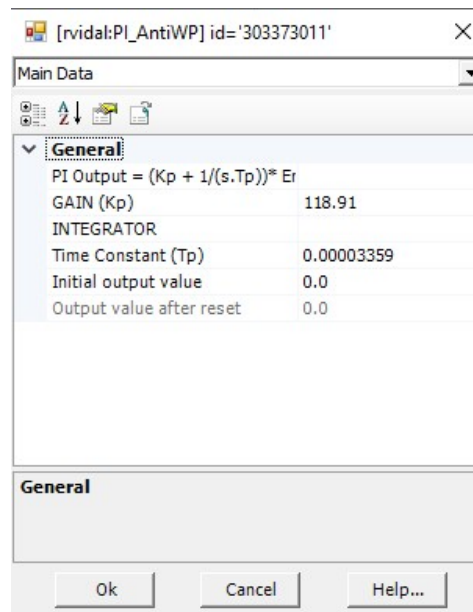


Figura 1.38– Controlador PI de los lazos de control de corriente en PSCAD.

Los bloques de cambio de sistema de referencia de acuerdo con la figura 1.29.

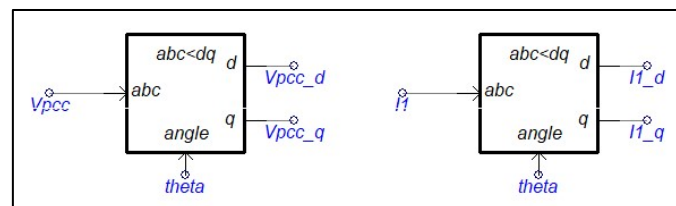


Figura 1.39– Transformaciones a ejes dq0 de las variables medidas en PSCAD.

1.9- Validación del modelo matemático

Para validar el modelo matemático se propone realizar dos ensayos alrededor del punto de funcionamiento $P_0 = 5 \text{ MW}$ y $Q_0 = 1 \text{ MVar}$ aplicando un escalón del 2% en las consignas de referencia y comprobando los resultados obtenidos en la simulación con los datos del modelo. El proceso de validación ha consistido en ejecutar la simulación en PSCAD, exportar los datos a MATLAB, ejecutar el código del modelo matemático junto con el código del cómputo de los puntos de equilibrio y por último comparar los resultados de simulación y los resultados teóricos en un mismo gráfico, realizando un total de cinco comparaciones.

La función $G(s)$ del modelo matemático se puede obtener aplicando la transformada de Laplace al sistema formado por 1.76 considerando las condiciones iniciales nulas.

$$\begin{cases} sX(s) - x(0) = A \cdot X(s) + B \cdot U(s) \\ Y(s) = C \cdot X(s) + D \cdot U(s) \end{cases} \quad (1.159)$$

$$Y(s) = [C \cdot (s \cdot I - A)^{-1} \cdot B + D] \cdot U(s) + C \cdot (s \cdot I - A)^{-1} \cdot x(0) \quad (1.160)$$

$$G(s) = C \cdot (s \cdot I - A)^{-1} \cdot B + D \quad (1.161)$$

La simulación en PSCAD se ha ejecutado durante 1 segundo, cada 1 microsegundo se ha calculado una solución de las ecuaciones diferenciales y cada 10 microsegundos se ha dibujado un punto en los gráficos.

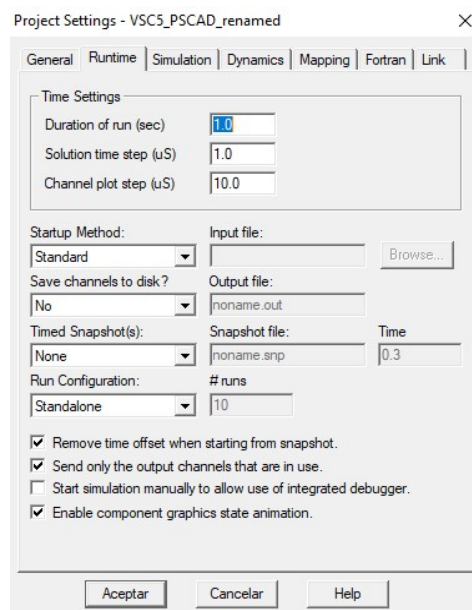


Figura 1.40– Configuración de la simulación en PSCAD.

1. Memoria

Para validar el modelo se comprobarán las variables de estado y las entradas indicadas de la tabla 1.11. De la figura 1.41 en adelante, la curva roja corresponde con el modelo matemático de MATLAB y la azul con las simulaciones de PSCAD.

VARIABLES DE ESTADO	ENTRADAS
I_{1d}	P
I_{1q}	Q
θ_{PLL}	-
I_{2d}	-
I_{2q}	-
V_{capd}	-
V_{capq}	-

Tabla 1.11– Parámetros para comprobar la validez del modelo matemático.

1.9.1- Ensayo n.º 1

En el primer ensayo, partiendo de un punto de equilibrio $P_0 = 5 \text{ MW}$ y $Q_0 = 1 \text{ MVar}$ se establecen unas consignas de referencia $P^* = 5,1 \text{ MW}$ y $Q^* = 1 \text{ MVar}$ que equivale a aplicar un escalón del 2% sobre P . Se han obtenidos los siguientes resultados:

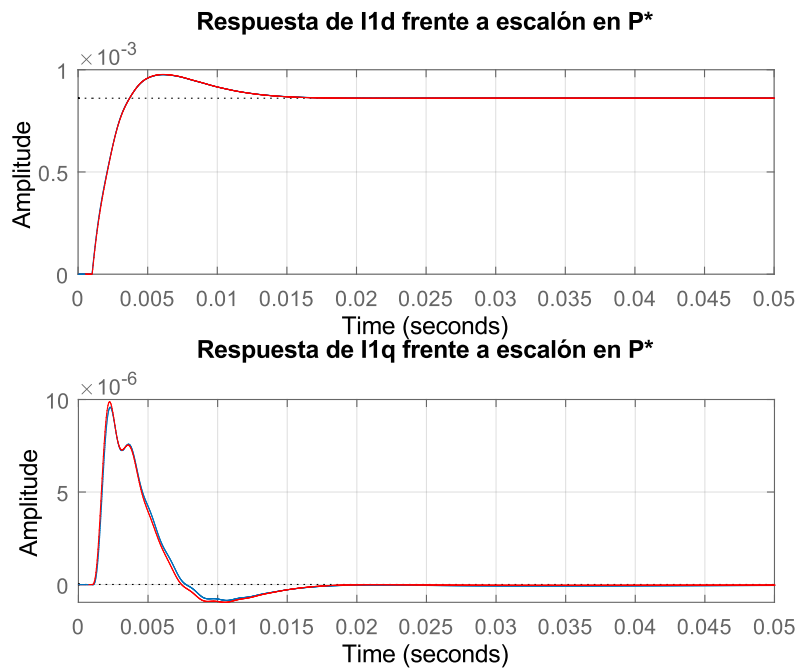


Figura 1.41– Comparativa 1 del ensayo n.º 1 frente a escalón en P^* .

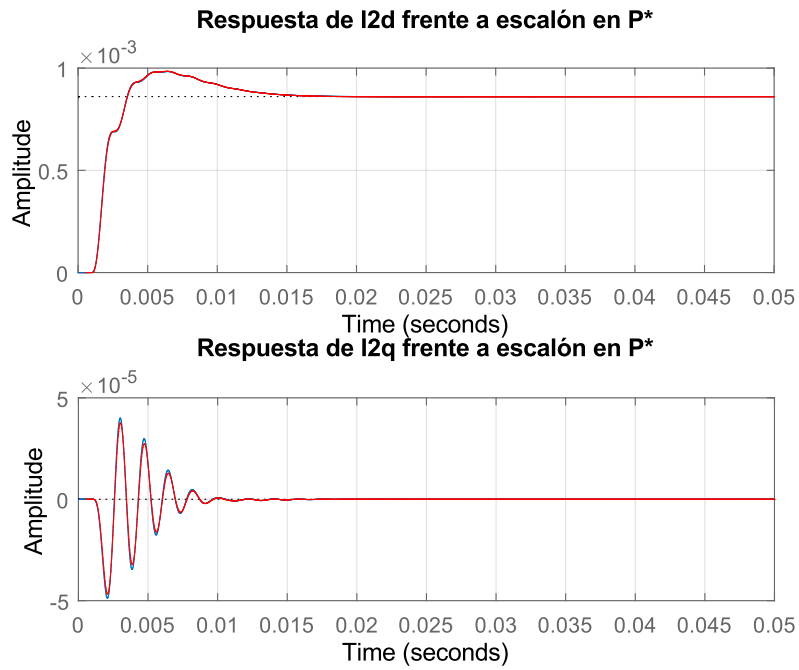


Figura 1.42– Comparativa 2 del ensayo n.º 1 frente a escalón en P^* .

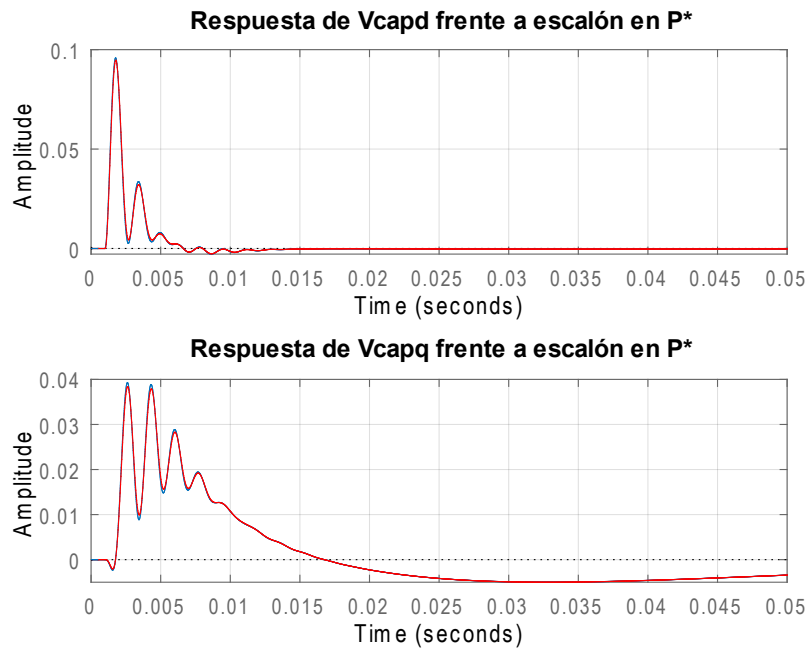


Figura 1.43– Comparativa 3 del ensayo n.º 1 frente a escalón en P^* .

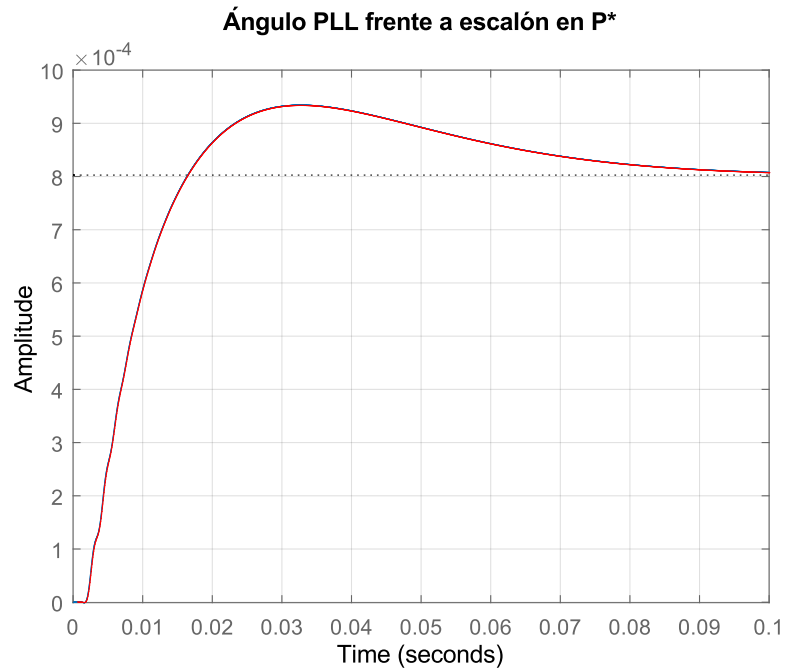


Figura 1.44– Comparativa 4 del ensayo n.º 1 frente a escalón en P^* .

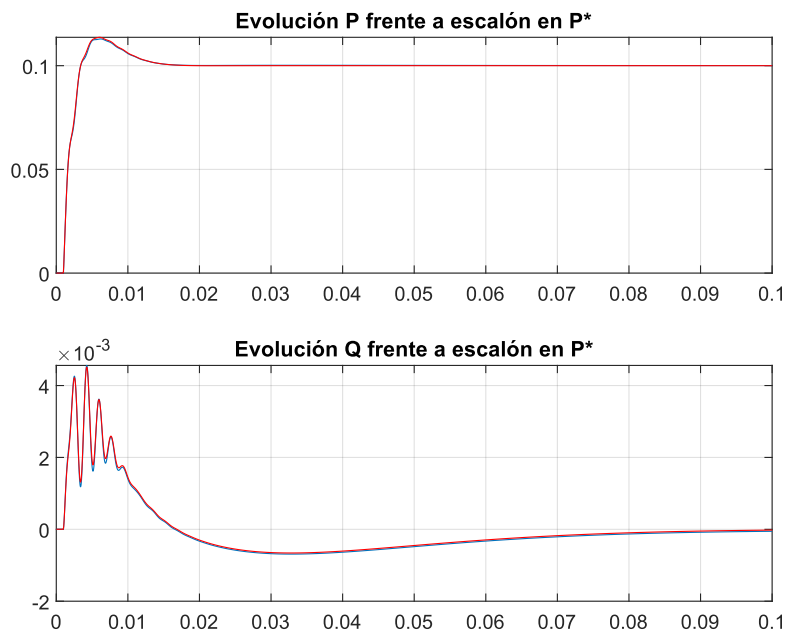


Figura 1.45– Comparativa 5 del ensayo n.º 1 frente a escalón en P^* .

1. Memoria

1.9.2- Ensayo n.º 2

En el segundo ensayo, partiendo de un punto de equilibrio $P_0 = 5 \text{ MW}$ y $Q_0 = 1 \text{ MVar}$ se establecen unas consignas de referencia $P^* = 5 \text{ MW}$ y $Q^* = 1,02 \text{ MVar}$ que equivale a aplicar un escalón del 2% sobre Q . Se han obtenidos los siguientes resultados:

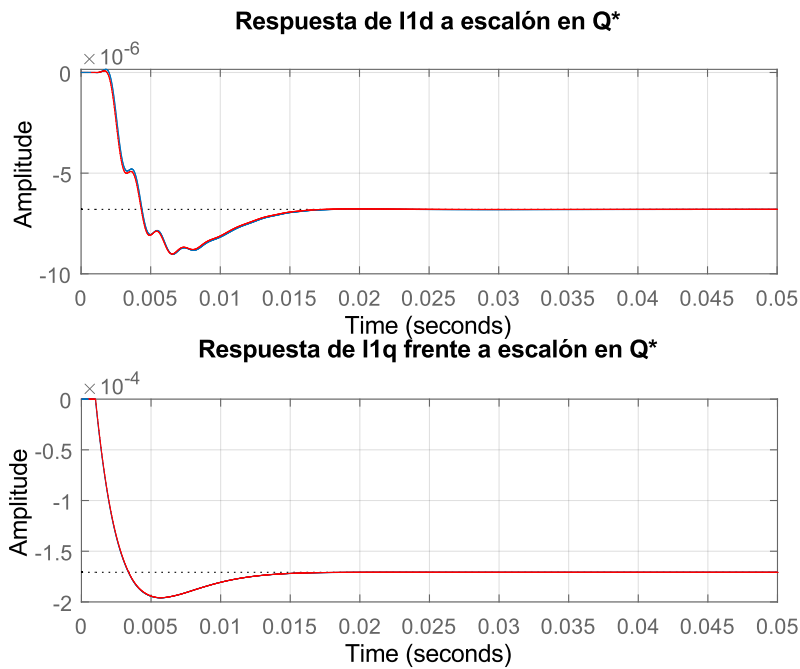


Figura 1.46– Comparativa 1 del ensayo n.º 2 frente a escalón en Q^* .

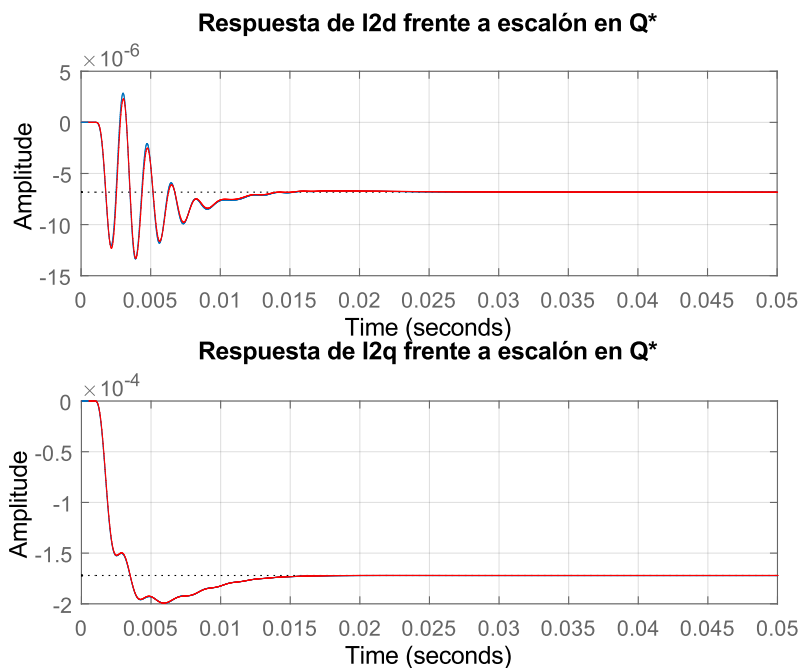


Figura 1.47– Comparativa 2 del ensayo n.º 2 frente a escalón en Q^* .

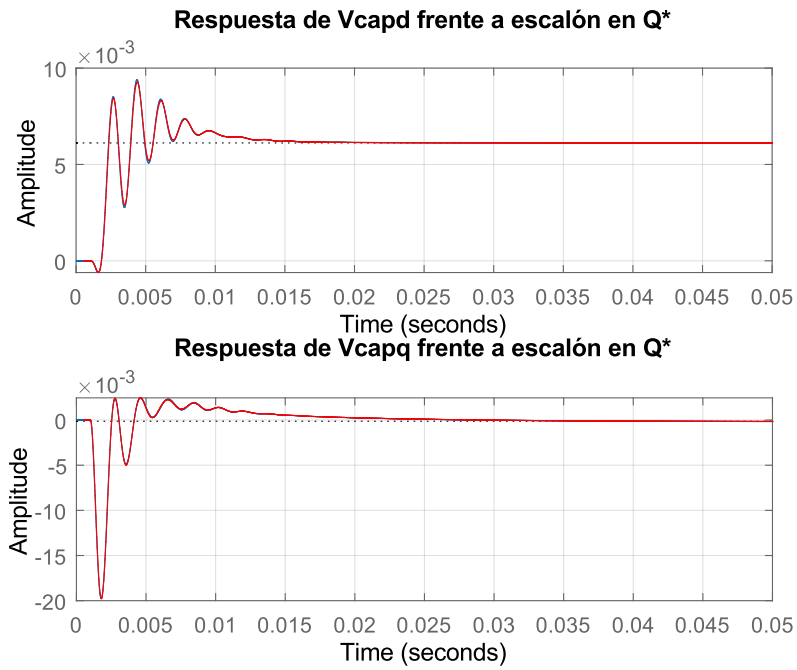


Figura 1.48– Comparativa 3 del ensayo n.º 2 frente a escalón en Q^* .

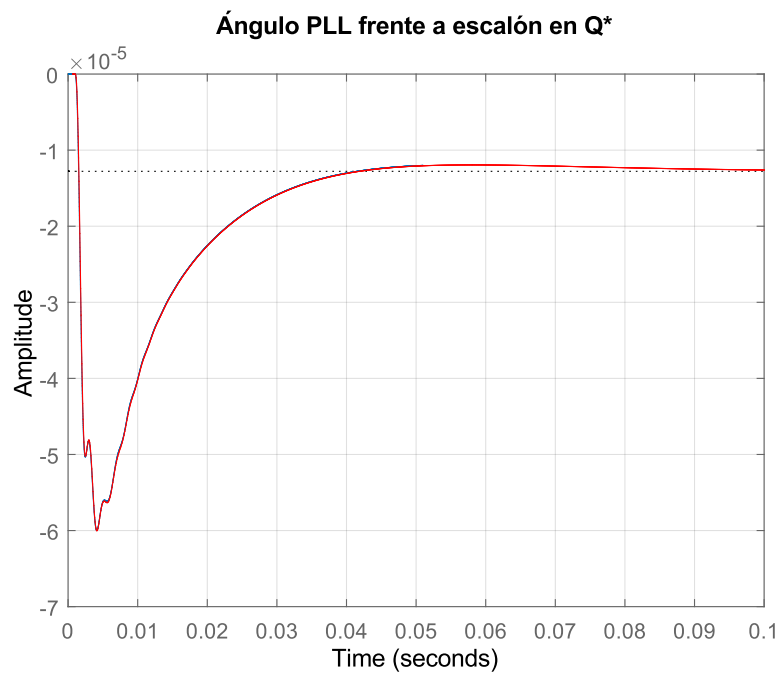


Figura 1.49– Comparativa 4 del ensayo n.º 2 frente a escalón en Q^* .

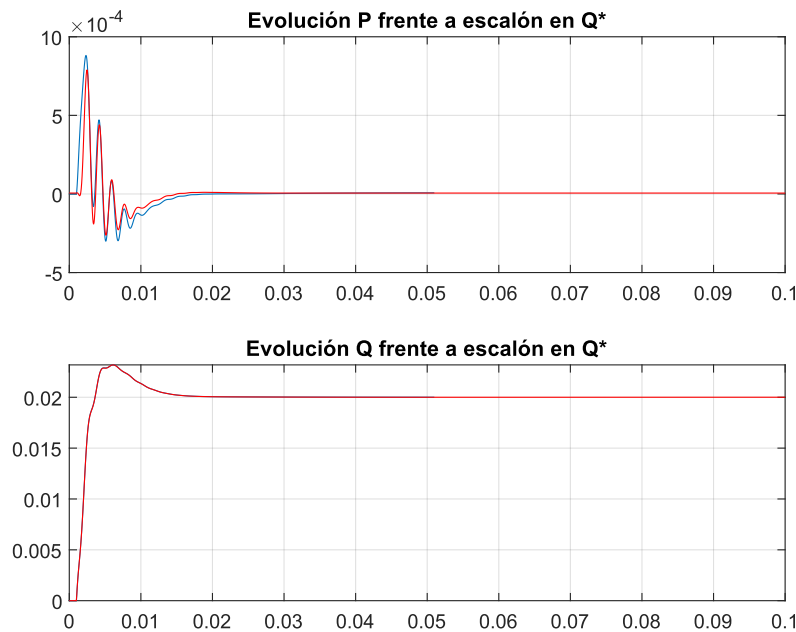


Figura 1.50– Comparativa 5 del ensayo n.º 2 frente a escalón en Q^* .

En vista a los resultados obtenidos de las comparativas entra las curvas de PSCAD y MATLAB, se concluye que la validación del modelo matemático de un convertidor se ha llevado a cabo con éxito. Aunque se aprecien pequeñas diferencias entre algunas curvas como en el caso de la corriente I_{1q} de la figura 1.41 se observa que la escala de amplitud es dos órdenes de magnitud más pequeña que la corriente I_{1d} de la misma figura, por lo que estas diferencias se pueden considerar como insignificantes y atribuirse al modelo no lineal en lugar de atribuirse a errores en las ecuaciones.

En este punto, se puede afirmar que se dispone de una herramienta apta para el estudio de redes eléctricas con alta penetración de energías renovables en pequeña señal usando además un único sistema de referencia en el esquema de control de la PLL, cuya principal ventaja es la de simplificar el modelo. De este hecho también se desprende que el razonamiento seguido en la síntesis del modelo matemático y el cómputo de los puntos de equilibrio con el método Newton-Raphson serían correctos.

1.10- Estudios de estabilidad en redes eléctricas con alta penetración de energías renovables

Después de validar el modelo matemático se comprueba que el desarrollo teórico está en consonancia con los resultados de la simulación. No solo se puede determinar el valor de las señales de salida del sistema a partir de unas consignas de referencia, sino que con el debido tratamiento del modelo matemático se puede estudiar la estabilidad del sistema, es decir, analizar e identificar aquellos parámetros (bien de la red eléctrica objeto de estudio o bien del esquema de control) que pueden producir inestabilidades.

En primer lugar en esta sección, se explicará la aplicación de la teoría del análisis modal a la red eléctrica objeto de estudio. En segundo lugar, se llevarán a cabo los estudios de estabilidad.

1.10.1- Aplicación de la teoría del análisis modal

El análisis modal se basa en la premisa de que el comportamiento de cualquier sistema lineal se puede descomponer en una serie de elementos independientes oscilatorios y no oscilatorios denominados modos [8]. Para los sistemas eléctricos de potencia realizar el análisis modal implica partir de la representación del espacio de estados del sistema linealizado alrededor de un punto de funcionamiento, como es el caso del presente trabajo al estar expresado de acuerdo con 1.162. A continuación, se comenta la aplicación de la teoría del análisis modal al modelo matemático siguiendo el ejemplo de [1] del presente trabajo para comprender los fundamentos de los estudios de estabilidad.

$$\Delta \dot{x} = A \cdot \Delta x + B \cdot \Delta u \quad (1.162)$$

En primer lugar, cuando las entradas (Δu) del sistema son cero, la ecuación que describe la respuesta del sistema es $\Delta \dot{x} = A \cdot \Delta x$, también conocida como “respuesta libre del sistema”. Tal y como está expresada la ecuación, la derivada temporal de cada variable de estado está expresada como una combinación lineal de todas las demás variables de estado. El resultado de estos productos cruzados no aporta información útil que permita interpretar cuales son los parámetros que influyen en la estabilidad del sistema, por tanto se debe hallar la forma de “desacoplar” las variables de estado. El análisis modal consiste en diagonalizar la matriz A para desacoplar las variables de estado, utilizando los autovalores y también autovectores (conocidos como *eigenvalues* y *eigenvectors* en alemán respectivamente). Por este motivo, la técnica que emplea este tipo de análisis en sistemas recibe el nombre de análisis de estabilidad basado en autovalores.

Los autovalores de una matriz son los parámetros escalares λ para los cuales existe una solución no trivial (distinta a $\phi=0$) a la ecuación 1.162. Los autovalores pueden ser reales

1. Memoria

o complejos, en el caso de que la matriz A sea real los autovalores complejos son siempre pares conjugados.

$$A\phi = \lambda\phi \quad (1.163)$$

donde

- A es una matriz real $n \times n$ para un sistema eléctrico de potencia de n variables de estado
- ϕ es un vector $n \times 1$

Para calcular los autovalores, la ecuación anterior se puede escribir como:

$$(A - \lambda I)\phi = 0 \quad (1.164)$$

Si la solución no es trivial se puede reescribir de forma que:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (1.165)$$

Para cualquier autovalor $\lambda_i = \alpha_i \pm j\omega_i$ el autovector derecho (ϕ_i) que cumple con la ecuación 1.166 es de la forma:

$$A\phi_i = \lambda_i\phi_i; \quad \phi_i = \begin{bmatrix} \phi_{1i} \\ \phi_{2i} \\ \vdots \\ \phi_{ni} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.166)$$

donde

- ϕ_i es el autovector derecho columna n

De manera similar, para cualquier autovalor $\lambda_i = \alpha_i \pm j\omega_i$ el autovector izquierdo (ψ_i) que cumple con la ecuación 1.167 es de la forma:

$$\psi_i A = \lambda_i \psi_i; \quad \psi_i = [\psi_{i1} \quad \psi_{i2} \quad \dots \quad \psi_{in}] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.167)$$

donde

- ψ_i es el autovector izquierdo fila n

Normalmente estos vectores se normalizan para cumplir que:

$$\psi_i \phi_i = 1 \quad (1.168)$$

Para lograr diagonalizar la matriz A se construyen las matrices Φ y Ψ en base a las definiciones anteriores:

1. Memoria

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_n] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \dots & \phi_{nn} \end{bmatrix} \quad (1.169)$$

$$\Psi = [\psi_1^T \quad \psi_2^T \quad \dots \quad \psi_n^T]^T = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} & \dots & \psi_{1n} \\ \psi_{21} & \psi_{22} & \dots & \psi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{n1} & \psi_{n2} & \dots & \psi_{nn} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{21} & \dots & \psi_{n1} \\ \psi_{12} & \psi_{22} & \dots & \psi_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{1n} & \psi_{2n} & \dots & \psi_{nn} \end{bmatrix} \quad (1.170)$$

Para conseguir desacoplar las variables de estado se considera z como un nuevo vector de estado relacionado con el original Δx a través de:

$$\Delta x = \Phi z \quad (1.171)$$

Si se sustituye en la ecuación 1.162:

$$\Phi \dot{z} = A \Phi z \quad (1.172)$$

Que reescribiendo:

$$\dot{z} = \Lambda z \quad (1.173)$$

donde

- Λ es la matriz diagonal ($\Phi^{-1}A\Phi = \Lambda$) con los estados desacoplados formada por los autovalores $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ como elementos de la diagonal

Los modos del sistema son los elementos independientes oscilatorios y no oscilatorios que se desprenden de las soluciones a las ecuaciones diferenciales de primer orden de 1.173:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \lambda_1 z_1 \\ \dot{z}_2 = \lambda_2 z_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_n = \lambda_n z_n \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z_1(t) = e^{\lambda_1 t} \\ z_2(t) = e^{\lambda_2 t} \\ \vdots \\ z_n(t) = e^{\lambda_n t} \end{cases} \quad (1.174)$$

Para identificar en qué medida repercuten n variables de estado sobre un modo z_i se recurre a los factores de participación. Estos términos se obtienen de combinar los autovectores derechos e izquierdos de una forma concreta y sirven para estudiar que variables determinan el límite de estabilidad del sistema. Sea P la matriz de factores de participación formada por los vectores p_1, p_2, \dots, p_n

$$P = [p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_n] = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix} \quad (1.175)$$

$$P = \begin{bmatrix} \Phi_{11}\psi_{11} & \Phi_{12}\psi_{21} & \dots & \Phi_{1n}\psi_{n1} \\ \Phi_{21}\psi_{12} & \Phi_{22}\psi_{22} & \dots & \Phi_{2n}\psi_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{n1}\psi_{1n} & \Phi_{n2}\psi_{2n} & \dots & \Phi_{nn}\psi_{nn} \end{bmatrix} \quad (1.176)$$

Finalmente, se obtiene el sistema de ecuaciones para efectuar el estudio de estabilidad:

$$\begin{cases} z_1 \rightarrow p_{11}x_1; p_{12}x_2; \dots; p_{1n}x_n \\ z_2 \rightarrow p_{21}x_1; p_{22}x_2; \dots; p_{2n}x_n \\ \vdots \\ z_n \rightarrow p_{n1}x_1; p_{n2}x_2; \dots; p_{nn}x_n \end{cases} \quad (1.177)$$

1.10.2- Estudios de estabilidad

En la tabla 1.12 se resumen los estudios realizados, éstos han consistido en una disminución progresiva del SCR de la red hasta dar con el nivel que hace inestable el sistema. En los estudios n.º 5 y n.º 6 se modifican las características de la PLL para ver que repercusión tiene en la estabilidad del sistema. En el estudio n.º 7 se opta por una alternativa en el diseño de los controladores PI de los lazos de control de corriente con el procedimiento *Internal Mode Control* (IMC) para evaluar si hay diferencias notables entre un método y otro.

El IMC consiste en calcular k_p y k_i de la ecuación 1.62 acorde a la ecuación 1.178

$$k_p = \frac{R_1}{\alpha} \quad k_i = \frac{L_1}{\alpha} \quad (1.178)$$

donde:

- α es la constante de tiempo del sistema y también $t_{s98} = 4\alpha$

Como resultado de sustituir las nuevas definiciones de k_p y k_i se obtiene la función de transferencia 1.179 de primer orden, a diferencia de la ecuación 1.62 que es de segundo orden. Para que la respuesta sea igual de rápida la constante α para el diseño de los controladores se obtendrá a partir de un $t_{s98} = 10 \text{ ms}$.

$$M(s) = \frac{1}{1 + \alpha s} \quad (1.179)$$

1. Memoria

La potencia nominal del convertidor se ha mantenido en 8 MW o -8 MW , en consecuencia los cambios en el SCR se han conseguido mediante la variación de $Z_2 = \sqrt{(R_2)^2 + (L_2)^2}$, manteniendo $R_2 = R_T$ y ajustando L_2 . En los sistemas eléctricos de potencia generalmente se considera el funcionamiento de los convertidores como elementos de generación o transmisión de energía eléctrica ($+P$), no obstante en la práctica hay convertidores que funcionan como cargas como ocurre en el caso de los variadores de frecuencia ($-P$). En tanto que el modo de funcionamiento del convertidor es distinto según la consigna de potencia sea positiva o negativa, se estudiarán también los límites de estabilidad según el caso. Véanse más detalles en el código de MATLAB del Anexo 2.6 para efectuar los estudios de estabilidad.

La tendencia general observada en todos los estudios realizados ha sido un desplazamiento progresivo de la parte real de los polos del sistema hacia valores positivos a medida que va disminuyendo el SCR. Únicamente en el estudio n.º 1 se mostrará la matriz de factores de participación P obtenida del código de MATLAB y también la comprobación del límite de estabilidad en PSCAD en pos de omitir una misma repetición para cada estudio.

Estudio	Tipo	Punto de funcionamiento	
1	SCR	$P_0 = 8\text{ MW}$	$Q_0 = 0\text{ MVar}$
2	SCR	$P_0 = 8\text{ MW}$	$Q_0 = 0,4\text{ MVar}$
3	SCR	$P_0 = -8\text{ MW}$	$Q_0 = 0\text{ MVar}$
4	SCR	$P_0 = -8\text{ MW}$	$Q_0 = 0,4\text{ MVar}$
5	PLL/SCR	$P_0 = 8\text{ MW}$	$Q_0 = 0\text{ MVar}$
6	PLL/SCR	$P_0 = -8\text{ MW}$	$Q_0 = 0,4\text{ MVar}$
7	PI/SCR	$P_0 = 8\text{ MW}$	$Q_0 = 0\text{ MVar}$

Tabla 1.12– Listado estudios de estabilidad realizados.

1. Memoria

1.10.2.1- Estudio n.º 1

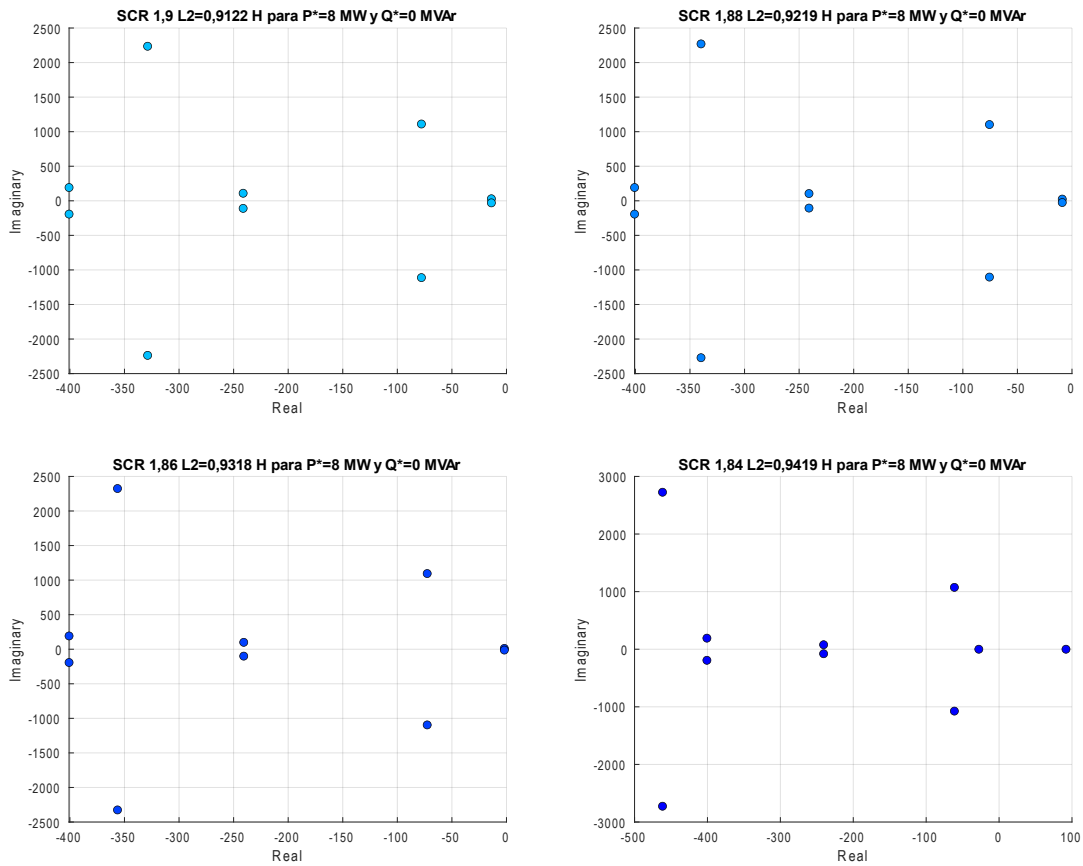


Figura 1.51– Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 1.

De los resultados obtenidos en el estudio n.º 1 se observa que en el polo $(0,0917 + 0i)10^3$ el sistema ya es inestable en esas determinadas condiciones de funcionamiento. Con la matriz de participación P de la figura 1.50 se puede apreciar que las variables que más peso tienen en el modo que hace inestable el sistema, ordenadas de mayor a menor peso, son: I_{2d} , X_{PLL} , θ_{PLL} , I_{1d} e I_{1q} .

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.3968	0.3968	0.0390	0.0390	0.1702	0.1702	0.0208	0.0015	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.1565	1.1565
3	0.0363	0.0363	0.0090	0.0090	0.5154	0.5154	0.0173	0.0009	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.1565	1.1565
5	0.0006	0.0006	0.0354	0.0354	0.2268	0.2268	0.4320	0.1873	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000	0.0062	0.0062	0.0504	0.0504	0.1947	0.8585	0.0000	0.0000
7	0.1083	0.1083	0.0231	0.0231	0.2377	0.2377	0.3305	0.0489	0.0000	0.0000
8	0.0065	0.0065	0.4844	0.4844	0.0129	0.0129	0.0049	0.0013	0.0000	0.0000
9	0.5034	0.5034	0.0102	0.0102	0.0055	0.0055	0.0081	0.0012	0.0000	0.0000
10	0.0129	0.0129	0.4430	0.4430	0.0388	0.0388	0.0177	0.0018	0.0000	0.0000

Figura 1.52– Módulo de la matriz P en el límite de estabilidad del estudio n.º 1.

A partir de los resultados obtenidos sobre el límite de estabilidad en MATLAB se comprueba con el modelo de la simulación en PSCAD si efectivamente el sistema se vuelve inestable cuando $L_2 = 0,9318 H$ (SCR de 1,86). En la figura 1.53 se puede

1. Memoria

observar que para un valor de $L_2 = 0,9 H$ (SCR aproximado de 1,925) el sistema se estabiliza primero en 7,96 MW y posteriormente en la figura 1.54 se observa con mayor claridad que después de aplicar sucesivos escalones de 0,02 MW el sistema se vuelve inestable alrededor del punto de funcionamiento de 8 MW.

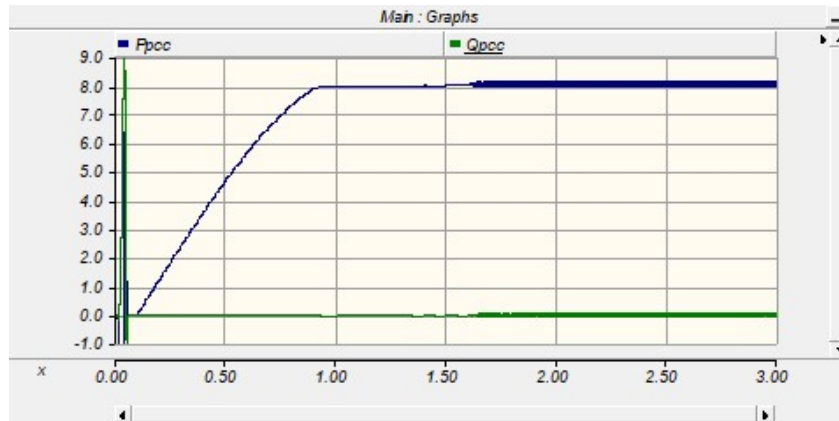


Figura 1.53– Comprobación límite de estabilidad estudio n.º 1 en PSCAD.

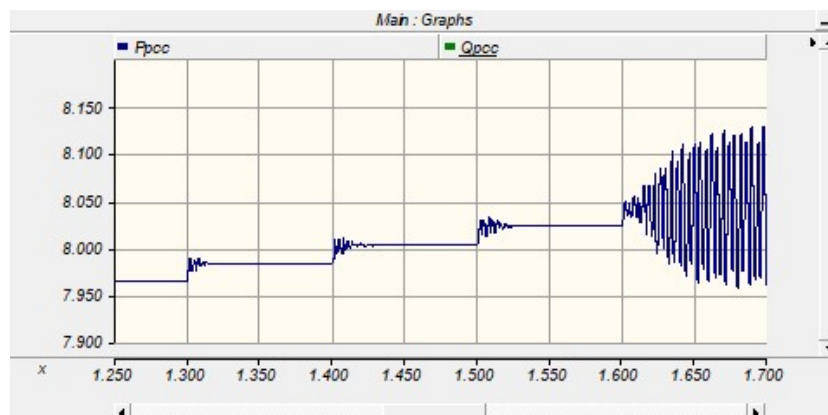


Figura 1.54– Detalle comprobación límite de estabilidad estudio n.º 1 en PSCAD.

1. Memoria

1.10.2.2- Estudio n.º 2

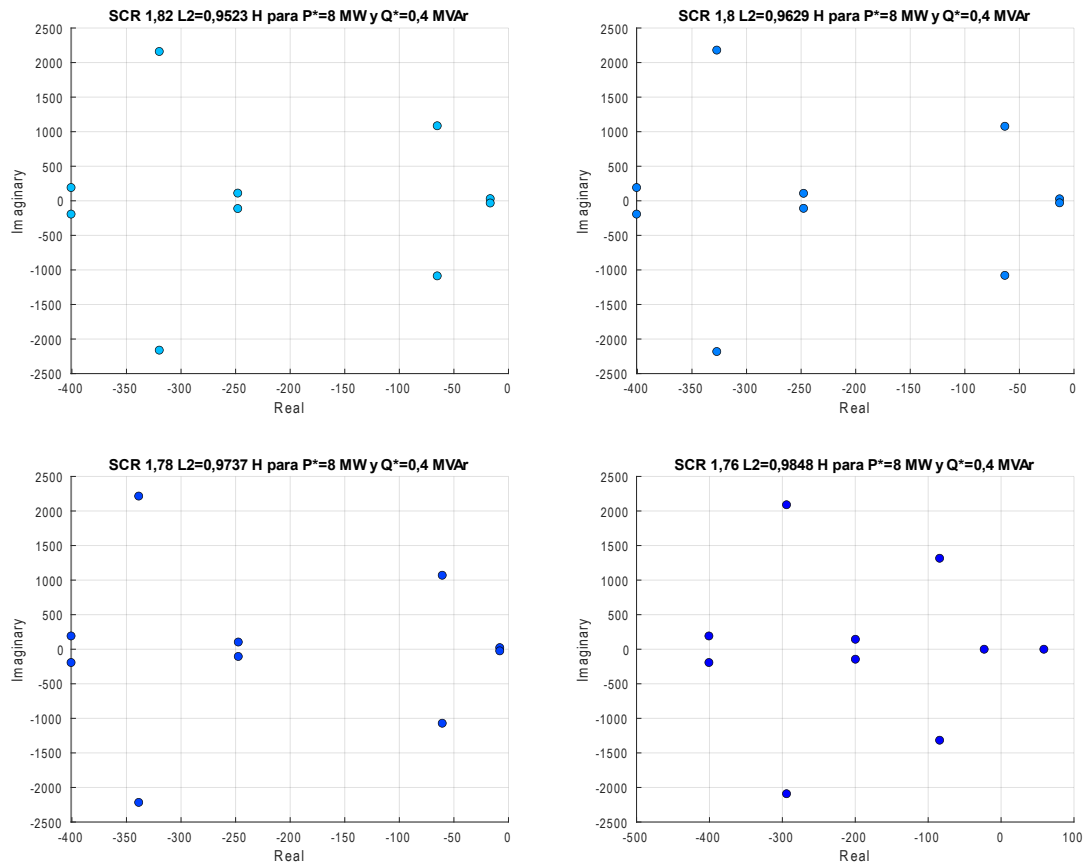


Figura 1.55– Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 2.

De los resultados obtenidos en el estudio n.º 2 se observa que en el polo $(0,0587 + 0i)10^3$ el sistema ya es inestable.

1. Memoria

1.10.2.3- Estudio n.º 3

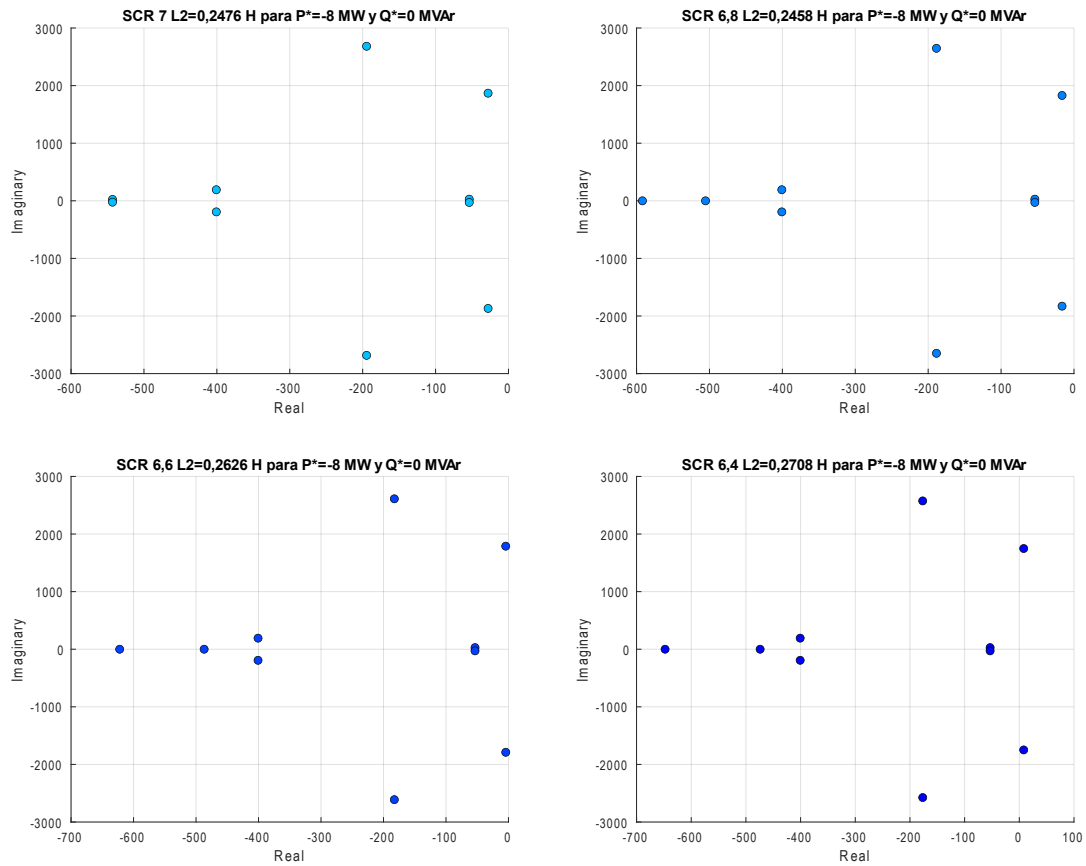


Figura 1.56– Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 3.

De los resultados obtenidos en el estudio n.º 3 se observa que en los polos $(0,008 + 1,7484i)10^3$ y $(0,008 - 1,7484i)10^3$ el sistema ya es inestable.

1. Memoria

1.10.2.4- Estudio n.º 4

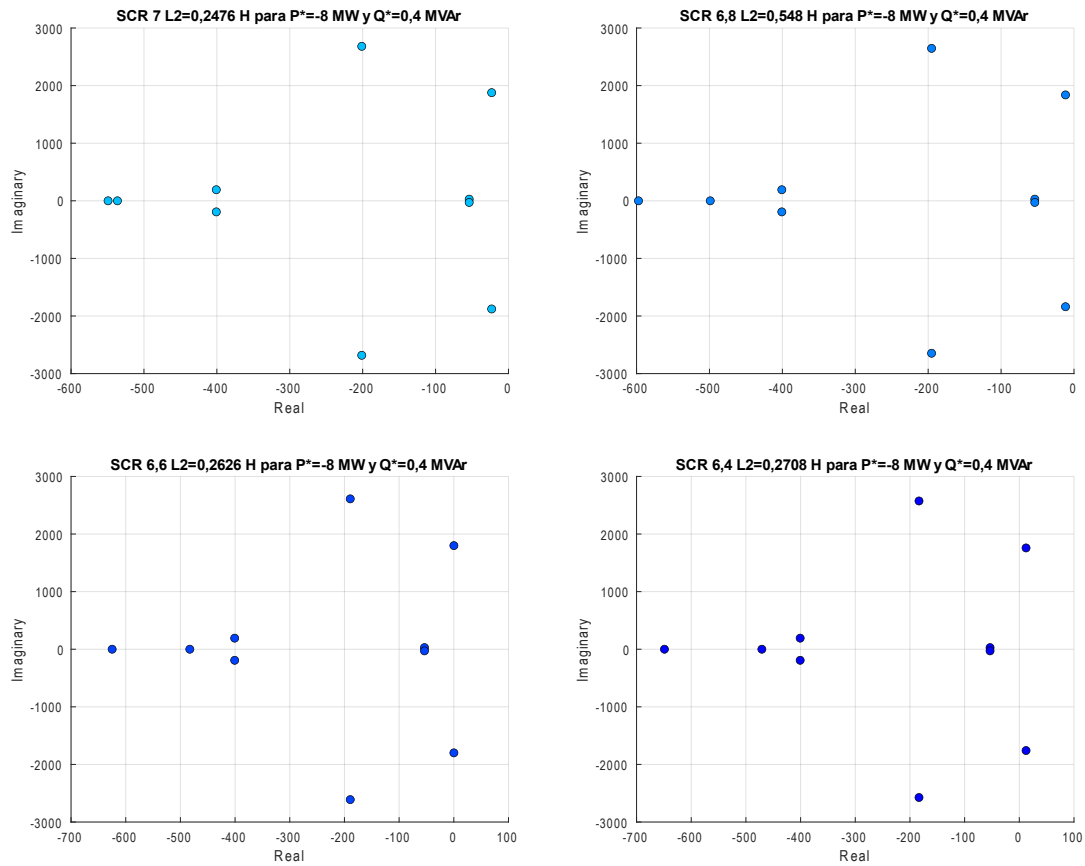


Figura 1.57– Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 4.

De los resultados obtenidos en el estudio n.º 4 se observa que en los polos $(0,0123 + 1,7588i)10^3$ y $(0,0123 - 1,7588i)10^3$ el sistema ya es inestable.

1. Memoria

1.10.2.5- Estudio n.º 5

En la tabla 1.13 se exponen los parámetros que definen una PLL cuatro veces más rápida que la calculada en el apartado 1.6.3.2 y que ha sido empleada en el estudio n.º 5.

Parámetros	PLL	PLL rápida
$k_{p_{PLL}}$	113,10	452,39
$k_{i_{PLL}}$	3947,84	63165,47

Tabla 1.13– Parámetros que definen la PLL rápida del estudio n.º 5.

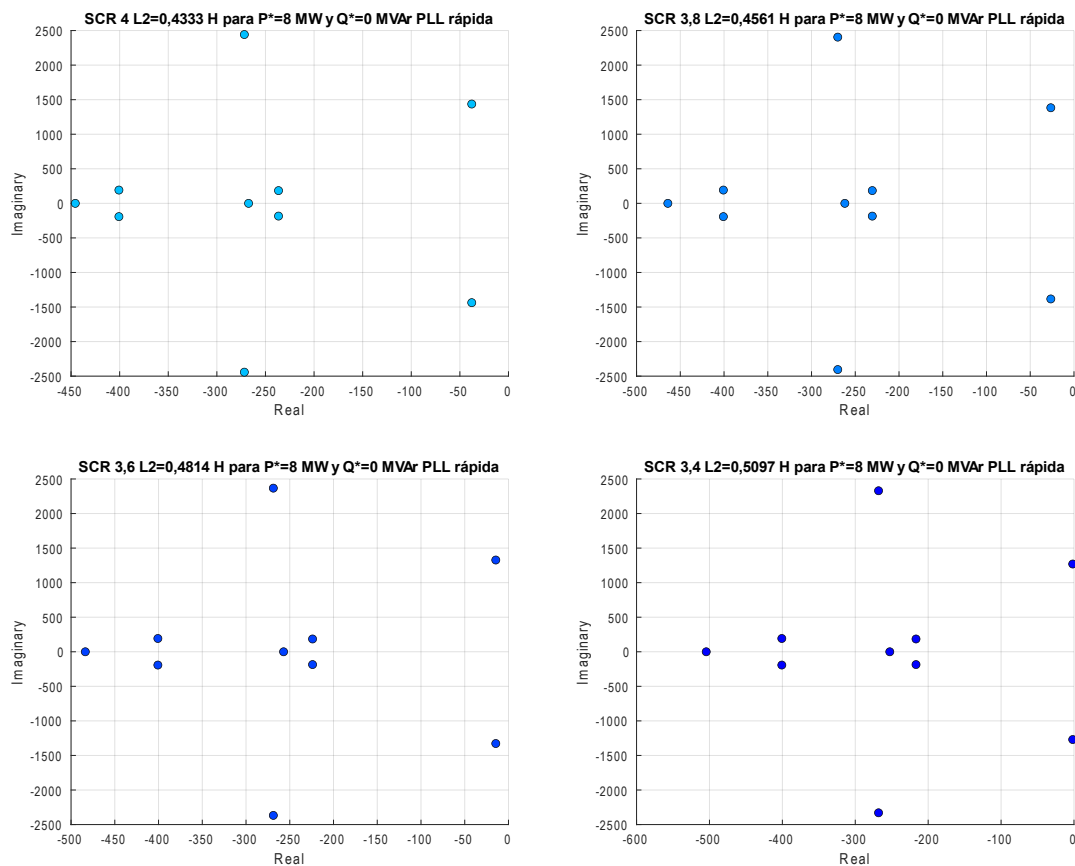


Figura 1.58– Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 5.

De los resultados obtenidos en el estudio n.º 5 se observa que los polos $(-0,0018 + 1,2697i)10^3$ y $(-0,0018 - 1,2697i)10^3$ harían que el sistema fuera inestable.

1. Memoria

1.10.2.6- Estudio n.º 6

En la tabla 1.14 se exponen los parámetros que definen una PLL diez veces más rápida que la calculada en el apartado 1.6.3.2 y que ha sido empleada en el estudio n.º 6.

Parámetros	PLL	PLL rápida
$k_{p_{PLL}}$	113,10	1130,97
$k_{i_{PLL}}$	3947,84	394784,17

Tabla 1.14– Parámetros que definen la PLL rápida del estudio n.º 6.

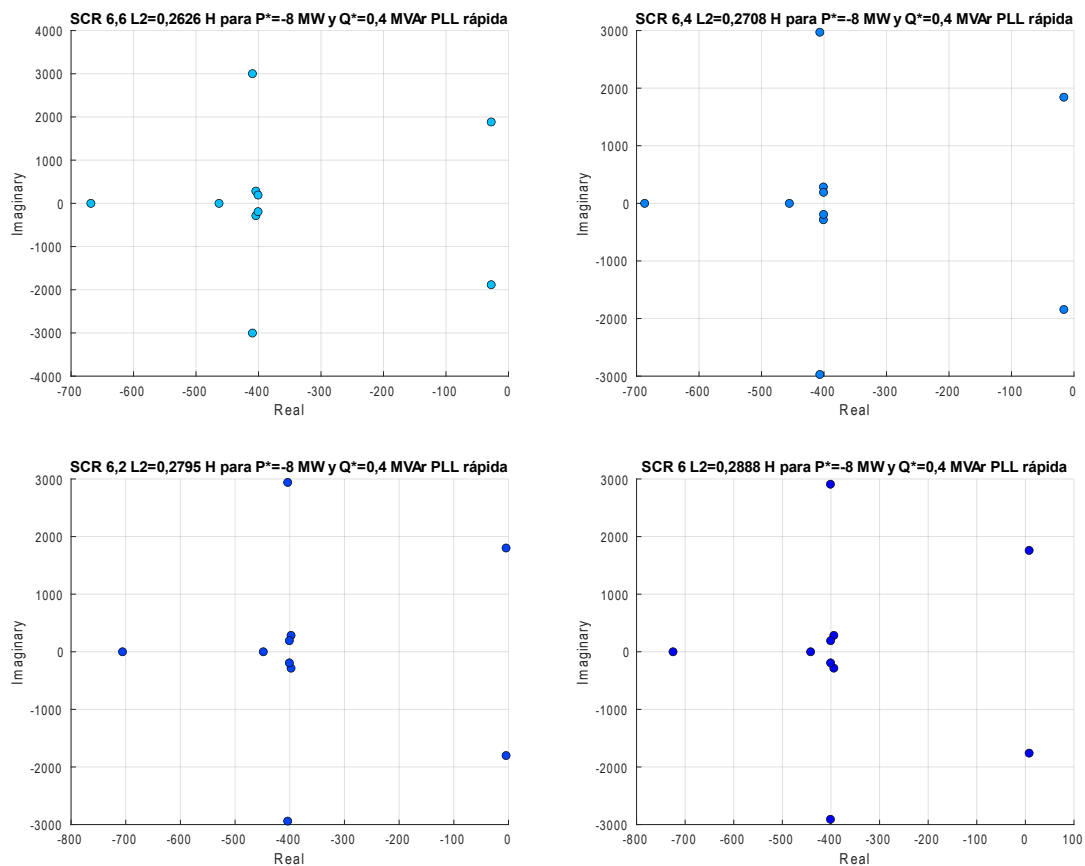


Figura 1.59– Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 6.

De los resultados obtenidos en el estudio n.º 6 se observa que en los polos $(0,0077 + 1,7598i)10^3$ y $(0,0077 - 1,7598i)10^3$ el sistema ya es inestable.

1. Memoria

1.10.2.7- Estudio n.º 7

En la tabla 1.15 se muestran los parámetros que definen los controladores PI diseñados por el procedimiento IMC empleados en el estudio n.º 7 para una respuesta igual de rápida que los controladores PI de los lazos de control de corriente diseñados por comparación con $G(s)$ en el apartado 1.6.3.3.

Parámetros	Comparación $G(s)$	IMC
k_p	118,91	60,29
k_i	29769,88	756

Tabla 1.15– Controladores PI diseñados con el procedimiento IMC.

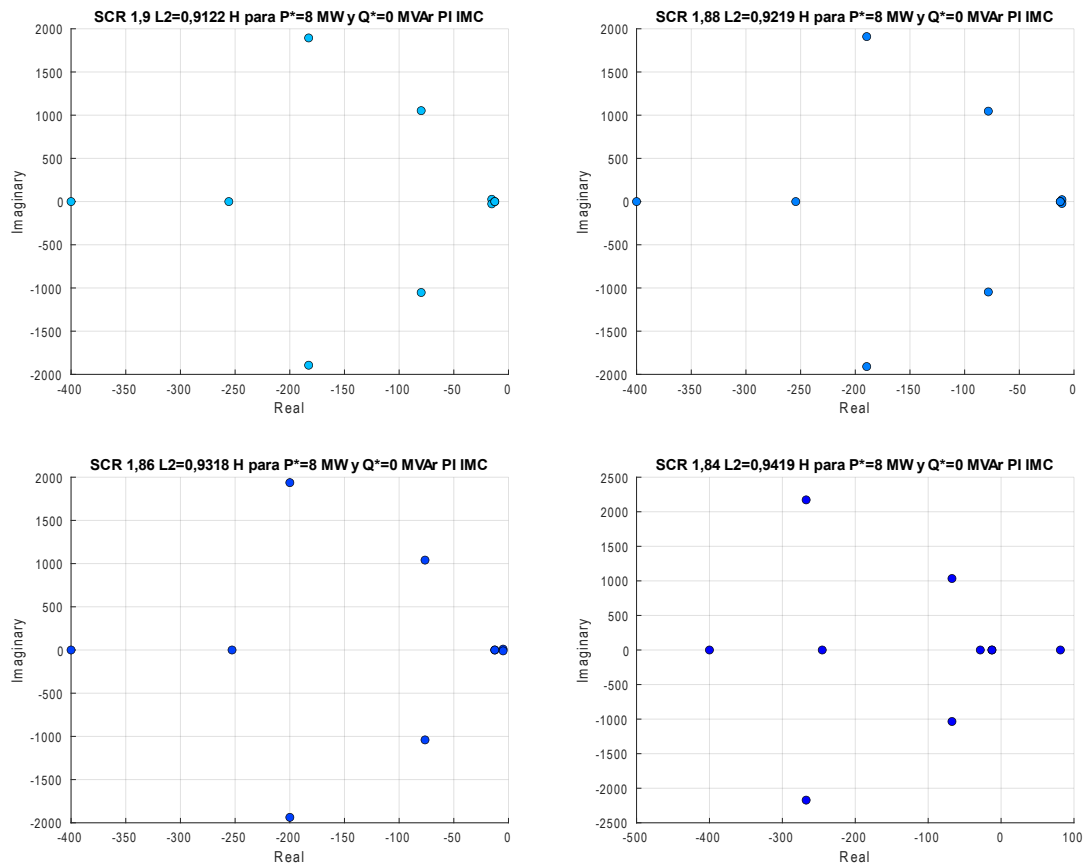


Figura 1.60– Evolución de los polos hasta el límite de estabilidad del estudio n.º 7.

De los resultados obtenidos en el estudio n.º 7 se observa que en el polo $(0,0814 + 0i)10^3$ el sistema ya es inestable.

1. Memoria

En la tabla 1.16 se recogen los resultados de los estudios de estabilidad que han sido llevados a cabo.

Estudio	Tipo	Punto de funcionamiento		SCR límite
1	SCR	$P_0 = 8 MW$	$Q_0 = 0 MVar$	1,86
2	SCR	$P_0 = 8 MW$	$Q_0 = 0,4 MVar$	1,78
3	SCR	$P_0 = -8 MW$	$Q_0 = 0 MVar$	6,6
4	SCR	$P_0 = -8 MW$	$Q_0 = 0,4 MVar$	6,6
5	PLL/SCR	$P_0 = 8 MW$	$Q_0 = 0 MVar$	3,4
6	PLL/SCR	$P_0 = -8 MW$	$Q_0 = 0,4 MVar$	6
7	PI/SCR	$P_0 = 8 MW$	$Q_0 = 0 MVar$	1,86

Tabla 1.16– Resultados estudios de estabilidad realizados.

A partir de estos datos se pueden extraer varias conclusiones:

1. En redes con bajos SCR el sistema puede llegar a inestabilizarse como se ha observado en las figuras 1.51 y 1.55 de los estudios n.º 1 y n.º 2 respectivamente.
2. Si se inyecta potencia reactiva se pueden alcanzar niveles de SCR más bajos. Por ejemplo, en el estudio n.º 1 el sistema se hace inestable con un SCR límite de 1,86 mientras que en el estudio n.º 2 inyectando potencia reactiva se puede alcanzar un SCR límite de 1,78.
3. Cuando $P < 0$ el sistema es mucho más crítico ya que únicamente se pueden alcanzar valores de SCR 6,6.
4. El efecto de una PLL rápida cuando $P > 0$ ha resultado en un impacto negativo en la operación estable del sistema como se observado en el estudio n.º 5, donde el SCR límite se ha visto aumentado a 3,4 respecto 1,86 del estudio n.º 1. En cambio, cuando $P < 0$ una PLL rápida ha favorecido el funcionamiento estable del sistema en niveles más bajos de SCR como se ha observado en el estudio n.º 6, donde el SCR límite se ha visto disminuido a 6 respecto 6,6 del estudio n.º 4.
5. El diseño de los controladores PI con el procedimiento IMC del estudio n.º 7 ha presentado los mismos resultados que los controladores PI del estudio n.º 1, como se ha observado en la comparación de las figuras 1.51 y 1.60.

1.11- Conclusiones

En el presente trabajo realizado se ha desarrollado un modelo matemático en pequeña señal para estudios de estabilidad en redes eléctricas con alta penetración de energías renovables. Con carácter previo al desarrollo del modelo y con el propósito de proporcionar un marco contextual a la propuesta planteada, se ha presentado una introducción a los sistemas eléctricos de potencia y a los convertidores de potencia.

Los elementos que componen la red eléctrica objeto de estudio son: un convertidor VSC de 8 MW, un filtro LCL, un transformador elevador 0,69/66 kV de 9,2 MVA y el equivalente de Thévenin de la red. El filtro LCL se ha diseñado para que el rizado pico-pico de la corriente de red no exceda el 2% de la amplitud de la corriente nominal del convertidor y así garantizar unos estándares mínimos de calidad de onda. Para el control de potencia inyectada a la red se ha recurrido a un esquema de control del convertidor en modo seguimiento de red (*Grid Following*) en ejes dq0. Dicho esquema consta de una PLL (*Phase-Locked Loop*) orientada a la tensión del PCC (*Point of Common Coupling*) que permite la sincronización con la red y dos lazos de control de corriente donde se indican las consignas de referencia para el control de la potencia activa y la potencia reactiva. La principal ventaja del esquema de control elegido frente a otros es que solo utiliza un único sistema de referencia y da lugar a un modelo matemático simplificado pero con la particularidad de que la frecuencia de red no puede considerarse constante.

El modelo matemático escogido ha sido la representación del espacio de estados, ya que ha permitido un análisis posterior de la medida en que los parámetros del sistema eléctrico y del sistema de control repercuten en la estabilidad del sistema. El sistema de ecuaciones de la representación del espacio de estados se ha desarrollado a partir de las ecuaciones de la red eléctrica y del esquema de control (PLL + lazos de control de corriente) en ejes dq0. Puesto que el sistema de ecuaciones es no lineal, se ha linealizado para poder estudiar la estabilidad del convertidor (*Converter Driven Stability*) en pequeña señal: pequeñas variaciones alrededor de un punto de funcionamiento estable. Al tratarse de un sistema de ecuaciones no lineal, el cómputo de las variables de estado en régimen permanente se ha realizado con el método Newton-Raphson.

Después de haber desarrollado la teoría del modelo matemático se ha implementado en el *software* MATLAB R2021a y se ha montado el circuito de la red eléctrica objeto de estudio en el *software* PSCAD 4.5. La validación del modelo matemático se ha hecho mediante dos ensayos en los que se ha verificado la correspondencia entre resultados teóricos y resultados de simulación, de modo que se puede extraer una primera conclusión referente al correcto desarrollo del modelo.

Con el modelo matemático validado y aplicando la teoría del análisis modal se han llevado a cabo un total de siete estudios de estabilidad basados en autovalores. Estos estudios han permitido determinar el nivel SCR (*Short Circuit Ratio*) mínimo que permite un funcionamiento estable del convertidor en diversos modos de funcionamiento, tanto de generador (+P) como de carga (-P), y ver qué efectos producen cambios en el diseño de los controladores de la PLL y los controladores de los lazos de control de corriente en

la estabilidad. Como conclusiones generales de los estudios, se ha podido comprobar que una PLL rápida es mejor para convertidores que funcionan como cargas porque permite la operación estable del sistema en niveles de SCR más bajos, mientras que se ha dado el caso opuesto cuando el convertidor funciona como generador en el límite de estabilidad.

1.12- Bibliografía

- [1] P. Kundur, “*Power System Stability and Control*”, 1994.
- [2] IEEE *Technical Report*, “*Stability Definitions and Characterisation of Dynamic behaviour in Systems with High Penetration of Power Electronic Interfaced Technologies*”, 2020.
- [3] IEEE/CIGRE *Joint Task Force*, “*Definition and Classification of Power System Stability*”, 2004.
- [4] C. Burgos Mellado, A. Costabeber, M. Summer, R. Cárdenas-Dobson y D. Sáez, “*Small-Signal Modelling and Stability Assessment of Phase-Locked Loops in Weak Grids*”, 2019.
- [5] H. Brantsæter, Ł. Kocewiak, A. Rygg Årdal y E. Tedeschi, “*Passive filter design and offshore wind turbine modelling for system level harmonic studies*”, 2015.
- [6] R. Sanchis, “Teoría de Sistemas”.
- [7] Universidad del País Vasco, “Procedimiento Newton-Raphson”, [Sistema de ecuaciones no lineales \(ehu.es\)](http://ehu.es).
- [8] *Int'l Wind Integration Workshop*, “*Overview, Status and Outline of Stability Analysis in Converter-based Power Systems*”, 2020.

Capítulo 2: Anexos

Índice Anexos

2.1- Código para el diseño del filtro LCL	97
2.2- Función de segundo orden estándar	100
2.3- Linealización de un sistema no lineal	101
2.4- Código del modelo matemático de un convertidor VSC	102
2.5- Código para computar los puntos de equilibrio con el método Newton-Raphson	110
2.6- Código para efectuar los estudios de estabilidad	113

2.1- Código para el diseño del filtro LCL

Diseño de un filtro LCL

```
clear all;
close all;
```

Filtro LCL en el lado de baja

Procedimiento: Ajustar los valores de k_1 , k_c y k_2 .

k_1 es la constante que determina el filtrado de la bobina de entrada (L1).

k_2 es la constante que determina el filtrado de la bobina de salida (LT).

k_c es la constante que determina el aporte de reactiva del condensador (Cf)

El porcentaje de filtrado del rizado es k_1*k_2 y se recomienda que sea un 2%.

Se ajusta el valor de k_1 para que el valor de la bobina sea del orden de 0.1 pu para que la caída de tensión interna en la inductancia L1 no sea muy grande.

Se ajusta k_c y k_2 para conseguir: i) y ii)

1. El valor de LT sea igual a la inductancia del transformador (y así usar la bobina del transformador)
2. k_1*k_2 sea del 2%

La frecuencia de corte tiene que estar entre $10*f_{base} < f_c < 0.5*f_{sw}$.

```
s=tf('s');
% Parámetros de entrada para calcular el filtro
Sb=9.2e6;           % VA
Vb=690;            % V tensión en el devanado primario
wb=2*pi*50;        % rad/s
fsw=2500;          % Hz
Vdc=1200;          % V tensión lado de continua

% Magnitudes base
Zb=Vb^2/Sb         % Ohm
Lb=Zb/wb           % H
Cb=1/(Zb*wb)       % F
Ib=Sb/(sqrt(3)*Vb) % A

% Cálculo del filtro
```

2. Anexos

```

k1=0.3345;
Di=k1*sqrt(2)*Ib           % Rizado (Ecuación 1 del paper)
L1=Vdc/(8*Di*fsw);        % H
kc=10.15;
Cf=1/kc*Cb;               % mF (Ecuación 2 del paper)
k2=-0.0598;               % Factor de atenuación total
x=(1/k2-1)/(1-L1*Cf*(2*pi*fsw)^2);
LT=L1*x;
wres=sqrt((L1+LT)/(L1*LT*Cf));           % Frecuencia de resonancia
(sin Rf)                                % (Ecuación 4 del paper)
Rf=1/(3*wres*Cf);           % Resistencia para amortiguar el pico resonancia
                                % (Ecuación 6 del paper)

%Atenuación de L1
atenuacion_L1=(Vdc/(L1*8*fsw))/(sqrt(2)*Ib)*100 % Atenuación L1 en %

% Rizado (reduce el rizado al k1*k2 %)
rizado=-k1*k2

% Valores en uH, uH, mF y mOhmios en el lado de baja
fres=wres/(2*pi)
L1=L1
LT=LT
Cf=Cf
Rf=Rf
R1=1.8944*0.000109298      % Valor directamente en baja
R2=1.4204*0.000109298      % Valor directamente en baja

% Valores en pu
L1_pu=L1/Lb
LT_pu=LT/Lb
Cf_pu=Cf/Cb
Rf_pu=Rf/Zb

% Respuesta en frecuencia del filtro
% wres=sqrt((L1+LT)/(L1*LT*Cf))/2/pi           % Frecuencia de resonancia
G=(Rf*Cf*s+1)/((L1*LT*Cf)*s^3+(L1*Rf*Cf+L1*R2*Cf+Cf*R1*LT)*s^2+(Rf*R1*Cf+
R2*R1*Cf+L1+LT+Cf*Rf*LT+Rf*Cf*R2)*s+R1+R2);
% Sin resistencia Rf
G2=(0*Cf*s+1)/((L1*LT*Cf)*s^3+(L1*0*Cf+L1*R2*Cf+Cf*R1*LT)*s^2+(0*R1*Cf+R
2*R1*Cf+L1+LT+Cf*0*LT+0*Cf*R2)*s+R1);

figure()
h=bodeplot(G);
setoptions(h, 'FreqUnits', 'Hz');

```

2. Anexos

```
hold on
h=bodeplot(G2);
setoptions(h, 'FreqUnits', 'Hz');
grid on;
```

Datos del transformador

```
RT_pu=0.004;           % en pu
LT_pu=0.075;          % en pu
ST=9.2;               % MVA
V1=0.69;              % kV del devanado primario (lado de baja tensión)
V2=66;                % kV del devanado secundario (lado de alta tensión)

Zbase1=V1^2/ST;       % Impedancia base primario
Zbase2=V2^2/ST;       % Impedancia base secundario

% Valor de la impedancia del trafo en el primario
RT=RT_pu*Zbase1
LT=LT_pu*Zbase1/wb
```

Filtro LCL en el lado de alta

```
rt=V2/V1;             % Relación de transformación (rt)
L1_2=L1*rt^2          % Reducción de todos los parámetros
LT_2=LT*rt^2          % al lado de alta
Cf_2=Cf/rt^2
Rf_2=Rf*rt^2
RT_2=RT*rt^2
LT_2=LT*rt^2
R1_2=R1*rt^2
R2_2=R2*rt^2
```

Se comprueba que el valor de la bobina de salida del filtro (LT₂) es igual a la del transformador. Por tanto, LT₂ no se necesita al sustituirla por esta.

2.2- Función de segundo orden estándar

En el dominio de Laplace el modelo más sencillo que describe una respuesta oscilatoria es el de segundo orden estándar. En dicho modelo los polos del sistema son pares complejos conjugados de la forma $p = -\sigma \pm \omega_p i$. Los valores de s que satisfacen que el denominador de $G(s)$ sea cero se denominan polos del sistema y en términos prácticos determinan las especificaciones dinámicas del sistema.

$$G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.1)$$

donde

- k es la ganancia estática (el valor de la función de transferencia cuando $s = 0$)
- ω_n es la frecuencia natural del sistema $\left(\frac{\text{rad}}{s}\right)$
- ξ es el coeficiente de amortiguamiento (-)

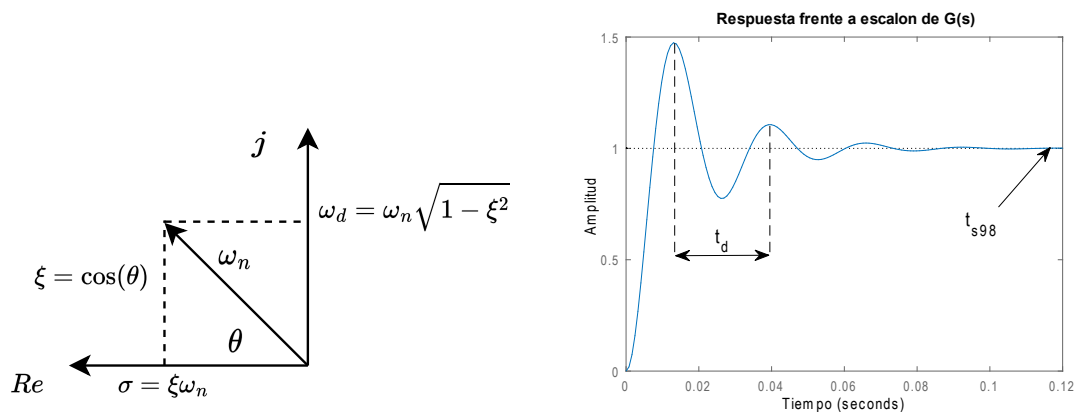


Figura 2.58– Representación en el plano complejo de un polo complejo y la respuesta temporal típica de un sistema de segundo orden estándar.

donde:

- σ es la parte real del polo y también el factor de amortiguamiento de la componente exponencial de la señal de salida
- ω_d es la parte imaginaria y también es la frecuencia propia de oscilación de la señal de salida de duración t_d

$$\omega_d = \frac{2\pi}{t_d} \quad t_{s98} = \frac{4}{\xi\omega_n} \quad (2.2)$$

La respuesta frente a escalón de $G(s)$ en el dominio del tiempo es:

$$y(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin\left(\omega_n\left(\sqrt{1-\xi^2}\right)t + \theta\right) \quad (2.3)$$

2.3- Linealización de un sistema no lineal

Un sistema continuo en el dominio del tiempo se puede representar como:

$$y^n = \frac{d^n y}{dt^n} = f\left(y, \frac{dy}{dt}, \dots, \frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}, u, \frac{du}{dt}, \dots, \frac{d^m u}{dt^m}\right) = f(y, \dot{y}, \dots, y^{n-1}, u, \dot{u}, \dots, u^m) \quad (2.4)$$

donde:

- y son las salidas del sistema
- u son las entradas del sistema

La ecuación anterior puede ser combinación lineal si cada término involucra a una variable multiplicada por un coeficiente constante (sistema lineal) o puede no serlo (sistema no lineal). Si los coeficientes que multiplican a las variables son dependientes del tiempo se dice que el sistema es variante con el tiempo y en caso contrario que el sistema es invariante con el tiempo.

Un sistema lineal se puede expresar de dos formas:

$$\frac{d^n y}{dt^n} = -a_0 y - a_1 \frac{dy}{dt} - \dots - a_{n-1} \frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} + b_0 u + b_1 \frac{du}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m u}{dt^m} \quad (2.5)$$

$$y^n = -a_0 y - a_1 \dot{y} - \dots - a_{n-1} y^{n-1} + b_0 u + b_1 \dot{u} + \dots + b_m u^m \quad (2.6)$$

En el caso de que el sistema no sea lineal, se puede linealizar mediante una serie de Taylor alrededor de un punto de funcionamiento estable. Esta herramienta es válida siempre que se pretendan estudiar pequeñas variaciones alrededor de un punto de funcionamiento. La definición formal es:

$$f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^n(a)}{n!}(x-a)^n \quad (2.7)$$

donde:

- $f^n(a)$ es n -ésima derivada de f evaluada en a
- $n!$ Denota el factorial de n

En el caso de una función de una variable:

$$y = f(x) = f(x_0) + J_{f,x}|_{x=x_0}(x-x_0) + \text{términos de orden superior} \quad (2.8)$$

2.4- Código del modelo matemático de un convertidor VSC

Modelo matemático de un convertidor VSC

```
clear all;
close all;
```

Datos

```
s=tf('s');

R1=1.89;           % Resistencia de salida del inversor (R1 del
inversor)
L1=0.15071;       % Inductancia de salida del inversor (L1 del
inversor)
R2=1.42;           % Resistencia de salida del filtro (R2 del
filtro+red)
L2=0.11303;       % Inductancia de salida del filtro (L2 del
filtro+red)
Rf=104.1;          % Resistencia en serie con el filtro
Cf=0.662e-6;       % Condensador del filtro
Vg=38.105;         % Tensión de fase de red

kp=118.91;         % kp del PI de corriente
ki=1/(0.00003359); % ki del PI de corriente
kpll=113.10*0.0262432; % kp del PI de la PLL
kipll=3947.84*0.0262432; % ki del PI de la PLL 4000 antes

wg=2*pi*50*1;     % Frecuencia de la red

Pref=5;           % MW      Sb=9.2 MVA,   Vb=66kV
Qref=1;           % MVAr   Sb=9.2 MVA,   Vb=66kV
Sref=9.2;         % MVA    Vb=66kV
```

Representación interna con ejes orientados con la tensión del PCC

El sistema de referencia se alinea con la tensión del PCC.

Vector de variables de estado: $x=[I1d \ I1q \ Xd \ Xq \ \theta, Xpll, I2d, I2q, Vcapd, Vcapq]$

2. Anexos

donde I_{1d} , I_{1q} son las corrientes de salida del inversor I_{2d} , I_{2q} son las corrientes de salida del filtro y V_{capd} , V_{capq} es la tensión en el condensador.

Vector de entradas: $u=[P^*, Q^*]$

Vector de salidas: $y=[I_{1d} I_{1q} X_d X_q \theta, X_{pll}, I_{2d}, I_{2q}, V_{capd}, V_{capq}]$

```
% Datos en el punto de equilibrio P0=5 MW y Q0=1 MVar
%-----
Vcd0=38.7279;
theta0=-0.0393308;
Vgd0=38.105*cos(theta0);
Vgq0=38.105*sin(theta0);
I2d0=0.042861;
I2q0=-0.0166577;
Vcapd0=38.7098;
Vcapq0=-0.838067;
I1d0=0.0430353;
I1q0=-0.00860706;
P0=3*Vcd0*I1d0
Q0=-3*Vcd0*I1q0
%-----
A=[-kp/L1-R1/L1-kp*P0*Rf/(3*L1*Vcd0^2) 0 ki/L1 0 0 0
kp*P0*Rf/(3*L1*Vcd0^2) 0 -kp*P0/(3*L1*Vcd0^2) 0;...
kp*Q0*Rf/(3*L1*Vcd0^2) -kp/L1-R1/L1 0 ki/L1 0 0 -
kp*Q0*Rf/(3*L1*Vcd0^2) 0 kp*Q0/(3*L1*Vcd0^2) 0;...
-P0*Rf/(3*Vcd0^2)-1 0 0 0 0 0 P0*Rf/(3*Vcd0^2) 0 -P0/(3*Vcd0^2) 0;...
Q0*Rf/(3*Vcd0^2) -1 0 0 0 0 -Q0*Rf/(3*Vcd0^2) 0 Q0/(3*Vcd0^2) 0;...
0 kpll*Rf 0 0 0 kipll 0 -kpll*Rf 0 kpll;...
0 Rf 0 0 0 0 -Rf 0 1;...
Rf/L2 I2q0*kpll*Rf 0 0 -1/L2*Vgq0 I2q0*kipll -R2/L2-Rf/L2 wg-
I2q0*kpll*Rf 1/L2 I2q0*kpll;...
0 Rf/L2-I2d0*kpll*Rf 0 0 +1/L2*Vgd0 -I2d0*kipll -wg -R2/L2-
Rf/L2+I2d0*kpll*Rf 0 1/L2-I2d0*kpll;...
1/Cf Vcapq0*kpll*Rf 0 0 0 Vcapq0*kipll -1/Cf -Vcapq0*kpll*Rf 0
Vcapq0*kpll+wg;...
0 1/Cf-Vcapd0*kpll*Rf 0 0 0 -Vcapd0*kipll 0 Vcapd0*kpll*Rf-1/Cf -wg
-Vcapd0*kpll];
B=[kp/(3*L1*Vcd0) 0; 0 -kp/(3*L1*Vcd0); 1/(3*Vcd0) 0; 0 -1/(3*Vcd0); 0
0; 0 0; 0 0; 0 0; 0 0];
C=[1 0 0 0 0 0 0 0 0; 0 1 0 0 0 0 0 0 0; 0 0 0 0 0 0 0 0 0; 0 0 0
0 0 0 0; 0 0 0 0 1 0 0 0 0; ...
0 0 0 0 0 0 0 0 0; 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0; 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0; 0 0 0
0 0 0 1 0; 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1];
D=[0 0; 0 0; 0 0; Rf*0 0; 0 Rf*0;0 0; 0 0; 0 0; 0 0];
n=size(A);
I=eye(n(1));
```

```

G=C*(s*I-A)^-1*B+D;
% Escalón en la consigna de referencia
val=2; % Valor porcentual del step
esc=val/100; % Valor del step
DI=esc*Pref; % En MW y MVAr
figure()
tG=0:0.000001:0.05;
step(DI*G*exp(-0.001*s),tG)
grid on;
  
```

Comparativa entre MATLAB y PSCAD

Escalón de potencia P*

```

% Datos guardados de 0.2 a 1s
% t=0s (P=5, Q=1)
% t=0.5s (P=5.1, Q=1)
mod=importdata('VSC5_v3-2%P.dat');
t_imp=mod.data(:,1);
I1_d_imp=mod.data(:,2);
I1_q_imp=mod.data(:,3);
Vcap_d_imp=mod.data(:,4);
Vcap_q_imp=mod.data(:,5);
I2_d_imp=mod.data(:,6);
I2_q_imp=mod.data(:,7);
Dtheta_imp=mod.data(:,8);
Ppcc_imp=mod.data(:,9);
Qpcc_imp=mod.data(:,10);

% TIME STEP Y LÍMITES DE CÁLCULO PARA STEP P*
DT=t_imp(2)-t_imp(1);

tmin=0.299;
tmax=0.5;
t=t_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT))-t_imp(round(tmin/DT+1));
Vcap_d=Vcap_d_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
Vcap_q=Vcap_q_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
I1_d=I1_d_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
I1_q=I1_q_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
I2_d=I2_d_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
I2_q=I2_q_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
Dtheta=Dtheta_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
Ppcc=Ppcc_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
Qpcc=Qpcc_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
  
```


2. Anexos

```

dl=0.001;           % Retardo
tmax=0.05;         % Tiempo representado en las gráficas
tG=0:0.000001:0.2; % Instantes de tiempo de cálculo de la
respuesta
Ga=esc*Pref;      % Valor del escalón simulado en PSCAD

% step en P*
tmax=0.05;
figure()          % Gráfica de las corrientes I1d e I1q
subplot(2,1,1)
plot(t,I1_d-I1_d(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*1*G(1,1)*exp(-dl*s),tG,"red");
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Respuesta de I1d frente a escalón en P*')
subplot(2,1,2)
plot(t,I1_q-I1_q(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*G(2,1)*exp(-dl*s),tG,"red");
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Respuesta de I1q frente a escalón en P*')
figure()          % Gráfica de las corrientes I2d e I2q
subplot(2,1,1)
plot(t,I2_d-I2_d(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*1*G(7,1)*exp(-dl*s),tG,"red");
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Respuesta de I2d frente a escalón en P*')
subplot(2,1,2)
plot(t,I2_q-I2_q(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*G(8,1)*exp(-dl*s),tG,"red");
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Respuesta de I2q frente a escalón en P*')
figure()          % Gráfica de las tensiones Vcapd y Vcapq
subplot(2,1,1)
plot(t,Vcap_d-Vcap_d(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*1*G(9,1)*exp(-dl*s),tG,"red");

```

```

grid on;
xlim([0,tmax])
title('Respuesta de Vcapd frente a escalón en P*')
subplot(2,1,2)
plot(t,Vcap_q-Vcap_q(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*G(10,1)*exp(-d1*s),tG,"red");
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Respuesta de Vcapq frente a escalón en P*')
tmax=0.1;
figure() % Gráfica del ángulo
plot(t,Dtheta-Dtheta(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*1*G(5,1)*exp(-d1*s),tG,"red");
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Ángulo PLL frente a escalón en P*')
I1d=step(Ga*G(1,1)*exp(-d1*s),tG,"red");
I1q=step(Ga*G(2,1)*exp(-d1*s),tG,"red");
I2d=step(Ga*G(7,1)*exp(-d1*s),tG,"red");
I2q=step(Ga*G(8,1)*exp(-d1*s),tG,"red");
Vcapd=step(Ga*G(9,1)*exp(-d1*s),tG,"red");
Vcapq=step(Ga*G(10,1)*exp(-d1*s),tG,"red");
I1d2=I1d+I1d0;
I1q2=I1q+I1q0;
I2d2=I2d+I2d0;
I2q2=I2q+I2q0;
Vcapd2=Vcapd+Vcapd0;
Vcapq2=Vcapq+Vcapq0;
figure() % Gráfica de las potencias P y Q
subplot(2,1,1)
plot(t,Ppcc-Ppcc(1));
grid on;
hold on;
plot(tG,3*(I1d2.*(Vcapd2+Rf*(I1d2-I2d2))+I1q2.*(Vcapq2+Rf*(I1q2-I2q2))))-
P0,"red")
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Evolución P frente a escalón en P*')
subplot(2,1,2)
plot(t,Qpcc-Qpcc(1));
grid on;
hold on;
plot(tG,3*(I1d2.*(Vcapq2+Rf*(I1q2-I2q2))-I1q2.*(Vcapd2+Rf*(I1d2-I2d2))))-
Q0,"red")
    
```

```

grid on;
xlim([0,tmax])
title('Evolución Q frente a escalón en P*')
    
```

Escalón de potencia Q*

```

% Datos guardados de 0.2 a 1s
% t=0s (P=5, Q=1)
% t=0.75s (P=5, Q=1.02)
mod=importdata('VSC5_v3-2%Q.dat');
t_imp=mod.data(:,1);
I1_d_imp=mod.data(:,2);
I1_q_imp=mod.data(:,3);
Vcap_d_imp=mod.data(:,4);
Vcap_q_imp=mod.data(:,5);
I2_d_imp=mod.data(:,6);
I2_q_imp=mod.data(:,7);
Dtheta_imp=mod.data(:,8);
Ppcc_imp=mod.data(:,9);
Qpcc_imp=mod.data(:,10);

% TIME STEP Y LÍMITES DE CÁLCULO PARA STEP Q*
DT=t_imp(2)-t_imp(1);

tmin=0.749-0.2;
tmax=0.8-0.2;
t=t_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT))-t_imp(round(tmin/DT+1));
Vcap_d=Vcap_d_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
Vcap_q=Vcap_q_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
I1_d=I1_d_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
I1_q=I1_q_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
I2_d=I2_d_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
I2_q=I2_q_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
Dtheta=Dtheta_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
Ppcc=Ppcc_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));
Qpcc=Qpcc_imp(round(tmin/DT+1):round(tmax/DT));

dl=0.001; % Retardo
tmax=0.05; % Tiempo representado en las gráficas
tG=0:0.000001:0.2; % Instantes de tiempo de cálculo de la
respuesta
Ga=esc*Qref; % Valor del escalón simulado en PSCAD

% step en Q*
tmax=0.05;
figure() % Gráfica de las corrientes I1d e I1q
    
```

```

subplot(2,1,1)
plot(t,I1_d-I1_d(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*1*G(1,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Respuesta de I1d a escalón en Q*')
subplot(2,1,2)
plot(t,I1_q-I1_q(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*G(2,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Respuesta de I1q frente a escalón en Q*')
figure() % Gráfica de las corrientes I2d e I2q
subplot(2,1,1)
plot(t,I2_d-I2_d(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*1*G(7,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Respuesta de I2d frente a escalón en Q*')
subplot(2,1,2)
plot(t,I2_q-I2_q(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*G(8,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Respuesta de I2q frente a escalón en Q*')
figure() % Gráfica de las tensiones Vcapd y Vcapq
subplot(2,1,1)
plot(t,Vcap_d-Vcap_d(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*1*G(9,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Respuesta de Vcapd frente a escalón en Q*')
subplot(2,1,2)
plot(t,Vcap_q-Vcap_q(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*G(10,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
grid on;
    
```

2. Anexos

```

xlim([0,tmax])
title('Respuesta de Vcapq frente a escalón en Q*')
tmax=0.1;
figure() % Gráfica del ángulo
plot(t,Dtheta-Dtheta(1));
grid on;
hold on;
step(Ga*1*G(5,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Ángulo PLL frente a escalón en Q*')
I1d=step(Ga*G(1,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
I1q=step(Ga*G(2,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
I2d=step(Ga*G(7,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
I2q=step(Ga*G(8,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
Vcapd=step(Ga*G(9,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
Vcapq=step(Ga*G(10,2)*exp(-d1*s),tG,"red");
I1d2=I1d+I1d0;
I1q2=I1q+I1q0;
I2d2=I2d+I2d0;
I2q2=I2q+I2q0;
Vcapd2=Vcapd+Vcapd0;
Vcapq2=Vcapq+Vcapq0;
figure() % Gráfica de las potencias P y Q
subplot(2,1,1)
plot(t,Ppcc-Ppcc(1));
grid on;
hold on;
plot(tG,3*(I1d2.*(Vcapd2+Rf*(I1d2-I2d2))+I1q2.*(Vcapq2+Rf*(I1q2-I2q2))))-
P0,"red")
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Evolución P frente a escalón en Q*')
subplot(2,1,2)
plot(t,Qpcc-Qpcc(1));
grid on;
hold on;
plot(tG,3*(I1d2.*(Vcapq2+Rf*(I1q2-I2q2))-I1q2.*(Vcapd2+Rf*(I1d2-I2d2))))-
Q0,"red")
grid on;
xlim([0,tmax])
title('Evolución Q frente a escalón en Q*')

```

2.5- Código para computar los puntos de equilibrio con el método Newton-Raphson

Resolución de ecuaciones por el método Newton-Raphson

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones donde las incógnitas son:

V_{cd0} , I_{2d0} , I_{2q0} , θ_{0} , V_{capd0} , V_{capq0} , I_{1d0} , I_{1q0} , V_{g0}

Y los parámetros del sistema son:

R_1 , L_1 , R_2 , L_2 , C_f , R_f , y w_g .

Procedimiento de resolución:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{J}\Delta\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

$$\Delta\mathbf{x} = -\mathbf{J}^{-1}\mathbf{F}$$

En primer lugar, se plantean las ecuaciones de forma simbólica:

```
syms Vcd0 I2d0 I2q0 theta0 Vcapd0 Vcapq0 R2 L2 Cf Rf Vg0 wg I1d0 I1q0
Pref Qref
Ecuaciones=[-Vcd0+R2*I2d0-wg*L2*I2q0+Vg0*cos(theta0);
wg*L2*I2d0+R2*I2q0+Vg0*sin(theta0); -Vcd0-Rf*I2d0+Vcapd0+Rf*I1d0; -
Rf*I2q0+Vcapq0+Rf*I1q0; -I2d0+wg*Cf*Vcapq0+I1d0; I2q0+wg*Cf*Vcapd0-I1q0;
-Pref+3*Vcd0*I1d0; Qref+3*Vcd0*I1q0] % vector F
incognitas=[Vcd0; I2d0; I2q0; theta0; Vcapd0; Vcapq0; I1d0; I1q0]
J=jacobian(Ecuaciones, incognitas)
```

Valores iniciales de las incógnitas y valores de los parámetros en unidades de PSCAD

```
%kV, kA, ohm, F, H, rad/s, rad, MW y MVar
Pref=8; % Consigna de referencia P*
Qref=0; % Consigna de referencia Q*

Vcd0=38.105; % Aproximación de tensión de fase de red como tensión en
el PCC
I2d0 =0.03488;
I2q0=0.03488;
theta0=0.1;
Vcapd0=38;
Vcapq0=0.1;
```

2. Anexos

```
Vg0=38.105;
I1d0=Pref/(3*Vcd0)
I1q0=-Qref/(3*Vcd0)
R1=1.89;
L1=0.15071;
R2=1.42;
L2=0.11303*8.51877
Cf=0.662e-06;
Rf=104.1;
wg=100*pi;
```

Resolució:

```
eps=1e-12; % Error máximo entre dos iteraciones
temp=0; % Variable que cambia a uno cuando se ha alcanzado la
solución
cont=0;

while temp<1
    Jnum=eval(J);
    EcuacionesNum=eval(Ecuaciones);
    Delta=-Jnum^-1*EcuacionesNum; % Incremento en las soluciones

    Vcd0=Vcd0+Delta(1); % Nuevo valor de las incógnitas
    I2d0=I2d0+Delta(2);
    I2q0=I2q0+Delta(3);
    theta0=theta0+Delta(4);
    Vcapd0=Vcapd0+Delta(5);
    Vcapq0=Vcapq0+Delta(6);
    I1d0=I1d0+Delta(7);
    I1q0=I1q0+Delta(8);

    IncognitasNum=eval(incognitas);
    temp2=Delta./IncognitasNum;
    abserror=max(abs(temp2)); % Error relativo entre dos iteraciones

    cont=cont+1;

    if abserror<eps
        temp=1;
    end
    if (cont>100) % Número máximo de iteraciones
        temp=1;
    end
end
```

2. Anexos

Solución:

```

cont                                % Número de iteraciones
vpa(Vcd0,6)                          % Si ha alcanzado el número máximo de iteraciones
vpa(I2d0,6)                          % (definido arriba)es que no ha convergido a la solución
vpa(I2q0,6)                          % Definir mejor valores iniciales o ampliar número de
iteraciones
vpa(theta0,6)
vpa(Vcapd0,6)
vpa(Vcapq0,6)
vpa(I1d0,6)
vpa(I1q0,6)

```

Comprobación:

```

-Vcd0+R2*I2d0-wg*L2*I2q0+Vg0*cos(theta0)
wg*L2*I2d0+R2*I2q0+Vg0*sin(theta0)
-Vcd0-Rf*I2d0+Vcapd0+Rf*I1d0
-Rf*I2q0+Vcapq0+Rf*I1q0
-I2d0+wg*Cf*Vcapq0+I1d0
I2q0+wg*Cf*Vcapd0-I1q0
-Pref+3*Vcd0*I1d0
-Qref-3*Vcd0*I1q0
P0=3*Vcd0*I1d0
Q0=-3*Vcd0*I1q0

```


2.6- Código para efectuar los estudios de estabilidad

Estudios de estabilidad

```
clear all;
close all;
```

Estudio de estabilidad

```
s=tf('s');
```

Estudio no1: P=8 MW Q=0 MVar

```
%SCR [5 4 3 2 1.9 1.8 1.7 1.6 1.5 1.4]
%kc=[3.06653 3.83328 5.11116 7.66687 8.07041 8.51877 9.01989 9.58364
10.22256 10.95275]

%SCR [1.9 1.88 1.86 1.84 1.82 1.8]
%kc=[8.07041 8.15626 8.24397 8.33358 8.42516 8.51877]

%SCR [1.9 1.88 1.86 1.84]
%kc=[8.07041 8.15626 8.24397 8.33358]
```

Estudio no2: P=8 MW Q=0.4 MVar

```
%SCR [5 4 3 2 1.9 1.8 1.7 1.6 1.5 1.4]
%kc=[3.06653 3.83328 5.11116 7.66687 8.07041 8.51877 9.01989 9.58364
10.22256 10.95275]

%SCR [1.9 1.88 1.86 1.84 1.82 1.8]
%kc=[8.07041 8.15626 8.24397 8.33358 8.42516 8.51877]

%SCR [1.82 1.8 1.78 1.76]
%kc=[8.42516 8.51877 8.61449 8.71238]
```

2. Anexos

Estudio no3: P=-8 MW Q=0 MVar

```
%SCR [10  9    8    7    6    5.8  5.6  5.4  5.2  5]
%kc=[1.53287  1.70330  1.91633  2.19020  2.55535
      2.64348  2.73791  2.83934  2.94857  3.06653]

%SCR [7    6.8  6.6  6.4  6.2  6]
%kc=[2.19020  2.25464  2.32298  2.39560  2.47290
      2.55535]

%SCR [7    6.8  6.6  6.4]
%kc=[2.19020  2.25464  2.32298  2.39560]
```

Estudio no4: P=-8 MW Q=0.4 MVar

```
%SCR [10  9    8    7    6    5.8  5.6  5.4  5.2  5]
%kc=[1.53287  1.70330  1.91633  2.19020  2.55535
      2.64348  2.73791  2.83934  2.94857  3.06653]

%SCR [7    6.8  6.6  6.4]
%kc=[2.19020  2.25464  2.32298  2.39560]
```

Estudio no5: P=8 MW Q=0 MVar

```
%kppll=452.389*0.0262432;          % kp del PI de la PLL
%kipll=63165.468*0.0262432;        % ki del PI de la PLL

%SCR [5 4 3 2 1.9 1.8 1.7 1.6 1.5 1.4]
%kc=[3.06653 3.83328 5.11116 7.66687 8.07041 8.51877 9.01989 9.58364
      10.22256 10.95275]

%SCR [4    3.8  3.6  3.4]
%kc=[3.83328 4.03505 4.25925 4.50981]
```

Estudio no6: P=-8 MW Q=0.4 MVar

```

%kpll=1130.973*0.0262432;           % kp del PI de la PLL
%kipll=394784.176*0.0262432;       % ki del PI de la PLL

%SCR [7.2 7      6.8  6.6]
%kc=[2.12934 2.19020 2.25464 2.32298]

%SCR [6.6 6.4 6.2 6]
%kc=[2.32298      2.39560      2.47290      2.55535]
  
```

Estudio no7: P=8 MW Q=0 MVar

```

%kp=60.29;           % kp del PI de corriente con el procedimiento IMC
%ki=1/(0.001322751); % ki del PI de corriente con el procedimiento IMC

%SCR [1.9  1.88 1.86  1.84]
%kc=[8.07041 8.15626 8.24397 8.33358]
  
```

Cálculos

```

conteo=0;
for k=1:1:length(kc)
    k
    conteo=conteo+1;

                                % Inicio Newton-Raphson
    syms Vcd0 I2d0 I2q0 theta0 Vcapd0 Vcapq0 R2 L2 Cf Rf Vg0 wg I1d0 I1q0
    Pref Qref
    Ecuaciones=[-Vcd0+R2*I2d0-wg*L2*I2q0+Vg0*cos(theta0);
    wg*L2*I2d0+R2*I2q0+Vg0*sin(theta0); -Vcd0-Rf*I2d0+Vcapd0+Rf*I1d0; -
    Rf*I2q0+Vcapq0+Rf*I1q0; -I2d0+wg*Cf*Vcapq0+I1d0; I2q0+wg*Cf*Vcapd0-I1q0;
    -Pref+3*Vcd0*I1d0; Qref+3*Vcd0*I1q0]; % vector F
    incognitas=[Vcd0; I2d0; I2q0; theta0; Vcapd0; Vcapq0; I1d0; I1q0];
    J=jacobian(Ecuaciones, incognitas);

    %kV, kA, ohm, F, H, rad/s, rad, MW y MVar

    Vcd0=38.105; % Aproximación de tensión de fase de red como tensión en
    el PCC
    I2d0=0.03488;
    I2q0=0.03488;
  
```

2. Anexos

```

theta0=0;
Vcapd0=38;
Vcapq0=0.1;
Vg0=38.105;
wg=2*pi*50; % Frecuencia de la red

Pref=8; % MW Sb=9.2 MVA, Vb=66kV
Qref=0; % MVar Sb=9.2 MVA, Vb=66kV
Sref=9.2; % MVA
L2=0.11303*kc(k) % Inductancia de salida del filtro (L2 del
filtro+red)

I1d0=Pref/(3*Vcd0);
I1q0=-Qref/(3*Vcd0);

R1=1.89; % Resistencia de salida del inversor (R1 del inversor)
L1=0.15071; % Inductancia de salida del inversor (L1 del inversor)
R2=1.42; % Resistencia de salida del filtro (R2 del filtro+red)
Rf=104.1; % Resistencia en serie con el filtro
Cf=0.662e-6; % Condensador del filtro
wg=2*pi*50; % Frecuencia de la red
Vg=38.105; % Tensión de fase de la red

%kp=118.91; % kp del PI de corriente
%ki=1/(0.00003359); % ki del PI de corriente
%kpl1=113.10*0.0262432; % kp del PI de la PLL
%kipl1=3947.84*0.0262432; % ki del PI de la PLL

eps=1e-12; % Error máximo entre dos iteraciones
temp=0; % Variable que cambia a uno cuando se ha alcanzado la solución
cont=0;

while temp<1
    Jnum=eval(J);
    EcuacionesNum=eval(Ecuaciones);
    Delta=-Jnum^-1*EcuacionesNum; % Incremento en las soluciones

    Vcd0=Vcd0+Delta(1); % Nuevo valor de las incógnitas
    I2d0=I2d0+Delta(2);
    I2q0=I2q0+Delta(3);
    theta0=theta0+Delta(4);
    Vcapd0=Vcapd0+Delta(5);
    Vcapq0=Vcapq0+Delta(6);
    I1d0=I1d0+Delta(7);
    I1q0=I1q0+Delta(8);

```

2. Anexos

```

IncognitasNum=eval(incognitas);
temp2=Delta./IncognitasNum;
abserror=max(abs(temp2));      % Error relativo entre dos iteraciones

cont=cont+1;

if abserror<eps
    temp=1;
end
if (cont>150)                    % Número máximo de iteraciones
    temp=1;
end
end

vpa(Vcd0,6) % Si ha alcanzado el número máximo de iteraciones
vpa(I2d0,6) % (definido arriba)es que no ha convergido a la solución
vpa(I2q0,6) % Definir mejor valores iniciales o ampliar número de
iteraciones
vpa(theta0,6)
vpa(Vcapd0,6)
vpa(Vcapq0,6)
vpa(I1d0,6)
vpa(I1q0,6)
disp('Ángulo theta en grados:')
theta0*180/pi

cont
-Vcd0+R2*I2d0-wg*L2*I2q0+Vg0*cos(theta0)
wg*L2*I2d0+R2*I2q0+Vg0*sin(theta0)
-Vcd0-Rf*I2d0+Vcapd0+Rf*I1d0
-Rf*I2q0+Vcapq0+Rf*I1q0
-I2d0+wg*Cf*Vcapq0+I1d0
I2q0+wg*Cf*Vcapd0-I1q0
-Pref+3*Vcd0*I1d0
-Qref-3*Vcd0*I1q0

P0=3*Vcd0*I1d0
Q0=-3*Vcd0*I1q0
Vgd0=Vg*cos(theta0);
Vgq0=Vg*sin(theta0);

% Fin Newton-Raphson

A=[-kp/L1-R1/L1-kp*P0*Rf/(3*L1*Vcd0^2) 0 ki/L1 0 0 0
kp*P0*Rf/(3*L1*Vcd0^2) 0 -kp*P0/(3*L1*Vcd0^2) 0;...
```

2. Anexos

```

kp*Q0*Rf/(3*L1*Vcd0^2) -kp/L1-R1/L1 0 ki/L1 0 0 -
kp*Q0*Rf/(3*L1*Vcd0^2) 0 kp*Q0/(3*L1*Vcd0^2) 0;...
-P0*Rf/(3*Vcd0^2)-1 0 0 0 0 P0*Rf/(3*Vcd0^2) 0 -P0/(3*Vcd0^2) 0;...
Q0*Rf/(3*Vcd0^2) -1 0 0 0 0 -Q0*Rf/(3*Vcd0^2) 0 Q0/(3*Vcd0^2) 0;...
0 kpp11*Rf 0 0 0 kip11 0 -kpp11*Rf 0 kpp11;...
0 Rf 0 0 0 0 -Rf 0 1;...
Rf/L2 I2q0*kpp11*Rf 0 0 -1/L2*Vgq0 I2q0*kip11 -R2/L2-Rf/L2 wg-
I2q0*kpp11*Rf 1/L2 I2q0*kpp11;...
0 Rf/L2-I2d0*kpp11*Rf 0 0 +1/L2*Vgd0 -I2d0*kip11 -wg -R2/L2-
Rf/L2+I2d0*kpp11*Rf 0 1/L2-I2d0*kpp11;...
1/Cf Vcapq0*kpp11*Rf 0 0 0 Vcapq0*kip11 -1/Cf -Vcapq0*kpp11*Rf 0
Vcapq0*kpp11+wg;...
0 1/Cf-Vcapd0*kpp11*Rf 0 0 0 -Vcapd0*kip11 0 Vcapd0*kpp11*Rf-1/Cf -wg
-Vcapd0*kpp11];

                                % Inicio autovalores

polos=eig(A)
SCR=(sqrt(3)*Vg)^2/(sqrt((L2*wg)^2+R2^2)*Pref) %SCR de la red
figure()
hold on
plot(real(polos),imag(polos),'o','MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor'
,[0 1-1/length(kc)*k 1]); %
xlabel('Real')
ylabel('Imaginary')
grid on
hold on

                                % Fin autovalores

                                % Inicio factores de participación
[V,D,W] = eig(A);                                % D autovalores - V autovectores
derecha en columnas - W autovectores izquierda en columnas

Av1=A*V(:,1);
lv1=D(1,1)*V(:,1);
Av2=A*V(:,2);
lv2=D(2,2)*V(:,2);
Av3=A*V(:,3);
lv3=D(3,3)*V(:,3);
Av4=A*V(:,4);
lv4=D(4,4)*V(:,4);
Av5=A*V(:,5);
lv5=D(5,5)*V(:,5);
Av6=A*V(:,6);
lv6=D(6,6)*V(:,6);
Av7=A*V(:,7);
lv7=D(7,7)*V(:,7);
Av8=A*V(:,8);

```

2. Anexos

```
lv8=D(8,8)*V(:,8);
Av9=A*V(:,9);
lv9=D(9,9)*V(:,9);
Av10=A*V(:,10);
lv10=D(10,10)*V(:,10);
```

```
Aw1=W(:,1)'*A;
lw1=D(1,1)*W(:,1)';
Aw2=W(:,2)'*A;
lw2=D(2,2)*W(:,2)';
Aw3=W(:,3)'*A;
lw3=D(3,3)*W(:,3)';
Aw4=W(:,4)'*A;
lw4=D(4,4)*W(:,4)';
Aw5=W(:,5)'*A;
lw5=D(5,5)*W(:,5)';
Aw6=W(:,6)'*A;
lw6=D(6,6)*W(:,6)';
Aw7=W(:,7)'*A;
lw7=D(7,7)*W(:,7)';
Aw8=W(:,8)'*A;
lw8=D(8,8)*W(:,8)';
Aw9=W(:,9)'*A;
lw9=D(9,9)*W(:,9)';
Aw10=W(:,10)'*A;
lw10=D(10,10)*W(:,10)';
```

```
W2=V^-1; % W2 autovectores izquierda en filas
Aw1=W2(1,:)*A;
lw1=D(1,1)*W2(1,:);
Aw2=W2(2,:)*A;
lw2=D(2,2)*W2(2,:);
Aw3=W2(3,:)*A;
lw3=D(3,3)*W2(3,:);
Aw4=W2(4,:)*A;
lw4=D(4,4)*W2(4,:);
Aw5=W2(5,:)*A;
lw5=D(5,5)*W2(5,:);
Aw6=W2(6,:)*A;
lw6=D(6,6)*W2(6,:);
Aw7=W2(7,:)*A;
lw7=D(7,7)*W2(7,:);
Aw8=W2(8,:)*A;
lw8=D(8,8)*W2(8,:);
Aw9=W2(9,:)*A;
```

2. Anexos

```
lw9=D(9,9)*W2(9,:);
Aw10=W2(10,:)*A;
lw10=D(10,10)*W2(10,:);

s=size(A);
s=s(1);

for i=1:1:s
    for j=1:1:s
        p(j,i)=V(j,i)*W2(i,j);
    end
end
abs(p)
sum(p)
sum(p')
% Fin factores de participación
end
```


Capítulo 3: Planos

1

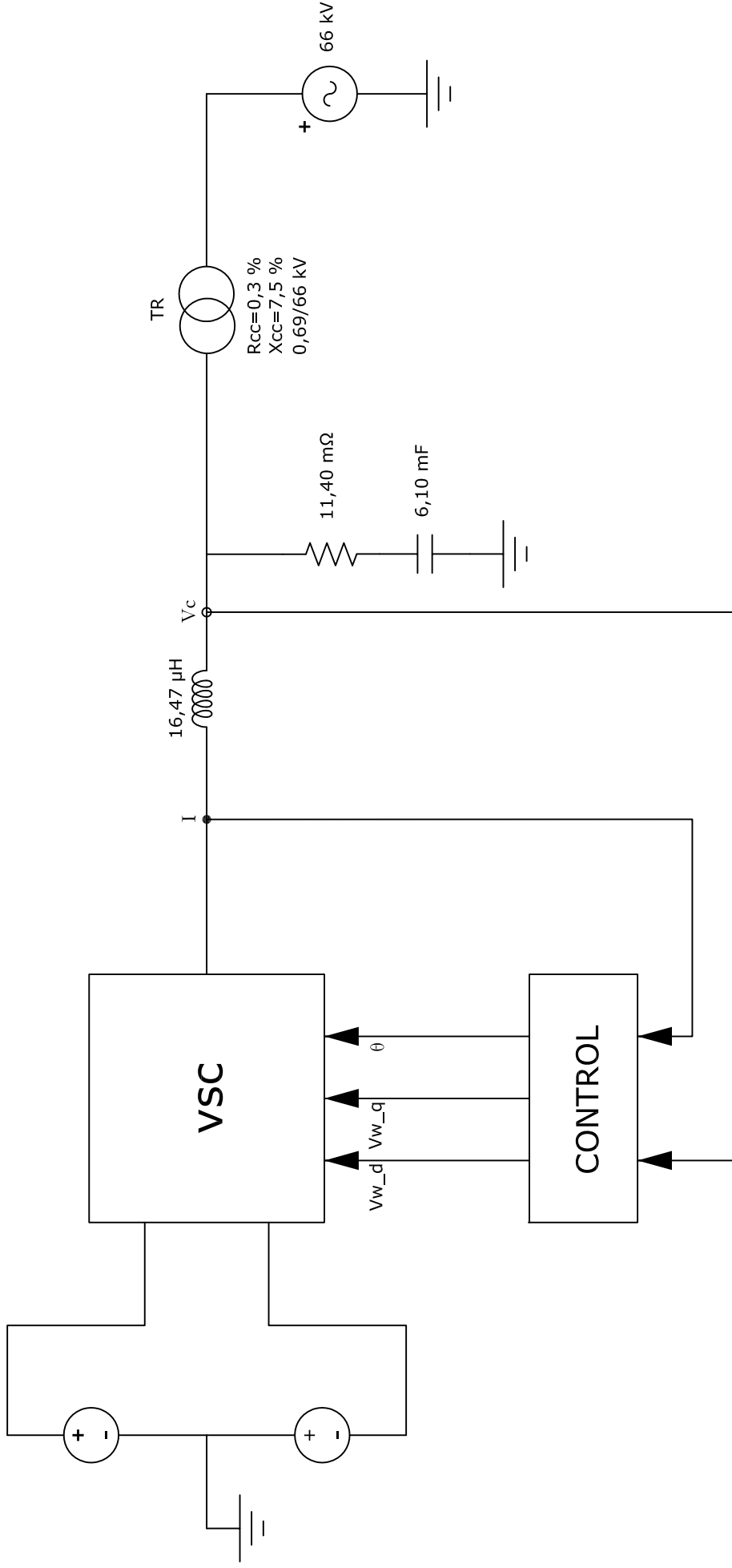
2

3

4

5

6



Capítulo 4: Pliego de condiciones

4. Pliego de condiciones

El pliego de condiciones es el documento del proyecto que establece las condiciones que se deben cumplir para poder llevarlo a cabo y en el caso de que se requiera, poder reproducir los mismos resultados obtenidos en el presente trabajo realizado.

En primer lugar, se exponen las condiciones de ejecución, los requisitos mínimos de *hardware* y *software* que debe cumplir el ordenador según fabricantes para ejecutar los programas informáticos de las tablas 4.1 y 4.2. Se pueden utilizar ordenadores con procesadores más lentos y menos RAM, pero el rendimiento de ejecución y simulación será más lento.

<i>Software</i>	Windows 10, Windows 7 SP1, Windows server 2019, Windows server 2016, 64-bit
Procesador	Cualquier procesador Intel o AMD x86-64
Disco	3,4 GB de espacio en el HDD solo para MATLAB, 5-8 GB instalación típica
RAM	4 GB
Gráfica	No se requiere una tarjeta gráfica en específico

Tabla 4.1– Requisitos mínimos de *hardware* y *software* para MATLAB R2021a

Prerrequisito de <i>software</i>	Microsoft Visual Studio 2010 y compilador GFortran 4.2
<i>Software</i>	Windows 10, Windows 7, 32-bit y 64-bit (otras versiones podrían funcionar)
Procesador	Intel Pentium 4 o posteriores
Disco	500 MB
RAM	1 GB
Gráfica	No se requiere una tarjeta gráfica en específico

Tabla 4.2– Requisitos mínimos de *hardware* y *software* para PSCAD 4.5.

En segundo lugar, se abordará cómo crear un espacio de trabajo y cómo ejecutar una simulación en PSCAD exportando los datos de la simulación a MATLAB. La razón de considerar estos dos aspectos es que son básicos en el manejo de los programas informáticos utilizados y pueden resultar útiles en caso de pretender reproducir el presente trabajo realizado.

4. Pliego de condiciones

En PSCAD los archivos se organizan en una jerarquía según sea el tipo de archivo: de espacio de trabajo, de proyecto o una librería. Los archivos de espacio de trabajo contienen los proyectos y éstos a su vez a los archivos tipo proyecto y librería. Como puede observarse en la figura 4.1, para crear un nuevo espacio de trabajo se debe desplegar la pestaña “Home” y luego indicar el tipo de archivo que se desea crear, “New Workspace” en este caso.

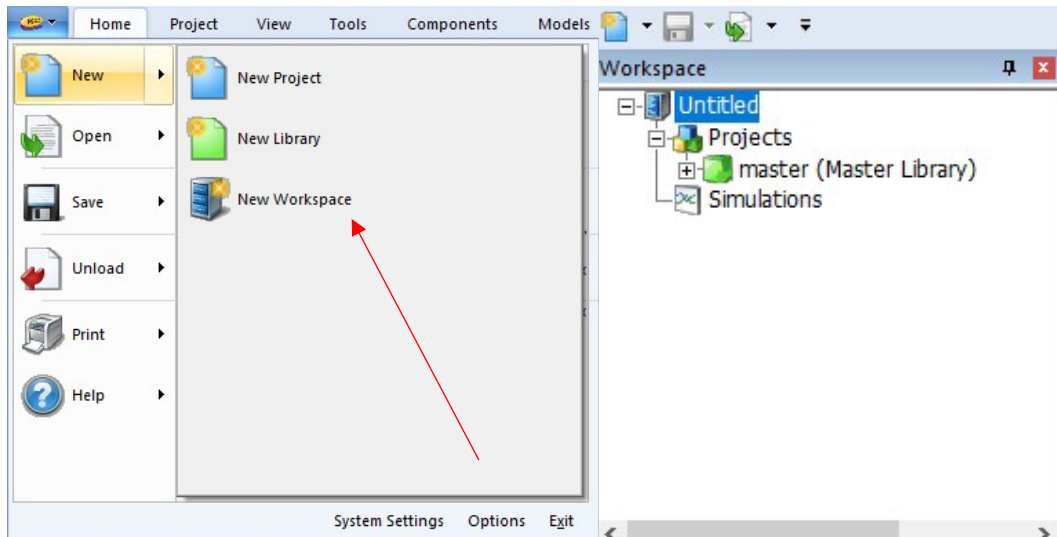


Figura 4.1– Creación de un espacio de trabajo en PSCAD.

Para crear un archivo de proyecto basta con desplegar la pestaña de la figura 4.2 e indicar “New Project”. El archivo de proyecto creado ha sido “Ejemplo”.

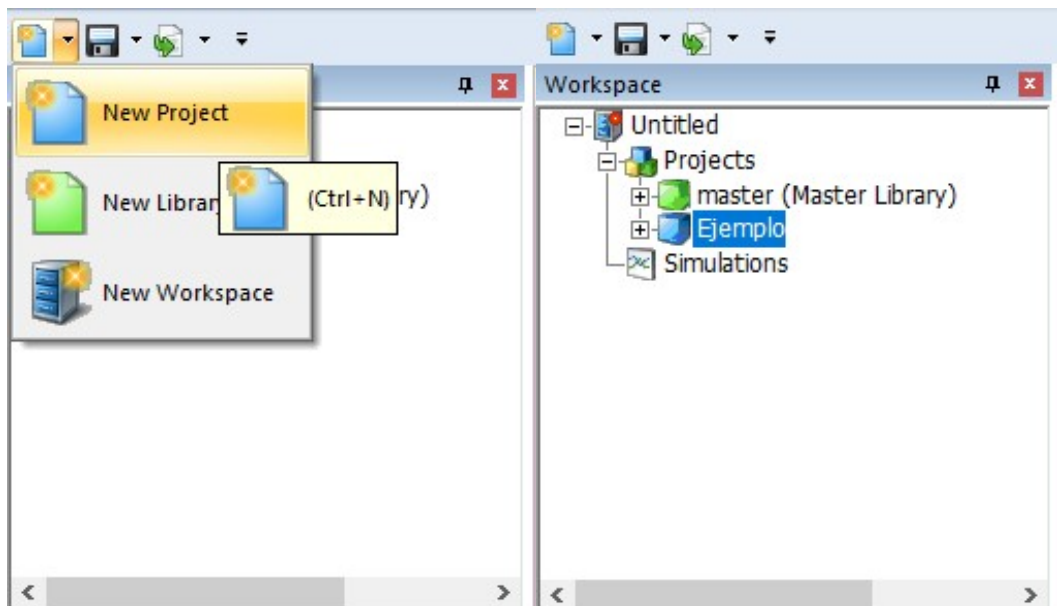


Figura 4.2– Creación de un proyecto en PSCAD.

4. Pliego de condiciones

Haciendo clic derecho sobre el archivo de proyecto se puede configurar la duración de la simulación (*Duration of run*), la duración del tiempo entre soluciones de las ecuaciones diferenciales (*Solution time step*) y cada cuanto tiempo dibuja el programa un punto en los gráficos (*Channel plot step*). En la figura 4.3 se muestra la pestaña con los ajustes para configurar la simulación del proyecto mencionados y otros muchos que en el caso del presente trabajo realizado se han dejado en su valor por defecto.

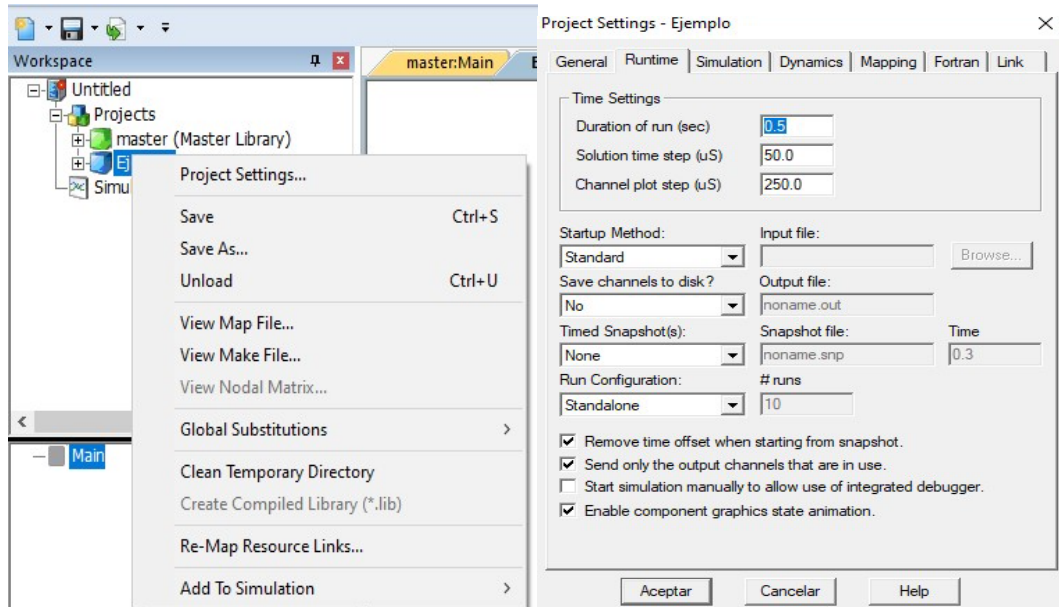


Figura 4.3– Configuración de la simulación del proyecto.

Haciendo clic sobre el archivo de proyecto “Ejemplo” se accede al espacio para crear circuitos eléctricos usando los componentes de los archivos tipo biblioteca. Para ejecutar la simulación se debe hacer clic sobre el reloj con la descripción “Run” de la figura 4.3, si el montaje del circuito presenta algún fallo la simulación no se ejecuta y el programa presenta un informe con los errores detectados.

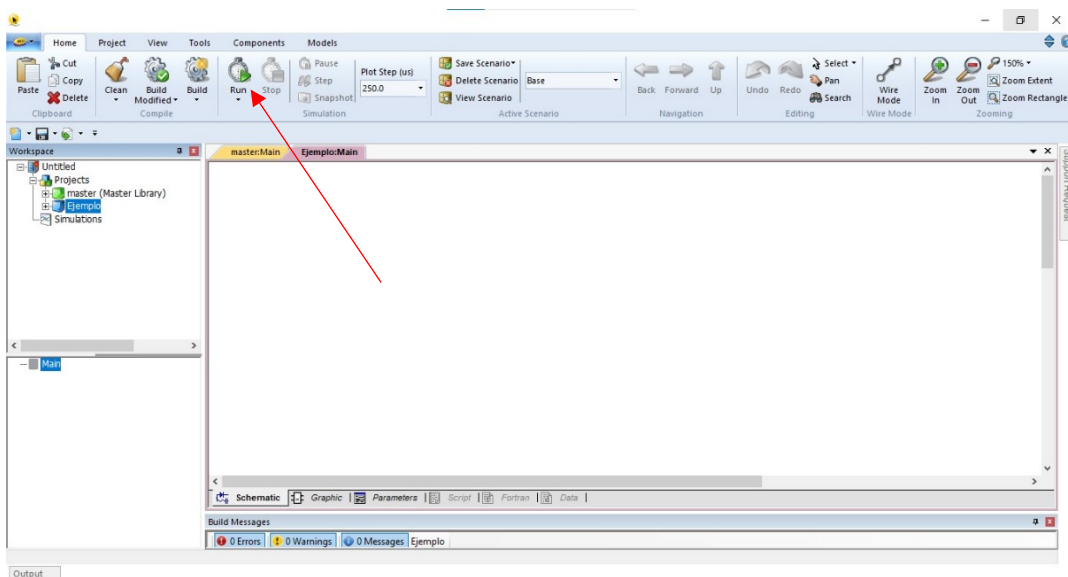


Figura 4.4– Ejecutar simulación en PSCAD.

4. Pliego de condiciones

A modo de ejemplo, en un gráfico como el de la figura 4.5 se muestran los resultados obtenidos de la simulación siguiendo los pasos descritos anteriormente. El archivo de espacio de trabajo es el mismo que se ha utilizado en el presente trabajo, por lo que los datos ya están preparados para exportar.

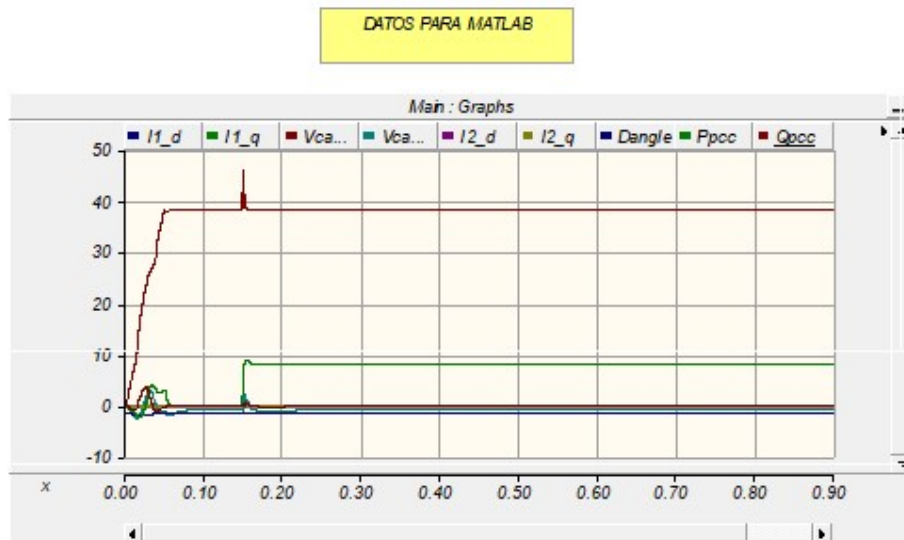


Figura 4.5– Resultados obtenidos de la simulación en PSCAD.

Para poder exportar los datos a MATLAB se debe hacer clic derecho sobre cualquier punto dentro del área del gráfico y desplegar las opciones de “*Copy Data to Clipboard*”. Hay tres opciones disponibles: todo (*All*), área visible (*Visible Area*) y entre marcadores (*Between Markers*). La primera opción recoge todos los datos dentro del rango completo de tiempo que dura la simulación, la segunda opción solo recoge los datos en el área visible y la tercera opción recoge los datos dentro del intervalo de tiempo delimitado por unos marcadores que permite situar el programa.

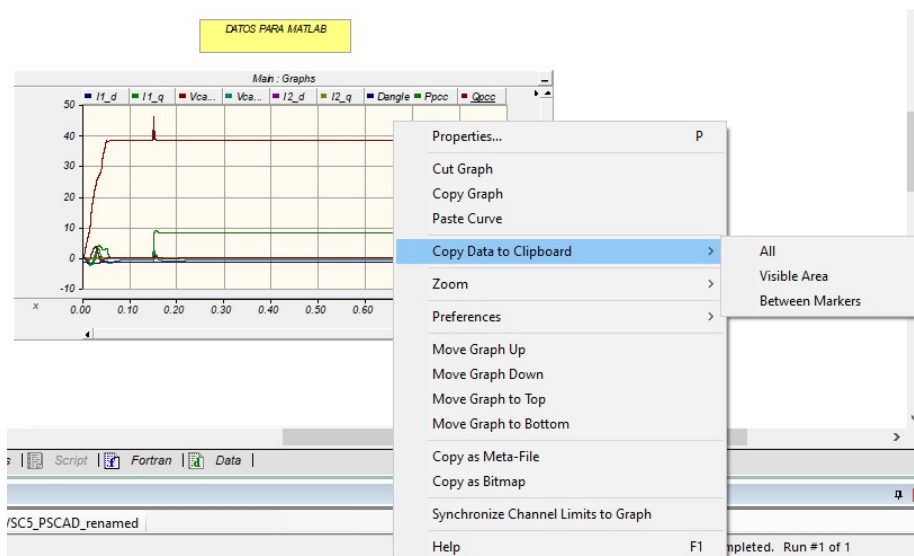
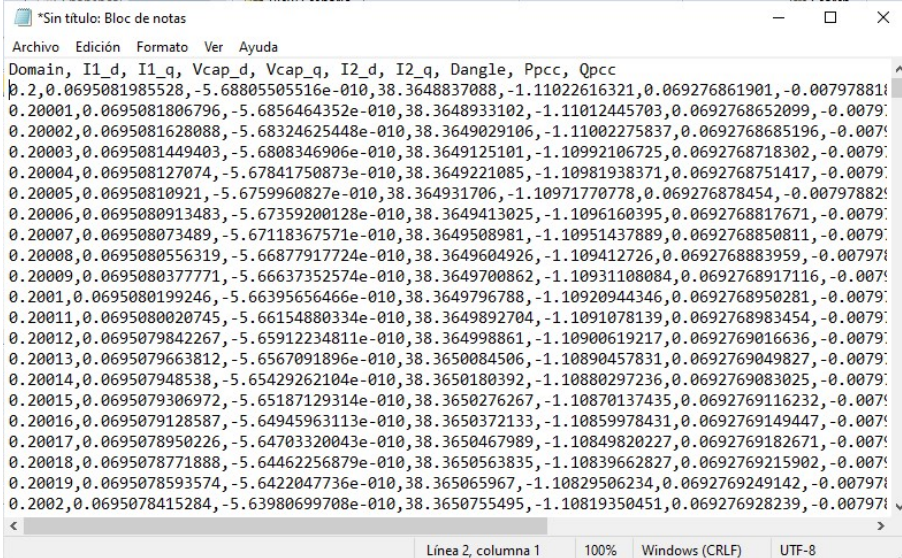


Figura 4.6– Diferentes formas de copiar los datos en el bloc de notas en PSCAD.

4. Pliego de condiciones

A continuación, se pegan los datos con los resultados obtenidos de la simulación en PSCAD en el bloc de notas.



```

Domain, I1_d, I1_q, Vcap_d, Vcap_q, I2_d, I2_q, Dangle, Ppcc, Qpcc
0.2,0.0695081985528,-5.68805505516e-010,38.3648837088,-1.11022616321,0.069276861901,-0.007978811
0.20001,0.0695081806796,-5.6856464352e-010,38.3648933102,-1.11012445703,0.0692768652099,-0.0079
0.20002,0.0695081628088,-5.68324625448e-010,38.3649029106,-1.11002275837,0.0692768685196,-0.007
0.20003,0.0695081449403,-5.6808346906e-010,38.3649125101,-1.10992106725,0.0692768718302,-0.0079
0.20004,0.069508127074,-5.67841750873e-010,38.3649221085,-1.10981938371,0.0692768751417,-0.0079
0.20005,0.06950810921,-5.6759960827e-010,38.364931706,-1.10971770778,0.069276878454,-0.00797882
0.20006,0.0695080913483,-5.67359200128e-010,38.3649413025,-1.1096160395,0.0692768817671,-0.0079
0.20007,0.069508073489,-5.67118367571e-010,38.3649508981,-1.10951437889,0.0692768850811,-0.0079
0.20008,0.0695080556319,-5.66877917724e-010,38.3649604926,-1.109412726,0.0692768883959,-0.00797
0.20009,0.0695080377771,-5.66637352574e-010,38.3649700862,-1.10931108084,0.0692768917116,-0.007
0.2001,0.0695080199246,-5.66395656466e-010,38.3649796788,-1.10920944346,0.0692768950281,-0.0079
0.20011,0.0695080020745,-5.66154880334e-010,38.3649892704,-1.1091078139,0.0692768983454,-0.0079
0.20012,0.0695079842267,-5.65912234811e-010,38.364998861,-1.10900619217,0.0692769016636,-0.0079
0.20013,0.0695079663812,-5.6567091896e-010,38.3650084506,-1.10890457831,0.0692769049827,-0.0079
0.20014,0.069507948538,-5.65429262104e-010,38.3650180392,-1.10880297236,0.0692769083025,-0.0079
0.20015,0.0695079306972,-5.65187129314e-010,38.3650276267,-1.10870137435,0.0692769116232,-0.007
0.20016,0.0695079128587,-5.64945963113e-010,38.3650372133,-1.10859978431,0.0692769149447,-0.007
0.20017,0.0695078950226,-5.64703320043e-010,38.3650467989,-1.10849820227,0.0692769182671,-0.007
0.20018,0.0695078771888,-5.64462256879e-010,38.3650563835,-1.10839662827,0.0692769215902,-0.007
0.20019,0.0695078593574,-5.6422047736e-010,38.365065967,-1.10829506234,0.0692769249142,-0.00797
0.2002,0.0695078415284,-5.63980699708e-010,38.3650755495,-1.10819350451,0.069276928239,-0.00797

```

Figura 4.7– Datos de la simulación en el bloc de notas.

Posteriormente, el archivo de texto se debe guardar con una extensión legible para MATLAB, en el caso del presente trabajo realizado se ha empleado la extensión “.dat”.

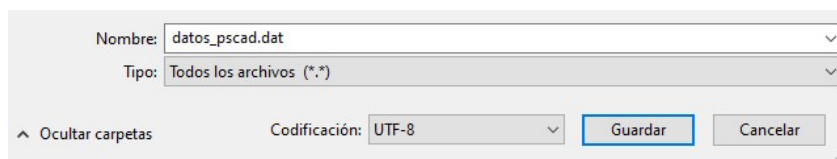


Figura 4.8– Guardado del archivo de texto con extensión “.dat”.

En último lugar, para importar los datos desde MATLAB se recurre al comando “mod=importdata('datos_pscad.dat')” como puede apreciarse en el Anexo 2.4.

La reproducibilidad de los resultados obtenidos en el presente trabajo queda garantizada si se emplean las versiones de los programas indicadas y se siguen los pasos descritos. Con otras versiones u otros métodos los resultados pueden diferir ligeramente.

Capítulo 5: Presupuesto

5. Presupuesto

En esta sección se expone el presupuesto que reflejaría el coste del proyecto. Principalmente el coste del proyecto se engloba en el ordenador junto con los programas informáticos utilizados y los recursos humanos empleados.

Las licencias de Microsoft 365 y MATLAB más el complemento *Control System Toolbox* son tipo estándar anual con precios de referencia de las versiones más recientes de 2023. El precio de la licencia permanente de PSCAD 4.5 se ha estimado en 7.500 € y se ha considerado una amortización de 4 años, que se correspondería al periodo de tiempo que podría estar vigente una versión del programa, por lo que el precio para una licencia anual sería de 1.875 €.

Concepto	Unidades	Precio unitario	Coste
Ordenador portátil	1	900,00 €	900,00 €
Microsoft 365	1	70,00 €	70,00 €
Licencia MATLAB R2021a + complemento	1	1.360,00 €	1.360,00 €
Licencia PSCAD 4.5	1	1.875,00 €	1.875,00 €
TOTAL			4.205,00 €

Tabla 5.1– Presupuesto del equipo y programas informáticos.

El presupuesto de recursos humanos contempla de forma orientativa las horas de estudio, de desarrollo teórico, de programación y de redacción que han sido necesarias para elaborar el proyecto. El precio unitario se ha estimado con el *XX Convenio colectivo nacional de empresas de ingeniería y oficinas de estudios técnicos* publicado en el BOE, suponiendo 1820 horas trabajadas al año y un salario total anual de 21.031,52€ para el nivel salarial 2 correspondiente a la titulación de Ingeniero Técnico.

Concepto	Unidades	Precio unitario	Coste
Estudio	70	20,00 €	1.400,00 €
Desarrollo teórico y programación	280	20,00 €	5.600,00 €
Redacción	150	20,00 €	3.000,00 €
TOTAL			10.000,00 €

Tabla 5.2– Presupuesto de los recursos humanos.

El presupuesto de ejecución material se calcula sumando los presupuestos anteriores.

Concepto	Coste
Presupuesto de equipos y programas informáticos	4.205,00 €
Presupuesto de recursos humanos	10.000,00 €
TOTAL	14.205,00 €

Tabla 5.3– Presupuesto de ejecución material (PEM).

5. Presupuesto

Teniendo en cuentas los gastos generales y el beneficio industrial se determina el presupuesto de ejecución por contrata.

Concepto	Coste
PEM	14.205,00 €
Gastos generales (10%)	1.420,50 €
Beneficio Industrial (6%)	852,30 €
TOTAL	16.477,80€

Tabla 5.4– Presupuesto de ejecución por contrata (PEC).

Por último, se aplica el IVA y se obtiene el presupuesto final del proyecto.

Concepto	Coste
PEC	16.477,80 €
IVA (21%)	3.460,34 €
TOTAL	19.938,14 €

Tabla 5.5– Presupuesto final del proyecto.