



**UNIVERSITAT
JAUME·I**

Máster Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y
Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas
Especialidad en Matemáticas

TRABAJO FINAL DE MÁSTER

**PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA TRIMESTRAL PARA EL
SEGUNDO TRIMESTRE DE MATEMÁTICAS ORIENTADAS
A LAS ENSEÑANZAS ACADÉMICAS EN 4.º DE LA ESO**

Autor: Roger Monfort Llorens
Tutor: Gil Lorenzo Valentín

Castellón de la Plana, julio de 2022
Curso académico 2021/2022

Resumen

El presente documento constituye el Trabajo Final de Máster del Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas de la Universitat Jaume I de Castellón de la Plana.

El trabajo se enmarca dentro de la especialidad de matemáticas y se realiza siguiendo las directrices de la modalidad de Planificación y/o Programación curricular que establece la normativa de la universidad.

La programación didáctica que se presenta en estas páginas está dirigida al segundo trimestre la asignatura de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas impartida en el cuarto curso de la Educación Secundaria Obligatoria. En concreto, organiza y desarrolla temario de geometría y funciones.

El documento presenta al inicio una introducción y una justificación para dar paso en primer lugar al marco teórico donde dotaremos de significado legal y conceptual al trabajo y en segundo lugar al estado del arte donde se comentarán las referencias contemporáneas de otros autores en la materia. A continuación, se presentan los objetivos que persigue el trabajo a diferentes niveles y que se desarrollarán a lo largo del documento. El apartado de diseño de la programación didáctica constituirá el grueso del documento donde se desarrollará la programación *per se*. El trabajo finaliza ofreciendo unas conclusiones, opinión, referencias y anexos que complementan al trabajo mediante materiales elaborados para las diferentes unidades didácticas.

Índice

1. Introducción	1
2. Justificación y motivación de la programación	2
2.1 Justificación de la programación	2
2.2 Motivación de la programación	2
3. Marco Teórico	3
3.1 Marco normativo	3
3.2 Marco conceptual	5
4. Estado del arte	8
4.1 La programación didáctica en matemáticas.....	8
4.2 Dificultades previstas.....	11
5. Objetivos	14
5.1 Objetivos generales de la educación secundaria obligatoria.....	14
5.2 Objetivos específicos o de materia.....	15
5.3 Objetivos de la programación didáctica.....	15
6. Diseño de la programación didáctica	15
6.1 Contexto del centro	15
6.1.1 Descripción del centro	15
6.1.2 Contexto socioeconómico y sociolingüístico	16
6.1.3 Procedencia del alumnado.....	16
6.2 Contribución a las competencias clave	16
6.3 Contenidos.....	19
6.3.1 Secuenciación y temporalización de los contenidos.....	20
6.3.2 Elementos transversales.....	21
6.4 Unidades didácticas.....	22
6.5 Metodología	33
6.5.1 Principios metodológicos	33
6.5.2 Estrategias metodológicas.....	34
6.5.3 Actividades	36
6.6 Medidas para la inclusión y la atención a la diversidad	37
6.7 Evaluación	39
6.7.1 Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje.....	39
6.7.2 Instrumentos de evaluación, criterios de evaluación e instrumentos de calificación.....	41
6.7.3 Evaluación de la práctica docente e indicadores de éxito.....	42

7. Conclusiones	44
8. Opinión	45
9. Referencias y normativa	46
9.1 Referencias.....	46
9.2 Normativa.....	49
10. Anexos	50
Anexo I. Actividades Focales Introdutorias (AFI)	50
Anexo II. Ponencias	51
Anexo III. <i>Flipped Classroom</i>	52
Anexo IV. Aprendizaje Basado en Proyectos	54
Anexo V. Trabajo de investigación.....	57
Anexo VI. Curso de iniciación en GeoGebra.....	59
Anexo VII. Plan de fomento para la lectura	60
Anexo IIX. Visita a museos.....	61
Anexo IX. Evaluación diagnóstica o inicial	62
Anexo X. Evaluación. Ejemplo de examen.....	63
Anexo XI. Cuestionario trimestral de evaluación.....	65
Anexo XII. Unidad didáctica 4.1: Funciones.....	67

1. Introducción

Coincidirán conmigo y sobre todo con la frase de George E.P. Box (1919 - 2013) que dice así: «todos los modelos están mal, pero algunos son útiles». Y es que planificar siempre supone un riesgo y es que nada salga como estaba escrito. Eso es justo lo que se propone en las siguientes páginas, pues una programación no es más que un modelo de cómo deseamos que se desarrollen las futuras clases. Con seguridad la realidad acabará superando a cualquier plan, pero al menos se podrá improvisar sobre lo escrito y es por ello por lo que planificar resulta tan útil.

La programación didáctica se enmarca dentro del Trabajo Final de Máster (TFM) del Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas de la Universitat Jaume I de Castellón de la Plana (UJI). El trabajo tiene como objetivo organizar el segundo trimestre del cuarto curso de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) de la asignatura matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. Consta de un total de diez secciones que comentaremos a continuación.

En primer lugar, se presentan varios apartados que van a dotar de sentido a la programación. Por un lado, está la justificación del trabajo donde se expone la necesidad de realizar un TFM en los másteres y grados oficiales, pero también el *leitmotiv*¹ que dirige el trabajo de manera motivacional. Por otro lado, se exponen dos apartados imprescindibles que son el marco teórico y el estado del arte. En el primero incluye el marco legal y estructural sobre el cual se desarrolla la programación y en el segundo se revisa la literatura en busca de las últimas aportaciones en la temática. A continuación de estos apartados, se procederá a establecer los objetivos que guiarán el trabajo a varios niveles.

En segundo lugar, se detalla el apartado de diseño de la programación didáctica. Se presenta como un apartado extenso donde se desarrolla por completo la programación guiada por los citados objetivos. El contexto del centro ofrece una visión sobre dónde y con quién desarrollaremos nuestro trabajo para actuar en consecuencia. Las competencias clave son descritas en detalle y se sitúan como otra brújula que debe guiar el diseño de las unidades didácticas. Se continúa con los contenidos detallando lo que expone la ley para luego secuenciarlos y temporalizarlos. De la misma manera que las competencias guían el diseño, también lo hacen de una manera más general los elementos transversales que se trabajan independientemente de la asignatura impartida. Más adelante, se exponen las unidades didácticas en forma de fichas para facilitar su lectura y aplicación ya que, a primera vista, se podrán conocer detalles como objetivos didácticos, competencias clave y actividades que trabajaremos en cada una de ellas. La inclusión a la diversidad se describe e incluye en las unidades para asegurar una educación en la igualdad. En último lugar, se describen los métodos y herramientas de evaluación que utilizaremos durante el segundo trimestre.

El trabajo finaliza ofreciendo conclusiones y la opinión personal del autor así como las referencias, normativa y anexos creados *ad hoc* para la programación.

¹ Palabra que proviene del alemán *leiten*, 'guiar' y *motiv*, 'motivo' que se utiliza para expresar cuál es la constante inspiracional en una obra.

2. Justificación y motivación de la programación

2.1 Justificación de la programación

La Ley general de educación de 1970 establecía como requisito para la incorporación al cuerpo de profesores la obtención del Certificado de Aptitud Pedagógica (CAP). Desde el año 2009, el CAP ha sido sustituido por un título de máster denominado *Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas*. El *Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el cual se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales de grado, máster universitario y doctorado* establece que los grados y másteres oficiales deben concluir con la elaboración y defensa de un trabajo final de grado o máster según corresponda.

A nivel universitario, la UJI describe en su normativa de TFM aprobada por el Consejo de Gobierno el 26 de julio de 2012 las diferentes tipologías que pueden elaborarse en el citado máster. El presente trabajo se enmarca en la modalidad tres denominada Planificación y/o Programación curricular que versa sobre la realización de una programación didáctica ya sea de ciclo, de curso completo o trimestral.

2.2 Motivación de la programación

La motivación que suscitó la elección de la modalidad de programación curricular se explica por varias razones. La primera, es la oportunidad de familiarizarse con el formato y la estructura de una programación didáctica con vistas al desarrollo de mi futura profesión docente. La segunda, es la curiosidad sobre el contenido y el número de leyes educativas que han tenido y tienen efecto en España. De hecho, como se podrá observar el apartado relativo al marco teórico se describe de manera detallada un recorrido desde los inicios de las leyes educativas que empezaron con la constitución de 1812 hasta nuestros días con la *Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre o LOMLOE*. En tercer lugar, el trabajo se presenta como una oportunidad ineludible para poder recordar el temario y los apartados de matemáticas del cuarto curso de la ESO. En último lugar y no por ello menos importante, se ha querido crear una referencia lo más ajustada posible a las programaciones didácticas utilizadas en educación para su posible réplica. Ello ha requerido gran esfuerzo, desde varias reuniones con antiguos profesores de instituto y con mi tutor de TFM para esclarecer una estructura común para una programación realista, hasta el estudio de varios trabajos del repositorio de TFM de la UJI. A tal efecto, mi intención es que este trabajo quede abierto y accesible.

3. Marco Teórico

Previo a describir el trabajo realizado durante la programación didáctica resulta imprescindible familiarizarse con el marco teórico que la envuelve y dota de sentido, contenido y significado. En el marco normativo se expondrá un recorrido histórico sobre las principales leyes educativas españolas y sus principales avances haciendo hincapié en la normativa vigente. En el marco conceptual será descrito el concepto, significado y estructura de la programación didáctica para que el lector se familiarice con la terminología propia de la temática.

3.1 Marco normativo

El modelo educativo español se remonta a los principios establecidos en la Constitución de 1812 donde se establece: la uniformidad de los planes educativos a nivel nacional, la universalización de la enseñanza para toda la población y la regulación, financiación, organización y control de los programas educativos en los poderes de la soberanía nacional. A partir de entonces y hasta nuestros tiempos, estas serán las bases que sufrirán modificaciones para adaptar la educación española a las necesidades sociales, culturales y económicas de la época. En 1857 se aprueba la Ley Moyano o *Ley de Instrucción Pública de 9 de septiembre de 1857*. Esta ley supone una vertebración adicional al modelo, reconociendo la importancia de los contenidos científicos y la regulación de la profesión docente entre otras medidas. Más adelante, la Constitución de 1931 aprobada durante la II república española traería consigo principios que aun hoy siguen vigentes: gratuidad de la enseñanza, obligatoriedad de la escolarización y la profesionalización de los docentes como funcionarios del estado. La regeneración de la economía de la postguerra y de la propia sociedad española, ambas devastadas por los acontecimientos bélicos, permiten la promulgación de la Ley de Ruiz Jiménez o *Ley sobre Ordenación de la Enseñanza Media, de 26 de febrero de 1953*. Esta ley hace hincapié en la creación de centros escolares, la escolarización infantil y la necesidad de una escolarización generalizada hasta los catorce años (Gómez-Jiménez, 2021).

La transición democrática en España supone un cambio de paradigma en la educación española. Se hace patente la necesidad de una educación laica, adaptada a las resoluciones nacionales e internacionales y integradora de las nuevas tendencias en infancia y educación. Nace en 1970 la *Ley 14/1970, de 4 de agosto, General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa (LGE)*. En adelante, este nuevo modelo sufrirá cambios que lo adaptarán a nuevas necesidades dando lugar a hasta ocho leyes de educación que pueden verse resumidas en la figura 1.

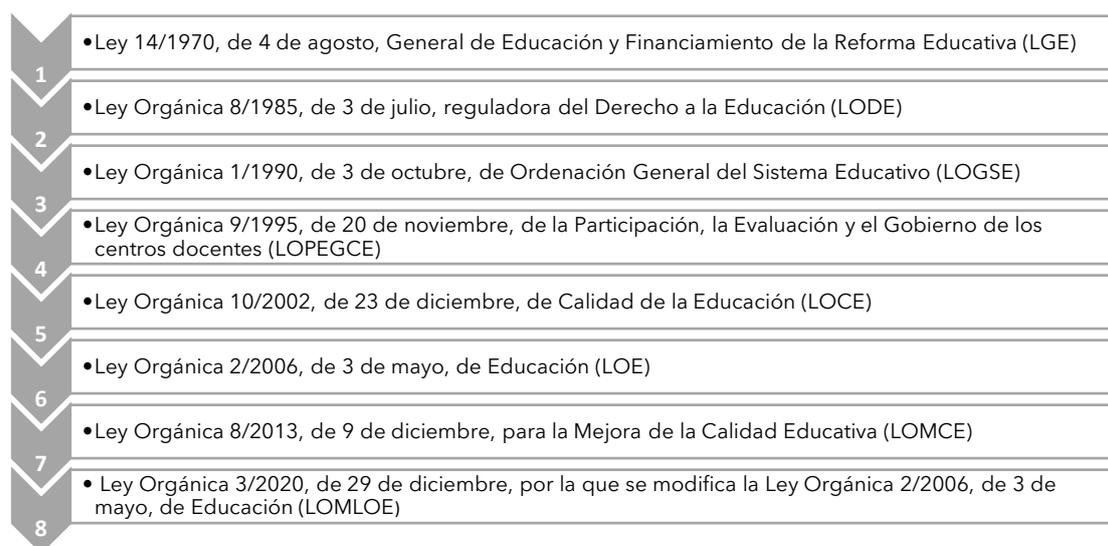


Figura 1. Leyes educativas aprobadas desde la transición española hasta la actualidad.

En enero de 2021 entraba en vigor la denominada como *Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre (LOMLOE)* por la cual se modificaba la *Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE)*. En concreto se modifican parcialmente o se da una nueva redacción a 77 artículos de la LOE y se incluyen 19 disposiciones adicionales y tres disposiciones finales, una de las cuales modifica varios artículos de la *Ley Orgánica 8/1985, de 3 de julio, reguladora del Derecho a la Educación*. Esta ley nace para dar respuesta a los nuevos tiempos a los cuales se enfrenta el sistema educativo. En primer lugar, establece un enfoque hacia los derechos de la infancia según lo establecido en la Convención sobre los derechos del niño de Naciones Unidas (1989) situando al menor como el centro del proceso educativo. En segundo lugar, fomenta el respeto a la diversidad afectivo-sexual y la identidad de género. En tercer lugar, establece garantías de éxito para todo el alumnado por medio de dinámicas de mejora continua que tengan en cuenta el desarrollo de cada alumno de manera personalizada. En cuarto lugar, reconoce la importancia de educar para un desarrollo sostenible según lo establecido en la Agenda 2030. En último lugar, subraya la importancia de adaptar la educación a la transición digital de la sociedad, haciendo de la competencia digital un desarrollo clave en la educación del individuo.

Con respecto a la educación secundaria la LOMLOE destaca la necesidad de desarrollar el aprendizaje competencial, autónomo, significativo y reflexivo de todas las materias que además podrán integrarse en ámbitos. En cuarto curso las materias podrán agruparse en distintas opciones de manera que cada una dirija al alumnado hacia una modalidad de bachillerato (de artes, de ciencias y tecnología, humanístico y ciencias sociales). Se recuperan los Programas de Diversificación Curricular (PDC) para los alumnos de tercer curso que no estén en condiciones de promocionar. Cabe destacar que actualmente los PDC han sido sustituidos por los Programas de Mejora del Aprendizaje y del Rendimiento (PMAR). Los alumnos podrán promocionar de curso con un máximo de dos materias suspensas siempre que el equipo docente considere que la naturaleza de dichas asignaturas no supone un problema para la promoción en el siguiente curso. La permanencia en el mismo curso adopta un

carácter excepcional y sólo se podrá llevar a cabo una vez por curso y un máximo de dos veces a lo largo de toda la enseñanza obligatoria.

En el *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato* se define el currículo de ambas etapas educativas incluyendo aspectos como: objetivos, competencias, conocimientos, habilidades y metodologías didácticas entre otros. En el capítulo II se detallan los artículos relativos a la ESO destacando su organización en dos ciclos, el primero de tres cursos y el segundo, de uno, correspondiente al cuarto curso. El cuarto curso tendrá carácter propedéutico y en él se deberá elegir entre dos opciones: la opción de enseñanzas académicas para la iniciación al Bachillerato o la opción de enseñanzas aplicadas para la iniciación a la Formación Profesional (FP). En el artículo 14 del RD 1105/2014, se exponen las asignaturas de cada modalidad y en el anexo I se describen los bloques del currículum del cuarto curso de la ESO para matemáticas orientadas a enseñanzas académicas. Cada bloque especifica contenidos didácticos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables. En concreto:

- Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
- Bloque 2: Números y Álgebra
- Bloque 3: Geometría
- Bloque 4: Funciones
- Bloque 5: Estadística y probabilidad

Finalmente, cabe destacar la especificación y extensión que realizan las autoridades de la Comunidad Valenciana sobre el RD 1105/2014 en el *Decreto 51/2018, de 27 de abril, del Consell, por el que se modifica el Decreto 87/2015, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la educación secundaria obligatoria y del bachillerato en la Comunidad Valenciana*. En el anexo IV se describe la organización de los ciclos de la ESO según el itinerario escogido, así como la asignación de sesiones semanales.

3.2 Marco conceptual

Son varios los autores que han ofrecido su propia definición de qué significa una programación didáctica. Gimeno y Pérez Gómez (1985) definen la programación como «un intento de racionalizar la práctica pedagógica de tal manera que esta no discorra de forma arbitraria» (p. 251). Este concepto es resaltado por Gallego-Hernández y Román Mínguez (2017) que indican la importancia de eliminar la improvisación en la práctica educativa. Pino-Juste y Mayo (2011) completan esta definición añadiendo que son «el instrumento pedagógico-didáctico que articula el conjunto de actuaciones del equipo docente y persigue el logro de las competencias y objetivos de cada una de las etapas» (p. 371). De estas definiciones se puede extraer que programar en educación es una necesidad, no sólo por el hecho de organizar la forma de trabajar, que en todo caso es una necesidad vital, sino porque nos ayuda a corregir los errores del pasado y permite actualizarse a las necesidades educativas del presente.

La etimología de ambas palabras ofrece, no obstante, una definición más intuitiva. La palabra programa proviene de la palabra latina *programma* que significa “escrito con anterioridad” mientras que la palabra didáctico proviene de la palabra griega *didáskō*

que significa “yo enseño”. Por tanto, parece adecuado decir que una programación didáctica no es más que un documento donde vamos a organizar con anterioridad lo que vamos a enseñar; o un modelo, como se citaba en la introducción, sobre cómo se desea que discurra la enseñanza.

La programación es el instrumento previo y por escrito con el que se lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula. Mediante este proceso se muestra cierta información al alumnado de manera que sea capaz de adquirirla y memorizarla. No se malentienda este último acto, el de memorizar, que resulta imprescindible en el proceso de aprendizaje para desarrollar la inteligencia que no es más que la capacidad del individuo para interrelacionar conceptos que, evidentemente, deben ya estar en nuestra memoria (Savater, 1997). El proceso de enseñanza-aprendizaje está estructurado y describe objetivos, métodos, necesidades educativas, medios, contenido y evaluación entre otros (Addine Fernández & García Batista, 2004). La programación didáctica trata de agrupar en un único documento estos apartados.

La estructura de una programación didáctica en la Comunidad Valenciana viene dada por el artículo 4 del RD 87/2015 en su capítulo III donde se describe una lista no exhaustiva de diferentes apartados. Se presenta a continuación una estructura modelo para realizarla:

1. Introducción
Contiene la definición de programación didáctica y su justificación. Adicionalmente se debe describir el contexto educativo en el que se enmarca la programación (centro, alumnado, nivel socioeconómico...) y comentar el marco normativo que utilizaremos.
2. Objetivos de la etapa respectiva vinculados con la materia o el ámbito
Definición y justificación de los objetivos en una programación. Se recomienda dividir este apartado en objetivos generales (véase LOE/LOMCE), específicos (véase RD 87/2015) y operativos, que serán los logrados mediante las unidades didácticas (UD).
3. Competencias
Definición y justificación de las competencias para luego proceder a su enumeración según la *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato*. Se recomienda describirlas y comentar cómo se desean abordar en la programación.
4. Contenidos
Como en otros apartados y con el fin de tener una estructura, se recomienda aportar una breve definición y justificación. Este apartado hace uso de los contenidos del currículo autonómico (RD 87/2015) que describiremos, secuenciaremos y temporalizaremos. Finalmente se puede incluir en este apartado los elementos transversales o tratarlos como un punto independiente.
5. Unidades didácticas
Existe libertad para dividir los bloques curriculares en tantas unidades didácticas como se desee siempre atendiendo a los principios de eficiencia, eficacia y coherencia.
6. Metodología. Orientaciones didácticas

Sin duda este es el punto de diferenciación entre programaciones didácticas. Se debe definir y justificar este apartado, así como desarrollar tres niveles de concreción diferentes en nuestras metodologías: orientaciones o principios metodológicos, estrategias metodológicas y actividades. Debe indicarse en otro apartado los recursos de los que se harán uso y la forma de las agrupaciones de alumnos si las hubiera.

7. Evaluaciones del alumnado

Definir y justificar en primer lugar. Luego deben constar tres subapartados diferentes. Por un lado, hay que describir los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje presentes en el artículo 30 de los anexos I y II del RD 87/2015. Por otro lado, hay que desarrollar los instrumentos de evaluación y la autoevaluación en apartados diferentes.

8. Atención a la diversidad

Son aquellas medidas que se tomarán para adaptar el proceso de enseñanza-aprendizaje a todos los alumnos. Definiremos y justificaremos este apartado dentro del contexto propio de nuestra programación y haremos una lista de medidas.

9. Elementos transversales

Afectan a todas las asignaturas por igual y se pueden encontrar en el RD 87/2015. En este apartado basta con describir cuáles son y cómo los vamos a trabajar en el aula.

10. Evaluación de la práctica docente e indicadores de logro

En estos apartados se indicará cómo se ha desarrollado la programación en el aula y destacaremos mejoras que incluir.

4. Estado del arte

4.1 La programación didáctica en matemáticas

La programación didáctica es un documento personal que adquiere una estructura y contenido diferente en función del docente. Esto ocurre especialmente en la sección dedicada a metodología didáctica donde cada docente tiene sus preferencias en cuanto a métodos, evaluación y actividades. Un TFM sobre programación didáctica difiere de una programación didáctica al uso en varios aspectos. Por un lado, se rige por la normativa del Consejo de Gobierno establecida por cada universidad. Por otro lado, en los trabajos finales se incluyen apartados como el marco teórico o conceptual que aportan un contexto sobre el cual desarrollar el contenido pero que no son obligatorios en una programación dirigida a otras instancias o administraciones.

A fin de mostrar las particularidades de varios TFM sobre el tema y poner en relieve el estado de la cuestión se ha desarrollado la tabla 1 donde se comparan apartados de diversos TFM de la UJI con temática afín al presente documento.

Tabla 1. Tratamiento y particularidades de los TFM del repositorio de la UJI con temática afín.

Parra Castelló, Manel (2020)	
Temática	Tratamiento y particularidades
Contenido y unidades didácticas	Programación dirigida a alumnos de 1.º de la ESO en matemáticas para las enseñanzas académicas. Uso de vídeos en línea y actividades del libro. Se divide cada unidad didáctica en 4 partes: Actividades Focales Introdutorias (AFI), actividades de desarrollo, de ampliación y de evaluación.
Metodología didáctica	<ul style="list-style-type: none">• Principio del constructivismo• Trabajo en grupo e individual
Evaluación	<ul style="list-style-type: none">• Prueba escrita (80% de la nota de la UD)• Cuaderno, registro de comportamiento y rúbricas (20% de la nota de la UD)
Atención a la diversidad	Se respetan los ritmos de trabajo de cada alumno o alumna de manera individual sin penalizar al mismo por ir a un ritmo más lento que el resto. Para poder llevar este procedimiento a cabo, se detallan actividades de refuerzo (para aquellos que necesiten afianzar los conocimientos) y actividades de ampliación (para quienes puedan ir más allá de los objetivos de la unidad didáctica).
Indicadores de logro	Se evalúan tres aspectos de la práctica docente por separado que son: la programación, el desarrollo de las clases y el proceso de evaluación. Para cada uno de ellos se detalla una tabla con varios ítems a puntuar del 1 al 10 por el propio docente.
Recursos innovadores	Kahoot, GeoGebra y presentaciones de Google Drive.

Medall Martos, David (2021)	
Temática	Tratamiento y particularidades
Contenido y unidades didácticas	Programación didáctica para matemáticas aplicadas a las ciencias sociales de 1.º de Bachiller centrada en las unidades de estadística y probabilidad. Incluye además actividades complementarias: de refuerzo, de ampliación, recursos TIC y libros de lectura.
Metodología didáctica	<ul style="list-style-type: none"> • Constructivismo • Trabajo en grupo e individual • Investigación
Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Examen de las UD que ponderan un 80% de la nota • Un trabajo escrito que tendrá un valor del 10% • Una presentación del trabajo con un valor del 10%
Atención a la diversidad	<p>Se establecen varias pautas para asegurar una programación inclusiva que esté adaptada a las capacidades del alumnado. Esta atención incluye:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Prueba inicial para detectar las capacidades de cada alumno. • Lectura y aplicación de los informes del centro sobre alumnos con Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NESE). • El alumnado con NESE será apoyado con actividades de refuerzo y vigilancia atendiendo a su proceso de aprendizaje. • El alumnado con altas capacidades intelectuales será reforzado con actividades de ampliación más complejas y en todo momento se atenderá a la motivación y necesidades de este. • La evaluación será diversa (exámenes, proyectos, presentaciones orales, etc.) de manera que se puedan evaluar otras capacidades.
Indicadores de logro	<p>Como métodos de autoevaluación de la práctica docente se proponen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diario del profesorado • Cuestionario de evaluación para el alumnado
Recursos Innovadores	<ul style="list-style-type: none"> • Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) • Técnicas de aprendizaje cooperativo como el Puzle de Aronson o Lápices al centro • Aprendizaje basado en Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) mediante GeoGebra y Excel • <i>Flipped Classroom</i> • Clase magistral interactiva • Exposición narrativa-interrogativa

Requena Vicens, María (2020)	
Temática	Tratamiento y particularidades
Contenido y unidades didácticas	Programación didáctica para matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3.º de ESO. La programación se dirige a unidades de geometría y análisis de funciones.
Metodología didáctica	Las unidades didácticas están hechas de manera que atienden a diversos tipos de pensamiento como por ejemplo el creativo, reflexivo, lógico o crítico entre otros cinco restantes. En cuanto a modelos educativos: <ul style="list-style-type: none"> • Constructivismo • Actividades grupales e individuales • Aprendizaje cooperativo <ul style="list-style-type: none"> - Tutoría entre iguales - Puzzle de Aronson • Aprendizaje Basado en Proyectos
Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Prueba final escrita de cada U.D. (70% de la nota) ➤ Trabajo diario (15%) ➤ Participación (7,5%) ➤ Actitud (7,5%)
Atención a la diversidad	En este apartado se propone una mirada atenta a quienes demuestren, mediante las pruebas escritas, altas o bajas capacidades. Se propone para ellos: <ul style="list-style-type: none"> • Ampliación o reducción del temario • Agrupaciones heterogéneas • Alumnado tutor de apoyo • Ajuste de instrumentos de evaluación
Indicadores de logro	Explica, sin desarrollar, que las evaluaciones docentes deberían centrarse en cuatros aspectos: <ul style="list-style-type: none"> • Evaluación de la motivación del alumnado • Cohesión y organización de los contenidos • Orientación al trabajo del alumnado • Seguimiento del aprendizaje del alumnado
Recursos Innovadores	Uso de fichas para trabajar conceptos geométricos de manera que se ayude al alumnado a dar estructura y organizar la información recibida.

Hay que destacar también la contribución de otro TFM² que hace uso de materiales innovadores realizando una unidad didáctica de combinatoria para 4.º de la ESO utilizando un recurso en línea denominado eXeLearning. La principal ventaja de este software es la creación de materiales didácticos accesibles mediante internet que pueden ser de utilidad en momentos donde las clases presenciales no sean una opción.

² Programació didàctica en Matemàtiques (acadèmiques) per a 3r ESO.
URL: <http://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/192658>

4.2 Dificultades previstas

Previo a realizar la programación didáctica resulta necesario reflexionar sobre las principales dificultades del alumnado a la hora de trabajar los contenidos que se van a desarrollar. El objetivo de este apartado es detectar ya sea mediante la revisión bibliográfica o mediante la propia experiencia como profesor de prácticas, aquellos conocimientos que resultan complejos para el alumnado de manera que se puedan preparar y explicar de una forma sencilla. Para ello se ha preparado la tabla 2 donde se exponen las principales dificultades.

Tabla 2. Principales dificultades del alumnado en los bloques de Geometría y Funciones.

Bloque	Dificultad	Fuente
Bloque 3. Geometría	En este estudio estadístico a 282 estudiantes se destacan las siguientes dificultades: <ul style="list-style-type: none"> • Escaso razonamiento espacial. • Dificultad para relacionar casos cotidianos con el ámbito geométrico para la resolución de problemas. • Concepción de la geometría como una parte de las matemáticas difícil donde hay que memorizar fórmulas. 	(Aray Andrade, Párraga Quijano, & Chun Molina, 2019)
	El presente trabajo sobre geometría analítica hace un extenso análisis de las principales dificultades en su anexo III. Hemos destacado las más importantes: <ul style="list-style-type: none"> • Dibujo de figuras geométricas que no se corresponden con las del enunciado. • No dibujar la figura que propone el problema por miedo a equivocarse o por desconocimiento. • La notación no es correcta y muchas veces es el propio alumno utiliza una propia. • Confusión de dirección con sentido. • Dificultades para interpretar gráficamente el signo negativo delante de un vector. 	(Galán Moral, 2021)
	En el área de trigonometría Inmaculada Ruiz Medina reconoce las siguientes dificultades en los alumnos: <ul style="list-style-type: none"> • Dificultad para entender los conceptos de seno, coseno y tangente. • Dificultad para realizar representaciones de las razones trigonométricas a partir de datos del problema. • No aplican un control de errores en el cálculo de distancias (si la altura de un triángulo isósceles es mayor que alguno de sus dos lados iguales no lo notarían) al centrarse sólo en los resultados. • Confusión con la notación de las razones trigonométricas. Muchos entienden $\text{sen}(45^\circ)$ como la multiplicación del seno por el número que lo acompaña. 	(Ruiz Medina, 2019)

	<ul style="list-style-type: none"> • Los conceptos de cateto contiguo y opuesto son fácilmente olvidados. 	
	<p>Una gran mayoría de ellos y ellas presentaban las siguientes dificultades:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dificultad para entender el concepto de vector y su utilidad. • Dificultad para entender la diferencia entre un vector y un punto del plano si los dos se escriben de la misma manera. • Entienden el tema de vectores, rectas y geometría como tres unidades de conocimiento sin conexión entre ellas. • No entienden la utilidad del vector unitario en problemas de la asignatura de física ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$). • No se fían de que la suma de vectores gráfica sea igual a la analítica. 	Experiencia propia durante las prácticas de máster
Bloque 4. Funciones	<p>Las principales dificultades de la función lineal $y = mx + n$ son:</p> <ul style="list-style-type: none"> • No se identifica como la ecuación de una recta. • No se entiende la relación de la pendiente con el ángulo que forma con el eje de abscisas. • Los alumnos y alumnas no son capaces de construir la recta con un punto y un ángulo de esta con el eje de abscisas. 	(Lozano Díaz, Elisabet Haye, Montenegro, & Córdoba, 2013)
	<p>Las principales dificultades de la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ son:</p> <ul style="list-style-type: none"> • No se reconoce la concavidad a partir del signo del término cuadrático. • Dados dos puntos el alumnado es incapaz de reconstruir la función. • No reconocen la función $y = (x - r_1)(x - r_2)$ como cuadrática. 	(Lozano Díaz, Elisabet Haye, Montenegro, & Córdoba, 2013)
	<p>Las dificultades detectadas en el alumnado son las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se invierte el significado de dominio y recorrido • En la traslación de funciones confunden la dirección de movimiento. • Dificultad para recordar y aplicar el vértice de una parábola. • Discontinuidades expresadas en el eje de ordenadas y no en el de abscisas. <p>En cuanto a las funciones a trozos, la obtención de su dominio resulta muy complejo.</p>	(Guerrero Correa, 2017)
	<p>El alumnado que promociona a cursos de bachiller no tiene asentados los siguientes conceptos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los diversos significados de la pendiente de una función lineal. 	(López Cahún & Sosa)

	<ul style="list-style-type: none"> • Cómo saber si un punto pertenece a una recta. • Distinción entre variable e incógnita. • Confundir los conceptos de ecuación y función. • Expresar fenómenos naturales que puedan ser descritos mediante funciones. • Obtención de la inversa de una función. 	Moguel, 2008)
	<p>Durante el prácticum fui testigo de las principales dificultades que presentaban un gran número de alumnos y alumnas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La definición matemática de función como una aplicación lineal entre dos conjuntos les resulta demasiado compleja y la memorizan sin entenderla. • Falta de comprensión de los enunciados además de poca capacidad para organizar las diferentes tareas y retos que se proponen en cada uno. • Dificultad para entender el lenguaje matemático (\leq, \geq, Δ, \forall, etc.) a la hora de expresar de manera genérica los dominios de los diferentes tipos de funciones. • No entienden el punto de corte entre dos funciones ni su obtención analítica. 	Experiencia propia durante las prácticas de máster

5. Objetivos

En el capítulo I, artículo 2 del RD 1015/2014, de 26 de diciembre, se establece la definición de objetivos como los «referentes relativos a los logros que el estudiante debe alcanzar al finalizar cada etapa, como resultado de las experiencias de enseñanza-aprendizaje intencionalmente planificadas a tal fin». Por tanto, es necesaria la descripción de los objetivos que se desea alcance el alumnado, y de esta manera, utilizarlos como una guía para la creación de la programación didáctica.

A continuación, se detallarán los objetivos de la programación didáctica en varios niveles de concreción que son: los objetivos generales o de etapa, los específicos o de materia y los propios del TFM. Cabe destacar que dos primeros están sujetos a la legislación dada que en el caso de los generales es nacional y en el caso de los específicos es autonómica. Los objetivos didácticos, relativos a cada unidad didáctica, serán abordados en la sección sexta de manera particular para cada unidad en su correspondiente ficha.

5.1 Objetivos generales de la educación secundaria obligatoria

Los objetivos para la educación secundaria obligatoria están descritos en el RD 1105/2014, de 26 de diciembre y han sido modificados para el curso 2022/2023 por la LOMLOE. Los objetivos se muestran a continuación son aquellos en los que podemos actuar en mayor medida con el presente trabajo.

- a. Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.
- b. Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
- c. Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos.
- d. Desarrollar las competencias tecnológicas básicas y avanzar en una reflexión ética sobre su funcionamiento y utilización.
- e. Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
- f. Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.
- g. Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

5.2 Objetivos específicos o de materia

Los objetivos específicos o de materia de las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas pueden consultarse en el RD 1105/2014, de 26 de diciembre en su anexo I, apartado 27. Se trata de desarrollar la competencia matemática que engloba: pensar, modelar y razonar de forma matemática, plantear y resolver problemas, representar entidades matemáticas, utilizar los símbolos matemáticos, comunicarse con las matemáticas y sobre las matemáticas, y utilizar ayudas y herramientas tecnológicas.

5.3 Objetivos de la programación didáctica

Los objetivos personales que van a guiar la programación didáctica del presente trabajo dirigida al segundo trimestre de 4.º de la ESO son tres:

- Familiarizarse con la síntesis de una programación didáctica, la legislación asociada y las metodologías innovadoras actuales.
- Afianzar los conocimientos adquiridos durante el periodo de prácticas en 4.º de la ESO.
- Generar una programación didáctica tipo para el Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas que pueda servir como referencia para futuros alumnos.

6. Diseño de la programación didáctica

6.1 Contexto del centro

El 10 de enero de 2022 tuvo lugar el inicio de las prácticas de máster donde realicé mi intervención en un centro público de Castellón de la Plana denominado Instituto de Educación Secundaria (IES) Juan Bautista Porcar, y que han tenido una duración de ocho semanas. Se tomará como referencia este centro para pensar y contextualizar la programación didáctica, aunque la programación que se presentará es una programación genérica y podría utilizarse en cualquier centro educativo de la Comunidad Valenciana.

El prácticum se dividió en dos periodos, uno de observación que comprendió desde el 10 de enero hasta el 21 del mismo mes y otro periodo de intervención que tuvo lugar del 21 de febrero al 8 de abril. La presente programación didáctica incluye los contenidos relativos a dicho periodo y los amplía en el segundo trimestre de 4.º de la ESO, curso donde realicé mi intervención.

6.1.1 Descripción del centro

Es en 1960 cuando se construye, en la ubicación actual del centro, las Escuelas Normales de Magisterio. Estas serán remodeladas en 1992 para dar lugar al actual IES Juan Bautista Porcar, denominado de este modo en honor al ilustre pintor Juan Bautista Porcar Ripollés (1889 - 1974). Actualmente el centro se sitúa en la calle Herrero, número 76 y cuenta con tres plantas y dos torres que se sitúan al noroeste y al suroeste tal como se muestra en la figura 2.

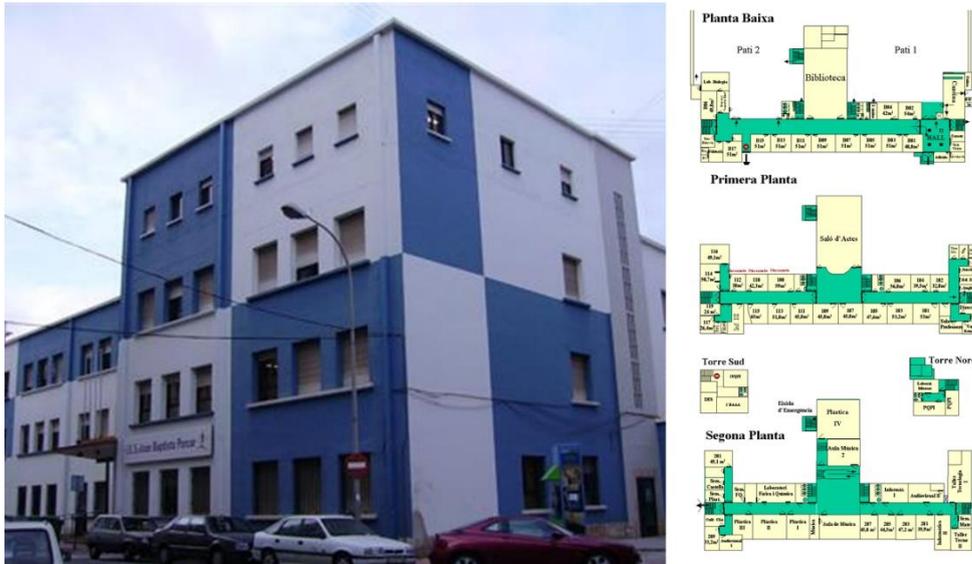


Figura 2. Foto del centro y descripción de las plantas.

El centro cuenta con todas las instalaciones necesarias: laboratorios de biología, informática, química y física, polideportivo, aula de música y un aula de pedagogía terapéutica entre otras.

6.1.2 Contexto socioeconómico y sociolingüístico

El barrio que envuelve el instituto es residencial, con edificios modestos para familias de un nivel adquisitivo medio o bajo. Este hecho origina problemas a la hora de adquisición de material escolar, participación en actividades que tienen un coste económico e incluso para cubrir necesidades básicas de alimentación. A pesar de que la escuela está adscrita al Programa de Enseñanza en Valenciano (PEV), muchas familias utilizan como lengua vehicular el castellano. En general, el alumnado es respetuoso y dedicado salvo excepciones en alguna clase.

6.1.3 Procedencia del alumnado

Los Centros de primaria adscritos al IES Juan Bautista Porcar son: el Centro de Educación Infantil y Primaria (CEIP) Censal, el CEIP Carles Salvador, el CEIP Pintor Castell y el CEIP Juan Ripollés, situados en el entorno del centro de secundaria. Además de los alumnos procedentes de estos centros adscritos, el centro recibe alumnado procedente otras escuelas y otros centros de secundaria, especialmente para cursar la modalidad de bachillerato de artes.

6.2 Contribución a las competencias clave

En 1996 la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) estableció los principios precursores de las actuales competencias al identificar los cuatro pilares indispensables para una educación adaptada al siglo XXI y que consistían en «aprender a conocer», «aprender a hacer», «aprender a ser» y «aprender a convivir». El decreto 87/2015, de 5 de junio que define el currículo en la Comunidad Valenciana hace referencia, en cuanto a competencias se refiere, a la

Orden ECD/65/2015, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Dicha orden fue derogada el 7 de abril de 2022 y no se han descrito por el momento en ningún documento oficial las nuevas competencias. Es por ello por lo que se hará uso de dicha orden en el presente documento.

En palabras de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE), el éxito en la vida de un estudiante depende de la adquisición de un amplio rango de competencias. Debido a esto, en 1999 inician un proyecto de Definición y Selección de Competencias (DeSeCo) donde acaban de definir el concepto de estas como «una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz». En el RD 1015/2014 podemos encontrar en su artículo dos la definición institucional de competencias como aquellas «capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos».

Las competencias están más que justificadas en el presente. Ya no basta con enseñar a leer o a contar, el mercado laboral y la sociedad demandan personas completas con habilidades complementarias a sus estudios que aquí denominamos competencias. La actual LOMLOE destaca ocho competencias clave que describiremos a continuación en la tabla 3.

Tabla 3. Descripción de las competencias clave descritas en la LOMLOE.

Denominación	Acrónimo	Descripción
 <p>Competencia en comunicación lingüística</p>	CCL	El lenguaje se entiende en cinco componentes fundamentales que han de ser desarrollados para adquirir esta competencia: el componente lingüístico, pragmático-discursivo, sociocultural, estratégico y personal. En términos prácticos, se anima a promover unos contextos de uso de lenguas ricos y variados.
 <p>Competencia plurilingüe</p>	CP	Es la nueva incorporación de la LOMLOE y aboga por el desarrollo por parte de los alumnos de un repertorio lingüístico variado. En sentido práctico, implica el uso de diversas lenguas, la creación de estrategias para realizar transferencias de unas lenguas a otras y conocer su trasfondo cultural.
 <p>Competencia en ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM)</p>	CCTIM	Denominada como competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT) en la LOMCE, su objetivo principal es que el alumnado sea capaz de formular preguntas, resolver problemas aplicando el razonamiento matemático, desarrollar una actitud crítica y el respeto por los datos veraces.
 <p>Competencia digital</p>	CD	Tiene como medio el uso de las TIC y como fin su uso creativo, crítico, seguro y ético. Esta competencia puede desarrollarse en diversos contextos ya sea en trabajos, en clase o en el domicilio del estudiante.
 <p>Competencia personal, social y de aprender a aprender</p>	CPSAA	El desarrollo de esta competencia gira en torno a la metacognición del alumnado, es decir, su capacidad para reflexionar sobre sus propios procesos de pensamiento y la forma en la que aprenden de manera que puedan gestionarlos. En definitiva, se desea que los alumnos puedan persistir en su aprendizaje a lo largo de sus vidas.
 <p>Competencia social y cívica</p>	CC	Su objetivo es el desarrollo de una habilidad para poder interpretar fenómenos y problemas sociales en base a conocimientos y actitudes aprendidos sobre la sociedad. Para ello es clave conocer los acontecimientos históricos haciendo hincapié en los más recientes.
 <p>Competencia emprendedora</p>	CE	Implica esencialmente la capacidad de reconocer oportunidades existentes para las actividades personales, profesionales y comerciales. Todo ello debe estar unido al desarrollo de una capacidad de planificación y de resolución de problemas de forma creativa.
 <p>Competencia en conciencia y expresiones culturales</p>	CCEC	Competencia que promulga que la cultura sea entendida como una serie de normas, códigos, dinámicas y formas de expresión que el alumnado pueda conocer, comprender, apreciar y valorar.

6.3 Contenidos

Los contenidos se definen en el artículo dos del RD 1015/2014 como el «conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes que contribuyen al logro de los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa y a la adquisición de competencias. Los contenidos se ordenan en asignaturas, que se clasifican en materias y ámbitos, en función de las etapas educativas o los programas en que participe el alumnado». Dichos contenidos están definidos por ley a nivel nacional mediante el RD 1015/2014 y las modificaciones que cada comunidad autónoma, en el ejercicio de su autonomía en educación, considera necesarias. En el caso de la Comunidad Valenciana el contenido viene especificado en el *Decreto 87/2015, de 5 de junio, del Consell, por el que se establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Valenciana*. Los contenidos relativos al segundo trimestre de 4.º de la ESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas pueden verse en la tabla 4.

Tabla 4. Contenidos del segundo trimestre de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas en 4.º de la ESO según el Decreto 87/2015, de 5 de junio, del Consell.

Bloque de contenidos (Real Decreto 87/2015)	Contenidos
Bloque 3: Geometría. Curso 4.º ESO	<ul style="list-style-type: none"> a. Medidas de ángulos en el sistema sexagesimal y en radianes. b. Razones trigonométricas. Relaciones entre ellas. c. Relaciones métricas en los triángulos. d. Iniciación a la geometría analítica en el plano: Coordenadas. Vectores. Ecuaciones de la recta. Paralelismo, perpendicularidad. e. Semejanza. Figuras semejantes. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes. f. Resolución de problemas geométricos y trigonométricos. g. Interés por las diferentes producciones culturales y artísticas en donde aparezcan los elementos estudiados (películas, cortos, videos artísticos, animación, documentales, publicidad). h. Interés y disfrute de las posibilidades que nos ofrecen los diferentes entornos artísticos: museos, exposiciones, galerías de arte, auditorios, teatros, páginas web y blogs de museos, exposiciones artísticas, galerías de arte. i. Respeto y valoración de las distintas manifestaciones artísticas. j. Expresión crítica de sus conocimientos, ideas, opiniones y preferencias respecto a las manifestaciones artísticas.
Bloque 4: Funciones. Curso 4.º ESO	<ul style="list-style-type: none"> a. Estudio de otros modelos funcionales: proporcionalidad inversa, exponenciales, logarítmicas y definidos a trozos.

	<ul style="list-style-type: none"> b. Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfico o expresión analítica. c. La tasa de variación media como medida de la variación de una función en un intervalo. d. Estudio de la relación entre coeficientes y gráficas. e. Resolución de problemas mediante el estudio de funciones.
--	---

6.3.1 Secuenciación y temporalización de los contenidos

El RD 51/2018 de la Comunidad Valenciana establece el número de horas lectivas de la asignatura de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas en cuatro sesiones semanales. Para establecer un horario concreto se ha tenido en cuenta el horario marcado por el IES Juan Bautista Porcar donde las sesiones tienen lugar los lunes, martes, jueves y viernes de cada semana.

Durante el transcurso del segundo trimestre se impartirán un total de 54 sesiones cuya distribución queda descrita en la tabla 5. Para cada unidad se toma un total de 10 sesiones que se reparten entre los diferentes puntos del temario y actividades. Nótese que existen sesiones sin asignación que se utilizarán para reforzar aquellas actividades o partes del temario que requieran más tiempo. Cabe destacar que en el cómputo global quedan 4 sesiones sin asignar para el mismo fin.

Tabla 5. Secuenciación de los contenidos por bloques para el segundo trimestre.

	Unidad didáctica	Sesiones	Fechas
Bloque 3. Geometría	Unidad 3.1 Semejanza	<u>Total:</u> 10 sesiones - 6 temario - 1 ponente - 1 plan de lectura - 1 evaluación - 1 sin asignación	7 de enero - 24 de enero
	Unidad 3.2 Trigonometría	<u>Total:</u> 10 sesiones - 6 temario - 1 ponente - 1 curso GeoGebra - 1 plan fomento - 1 evaluación	25 de enero - 10 de febrero
	Unidad 3.3 Longitudes, áreas y volúmenes	<u>Total:</u> 10 sesiones - 2 sesiones clase - 1 visita museo - 1 plan fomento - 5 para ABP - 1 evaluación ABP	11 de febrero - 28 de febrero
	Unidad 3.4 Geometría analítica	<u>Total:</u> 10 sesiones - 5 temario - 1 curso GeoGebra - 1 plan fomento - 1 evaluación - 2 sin asignación	1 de marzo - 17 de marzo

Bloque 4. Funciones	Unidad 4.1 Concepto de función, tipos y características	Total: 10 sesiones - 7 temario - 1 ponente - 1 plan fomento - 1 evaluación	18 de marzo - 11 de abril

Leyenda		Sesiones
	No lectivos	17
	Lectivos	54
	Fines de semana	35

Enero						
L	M	X	J	V	S	D
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

Febrero						
L	M	X	J	V	S	D
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28						

Marzo						
L	M	X	J	V	S	D
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

Abril						
L	M	X	J	V	S	D
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

6.3.2 Elementos transversales

Los elementos transversales en educación son capacidades que el alumnado ha de desarrollar independientemente de la asignatura cursada. Es esta característica lo que la diferencia de las competencias ya que estas últimas no es necesario que se desarrollen todas por completo en una asignatura.

Los elementos transversales están descritos en el currículo autonómico que en el caso de la Comunidad Valenciana es el RD 87/2015. Estos son:

- a. Fomento de la lectura, la comprensión lectora y la expresión tanto oral como escrita
- b. La comunicación audiovisual y las TIC
- c. Emprendimiento
- d. Educación cívica y constitucional

El cuerpo docente tiene libertad para elegir cómo trabajar estos elementos transversales mediante las unidades didácticas. Como se observará más adelante las desarrolladas en este documento trabajan por completo estas áreas ya sea mediante

la aplicación de planes de fomento de la lectura o mediante aprendizaje basado en proyectos entre otras actividades.

6.4 Unidades didácticas

Una vez definidos los bloques de contenido especificados en el currículo autonómico se requiere su división en unidades didácticas a juicio del docente. En este caso en particular se han dividido los bloques dos y tres en un total de cinco unidades didácticas que serán presentadas a continuación en forma de ficha. En el anexo XII se puede encontrar una unidad didáctica tipo desarrollada para la unidad didáctica 4.1 relativa a funciones.

Las fichas están configuradas de la siguiente forma:

- **Identificador:** Describe la unidad, el bloque al que pertenece, trimestre y número de sesiones a impartir.
- **Objetivos:** Concretamos los objetivos particulares de las unidades didácticas que deben estar en concordancia con los objetivos de la sección quinta.
- **Competencias:** Descripción de las competencias que se trabajarán en la unidad didáctica.
- **Contenidos:** Descripción de los contenidos regulados en el RD 87/2015 y los apartados mediante los cuales se trabajará en la unidad.
- **Materiales y recursos:** Detalle de los materiales, herramientas e instrumentos que serán necesarios para la unidad.
- **Metodología:** Lista exhaustiva de las metodologías didácticas que se utilizarán durante la unidad. Una descripción detallada de las mismas aparece en el apartado sexto.
- **Actividades:** Descripción de las actividades a realizar durante las sesiones de la unidad. Nótese que no se incluyen las clases magistrales teórico-prácticas, pero sí se tienen en cuenta en la temporalización de las unidades. Las actividades propuestas se describen en el apartado 6.5.3 donde además se incluye una referencia al anexo para cada una de ellas donde el lector podrá encontrar una actividad tipo de cada una.

Para cada actividad se describen las competencias que se trabajarán, la tipología (motivacional, complementaria, etc.) y si es colaborativa o individual.

- **Estándares de aprendizaje evaluables:** Descripción de los estándares que se utilizarán para calificar al alumnado según el RD 1105/2014.

Unidad 3.1 Semejanza		10 sesiones
Bloque 3. Geometría		2.º Trimestre
Objetivos		
1. Ampliar los conocimientos del alumnado en la semejanza de figuras geométricas. 2. Mostrar la utilidad real de la semejanza mediante ejercicios, problemas y casos históricos.	3. Iniciar al alumnado en la búsqueda de información en fuentes fiables. 4. Promover la capacidad de expresión oral. 5. Promover la capacidad de aprender a aprender.	
Competencias		
Las actividades propuestas en la unidad didáctica favorecerán las siguientes competencias:		
1. Comunicación Lingüística (CCL) 2. Plurilingüe (CP) 3. Ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (CCTIM)	4. Digital (CD) 5. Personal, social y de aprender a aprender (CPSAA)	
Contenidos		
Relativos al RD 87/2015	Relativos a la unidad didáctica	
c) Relaciones métricas en los triángulos. e) Semejanza. Figuras semejantes. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes. f) Resolución de problemas geométricos y trigonométricos. h) Interés y disfrute de las posibilidades que nos ofrecen los diferentes entornos artísticos. j) Expresión crítica de sus conocimientos, ideas, opiniones y preferencias respecto a las manifestaciones artísticas.	Los contenidos que se van a impartir son: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Concepto de semejanza ▪ Semejanza de polígonos, triángulos, áreas y volúmenes ▪ Concepto y uso de la escala ▪ Teorema de Tales ▪ Teorema de la altura ▪ Teorema del cateto 	
Materiales y recursos		Metodología
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Proyector ▪ Ordenador personal ▪ Aula virtual ▪ Pizarra: Tradicional y digital ▪ Presentaciones ▪ Cuaderno de clase y libro de texto 		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Constructiva, activa, competencial e inclusiva ▪ Clase magistral ▪ Aprendizaje basado en las TIC ▪ Trabajo cooperativo ▪ <i>Flipped Classroom</i> ▪ Atención a la diversidad
Actividades		

Actividad	Competencia Clave	Tipo de actividad	Agrupamiento
<ul style="list-style-type: none"> Evaluación diagnóstica. 	CCL, CCTIM, CPSAA	Evaluación	Individual
<ul style="list-style-type: none"> Actividad introductoria: Video ¿Cómo medir la longitud de la tierra con un palo de selfie? 	CCTIM, CD	Motivacional	Individual
<ul style="list-style-type: none"> Ponente externo: ¿Cómo hacer una búsqueda de información en fuentes fiables? 	CCL, CD, CPSAA	TIC	Individual
<ul style="list-style-type: none"> Trabajo de investigación sobre los hechos de Eupalinos, Tales de Mileto y Euclides. 	CCL, CP, CCTIM, CD, CPSAA, CC	Complementaria	Grupal
<ul style="list-style-type: none"> El teorema de la altura y del cateto mediante <i>flipped classroom</i>. 	CCTIM, CD, CPSAA	Consolidación	Individual
<ul style="list-style-type: none"> Plan de fomento para la lectura. 	CCL, CP, CPSAA	Complementaria	Individual
<ul style="list-style-type: none"> Actividad de evaluación. 	CCL, CCTIM, CPSAA	Evaluación	Individual
Estándares de aprendizaje evaluables			
Obtenidos a partir del RD 1105/2014			
<p>1.1. Utiliza conceptos y relaciones de la trigonometría básica para resolver problemas empleando medios tecnológicos, si fuera preciso, para realizar los cálculos.</p>	<p>2.1. Utiliza las herramientas tecnológicas, estrategias y fórmulas apropiadas para calcular ángulos, longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos y figuras geométricas.</p>		

Unidad 3.2 Trigonometría		10 sesiones
Bloque 3. Geometría		2.º Trimestre
Objetivos		
1. Primera aproximación del alumnado con la trigonometría. 2. Mostrar las diferentes aplicaciones de la trigonometría.	3. Proveer a los alumnos de un recurso TIC como GeoGebra para su uso en este y en posteriores cursos. 4. Promover la capacidad de aprender a aprender.	
Competencias		
Las actividades propuestas en la unidad didáctica favorecerán las siguientes competencias:		
1. Comunicación Lingüística (CCL) 2. Plurilingüe (CP) 3. Ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (CCTIM)	4. Digital (CD) 5. Personal, social y de aprender a aprender (CPSAA) 6. Social y cívica (CC)	
Contenidos		
Relativos al RD 87/2015	Relativos a la unidad didáctica	
a. Medidas de ángulos en el sistema sexagesimal y en radianes. b. Razones trigonométricas y las relaciones entre ellas. c. Relaciones métricas en los triángulos. f. Resolución de problemas geométricos y trigonométricos. g. Interés por las diferentes producciones culturales y artísticas en donde aparezcan los elementos estudiados (películas, cortos, videos artísticos, animación, documentales, publicidad). h. Interés y disfrute de las posibilidades que nos ofrecen los diferentes entornos artísticos: museos, exposiciones, galerías de arte, auditorios, teatros, páginas web y blogs de museos, exposiciones artísticas, galerías de arte.	Los contenidos que se van a impartir son: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Medida de ángulos en grados y radianes ▪ Razones trigonométricas del ángulo agudo ▪ Relaciones trigonométricas fundamentales ▪ Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera, la circunferencia goniométrica ▪ Resolución de triángulos rectángulos ▪ Resolución de triángulos genéricos, el teorema del seno y del coseno 	
Materiales y recursos		Metodología
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Proyector ▪ Ordenador personal ▪ Aula virtual ▪ Pizarra: Tradicional y digital ▪ Presentaciones ▪ Cuaderno de clase y libro de texto 		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Constructiva, activa, competencial e inclusiva ▪ Clase magistral ▪ Aprendizaje basado en TIC ▪ <i>Flipped Classroom</i> ▪ Atención a la diversidad

Actividades			
Actividad	Competencia Clave	Tipo de actividad	Agrupamiento
• <u>Evaluación diagnóstica.</u>	CCL, CCTIM, CPSAA	Evaluación	Individual
• <u>Actividad introductoria:</u> Video Las aplicaciones de la trigonometría en el espacio.	CCTIM, CD	Motivacional	Individual
• <u>Ponente externo:</u> La trigonometría aplicada a la ingeniería civil.	CCL, CC	Motivacional y complementaria	Individual
• Curso sobre el uso de GeoGebra y recursos para aprender trigonometría.	CD, CPSAA	TIC	Individual
• <u>Flipped Classroom:</u> Teorema del seno y del coseno.	CCTIM, CD, CPSAA	Consolidación	Individual
• Plan de fomento para la lectura.	CCL, CP, CPSAA	Complementaria	Individual
• Actividad de evaluación.	CCL, CCTIM, CPSAA	Evaluación	Individual
Estándares de aprendizaje evaluables			
Obtenidos a partir del RD 1105/2014			
<p>1.1. Utiliza conceptos y relaciones de la trigonometría básica para resolver problemas empleando medios tecnológicos, si fuera preciso, para realizar los cálculos.</p> <p>2.1. Utiliza las herramientas tecnológicas, estrategias y fórmulas apropiadas para calcular ángulos, longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos y figuras geométricas.</p>	<p>2.2. Resuelve triángulos utilizando las razones trigonométricas y sus relaciones.</p> <p>3.6. Utiliza recursos tecnológicos interactivos para crear figuras geométricas y observar sus propiedades y características.</p>		

Unidad 3.3 Longitudes, áreas y volúmenes		10 sesiones
Bloque 3. Geometría		2.º Trimestre
Objetivos		
1. Consolidar el cálculo de longitudes, áreas y volúmenes para distintas figuras planas y cuerpos geométricos.	2. Mostrar la matemática como una forma de expresión artística.	3. Fomentar el trabajo en equipo, la creatividad y la toma de roles. 4. Fomentar la capacidad de aprender a aprender.
Competencias		
Las actividades propuestas en la unidad didáctica favorecerán las siguientes competencias:		
1. Comunicación Lingüística (CCL)	2. Plurilingüe (CP)	3. Ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (CCTIM)
4. Digital (CD)	5. Personal, social y de aprender a aprender (CPSAA)	6. Social y cívica (CC)
	7. Emprendedora (CE)	8. Conciencia y expresiones culturales (CCEC)
Contenidos		
Relativos al RD 87/2015	Relativos a la unidad didáctica	
<ul style="list-style-type: none"> b. Razones trigonométricas. Relaciones entre ellas. c. Relaciones métricas en los triángulos. e. Semejanza. Figuras semejantes. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes. f. Resolución de problemas geométricos y trigonométricos. g. Interés por las diferentes producciones culturales y artísticas en donde aparezcan los elementos estudiados (películas, cortos, videos artísticos, animación, documentales, publicidad). h. Interés y disfrute de las posibilidades que nos ofrecen los diferentes entornos artísticos: museos, exposiciones, galerías de arte, auditorios, teatros, páginas web y blogs de museos, exposiciones artísticas, galerías de arte. i. Respeto y valoración de las distintas manifestaciones artísticas. j. Expresión crítica de sus conocimientos, ideas, opiniones y preferencias respecto a las manifestaciones artísticas. 	<p>Los contenidos matemáticos que se van a impartir son:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Longitudes y áreas de figuras planas ▪ Longitudes y áreas de cuerpos geométricos ▪ Volumen de cuerpos geométricos <p>Los contenidos que se impartirán sobre arte en el ABP son:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Arte geométrico en 3D, estado del arte • Materiales para el arte geométrico <p>Los contenidos sobre emprendimiento en el ABP son:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Crear un <i>elevator pitch</i> de tu proyecto • Cálculo de beneficios, ingresos y costes • Legislación española sobre ingresos sin declarar 	

Materiales y recursos		Metodología	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Proyector ▪ Ordenador personal ▪ Aula virtual ▪ Pizarra: Tradicional y digital ▪ Cuaderno de clase y libro de texto ▪ Permiso de salida del centro ▪ Materiales detallados en el ABP 		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Constructiva, activa, competencial e inclusiva ▪ Clase magistral ▪ Aprendizaje basado en proyectos ▪ Atención a la diversidad 	
Actividades			
Actividad	Competencia Clave	Tipo de actividad	Agrupamiento
• Evaluación diagnóstica.	CCL, CCTIM, CPSAA	Evaluación	Individual
• Visita al museo de bellas artes de Castellón para la preparación del proyecto ABP.	CPSAA, CC, CCEC	Complementaria	Grupal
• Aprendizaje Basado en Proyectos: La decoración minimalista y la geometría, un proyecto con artes y retorno económico.	CCL, CP, CCTIM, CD, CDPSAA, CE, CCEC	Consolidación	Grupal
• Plan de fomento para la lectura.	CCL, CP, CPSAA	Complementaria	Individual
• Evaluación del ABP.	CCL, CCTIM, CPSAA	Evaluación	Grupal
Estándares de aprendizaje evaluables			
Obtenidos a partir del RD 1105/2014			
<p>1.1. Utiliza conceptos y relaciones de la trigonometría básica para resolver problemas empleando medios tecnológicos, si fuera preciso, para realizar los cálculos.</p> <p>2.1. Utiliza las herramientas tecnológicas, estrategias y fórmulas apropiadas para calcular ángulos, longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos y figuras geométricas.</p> <p>2.2. Resuelve triángulos utilizando las razones trigonométricas y sus relaciones.</p>		<p>2.3. Utiliza las fórmulas para calcular áreas y volúmenes de triángulos, cuadriláteros, círculos, paralelepípedos, pirámides, cilindros, conos y esferas y las aplica para resolver problemas geométricos, asignando las unidades apropiadas.</p> <p>3.6. Utiliza recursos tecnológicos interactivos para crear figuras geométricas y observar sus propiedades y características.</p>	

Unidad 3.4 Geometría analítica		10 sesiones
Bloque 3. Geometría		2.º Trimestre
Objetivos		
1. Establecer una base sólida de conocimientos básicos en vectores.	2. Entender los vectores como un tema interrelacionado con geometría, pero también con funciones.	3. Fomentar el uso de herramientas TIC por parte del alumnado. 4. Fomentar la capacidad de aprender a aprender.
Competencias		
Las actividades propuestas en la unidad didáctica favorecerán las siguientes competencias:		
1. Comunicación Lingüística (CCL)	2. Ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (CCTIM)	3. Digital (CD) 4. Personal, social y de aprender a aprender (CPSAA)
Contenidos		
Relativos al RD 87/2015		Relativos a la unidad didáctica
b. Razones trigonométricas y las relaciones entre ellas. d. Iniciación a la geometría analítica en el plano: Coordenadas. Vectores. Ecuaciones de la recta. Paralelismo y perpendicularidad. f. Resolución de problemas geométricos y trigonométricos. g. Interés por las diferentes producciones culturales y artísticas en donde aparezcan los elementos estudiados (películas, cortos, videos artísticos, animación, documentales, publicidad). h. Interés y disfrute de las posibilidades que nos ofrecen los diferentes entornos artísticos: museos, exposiciones, galerías de arte, auditorios, teatros, páginas web y blogs de museos, exposiciones artísticas, galerías de arte.		Los contenidos que se van a impartir en el área matemática son: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Vectores fijos y libres en el plano ▪ Operaciones con vectores libres y su combinación lineal ▪ Producto escalar de vectores y aplicaciones ▪ Ecuaciones de la recta ▪ Posiciones relativas de dos rectas
Materiales y recursos		Metodología
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Proyector ▪ Ordenador personal ▪ Aula virtual ▪ Pizarra: Tradicional y digital ▪ Cuaderno de clase y libro de texto 		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Constructiva, activa, competencial e inclusiva ▪ Clase magistral ▪ Flipped classroom ▪ Atención a la diversidad

Actividades			
Actividad	Competencia Clave	Tipo de actividad	Agrupamiento
• <u>Evaluación diagnóstica.</u>	CCL, CCTIM, CPSAA	Evaluación	Individual
• <u>Actividad introductoria:</u> Video Los vectores y sus aplicaciones.	CCTIM, CD	Motivacional	Individual
• <u>Flipped classroom:</u> Ecuaciones de las rectas.	CCTIM, CD, CPSAA	Complementaria	Individual
• Recursos en <u>GeoGebra</u> para el tema de vectores.	CCTIM, CD, CPSAA	Consolidación	Individual
• Plan de fomento para la lectura.	CCL, CP, CPSAA	Complementaria	Individual
• Actividad de evaluación.	CCL, CCTIM, CPSAA	Evaluación	Individual
Estándares de aprendizaje evaluables			
Obtenidos a partir del RD 1105/2014			
<p>1.1. Utiliza conceptos y relaciones de la trigonometría básica para resolver problemas empleando medios tecnológicos, si fuera preciso, para realizar los cálculos.</p> <p>3.1. Establece correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores.</p> <p>3.2. Calcula la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector.</p> <p>3.3. Conoce el significado de pendiente de una recta y diferentes formas de calcularla.</p>	<p>3.4. Calcula la ecuación de una recta de varias formas, en función de los datos conocidos.</p> <p>3.5. Reconoce distintas expresiones de la ecuación de una recta y las utiliza en el estudio analítico de las condiciones de incidencia, paralelismo y perpendicularidad.</p> <p>3.6. Utiliza recursos tecnológicos interactivos para crear figuras geométricas y observar sus propiedades y características.</p>		

Unidad 4.1 Concepto de función, tipos y características		10 sesiones	
Bloque 4. Funciones		2.º Trimestre	
Objetivos			
1. Introducir al alumno en el concepto de función y su relación con el tema de geometría analítica. 2. Favorecer la capacidad de aprender a aprender.		3. Motivar al alumnado sobre la importancia y las aplicaciones de las funciones en la vida real.	
Competencias			
Las actividades propuestas en la unidad didáctica favorecerán las siguientes competencias:			
1. Comunicación Lingüística (CCL) 2. Ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (CCTIM) 3. Digital (CD)		4. Personal, social y de aprender a aprender (CPSAA) 5. Social y cívica (CC)	
Contenidos			
Relativos al RD 87/2015		Relativos a la unidad didáctica	
a. Estudio de otros modelos funcionales: proporcionalidad inversa, exponenciales, logarítmicas y definidos a trozos. b. Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfico o expresión analítica. d. Estudio de la relación entre coeficientes y gráficas. e. Resolución de problemas mediante el estudio de funciones.		Los contenidos que se van a impartir son: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Concepto de función ▪ Tipos de funciones ▪ Descripción cualitativa de la función graficada ▪ Dominio y recorrido ▪ Continuidad y puntos de corte con los ejes ▪ Monotonía y extremos ▪ Curvatura y puntos de inflexión ▪ Simetría ▪ Desplazamiento de funciones ▪ Periodicidad 	
Materiales y recursos		Metodología	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Proyector ▪ Ordenador personal ▪ Aula virtual ▪ Pizarra: Tradicional y digital ▪ Cuaderno de clase y libro de texto 		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Constructiva, activa, competencial e inclusiva ▪ Clase magistral ▪ Flipped classroom ▪ Atención a la diversidad 	
Actividades			
Actividad	Competencia Clave	Tipo de actividad	Agrupamiento

• <u>Evaluación diagnóstica.</u>	CCL, CCTIM, CPSAA	Evaluación	Individual
• <u>Actividad introductoria:</u> Ponente externo, las funciones sus aplicaciones y su uso en programación.	CCL, CC	Motivacional	Individual
• Flipped classroom con Khan Academy .	CCTIM, CD, CPSAA	Consolidación	Individual
• Plan de fomento para la lectura.	CCL, CP, CPSAA	Complementaria	Individual
• Actividad de evaluación.	CCL, CCTIM, CPSAA	Evaluación	Individual
Estándares de aprendizaje evaluables			
Obtenidos a partir del RD 1105/2014			
<p>1.1. Identifica y explica relaciones entre magnitudes que pueden ser descritas mediante una relación funcional y asocia las gráficas con sus correspondientes expresiones algebraicas.</p> <p>1.2. Explica y representa gráficamente el modelo de relación entre dos magnitudes para los casos de relación lineal, cuadrática, proporcionalidad inversa, exponencial y logarítmica, empleando medios tecnológicos, si es preciso.</p> <p>1.3. Identifica, estima o calcula parámetros característicos de funciones elementales.</p> <p>1.4. Expresa razonadamente conclusiones sobre un fenómeno a partir del comportamiento de una gráfica o de los valores de una tabla.</p> <p>1.5. Analiza el crecimiento o decrecimiento de una función mediante la tasa de variación media calculada a partir de la expresión algebraica, una tabla de valores o de la propia gráfica.</p>	<p>1.6. Interpreta situaciones reales que responden a funciones sencillas: lineales, cuadráticas, de proporcionalidad inversa, definidas a trozos y exponenciales y logarítmicas.</p> <p>2.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos sobre diversas situaciones reales.</p> <p>2.2. Representa datos mediante tablas y gráficos utilizando ejes y unidades adecuadas.</p> <p>2.3. Describe las características más importantes que se extraen de una gráfica señalando los valores puntuales o intervalos de la variable que las determinan utilizando tanto lápiz y papel como medios tecnológicos.</p> <p>2.4. Relaciona distintas tablas de valores y sus gráficas correspondientes.</p>		

6.5 Metodología

El RD 110572014 define metodología didáctica como el «conjunto de estrategias, procedimientos y acciones organizadas y planificadas por el profesorado, de manera consciente y reflexiva, con la finalidad de posibilitar el aprendizaje del alumnado y el logro de los objetivos planteados».

Sin duda se denota como la sección más importante de una programación didáctica ya que es el lugar donde se puede innovar, ajustar las metodologías al contexto de centro y diferenciar una programación de otra. Las metodologías que se escojan han de ser activas y variadas, es decir, han de permitir la participación, el trabajo en equipo y el espíritu crítico en el primer caso, y han de ser lo suficientemente diferentes para no generar hastío (Serna Gómez & Díaz Peláez, 2013).

En lo que sigue a esta sección se mostrarán tres concreciones diferentes de la metodología trabajada en la programación. En primer lugar, se describirán los principios metodológicos establecidos en la legislación nacional y autonómica. En segundo lugar, se concretarán las estrategias metodológicas que se utilizan en la programación describiéndolas y mostrando sus ventajas y desventajas. En último lugar, se detallarán las actividades tipo que se llevarán a cabo en la programación ofreciendo ejemplos de cómo desarrollar e implementar cada una en los anexos.

6.5.1 Principios metodológicos

En el anexo II de la Orden ECD/65/2015 denominado *Orientaciones para facilitar el desarrollo de estrategias metodológicas que permitan trabajar por competencias en el aula* se pueden encontrar algunas indicaciones sobre como plantear el apartado metodológico:

- Los métodos didácticos han de elegirse de manera que hagan el proceso de enseñanza-aprendizaje óptimo, activo y adaptado al contexto.
- Los métodos se enfocarán a la realización de tareas o situaciones-problema con un objetivo concreto y atendiendo a la diversidad.
- Las metodologías deben favorecer el desarrollo competencial.
- Las metodologías deberán favorecer la motivación por aprender del alumnado y favorecer la curiosidad.
- Las metodologías activas deberán apoyarse en el aprendizaje cooperativo.
- El trabajo por proyectos es clave para el aprendizaje por competencias.
- Con el fin de atender la diversidad en el aula el profesorado deberá implicarse en la elaboración y diseño de material didáctico.
- Se debe potenciar el uso de una gran variedad de materiales y recursos considerando especialmente las TIC.
- Es necesaria una coordinación entre docentes y estrategias metodológicas. La reflexión sobre estas ha de ser común y compartida.

Existen otras recomendaciones a nivel autonómico descritas en el Decreto 87/2015 de la Comunidad Valenciana que se focalizan en asignaturas y cursos. Algunas de ellas son:

- Las metodologías utilizadas deben ayudar al alumnado a progresar en el razonamiento matemático, en el desarrollo de técnicas matemáticas,

comunicación de fenómenos, resolución de problemas o realización de investigaciones en diversos contextos.

- La resolución de problemas debe ser un objetivo prioritario.
- Las matemáticas deben utilizarse en una gran variedad de contextos, ya sea en el deporte, en lo cotidiano o en la medicina entre otros.
- Las matemáticas deberán mostrarse como una ciencia experimental y para ello serán necesario el uso de recursos y materiales didácticos variados como programas de geometría, calculadoras, tableros, etc.
- El alumnado debe ser capaz de establecer una relación profunda entre el conocimiento conceptual y procedimental.
- El trabajo cooperativo resulta necesario para aprender a aceptar otros puntos de vista, comparar resultados y elegir soluciones adecuadas.

6.5.2 Estrategias metodológicas

Una vez se han analizado los principios metodológicos y el estado del arte en estrategias metodológicas cabe describir cuáles se utilizarán en el presente trabajo.

Aprendizaje basado en proyectos (ABP)

El ABP es una estrategia metodológica activa centrada en el alumnado que asume que los estudiantes son capaces de generar el conocimiento mediante la solución a problemas reales. Está basado en tres pilares constructivistas. El primero es que el aprendizaje depende del contexto y por ello modificando el entorno y la metodología podemos actuar sobre él. El segundo es que el alumnado se ve inverso de forma activa en el proceso de aprendizaje como una necesidad para solucionar un determinado problema. El tercero es que para alcanzar dicho objetivo se debe compartir y transmitir el conocimiento adquirido. La principal diferencia entre el ABP y el aprendizaje basado en problemas es que el primero culmina con la creación de un producto de validez social mientras que el segundo sólo tiene como fin el aprendizaje (Kokotsaki, Menzies, & Wiggins, 2016).

Según Pérez Gómez (2012) y Trujillo Sáez (2012) el ABP consta de dos procesos, uno de diseño y otro de implementación cada uno con sus respectivas fases.

Proceso de diseño:

1. Seleccionar una temática que sea de interés para el alumnado. Conocer el entorno cultural, físico o ambiental puede ser de interés o también se puede preguntar directamente al alumnado sobre sus intereses.
2. Establecer unos criterios de evaluación para concretar el aprendizaje y los contenidos que deseamos además de establecer los criterios de evaluación.
3. Diseño de la pregunta guía o reto.
4. Planificar las actividades o fases del proyecto, los recursos necesarios y el producto final mediante un calendario.
5. Organizar la presentación y difusión del resultado ante un público externo a la clase.

Proceso de implementación:

1. Activación. Presentar el proyecto (reto, actividades, recursos, calendarización, etc.).

2. Investigación guiada, libre pautada o autónoma. Búsqueda de información en las fuentes de la información que necesita el alumnado para resolver el problema.
3. Realización o desarrollo. Se aplica lo aprendido para desarrollar el producto.
4. Presentación. Muestra del producto ante un público diferente externo a la clase.

Cierto es que la evidencia sobre la efectividad del ABP en los resultados académicos y personales del alumnado no se ha podido establecer con claridad. No obstante, diversos estudios con alumnado de entre 14 y 16 años han mostrado un aumento del interés por el estudio de las asignaturas relacionadas con las ciencias tras realizar este tipo de proyectos (Kokotsaki, Menzies, & Wiggins, 2016). Dicho esto, el ABP podría resultar beneficioso, al fin y al cabo, ya que algunos filósofos contemporáneos como Fernando Savater (1997) destacan la importancia de imbuir a nuestros pupilos con el “querer aprender” por encima del contenido de las asignaturas.

Aprendizaje basado en TIC (ABT)

El Aprendizaje Basado en Tecnologías de la Información y la Comunicación es una metodología activa que busca incluir en el proceso de aprendizaje herramientas digitales de manera que el alumnado pueda adquirir la competencia digital. Algunas de las herramientas TIC más utilizadas en el ABT son: Google Drive, GeoGebra y Excel.

A la hora de programar didácticamente con las TIC hay que tener en cuenta varios aspectos problemáticos (Serna Gómez & Díaz Peláez, 2013):

- El acceso por parte del alumnado a las TIC y dispositivos asociados.
- Necesidad de alfabetización digital previa al uso de las tecnologías.
- Se requieren ciertos conocimientos sobre propiedad intelectual, búsqueda de información veraz y buen uso de los dispositivos y redes del centro.

Clase o lección magistral interactiva

La clase o lección magistral es un método de enseñanza-aprendizaje que consiste en la transmisión unidireccional de conocimientos por parte del docente hacia los alumnos. El Ministerio de Educación y Ciencia en su informe denominado *Propuestas para la renovación de las metodologías educativas en la universidad* destaca que es la metodología didáctica más empleada pero que en cambio suele llevar asociada un estereotipo que podríamos resumir como “clase magistral, clase mala”. El informe evalúa los aspectos positivos y negativos de esta metodología:

Aspectos positivos

- Permite una estructura organizada del conocimiento.
- Favorece la asimilación y en muchos casos la continuidad de un modelo consolidado en cuanto a estructura y dinámica de la clase.
- Facilita la docencia a grupos numerosos.
- Facilita la planificación docente y la repetibilidad de los contenidos.

Aspectos negativos

- Fomenta la pasividad y la falta de participación por parte del alumnado.
- Desincentiva la búsqueda de información por parte del alumnado.

- Dificulta la reflexión sobre el aprendizaje.
- El estudiantado no toma responsabilidad de su aprendizaje.

Si bien se define como una metodología unidireccional, podemos hacerla bidireccional añadiendo preguntas al alumnado y animándolos a participar ya sea de manera oral o en la pizarra.

Flipped Classroom

El aula invertida o *flipped classroom* es un nuevo y popular modelo de instrucción, en el que las actividades que tradicionalmente se realizaban en el aula (por ejemplo, la presentación de contenidos) se convierten en actividades a realizar en el domicilio del alumnado, y las actividades que normalmente realiza el alumnado en su domicilio se convierten en actividades en el aula. En el *flipped classroom*, el profesorado ayuda a los y las alumnas en lugar de limitarse a entregar información, mientras que los alumnos y alumnas se convierten en responsables de su propio proceso de aprendizaje y deben gobernar su propio aprendizaje (Akçayir & Akçayir, 2018).

Según Görkçe y Murat (2018) los beneficios principales de la *flipped classroom* son dos: la mejora del rendimiento o desempeño del alumnado mientras aprenden y que es más económica que la instrucción tradicional. Las desventajas o retos son: la poca preparación del alumnado previa a la clase, el tiempo que cuesta adaptar un temario a *flipped classroom* y la falta de organización de los estudiantes para organizar el tiempo necesario que lleva a prender la lección fuera de clase.

6.5.3 Actividades

A continuación, se describirán brevemente en la tabla 6 las diferentes actividades que se han preparado basadas en las anteriores metodologías didácticas. Como se podrá observar, en el anexo indicado se muestran ejemplos de las actividades.

Tabla 6. Resumen de las actividades que se llevarán a cabo en las unidades didácticas.

Actividad	Descripción	Recursos	Anexo
Actividad Focal Introdutoria	Actividades diseñadas para introducir una nueva unidad didáctica y generar curiosidad en el alumnado.	Proyector, ordenador y acceso a internet.	I
Ponencia	Clases preparadas por ponentes externos especialistas en una temática dada. Ofrece dinamismo a las clases y un toque de realidad más allá de la escuela.	Proyector, ordenador, acceso a internet, permiso del centro.	II
Flipped Classroom	Clases donde el alumnado aprende los conceptos teóricos en su hogar de manera guiada. La clase posterior se utiliza para la aplicación de estos mediante problemas.	Material didáctico preparado por el tutor.	III

Aprendizaje Basado en Proyectos	Metodología activa de aprendizaje donde el alumnado crea un proyecto con utilidad para la sociedad basándose en ciertos conocimientos y donde es necesaria la interacción grupal.	Diseño del proyecto, materiales necesarios, permisos.	IV
Trabajo de investigación	Trabajo autónomo donde el alumnado busca fuentes de información fiables para tratar un tema.	Instrucción sobre fuentes fiables, ordenador, conexión a internet.	V
Cursos TIC	Cursos para que el alumnado se inicie en el uso de herramientas TIC.	Ordenador o clase de informática, conexión a internet.	VI
Plan de fomento de la lectura	Cada unidad didáctica dedica una clase a la lectura de un libro de la elección del alumno o alumna.	Libros, biblioteca.	VII
Visitas a museos	Visitas a museos de interés para la asignatura.	Permiso de padres, permiso del centro	IIIX
Evaluación diagnóstica	Actividad donde los alumnos muestran el nivel de conocimientos de un determinado tema de manera que el docente puede adaptarse a sus necesidades.	Bolígrafo y exámenes impresos.	IX
Evaluación	Se trata de una prueba de evaluación donde el alumno demuestra el grado de adquisición de conocimientos de un determinado tema.	Bolígrafo y exámenes impresos.	X

6.6 Medidas para la inclusión y la atención a la diversidad

En pleno siglo XXI es común encontrar disciplinas como la medicina, la genética o la ingeniería que han abandonado el *modus operandi* de "un modelo sirve para todo" para centrarse en lo particular. Esta forma de proceder recibe diversos nombres según el campo de actuación y la educación no es una excepción. En medicina se denomina medicina de precisión y en educación se denomina atención a la diversidad. Si bien es cierto que resulta costoso en recursos generar un modelo para cada situación particular, se ha demostrado que los beneficios a lo largo del tiempo superan dichos costes (Gómez-Jiménez, 2021).

En educación, la atención a la diversidad parte de la premisa de que cada alumno o alumna tiene unas necesidades, habilidades y capacidades diferentes. Estas diferencias deben ser explotadas mediante diversos métodos educativos para que el alumnado consiga los objetivos educativos propuestos. Educar en diversidad no significa que el alumnado deba trabajar solo, sino que se debe planificar de forma individualizada el proceso de enseñanza-aprendizaje para cada uno de ellos (C. Wang, 2001).

En el artículo 11 del Decreto 87/2015, de 5 de junio de la Comunidad Valenciana se establecen los aspectos generales de la atención a la diversidad en la autonomía. En él se cita el siguiente texto sobre la atención a la diversidad en las aulas: «La intervención educativa deberá adaptarse a la persona, reconociendo sus potencialidades y necesidades específicas. Desde este planteamiento, se velará por el respeto a las necesidades del alumnado, a sus intereses, motivaciones y aspiraciones con el fin de que todo el alumnado alcance el máximo desarrollo personal, intelectual, social y emocional, así como el máximo grado de logro de los objetivos y competencias en la etapa que se encuentre cursando.» Adicionalmente en el artículo 12, se expone que cada centro debe tener un Plan de Atención a la Diversidad e Inclusión Educativa (PADIE) de manera que queden por escrito las medidas que puedan aplicarse en el centro.

De manera no exhaustiva se ofrece en la tabla 7 una serie de medidas que pueden aplicarse para atender a la diversidad en cualquier centro educativo. La primera medida por parte del docente debería siempre ser la atenta lectura del PADIE citado anteriormente.

Tabla 7. Listado no exhaustivo de medidas para atender la diversidad en el centro.

Fuente de diversidad	Medida
Conocimientos previos del alumnado	Realización de una prueba de evaluación al inicio de cada unidad didáctica para conocer las necesidades educativas de los estudiantes y poder tratarlas de manera conjunta o individualizada.
Alumnado con bajas capacidades	Si el centro lo permite, resulta efectivo establecer un horario de tutorías personalizadas. El alumnado con bajas capacidades puede acudir para volver a dar ciertas sesiones, resolver dudas o realizar ejercicios complementarios que les ayuden a consolidar los conocimientos.
Alumnado con altas capacidades	Esta tipología de alumnado suele finalizar las actividades en clase antes que el resto. Este hecho resulta ventajoso para los docentes ya que puede preparar material complementario más complejo y adaptado para que se trabaje poco a poco.
Capacidades y habilidades del alumnado	La evaluación de una asignatura debería depender de otros aspectos más allá del examen individual. La calificación de una asignatura debe también tener en cuenta el comportamiento, la expresión oral, la elaboración de trabajos, etc. Podemos desarrollar esta parte incluyendo metodologías como el ABP, trabajos y presentaciones orales.
Alumnado sin conocimientos del castellano	En estos casos se lleva a cabo una Adaptación Curricular Individualizada no Significativa (ACI). Pese a no tener un control sobre la lengua castellana, el nivel de conocimientos es el que corresponde al curso.
Alumnado con grandes dificultades en el aprendizaje	Se necesitan en estos casos una adaptación no sólo de la metodología didáctica sino también del proceso de evaluación, los contenidos, los objetivos y los criterios de

	evaluación. Para ello, está descrito en el Plan de diversidad del centro el ACIS o Adaptación curricular Individualizada Significativa.
--	---

6.7 Evaluación

Cuando se evalúa, se valoran los conocimientos, actitud o rendimiento de una persona o un servicio. Tal y como detalla Andrés Palacios y Víctor Manuel (2013): «La evaluación es una de las tareas fundamentales de los profesores y profesoras, una competencia docente básica [...] y uno de los factores indiscutibles en la mejora de los aprendizajes y de la calidad docente. La evaluación determina y condiciona los contenidos, las estrategias, los esfuerzos y los aprendizajes de una forma clara y discreta». Se debe pues establecer unos criterios de evaluación y unas metodologías que permitan conocer el grado de cumplimiento de nuestros objetivos y la adquisición de conocimientos y competencias por parte del alumnado

En lo que sigue, se detallarán en primer lugar los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje marcados por la legislación española. En segundo lugar, los instrumentos y criterios de evaluación que permitirán calificar cuantitativa y objetivamente los estándares de aprendizaje evaluables. En tercer y último lugar, se describirán las metodologías de autoevaluación para esta programación didáctica.

6.7.1 Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

Es competencia del gobierno marcar las directrices por las cuales se evalúa al alumnado. En concreto, el RD 1105/2014 describe los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje para dicho fin. Los criterios de evaluación se definen como «el referente específico para evaluar el aprendizaje del alumnado describiendo aquello que se quiere valorar y que el alumnado debe lograr, tanto en conocimientos como en competencias; responden a lo que se pretende conseguir en cada asignatura» mientras que los estándares de aprendizaje son «especificaciones de los criterios de evaluación que permiten definir los resultados de aprendizaje, y que concretan lo que el estudiante debe saber, comprender y saber hacer en cada asignatura; deben ser observables, medibles y evaluables además de permitir graduar el rendimiento o logro alcanzado. Su diseño debe contribuir y facilitar el diseño de pruebas estandarizadas y comparables». En la tabla 8 se detallan dichos criterios y estándares descritos en el RD 1105/2014.

Tabla 8. Criterios de evaluación de los Bloques de Geometría y Funciones para matemáticas académicas de 4.º de la ESO. Cada criterio de evaluación se especifica en varios estándares de aprendizaje.

Bloque de contenidos RD 1105/2014	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3: Geometría. Curso 4.º ESO	1. Utilizar las unidades angulares del sistema métrico sexagesimal e internacional y las relaciones y razones de la trigonometría elemental para	1.1. Utiliza conceptos y relaciones de la trigonometría básica para resolver problemas empleando medios

	<p>resolver problemas trigonométricos en contextos reales.</p> <p>2. Calcular magnitudes efectuando medidas directas e indirectas a partir de situaciones reales, empleando los instrumentos, técnicas o fórmulas más adecuadas y aplicando las unidades de medida.</p> <p>3. Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para representar, describir y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.</p>	<p>tecnológicos, si fuera preciso, para realizar los cálculos.</p> <p>2.1. Utiliza las herramientas tecnológicas, estrategias y fórmulas apropiadas para calcular ángulos, longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos y figuras geométricas. 2.2. Resuelve triángulos utilizando las razones trigonométricas y sus relaciones. 2.3. Utiliza las fórmulas para calcular áreas y volúmenes de triángulos, cuadriláteros, círculos, paralelepípedos, pirámides, cilindros, conos y esferas y las aplica para resolver problemas geométricos, asignando las unidades apropiadas.</p> <p>3.1. Establece correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores. 3.2. Calcula la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector. 3.3. Conoce el significado de pendiente de una recta y diferentes formas de calcularla. 3.4. Calcula la ecuación de una recta de varias formas, en función de los datos conocidos. 3.5. Reconoce distintas expresiones de la ecuación de una recta y las utiliza en el estudio analítico de las condiciones de incidencia, paralelismo y perpendicularidad. 3.6. Utiliza recursos tecnológicos interactivos para crear figuras geométricas y observar sus propiedades y características.</p>
<p>Bloque 4: Funciones. Curso 4.º ESO</p>	<p>1. Identificar relaciones cuantitativas en una situación, determinar el tipo de función que puede representarlas, y aproximar e interpretar la tasa de variación media a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica.</p> <p>2. Analizar información proporcionada a partir de tablas y gráficas que</p>	<p>1.1. Identifica y explica relaciones entre magnitudes que pueden ser descritas mediante una relación funcional y asocia las gráficas con sus correspondientes expresiones algebraicas. 1.2. Explica y representa gráficamente el modelo de relación entre dos magnitudes para los casos de relación lineal, cuadrática, proporcionalidad inversa, exponencial y logarítmica, empleando medios tecnológicos, si es preciso. 1.3. Identifica, estima o calcula parámetros característicos de funciones elementales. 1.4. Expresa</p>

	<p>representen relaciones funcionales asociadas a situaciones reales obteniendo información sobre su comportamiento, evolución y posibles resultados finales.</p>	<p>razonadamente conclusiones sobre un fenómeno a partir del comportamiento de una gráfica o de los valores de una tabla. 1.5. Analiza el crecimiento o decrecimiento de una función mediante la tasa de variación media calculada a partir de la expresión algebraica, una tabla de valores o de la propia gráfica. 1.6. Interpreta situaciones reales que responden a funciones sencillas: lineales, cuadráticas, de proporcionalidad inversa, definidas a trozos y exponenciales y logarítmicas.</p> <p>2.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos sobre diversas situaciones reales. 2.2. Representa datos mediante tablas y gráficos utilizando ejes y unidades adecuadas. 2.3. Describe las características más importantes que se extraen de una gráfica señalando los valores puntuales o intervalos de la variable que las determinan utilizando tanto lápiz y papel como medios tecnológicos. 2.4. Relaciona distintas tablas de valores y sus gráficas correspondientes.</p>
--	---	--

6.7.2 Instrumentos de evaluación, criterios de evaluación e instrumentos de calificación

Una vez descritas las unidades didácticas y sus actividades, debemos implementar formas objetivas y cuantitativas de evaluar a los alumnos. En la tabla 9 se detallan los instrumentos de evaluación, los criterios de evaluación y los instrumentos de calificación. Los primeros, son herramientas y procedimientos que, por un lado, van a permitir al alumnado expresar los conocimientos y competencias que ha adquirido y por otro, permitirán al docente expresar el grado de adquisición en una escala numérica. Los segundos, detallan herramientas para puntuar los instrumentos de evaluación. Se ofrece además la ponderación de cada instrumento sobre la nota final.

Tabla 9. Instrumentos de evaluación y criterios de calificación propuestos para el segundo trimestre. Se incluyen las ponderaciones de cada uno para la nota trimestral.

Instrumento de evaluación	Criterios e instrumentos de calificación	Ponderación sobre la nota final del trimestre
Examen	El examen estará puntuado sobre 10 puntos y tendrá tantas preguntas como sea conveniente.	Una unidad didáctica equivaldrá a un

	Se puntuará por medio de una <u>rúbrica</u> como la expuesta en el anexo X donde también se encuentra un ejemplo de examen para la unidad 4.1. Para que el examen pondere debe tener una puntuación mínima de cuatro puntos sobre diez.	examen cuyo valor será del 15%. La unidad 3.3 se evaluará mediante la presentación de un trabajo y un informe del ABP.
ABP: Informe y producto	El ABP se compone de tres partes evaluables: <ul style="list-style-type: none"> • Informe (grupal) • Producto (grupal) • Trabajo en clase (individual) Cada parte será puntuada sobre 10 mediante unos criterios establecidos en rúbrica. Para ponderar, se hará la media para cada alumno. Para que el ABP tenga efecto en la ponderación del alumno, debe tener al menos un cuatro sobre diez.	La ponderación será de un 20% sobre la nota final.
Asistencia	Para la asistencia se tendrá en cuenta el parte diario de la aplicación ITACA. Se podrá optar a esta nota siempre y cuando haya como mucho tres faltas sin justificar.	La ponderación será de un 10%.
Trabajo de investigación	El trabajo de investigación se calificará mediante una rúbrica. Para tenerlo en cuenta en la ponderación, será necesario obtener más de un cuatro sobre diez.	La ponderación será de un 10%.

Para facilitar la promoción del alumnado se realizará a final de trimestre una recuperación por bloques para aquellos cuya nota en dicho bloque no supere el cuatro. La nota obtenida en el examen suplirá la media obtenida de los otros exámenes de unidad.

Aquellos estudiantes que deseen subir nota en alguno de los exámenes también podrán hacerlo previo aviso al profesor. La nota que obtengan será la final indiferentemente de si es mayor o menor.

6.7.3 Evaluación de la práctica docente e indicadores de éxito

En este apartado trataremos de evaluar la presente programación didáctica para su mejora. Existen una gran cantidad de maneras para evaluar la forma en la que el docente se desempeña. En este trabajo se ha optado por utilizar dos que requieren poca preparación y sus resultados permiten reflexionar, y si fuera necesario, mejorar nuestro quehacer docente (Fuentes Medina & Herrero Sánchez, 1999). Estas son el diario y el cuestionario.

Diario del profesorado

Técnica narrativa que consiste en tomar notas sobre las sesiones para más tarde poder reflexionar sobre las mismas. El objetivo es tener un registro de sensaciones y observaciones personales de manera que se puedan establecer mecanismos que ayuden solventar los problemas acaecidos o reconocer la buena labor un día dado. Cada sesión debería tener los siguientes apartados:

- Fecha
- Curso
- Temática
- Observaciones positivas
- Observaciones negativas
- Otros comentarios

Cuestionario al alumnado

El alumnado se presenta como el mejor juez ya que conocen las deficiencias de los docentes, y son conscientes de los errores. Se debe ofrecer una herramienta para que puedan expresar de manera abierta qué les ha gustado y qué no les ha gustado sobre el periodo educativo que han vivido. Se incluye en el anexo XI un ejemplo de cuestionario para el alumnado que deberán rellenar los últimos días del trimestre a ser posible antes de las notas finales del mismo.

7. Conclusiones

Es el momento de establecer si se han conseguido alcanzar los objetivos establecidos en la sección quinta, así como los puntos fuertes y débiles de la programación. Se empezará detallando la consecución de los objetivos siguiendo una estructura *top down* empezando por los fijados por la normativa universitaria para luego pasar por los marcados legislativamente y acabando en los propios del TFM.

El objetivo principal de la modalidad ha sido cumplido. El trabajo presenta una programación didáctica trimestral para el cuarto curso de la ESO que incluye todos los apartados necesarios expuestos en la normativa de TFM de la UJI, así como ejemplos de las actividades propuestas en los anexos.

Con respecto a los objetivos propuestos por el RD 1105/2014, se consideran incluidos y trabajados en las diferentes actividades de las unidades didácticas. Las actividades se plantean desde diferentes metodologías de enseñanza-aprendizaje que posibilitan el trabajo de las diferentes competencias clave y elementos transversales descritos en la legislación (Forteza Bagán, 2019). En concreto y como necesidad social, es especialmente trabajada la competencia digital mediante cursos, trabajos y ponencias que ayudarán al alumnado a adaptarse a un mundo y un "saber hacer" cada vez más digital (Gómez Gallardo & Macedo Buleje, 2010).

Atendamos ahora a los objetivos propios del TFM que son: familiarizarse con las programaciones didácticas, afianzar conocimientos matemáticos y generar una guía para futuros estudiantes. El primer objetivo ha sido claramente completo no sólo a nivel formativo sino también a nivel personal como aclaro en la sección de opinión. El segundo objetivo se completó cuando se describieron y crearon las fichas de unidad didáctica que requieren un repaso de los conceptos de diferentes libros de texto para confeccionarlas. El último objetivo ha sido satisfactoriamente completado a dos niveles, el primero a modo de resumen en la sección del marco teórico donde describo la estructura mínima de una programación y en un segundo nivel más detallado en esta programación que es una extensión de dicho resumen.

Finalmente se destacarán en un párrafo dos puntos fuertes y débiles (de los muchos que se podrían exponer) de la programación como referencia para futuros trabajos. El contexto del presente trabajo resulta muy bien estructurado, si debemos destacar uno de los puntos fuertes este sería el marco teórico y el estado del arte. Otro punto es sin duda la organización de las unidades didácticas en forma de fichas que permiten de una manera rápida conocer las actividades, competencias y objetivos que se trabajan en cada una. Como puntos a mejorar destacar que se debe extender la atención a la diversidad. Una programación nunca será lo suficientemente inclusiva, pero debe trabajarse este apartado como el que más. También se deberían desarrollar todas las actividades propuestas en la programación. Si bien es cierto que en los anexos se ofrecen ejemplos de cómo deberían realizarse y se adaptan a una unidad en concreto, también es cierto que se deberían estructurar y describir todas ellas para evitar improvisar (Gimeno Sacristá & Pérez Gómez, 1985).

8. Opinión

Mientras escribo esta última sección de mi trabajo me doy cuenta de que estoy verdaderamente satisfecho con el resultado. Si bien es cierto que hay ciertas secciones donde el trabajo se basa en leer y plasmar lo que dice la ley, hay otras como la parte de metodología o de diseño del trabajo que permiten dar paso a la creatividad. En especial, la organización de las actividades de las unidades didácticas ha sido reveladora. Una de las creencias que tenía arraigadas sobre la docencia es que todas las metodologías de aprendizaje que existen (ABP, ABT, trabajo cooperativo, etc.) no son realmente efectivas. Esta idea venía reforzada por la opinión de muchos docentes que he conocido durante esta etapa. No obstante, lo cierto es que tras formarme en cómo funcionan dichas metodologías y sus puntos fuertes y débiles me doy cuenta de que quizás estaba equivocado y suponen otra forma de hacer escuela. Digo quizás porque no las he puesto en práctica y creo que este hecho resulta vital para saber si funcionan. Aunque a estas alturas y con toda la literatura que he podido consultar, puedo decir que ningún método educativo es efectivo siempre, ni para todos los estudiantes, propósitos o contextos. Ser docente es, en definitiva, muy complejo.

Considero que esta modalidad de TFM es realmente útil si uno desea ejercer la profesión docente en un futuro. Este ha sido uno de mis principales objetivos a parte de otros que detallaba en la sección de motivación y creo que se ha cumplido con creces. Me siento capaz de realizar una programación para cualquier curso y este sentimiento es muy valioso porque antes no lo tenía. Supongo que al final todo se reduce a enfrentarse a los problemas para ver que uno es capaz. Considero también que este trabajo debería de estar incluido dentro del propio máster en alguna asignatura y no como una opción de TFM dada su importancia capital en nuestro futuro profesional.

9. Referencias y normativa

9.1 Referencias

- Addine Fernández, F., & García Batista, G. (2004). Componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje. En G. G. Batista, *Temas de introducción a la formación pedagógica* (págs. 157-167). Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Akçayir, G., & Akçayir, M. (2018). The flipped classroom: A review of its advantages and challenges. *Computers & Education*, 334-345.
- Aray Andrade, C. A., Párraga Quijano, O. F., & Chun Molina, R. (2019). La falta de enseñanza de la geometría en el nivel medio y su repercusión en el nivel universitario: análisis del proceso de nivelación de la Universidad Técnica de Manabí. *ReHuSo: Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales*, Vol. 4, No 1. p. 20-31.
- Bono Martínez, M. (2020). *Elaboración de la unidad didáctica combinatoria para 4.º de la ESO utilizando eXeLearning*. Castellón de la Plana: Universitat Jaume I (Trabajo Final de Máster).
- Brader-Araje, L. (2002). The Impact of Constructivism on Education: Language, Discourse, and Meaning. *American Communication Journal*, Volume 5, Issue 3.
- C. Wang, M. (2001). *Atención a la diversidad del alumnado*. Filadelfia: Narcea, S. A.
- Ciencia, M. d. (2006). *Propuestas para la renovación de las metodologías educativas en la universidad*. Madrid: Edigrafos, S.A.
- Daoud, A. (2007). Propuesta de Autoevaluación Docente. *Revista de informática educativa y medios audiovisuales*, 15-27.
- Fortea Bagán, M. (2019). *Metodologías didácticas para la enseñanza/aprendizaje de competencias*. Castellón de la Plana: Unidad de soporte educativo de la Universidad Jaime I.
- Fuentes Medina, M., & Herrero Sánchez, J. (1999). Evaluación docente: Hacia una fundamentación de la autoevaluación. *Revista electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 354-368.
- Galán Moral, B. (2021). *Geometría analítica: vectores y rectas*. Castellón de la Plana: Universitat Jaume I (Trabajo Final de Grado).
- Gallego Hernández, D., & Román Mínguez, V. (2017). La programación de aula en la investigación en docencia en traducción económica. En R. Roig-Vila, *Investigación en docencia universitaria: diseñando el futuro a partir de la innovación educativa* (págs. 223-233). Alicante: Editorial Octaedro. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=700714>
- García, L. S. (01 de 06 de 2017). *Edumed: Servicios Académicos Intercontinentales*. Obtenido de <https://www.eumed.net/rev/atlante/2017/06/constructivismo-aula.html>

- Generalitat Valenciana: Conselleria de Educació, Cultura y Deporte. (19 de 05 de 2022). *IES Juan Bautista Porcar*. Obtenido de IES Juan Bautista Porcar: <https://mestreacasa.gva.es/web/iesporcar>
- Gimeno Sacristá, J., & Pérez Gómez, A. (1985). *La enseñanza: su teoría y su práctica*. Madrid: Editorial Akal.
- Gómez Gallardo, L. M., & Macedo Buleje, J. C. (2010). Importancia de las TIC en la educación básica regular. *Revista de investigación educativa*, 209 - 224.
- Gómez-Jiménez, Ó. (2021). La atención a la diversidad en España: de la ley general de educación a la LOMLOE. (A. Barrientos-Báez, D. Caldevilla-Domínguez, & L. Mañas-Viniegra, Edits.) *Revista Inclusiones, Volumen 8* (Número especial), 463-480.
- Guerrero Correa, J. S. (2017). *Análisis didáctico y unidad didáctica: Funciones en 4.º de la ESO*. Castellón de la Plana: Universitat Jaume I (Trabajo Final de Grado).
- Kokotsaki, D., Menzies, V., & Wiggins, A. (2016). Project-based learning: A review of the literature. *Improving Schools*, 19(3), 267-277.
- López Cahún, J., & Sosa Moguel, L. (2008). Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. (págs. 308-318). Mérida, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- López Pastor, V. M., & Palacios Picos, A. (2013). Haz lo que yo digo pero no lo que yo hago : sistemas de evaluación del alumnado en la formación inicial del profesorado. *Revista de educación*, n. 361, p. 279-305.
- Lozano Díaz, M. E., Elisabet Haye, E., Montenegro, F., & Córdoba, L. (2013). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe (CEMACYC)* (págs. 1-13). Santo Domingo, República Dominicana: ICMI.
- Medall Martos, D. (2021). *Programació didàctica trimestral per a Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials I a 1r de Batxillerat*. Castellón de la Plana: Universitat Jaume I (Trabajo Final de Grado). Obtenido de <http://hdl.handle.net/10234/194530>
- Mora Vargas, A. I. (2004). La evaluación educativa: Concepto, períodos y modelos. *Actualidades investigativas en educación*, Volumen 4, número 2.
- Parra Castelló, M. (2020). *Programació didàctica de matemàtiques*. Castellón de la Plana: Universitat Jaume I (Trabajo Final de Máster).
- Ruiz Medina, I. (2019). *Unidad didáctica de trigonometría*. Castellón de la Plana: Universitat Jaume I (Trabajo Final de Máster).
- Sánchez Rodríguez, J., Ruiz Palmero, J., & Sánchez Vega, E. (2017). Flipped classroom. Claves para su puesta en práctica. *Revista de Educación Mediática y TIC (EDMETIC)*, 336-358.

Savater, F. (1997). *El valor de educar*. Barcelona: Editorial Ariel.

Serna Gómez, H., & Díaz Peláez, A. (2013). *Metodologías activas del Aprendizaje*.
Medellín: Fondo Editorial Cátedra María Cano.

Vega Fuente, A. (2011). *Diseño y desarrollo del currículum*. Madrid: Editorial Alianza.

9.2 Normativa

Decreto 51/2018, de 27 de abril, del Consejo, por el cual se modifica el Decreto 87/2015, por el cual establece el currículum y desarrolla la ordenación general de la educación secundaria obligatoria y del bachillerato en la Comunidad Valenciana. *Diari Oficial de la Generalitat Valenciana*, 30 de abril de 2018, n.º 8284, pág. 16775 a 16815.

Decreto 87/2015, de 5 de junio, del Consejo, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Valenciana. *Diario Oficial de la Comunidad Valenciana*, 10 de junio de 2015, n.º 7544, pág. 17437 a 18582.

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 30 de diciembre de 2020, n.º 340, pág. 122868 a 122953.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 3 de enero de 2015, n.º 3, pág. 169 a 546.

Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales. *Boletín Oficial del Estado*, 3 de enero de 2015, n.º 260, pág. 44037 a 44048.

Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 29 de enero de 2015, n.º 25, pág. 6986 a 7003.

10. Anexos

Anexo I. Actividades Focales Introdutorias (AFI)

Las actividades focales introductorias se plantean en la primera sesión de cada unidad didáctica como una forma de introducir en el tema al alumnado y provocar curiosidad sobre los contenidos que se van a tratar. La actividad se propone como introducción y no debería de ocupar más de 15 minutos.

En este caso se desarrolla la AFI relativa a la unidad 3.1 donde tratamos el video [¿Cómo medir la Tierra con un palo de selfie?](#). Este video es creación del físico y youtuber Javier Santaolalla, gestor del canal [Date un Voltio](#) donde se puede encontrar material audiovisual de calidad sobre muchos temas.



Figura 3. [¿Cómo medir la Tierra con un palo de selfie?](#) en YouTube.

Tras visualizar el video se pueden debatir varias preguntas para promover la curiosidad, el espíritu crítico y la razón:

- ¿Por qué algo tan aparentemente complejo ha llevado tan pocos cálculos?
- ¿Por qué hay un error de unos cuantos kilómetros entre el radio real de la tierra y el calculado?
- ¿Por qué alguien como Eratóstenes tendría interés en calcular el radio terrestre?

Anexo II. Ponencias

Las ponencias son clases diferentes, el docente pasa a ser alumno y quien instruye es un ponente externo especializado en el tema a tratar. El diseño de una ponencia debería seguir los siguientes pasos que aplicaremos a la ponencia denominada *¿Cómo hacer una búsqueda de información en fuentes fiables?* de la unidad 3.1.

1. Persuadir al ponente y agendar un día

Con anterioridad a que empiece el curso es adecuado contactar con la persona que nos interesa que de la charla y comentarle temática, fechas, tipo de presentación y remuneración (si la hubiera). En nuestro caso, un ponente interesante sería Israel Llavata, actual Data Protection Officer (DPO) de la Universitat Politècnica de València (UPV) que cuenta con amplios conocimientos sobre bases de datos seguras, buscadores de publicaciones y protección de datos. Este aspecto será de gran utilidad para los futuros trabajos que realizarán los alumnos ya que les ofrecerá las claves para buscar información veraz.

2. Obtener permiso y certificado del centro

Una vez confirmada la charla y la temática se debe contactar con el coordinador de centro para obtener permiso y generar un certificado donde se exponga que el ponente ha realizado dicho trabajo.

3. Comunicar la ponencia mediante el contrato didáctico al alumnado

El alumnado debe conocer de antemano el día y temática de la charla ya que su asistencia es necesaria y serán evaluados de la misma.

4. Revisar el contenido de la ponencia

El ponente generará un contenido que deberemos revisar para ver si se ajusta a lo pactado y a los conocimientos del alumnado. Con frecuencia los ponentes no tendrán experiencia docente y su lenguaje puede ser complejo de entender. Se deben comunicar al ponente los cambios que se consideren oportunos.

5. Reunirse con el ponente

Es necesario establecer un punto de encuentro con el ponente para poder guiarlo hasta la clase.

6. Llevar a cabo la ponencia

7. Evaluar los conocimientos adquiridos

Si se considera necesario se puede llevar a cabo una pequeña evaluación al alumnado sobre lo aprendido en la charla. Esto puede incentivar la atención activa y la asistencia a la ponencia.

Anexo III. *Flipped Classroom*

A continuación, detallaremos un ejemplo de aplicación de *flipped classroom* para las matemáticas orientadas a enseñanzas académicas de 4.º de ESO. En concreto centraremos la sesión en el teorema del seno y el coseno. La estructura estará basada en las fases y estrategias recomendadas por José Sánchez, Julio Ruíz y Elena Sánchez en su artículo *Flipped Classroom. Claves para su puesta en práctica* (2017).

Fase 1: Comunicación del cambio cultural

La primera clase del curso debería servir para comunicar el contrato didáctico a nuestros alumnos y alumnas donde podremos describir las *flipped classrooms* que vamos a llevar a cabo y lo que se espera. En concreto y siendo muy claros, el alumnado debe entender que realizarán el trabajo de estudio en casa mientras que la clase será dedicada a la resolución de dudas y la puesta en práctica de lo aprendido.

Fase 2: Creación o búsqueda del material

Para esta sesión se dará a conocer un recurso en línea denominado [Khan Academy](#). Se trata de una organización sin ánimo de lucro cuya misión es proporcionar una educación gratuita para cualquier persona en cualquier lugar. La web consta de videos instructivos y ejercicios de práctica.

El alumnado deberá acceder al [siguiente enlace](#) donde podrán ver los videos explicativos de los teoremas y podrá realizar los ejercicios de práctica que se proponen. El material puede ser estudiado en menos de una hora. Los alumnos también dispondrán de libro de texto en caso de necesitar más información. También podemos hacer uso de páginas web como [educanon](#) que nos permitan saber si el alumnado está viendo los videos y si están integrando los conocimientos mediante preguntas de tipo test.

Fase 3: Preparación de las clases presenciales

Las clases presenciales empezarán con una sesión corta de dudas de unos diez minutos de duración seguida de una de resolución de problemas hasta el final de la clase. Algunos de los problemas que podemos plantear son:

- Problema 1. Las patas de un compás miden 10 cm de largo. ¿Qué ángulo forman si cuando trazamos un círculo se genera una circunferencia de 10 cm de diámetro?
- Problema 2. Una avioneta vuela entre dos ciudades A y B que distan 120 km. Los ángulos de depresión de la avioneta hasta cada una de las ciudades son de 55° y 48° respectivamente. Calcula la altura a la cual vuela la avioneta y las distancias a las cuales se encuentra A de B.
- Problema 3. Desde el punto más alto de un edificio se ve un coche aparcado con un ángulo de depresión de 28° . Cuando bajamos un piso, bajamos un total de 12 metros desde el punto anterior y el ángulo pasa a ser de 14° . Calcula la distancia del coche al punto más bajo del edificio y la altura del edificio.

Tabla de tiempos

Tabla 10. Tabla de tiempos para la realización de una sesión de Flipped Classroom.

Lugar	Actividad	Tiempo
En casa	Estudio teórico	45 minutos
En clase	Sesión de dudas	10 minutos
	Sesión de problemas	45 minutos

Anexo IV. Aprendizaje Basado en Proyectos

Para el desarrollo del ABP de la unidad 3.3 llevaremos a cabo la estructura propuesta según Pérez Gómez (2012) y Trujillo Sáez (2012), separando el ABP en una parte de diseño y otra de implementación.

Motivación del proyecto

Durante las prácticas en el IES Juan Bautista Porcar pude ver como los alumnos de arte y los de electrónica se sumergían en un proyecto conjunto para la creación de lámparas. El resultado me impresionó, yo mismo compraría cualquiera de esas lámparas porque me parecía magnífica cada una de ellas. No lo pregunté, pero estoy seguro de que los de artes aprendieron electrónica y los de electrónica, diseño, por no hablar de la organización común para diseñar la lámpara teniendo en cuenta los cables, el diseño, el calor que transmitiría la bombilla y los materiales que podrían soportarlo... ¡fascinante!

Fase de diseño

1. Temática. El proyecto consistirá en la creación de figuras geométricas artísticas (arte geométrico) basadas en motivos castellanenses con el objetivo de crear arte para decoración del hogar que luego será expuesto y vendido. Será importante pero no imprescindible la participación del departamento y de los alumnos de artes. Para este proyecto, el alumnado debería, con anterioridad, visitar el museo de bellas artes de Castellón situado en la avenida de los Hermanos Bou. De esta manera, podrán obtener ideas para el proyecto. Mediante este proyecto se desea hacer entender las relaciones entre disciplinas tan aparentemente dispares como el arte y las matemáticas. Sobre todo, ayudar a los alumnos a descubrir el mundo del emprendimiento y la generación de valor mediante productos que son comerciables.
2. Contenidos. Los contenidos que se deberán impartir previamente a la creación del proyecto de forma separada o conjunta son los siguientes:
 - a. Contenidos propios del área matemática
 - i. Longitudes y áreas de figuras planas
 - ii. Longitudes y áreas de cuerpos geométricos
 - iii. Volumen de cuerpos geométricos
 - b. Contenidos propios del área de arte
 - i. Arte geométrico en 3D, estado del arte
 - ii. Materiales para el arte geométrico
 - c. Contenidos propios del área de emprendimiento
 - i. Crear un *elevator pitch*³ de tu proyecto
 - ii. Cálculo de beneficios, ingresos y costes
 - iii. Legislación española sobre ingresos sin declarar
3. Criterios de evaluación. En el caso de matemáticas están establecidos en el apartado sexto de esta programación.

³ Un *elevator pitch* es un discurso muy breve donde se explica un proyecto de una manera clara y sencilla con la finalidad de persuadir a alguien para que lo compre o financie.

4. Diseño del reto. El reto será crear al menos tres obras de arte geométrico para decoración del hogar basadas en motivos castellonenses. Dichas obras deberán tener un área superior a los 500 cm² y un volumen superior a 0.25 m³. El producto deberá ser explicado mediante un *elevator pitch* no superior a 30 segundos, y expuesto en la plaza mayor de Castellón para su venta a particulares. Finalmente se entregará un breve informe de 5 páginas incluyendo título e índice sobre el trabajo realizado. El informe contendrá los siguientes apartados: introducción, presentación del grupo y roles, materiales y métodos, resultados, opinión del grupo sobre el proyecto y su trabajo.

Fases de implementación

Tabla 11. Fases y fechas de implementación del ABP.

ID	Fase	Fecha	Descripción
#0	Permisos	-	Previo a desarrollar el trabajo es necesaria la aprobación del centro, el permiso de salida y visita al museo (incluyendo la organización) y el permiso del ayuntamiento para montar <i>stands</i> en la plaza mayor el día indicado.
#1	Activación y exposición del contenido	11/02	Día de inicio de la unidad 3.3 donde verán la actividad introductoria y tras ello se comunicará el diseño del reto, las agrupaciones y la evaluación de forma breve. De esta manera los alumnos y alumnas podrán aprovechar mejor la visita al museo e ir pensando en cómo desarrollarán el proyecto. El resto del tiempo continuaremos con los contenidos propuestos en el ABP.
#2	Seguimiento de contenido	14/02	Se continúa impartiendo los contenidos de matemáticas, artes y emprendimiento propuestos.
#3	Visita al museo de bellas artes	15/02	Visita guiada al museo de bellas artes de Castellón donde los alumnos y alumnas tendrán que documentar aquellos motivos castellonenses que van a trabajar.
#4	Realización	17/02 al 24/02	Desarrollo autónomo del trabajo por parte del alumnado.
#5	Presentación y entrega de los informes	28/02	Se dejará una sesión y un fin de semana entre el fin del ABP y su presentación para que el alumnado pueda acabar en sus domicilios lo que no pudieron en las aulas. Esa sesión se puede utilizar para el Plan de fomento de la lectura. El día 28/02 el ayuntamiento debe haber montado <i>stands</i> (mesas y sillas) en la plaza mayor para que los alumnos y alumnas lleven sus proyectos y puedan explicarlos y venderlos al público mediante su <i>elevator pitch</i> . Durante el día 28 también será efectiva la entrega del informe de grupo para su evaluación.

#6	Evaluación	-	Durante los días restantes el tutor o tutora evaluará el informe, la actitud y evolución del grupo y el proyecto presentado.
----	------------	---	--

Ejemplo de proyecto dentro del ABP

Un ejemplo de proyecto que podría caber dentro de este diseño es generar mediante figuras geométricas hechas en cartón pluma la famosa torre campanario denominada *el fadrí* situada en la plaza mayor. Esta torre de 60 metros construida en 1440 consta de seis anillos octogonales coronados con un campanario con forma triangular.



Figura 4. El *fadrí* de Castellón de la Plana.

El proyecto y el alumnado

El ABP planteado es sencillo en su ejecución y puede complicarse tanto como los alumnos y alumnas lo deseen. Se espera que el alumnado muestre interés no sólo por la parte económica, que resulta sin duda atractiva, sino también por el hecho de realizar una actividad diferente, con conocimientos que salen del área de las matemáticas y donde algunos de ellos pueden desenvolverse mejor.

Anexo V. Trabajo de investigación

Se propone en la unidad 3.1 de semejanza el desarrollo de un trabajo de investigación por parte del alumnado para tratar los hechos de Eupalinos, Tales de Mileto y Euclides para con el uso de la semejanza. A continuación, se detallan las características del trabajo y la rúbrica de evaluación.

Características del trabajo

- **Extensión:** Tendrá un máximo 10 páginas sin contar la portada y un mínimo de 3 páginas sin contar la portada.
- **Formato:** Libre.
- **Tema:** Investigación por parte del alumnado para tratar los hechos de Eupalinos, Tales de Mileto y Euclides para con el uso de la semejanza mostrando el contexto del problema y la solución.
- **Apartados que debe incluir:**
 - Portada: Autor, fecha, título, curso, unidad.
 - Índice: Con título de las secciones y número de página.
 - Introducción: Descripción breve del trabajo, objetivos y resultados. No debe superar una cara de extensión.
 - Resultados: Descripción de los hechos de Eupalinos, Tales de Mileto y Euclides para con la semejanza.
 - Conclusiones: Discurso sobre si se han cumplido los objetivos propuestos.
 - Bibliografía: En formato APA con un mínimo de tres fuentes consultadas.

El trabajo debería discurrir sobre: el túnel que en el 550 a.C. le encargó Polícrates a Eupalinos y la solución que encontró mediante la construcción de triángulos, cómo medía Tales de Mileto la distancia de la costa a un barco y sobre como Euclides medía la altura de una torre con un espejo. No obstante, si el alumnado encontrara otros problemas sería igualmente válido siempre que versen sobre semejanza.

Rúbrica de evaluación

La presente rúbrica ha sido adaptada a partir de la utilizada en la asignatura SAP 504: Aprendizaje y enseñanza de la matemática que es impartida en el Máster universitario en Profesor/a de Educación secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñamiento de Idiomas.

Tabla 12. Rúbrica de evaluación para el trabajo de investigación.

Ítem	Entre 0 y 4	Entre 4 y 7	Entre 7 y 10	Puntuación
Apartados del documento	Faltan 2 apartados de los demandados.	Falta 1 apartado de los demandados.	No falta ningún apartado.	
Corrección	El documento presenta más de 10 incorrecciones y el corrector del editor de texto incluso detecta algunas.	El corrector no es capaz de detectar incorrecciones en la redacción, pero hay al menos 5.	No presenta incorrecciones.	

Cohesión y coherencia	Resulta complejo seguir el hilo de las ideas. Los conectores brillan por su ausencia.	El alumno o alumna utiliza conectores, pero las ideas no están bien ordenadas.	Las ideas siguen un hilo argumental separándose por párrafos. Usa conectores variados.	
Índice	No hay índice.	Existe índice pero falta algún apartado o el número de páginas.	El índice muestra los apartados y subapartados con su número de página.	
Introducción	No hay introducción o faltan los objetivos, resultados o descripción del trabajo.	La introducción contiene lo establecido, pero no se corresponde con el trabajo realizado.	La introducción es un resumen del trabajo y establece los objetivos que más tarde se enumeran en las conclusiones.	
Resultados	No hay resultados o están pobremente descritos sin hacer alusión al contexto o solución matemática.	Los resultados no acaban de explicar bien el contexto o la solución por separado. Es demasiado breve como para entenderlo.	Los resultados tratan el contexto del problema y la solución matemática planteada.	
Conclusiones	No existen o no se corresponden con los objetivos.	Están descritas, pero no muestran puntos fuertes y débiles de la actividad.	Las conclusiones muestran que se han cumplidos los objetivos propuestos y también incluyen una lista o descripción de los puntos fuertes o débiles.	
Bibliografía	No existe bibliografía o no se corresponde con el trabajo escrito. No está en APA.	Existe bibliografía que puede no estar en APA, pero se corresponde con lo escrito.	La bibliografía refleja lo escrito en el trabajo y está en formato APA.	

Anexo VI. Curso de iniciación en GeoGebra

En la unidad 3.2 de Trigonometría se llevará a cabo un breve curso de iniciación a GeoGebra con el objetivo de que el alumnado pueda utilizarlo en un futuro para la resolución de problemas o para aprender nuevos conceptos.

Recursos necesarios

- Aula de informática u ordenador propio
- Acceso a internet
- Guía del curso
- GeoGebra online

Organización de la clase

1. La clase acudirá directamente al aula de informática.
2. Dirigiremos a al alumnado a la [página de tutoriales de GeoGebra](#).
3. Les pediremos que realicen los apartados uno y dos del curso de Tim Brzezinski denominado [GeoGebra Geometry App: Beginner](#).
4. Pediremos al alumnado que resuelva problemas clásicos del tema que pueden encontrar en el libro de texto mediante GeoGebra. Algunos de estos son:
 - Ejercicio 1: Resolver el triángulo que tiene lados $a=36$ cm, $b=36$ cm y $c=26$ cm.
 - Ejercicio 2: Construye un decágono de lado $a=2$ cm.
 - Ejercicio 3: Calcula la medida de los ángulos y lados desconocidos en los siguientes rectángulos:
 - a) Un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 12 cm y esta forma 60° con el cateto menor.
 - b) Un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 11 cm.
5. Comunicar al alumnado la gran cantidad de recursos en GeoGebra a su disposición, algunos de ellos son:
 - a. Geometría
 - [Construcciones de paralelogramos, circunferencias e intersección de polinomios](#)
 - [Geometría métrica](#)
 - [Geometría proyectiva](#)
 - b. Vectores
 - [Geometría analítica](#)
 - [Temario de vectores en GeoGebra](#)
 - c. Otras áreas
 - [Intersecciones, tangram, fases lunares, etc.](#)

Anexo VII. Plan de fomento para la lectura

Durante las prácticas en el IES Juan Bautista Porcar fui testigo del Plan de fomento de la lectura que tenían implementado y consistía en que el alumnado tenía ciertas horas de las asignaturas para la lectura de libros en clase. Es una idea que me interesó y he aplicado a la presente programación ofreciendo una hora de libre lectura por unidad didáctica. El objetivo no es que el alumnado lea el libro entero en las sesiones marcadas, sino que se interesen por la lectura.

Lo más oportuno es dar libertad al alumnado para que lea cualquier libro que sea de su interés. No obstante, se dejará a su disposición un listado de libros cuya temática es la matemática y que es presentado en la asignatura SAP 504: Aprendizaje y enseñanza de la matemática impartida en el Máster universitario en Profesor/a de Educación secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñamiento de Idiomas. De la lista original se exponen aquellos libros cuyo nivel es apto para la ESO.

Listado de libros

1. Título: Andrés y el dragón matemático.
Autor: Mario Campos.
Editorial Laertes.
2. Título: El curioso incidente del perro a medianoche.
Autor: Mark Haddon.
Ediciones Salamandra.
3. Título: El asesinato del profesor de Matemáticas.
Autor: Jordi Serra i Fabra
Editorial: Anaya, 2000.
Colección: Duende Verde.
4. Título: El matemático del rey.
Autor: Juan Carlos Arce.
Editorial: Planeta, 2000.
5. Título: El señor del cero.
Autor: M^a Isabel Molina.
Editorial: Santillana, 2002.
6. Título: Malditas Matemáticas.
Subtítulo: Alicia en el país de los números.
Autor: Carlo Fabretti.
7. Título: Planilandia.
Autor: Edwin A. Abott.
Editorial: Torre de viento, 1999.

Anexo IIX. Visita a museos

Dentro de la presente programación se plantea una visita al Museo de Bellas Artes de Castellón de la Plana con motivo de la preparación del ABP en la unidad 3.3. Las fases que deberían seguirse para la correcta ejecución de este serían las siguientes:

Fase 1: Obtención del permiso del centro

Será necesario avisar a principio de curso al centro para obtener los permisos pertinentes y a los profesores y profesoras de otras asignaturas de la salida para que estructuren sus horarios.

Fase 2: Circular para el alumnado

Se trasladará una circular al alumnado y sus familias que contendrá:

- Día de la visita
- Motivo de la visita
- Día último para hacer el ingreso en cuenta
- Magnitud del ingreso para las entradas y transporte si fuera necesario
- Firma del tutor legal para la salida del alumno o alumna

Fase 3: Aviso al museo para la compra de las entradas y gestión del transporte

Una vez obtenido el dinero necesario, se obtendrán las entradas en el museo y se gestionarán los vehículos necesarios para el transporte si procediera.

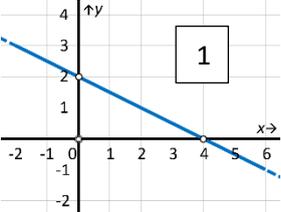
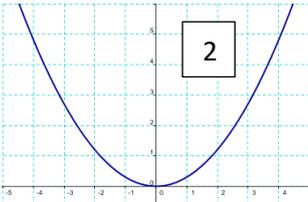
Fase 4: Visita

El día de la visita el alumnado debe tener unos objetivos determinados. En este caso se deben coger ideas de motivos castellonenses para realizar el ABP en las posteriores clases.

Anexo IX. Evaluación diagnóstica o inicial

Las evaluaciones iniciales son pruebas escritas que no afectan a la nota trimestral del alumnado y servirán para conocer el nivel de conocimientos de la clase, las necesidades específicas y los errores que hayan asimilado de otros años. Como ejemplo de este tipo de pruebas, se propone la siguiente evaluación inicial para la unidad 4.1 relativa a funciones.

Tabla 13. Cuestionario para la evaluación diagnóstica inicial de la unidad 4.1.

Cuestionario cualitativo anónimo para recabar información sobre las dificultades, necesidades e ideas de los alumnos de 4.º de la ESO	
<p>Marca entre las siguientes opciones las funciones que representen rectas o parábolas:</p>	
<p> <input type="checkbox"/> $y=mx + n$ <input type="checkbox"/> $y = \log(x)$ <input type="checkbox"/> $y = ax^2 + bx + c$ <input type="checkbox"/> $y = (x - r_1)(x-r_2)$ <input type="checkbox"/> $y = \frac{5}{x-1}$ <input type="checkbox"/> $y = \text{sen}(x)$ <input type="checkbox"/> No sabe, no contesta </p>	
<p>Marca cuál de los siguientes términos es la pendiente en $y=mx + n$:</p>	
<p> <input type="checkbox"/> y <input type="checkbox"/> m <input type="checkbox"/> x <input type="checkbox"/> n <input type="checkbox"/> No sabe, no contesta </p>	
<p>Si tengo dos puntos: $(1,2)$ y $(3,4)$, puedo construir:</p>	
<p> <input type="checkbox"/> Una recta <input type="checkbox"/> Una parábola <input type="checkbox"/> No puedo construir nada <input type="checkbox"/> No sabe, no contesta </p>	
<p>Relaciona cada gráfico con el tipo de función que hay graficada:</p>	
<p> <input type="checkbox"/> $y=mx + n$ <input type="checkbox"/> $y = \log(x)$ <input type="checkbox"/> $y = ax^2 + bx + c$ <input type="checkbox"/> $y = (x - r_1)(x-r_2)$ <input type="checkbox"/> $y = \frac{5}{x-1}$ <input type="checkbox"/> $y = \text{sen}(x)$ <input type="checkbox"/> No sabe, no contesta </p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>1</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>2</p> </div> </div>

Anexo X. Evaluación. Ejemplo de examen.

Examen tipo y rúbrica de evaluación correspondiente diseñados para la unidad 4.1 de funciones.

ALUMNO/A: _____ fecha: XX-XX-202X

NOTA:

1. Contesta razonadamente (hasta 0,5p)

- ¿Qué es una función?
- Dibuja un gráfico que sea una función y otro que no lo sea

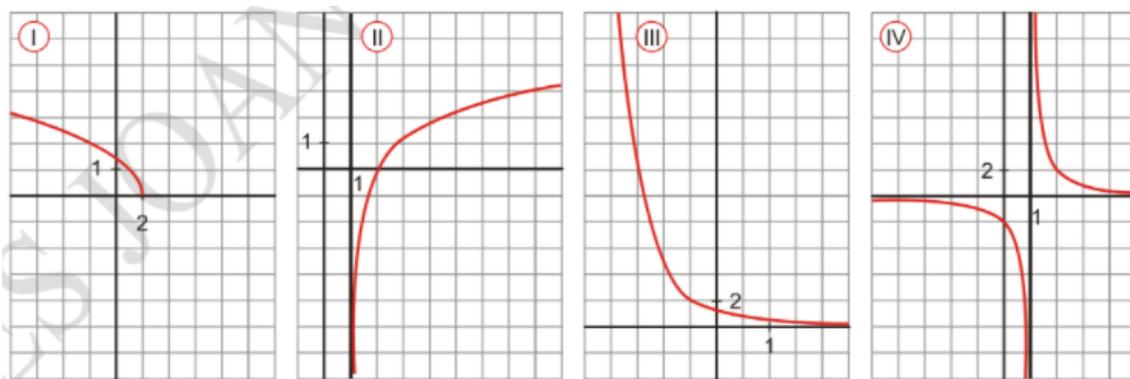
2. Asocia a cada gráfico una de las siguientes expresiones sin hacer una tabla de valores (hasta 0,5p):

$$z(x) = \sqrt{2-x}$$

$$v(x) = 0'2^x$$

$$y(x) = \log_2(x-1)$$

$$u(x) = \frac{2}{x-1}$$



3. Calcula los dominios de (hasta 3p):

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2-16}$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{x}{x+1}}$$

$$h(x) = \frac{\sqrt{x+5}}{x-2}$$

$$k(x) = \ln(x^2 + 2x - 3)$$

$$j(x) = 3x - 5$$

4. Calcula gráfica y analíticamente el punto de corte de las siguientes funciones (hasta 2p):

$$n(x) = x^2 - 2x$$

$$m(x) = 2x - 3$$

5. Sin dibujarla explica de una manera razonada cómo será el gráfico de la función $y = -x^2 + 8x - 16$. Explica también si hi hay un máximo o un mínimo y calcúlalo. (hasta 1p)

6. Representa las funciones indicando el dominio de cada una (hasta 3p):

$$a(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x \leq -2 \\ -1 & \text{si } -2 < x < 1 \\ -x^2 + 4x - 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$b(x) = \sqrt{2-x}$$

$$c(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x + 2$$

Rúbrica de evaluación

Tabla 14. Rúbrica de evaluación para el examen de la unidad 4.1.

	Evaluación
Ejercicio 1	<p>El apartado a) tendrá un valor de 0,25 puntos que se dividirá en 3 partes iguales donde cada parte a puntuar es:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se denomina f del conjunto A en el conjunto B • Relación de dependencia • Correspondencia de los conjuntos única <p>El apartado b) tendrá un valor de 0,25 puntos que se dividirá en 2 partes iguales por cada gráfica correcta.</p>
Ejercicio 2	Cada función asociada correctamente contará un cuarto de la puntuación total del ejercicio.
Ejercicio 3	<p>El valor de las diferentes funciones es f(x) 0,5 puntos, g(x), h(x), k(x) 0,75 puntos respectivamente y j(x) 0,25 puntos</p> <p>En este ejercicio se tendrá en cuenta que si el dominio está mal expresado la puntuación será de 0 puntos.</p>
Ejercicio 4	La parte gráfica contará 1 punto y la analítica otro punto. Se debe tener en cuenta que las gráficas han de estar superpuestas en la parte gráfica, de lo contrario valdrá 0 puntos.
Ejercicio 5	<p>En este ejercicio tendrá un valor de 0,5 puntos el correcto razonamiento de la forma de la función cuadrática y otros 0,5 puntos el cálculo del vértice y la reflexión sobre si es un máximo o un mínimo.</p> <p>La segunda parte del ejercicio no tendrá puntuación si sólo se indica la coordenada de abscisa del vértice.</p>
Ejercicio 6	La puntuación del ejercicio se dividirá en 2 puntos para a(x) y 0,5 puntos para b(x) y c(x) respectivamente. Se dividirá la puntuación de cada función en tres partes de igual valor: dominio, tabla de valores/recta real con intervalos y graficar de manera correcta (asíntotas, intervalos abiertos/cerrados, etc.).

Anexo XI. Cuestionario trimestral de evaluación

El proceso de enseñanza-aprendizaje debe ser un proceso dinámico y evolutivo. No hay clase que sea igual a la anterior pese a que sea de la misma temática. El cuerpo docente debería actualizar y mejorar sus métodos para hacerlos más efectivos y eficaces. Para este propósito resultan útiles los cuestionarios de desempeño docente. Algunos autores como Adrián Daoud de la Universidad Tecnológica nacional de Buenos Aires apuestan por la evaluación de criterios mediante una escala de puntuación del uno al seis. Este método resulta especialmente adecuado si nuestra intención es hacer un tratamiento estadístico de los datos. En la tabla 15 se muestra la tabla que propone en su artículo con una ligera modificación en la forma de puntuar. Adrián escoge una escala de 6 puntos lo que no deja espacio para una puntuación "indiferente" como sería el tres en una escala del uno al cinco.

Tabla 15. Tabla de autoevaluación docente (Daoud, 2007).

ID	Criterio de evaluación	Puntuación				
		1	2	3	4	5
1	Al inicio de la clase comunica los objetivos y/o competencias a lograr.					
2	Realiza clases que aumentan el interés del alumnado por los temas tratados.					
3	Se muestra responsable y trasmite valores que contribuye al desarrollo del alumnado.					
4	Nos estimula cuando mejoramos nuestro rendimiento.					
5	Da explicaciones en clase, fáciles de comprender.					
6	Muestra dominio de la asignatura que enseña.					
7	Promueve en el alumnado el pensamiento crítico y reflexivo.					
8	Muestra una actitud abierta hacia el diálogo con el alumnado.					
9	Inicia y termina sus clases puntualmente.					
10	Atiende las consultas que se le hacen fuera de clase.					
11	Ayuda al alumnado para el logro del autoaprendizaje.					
12	Está dispuesto a aclarar lo que no se entiende en clase.					
13	Motiva a tener una actitud de investigación hacia su materia.					
14	Satisface las expectativas académicas de los alumnos.					
15	Sugiere actividades interesantes relacionadas con la asignatura para realizar en clase.					
16	Muestra disposición por comunicar nuevos descubrimientos relacionados con su materia.					
17	Impulsa el trabajo en equipo.					
18	Califica objetivamente de acuerdo con el rendimiento del alumno o alumna.					
19	Las lecturas y/o ejercicios que propone son útiles para la formación sustantiva.					
20	Al impartir la clase mantiene la atención del alumnado.					
21	Enseña contenidos actualizados y pertinentes al tema en estudio.					
22	Estimula la participación en clase.					
23	Da instrucciones claras cuando asigna un trabajo.					

24	Utiliza los resultados de las evaluaciones para revisar los temas que no se han entendido.					
25	Respecto a la habilidad general para la enseñanza, el docente es: 1. Muy deficiente 2. Deficiente 3. Regular 4. Buena 5. Muy buena					

El problema del anterior método de evaluación es que no permite expresar al alumnado abiertamente sus inquietudes y problemas respecto a nuestra forma de docencia. En esos casos podemos optar por otro modelo de cuestionario más abierto con preguntas que traten temas generales. La tabla 16 muestra un cuestionario tipo para el segundo trimestre que trata esta programación.

Tabla 16. Cuestionario abierto al alumnado para la evaluación docente.

Cuestionario de autoevaluación docente	
Pregunta	¿Qué cambiarías de las clases dadas este trimestre?
Respuesta	
Pregunta	¿Qué es lo que más te ha gustado de todo el trimestre?
Respuesta	
Pregunta	¿Qué es lo que menos te ha gustado de todo el trimestre?
Respuesta	
Pregunta	¿Qué opinión tienes de las ponencias? ¿Te resultan útiles y atractivas?
Respuesta	
Pregunta	¿Sobre qué tema te gustaría que fuese la próxima ponencia?
Respuesta	
Pregunta	¿Repetirías el ABP? Señala ventajas y desventajas que hayas notado
Respuesta	
Pregunta	¿Qué problemas has tenido trabajando en grupo?
Respuesta	
Pregunta	¿Te gusta la <i>flipped classroom</i> ? ¿Por qué? ¿Cómo la mejorarías?
Respuesta	
Pregunta	¿Te parecen útiles los cursos TIC como el de GeoGebra? En caso afirmativo ¿Qué te gustaría aprender el próximo curso?
Respuesta	

En ambos casos, se utilice uno u otro o incluso ambos combinados, debemos respetar la anonimidad del que escribe el cuestionario. Esto les permitirá expresarse abiertamente e incluso más si se utilizan medios electrónicos donde no es reconocible la letra.

Anexo XII. Unidad didáctica 4.1: Funciones.

1. Concepto de función

Def. Función: Forma prototípica (modelo) de un suceso que ocurre en la realidad donde se describen relaciones entre magnitudes. Por ejemplo, la fuerza, que nos relaciona masa y aceleración.

$$(1) f(m, a) = \text{masa} \cdot \text{aceleración}$$

Donde:

- f : Nombre de la función, normalmente en minúscula. Puede encontrarse que en vez de "f" se utiliza la letra "y" pero puede ser cualquiera. Es la variable dependiente.
- (m, a) : Entre paréntesis ponemos las variables de las que depende f separadas por comas. Son variables independientes.
- *Masa, aceleración*: Variables, pues su magnitud varía (a diferencia de las constantes).

Nota:

- A cada valor de las variables independientes le corresponde un único valor de la independiente.

a. Aplicaciones en la vida real

Algunos ejemplos de funciones en la vida real son: un electrocardiograma, la aceleración de un jugador durante un partido de fútbol o la velocidad de un coche con el tiempo.

¿Para qué son necesarias las funciones? Es difícil justificar el para qué de este conocimiento porque forma parte de algo más grande. Por ilustrarlo con un ejemplo, es como querer jugar al fútbol y empezar aprendiendo las dimensiones y nombre de las áreas del campo. ¿Para qué saber las dimensiones? Pues en ese momento puede tener poco valor, pero más adelante es crucial para saber dónde posicionarse cuando te lo indica el entrenador. También en trabajos técnicos es necesario saber modelizar y para ello es necesario dominar las funciones y todo lo que las rodea.

b. Dominio y recorrido

En matemáticas se clasifican los números como sigue (Dibujamos el círculo y damos ejemplos):

- Naturales (N): $0 \dots 1$
- Enteros (Z): $-2, 0, +7$
- Racionales (Q): $\frac{1}{2}$ ó $2,25$.
- Reales (R): $\sqrt{2}$ ó π

Las funciones pueden verse como transformadores de unos números a otros, es decir, cuando sustituyo la x por un número, la función me proporciona otro. De esta manera podemos decir que, de un conjunto inicial de números, la función nos proporciona un conjunto final.

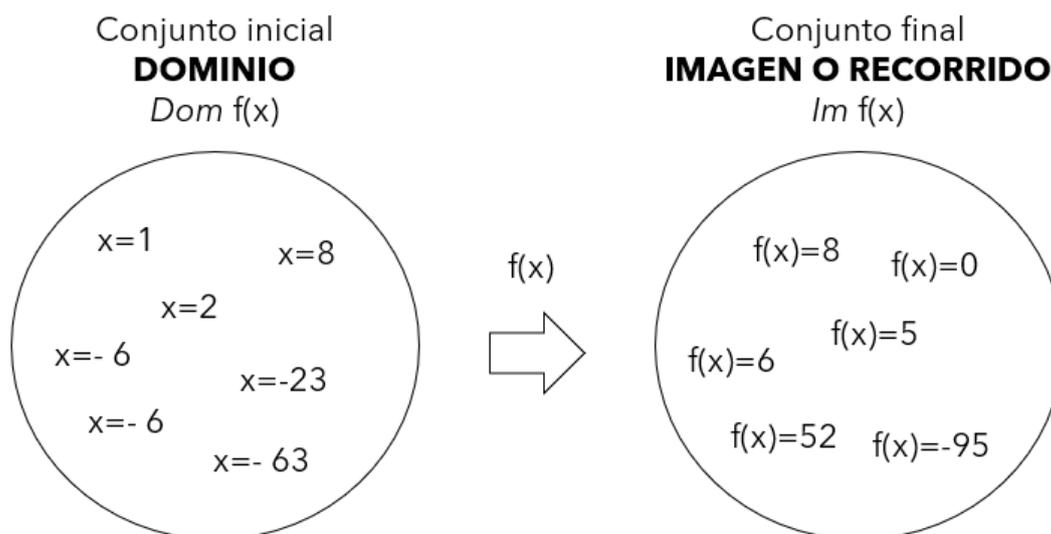


Figura 5. Gráfico de los conjuntos del dominio y recorrido de una función $f(x)$.

Llegados a este punto nos preguntamos si en todas las funciones vamos a poder sustituir x por cualquier número o si el conjunto final e inicial siempre será el de todos los números reales.

Ejemplo: Al sustituir x por 1 en la siguiente función se obtiene $0/0$ (al alumado debe indicarse que no se obtiene nada porque no existe la imagen para ese valor). Es por eso por lo que decimos que el 1 no pertenece al dominio de la función.

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + x - 2}$$

Cada función tendrá un dominio y un recorrido propios que no tiene por qué coincidir con todo el conjunto de los números reales.

c. Funciones reales y de variable real

Def. Función Real: Diremos que $f(x)$ es una función real si el conjunto final es el de los números reales.

Def Función real de variable real: Diremos que $f(x)$ es una función real de variable real si el conjunto inicial y final son el conjunto de los números reales.

d. Formas de representar una función: tablas, texto, expresión algebraica y gráfica.

Las tablas, el texto, las expresiones algebraicas y las gráficas son 3 formas de ver el mismo concepto.

Ejemplo: Partiendo de el enunciado de una función lineal, generar una tabla, representarla en el plano y finalmente ajustar un modelo. Finalmente calcula el dominio y su recorrido.

Enunciado: A cada número le hago corresponder su doble menos 1.

Damos valores a lo que nos indica el enunciado

X	-5	-2	0	2	5
Y	-11	-5	-1	3	9

Situamos los puntos sobre el plano cartesiano y los unimos generando la función

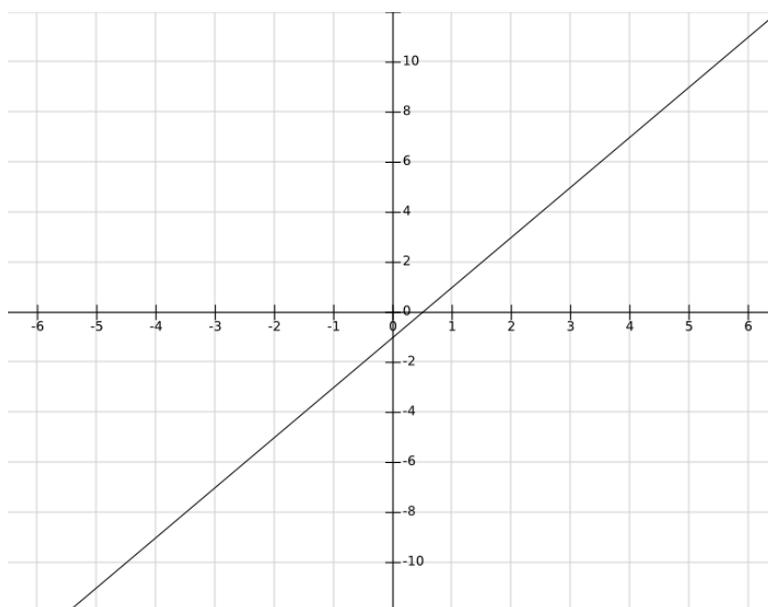


Figura 6. Representación gráfica de una función mediante enunciado.

Generamos la función a partir del enunciado $y = 2x - 1$. Si se reconoce la forma de la función en alguno de los modelos que ya existen podemos obtener su expresión específica.

Avisos y dificultades:

- Una característica de las funciones es que a cada valor de la variable o variables independientes dentro del Df sólo le corresponde uno de la variable dependiente. En otras palabras, para un valor del eje de abscisas que pertenezca al dominio, sólo existe un valor del eje de ordenadas.

2. Tipos de funciones

A continuación, se presentarán los tipos de funciones que vamos a utilizar en 4.º de la ESO para que sean reconocibles. No se entregará una hoja, se pensará entre todos qué formas tienen. Detallar que en las próximas sesiones se irán viendo una a una sus características. Hay que recordar que lo que se describe a continuación, son las formas generales de los modelos.

- Función polinómica de primer grado (función lineal)

$$y = mx + n$$

- Función polinómica de segundo grado (función cuadrática)

$$y = ax^2 + bx + c$$

- Función racional

$$y = \frac{k}{x-a} + b \text{ preferiblemente presentar } y = \frac{1}{x}$$

- Función exponencial

$$y = a^{(x+b)} + c \text{ (aunque es mejor sin desplazamientos } y = a^x)$$

- Función logarítmica

$$y = \log_a(x + b) + c \text{ (aunque es mejor sin desplazamientos } y = \log_a(x))$$

- Funciones trigonométricas: Seno, Coseno y Tangente

$$y = \text{sen}(x) \quad y = \text{cos}(x) \quad y = \text{tan}(x)$$

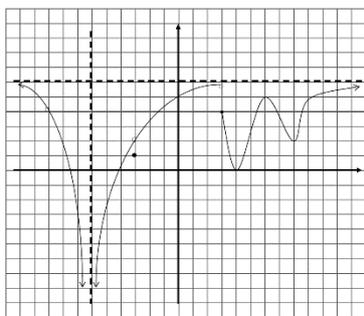
- Funciones definidas a trozos

$$y = \begin{cases} x - 3 & \text{si } x \leq 0 \\ 2 & \text{si } 0 < x < 3 \\ -x & \text{si } 3 \leq x \end{cases}$$

- Funciones de valor absoluto

$$y = |x|$$

3. Descripción cualitativa de la función graficada



Tomar un tiempo para ver las características de la función de manera gráfica. Una descripción podría ser:

La función hace un valle que está separado por una línea discontinua (asíntota, marca valores a los que la función se acerca, pero no toca) y la misma línea aparece arriba. Puedo observar dos puntos extraños donde la función toma otro valor o donde parece que esté en blanco. Finalmente, la función hace unas curvas y desaparece.

Indicar en este momento que tanto las asíntotas como los puntos extraños son denominados puntos de discontinuidad.

4. Identificación del dominio (Df o Domf) y recorrido (Rf o Imf)

Dominio: Identificamos los valores de la variable independiente para los cuales la función está definida.

$$Df = \mathbf{R} - \{-6, -9\} =]-\infty, -9[\cup]-9, -6[\cup]-6, +\infty [$$

Nota:

- $[]$ será intervalo cerrado y se optará por $]$ para el abierto y no $()$ para no confundirlo con un par ordenado de elementos, aunque su uso sea correcto y se acepte.
- Los $\{ \}$ se utilizarán para elementos sueltos siempre separados por comas y nunca para indicar intervalos por ejemplo la expresión $\mathbb{R} - \{]-6, -9[\}$ es errónea.

Imagen: Identificamos los valores de la variable independiente para los cuales está definida. En concreto es como "aplastar la función" en el eje de ordenadas.

$$R_f = \mathbb{R} -]6, +\infty [$$

Nota:

- En los puntos en blanco parece que no exista un valor de la variable dependiente, pero es para un valor de x determinado, otros valores de x pueden suplir ese hueco por eso la importancia de "proyectar la función".

5. Continuidad y puntos de corte con los ejes

Puntos de corte

Los puntos de corte con el eje de abscisas cumplen que $f(x) = 0$ y los del eje de ordenadas que $x = 0$.

Los puntos de corte de la gráfica son:

- Abscisas: $(-4, 0)$ $(-7, 5)$ $(4, 0)$
- Ordenadas: $(0, 5)$

Si tuviéramos una función $y = x^2 + 3x + 2$ bastaría con calcular los puntos para los cuales $y = 0$ y el punto para el cual $x=0$. Los puntos son $x=-1$ y $x=-2$ cuando la $y = 0$. El punto cuando la $x=0$ es $y=2$.

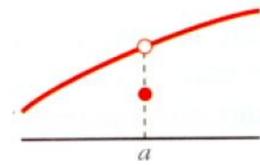
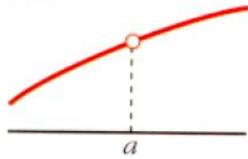
Continuidad

De manera informal diremos que una función es continua en un intervalo (a, b) si podemos dibujarla sin levantar el lápiz del papel.

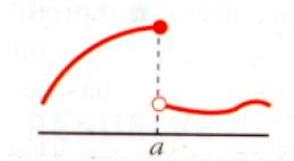
Ejemplo: La función que estamos estudiando si se toma el intervalo $(-10, 10)$ cuando llegamos a $(-9, 4)$ se debe levantar el lápiz del papel para respetar el espacio en blanco por tanto ahí ya no es continua, sino que es discontinua. Lo mismo ocurre con la asíntota.

Hay varios tipos de discontinuidad, sólo se os exige en 4.º de la ESO conocer su forma y saber identificarlas.

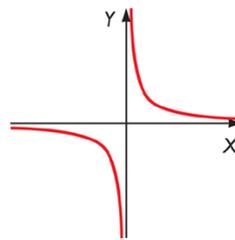
- Discontinuidad evitable \rightarrow Asociada a puntos
 - La función no está definida en $x=a$
 - La función está definida en $x=a$, pero su imagen está desplazada.



- Discontinuidad de salto finito
 - La función tiene un salto en $x=a$



- Discontinuidad de salto infinito o asíntota
 - La función tiene una asíntota **vertical** en $x=a$



Ejercicio: Nombrar las discontinuidades de la gráfica de izquierda a derecha

- Evitable
- De salto infinito
- Evitable
- De salto finito

6. Monotonía y extremos

Def Monotonía: Estudio de los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función, es decir, estudiar cuando una función "va hacia arriba" o cuándo va "hacia abajo". Estrictamente hablando los intervalos son definidos en el Domf y el crecimiento o decrecimiento se corresponde con la imagen de la función en dicho intervalo, de la manera siguiente:

- Función creciente

$f(x)$ es creciente en un intervalo (a, b) si $\forall x_1, x_2 \in (a, b)$ donde $a < x_1 < x_2 < b$ se cumple: $f(x_1) < f(x_2)$.

Ejemplo: Dibujar un intervalo creciente e ir marcando lo que nos dice la definición.

- Función decreciente

$f(x)$ es decreciente en un intervalo (a, b) si $\forall x_1, x_2 \in (a, b)$ donde $a < x_1 < x_2 < b$ se cumple: $f(x_1) > f(x_2)$. ¡Sólo cambia el signo $>, <!$

Ejemplo: Dibujar un intervalo creciente e ir marcando lo que nos dice la definición.

Ejercicio: Detectar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

- Creciente: $(-6,-3) \cup (-3,4) \cup (4,6) \cup (8, +\infty)$
- Decreciente: $(-\infty, 9) \cup (-9,-6) \cup (3, 4) \cup (6, 8)$

Def Extremos: Puntos donde la función pasa de ser creciente a decreciente y viceversa. Los podemos clasificar de la siguiente manera:

- Extremos
 - Máximos
 - Relativos
 - Absolutos
 - Mínimos
 - Relativos
 - Absolutos

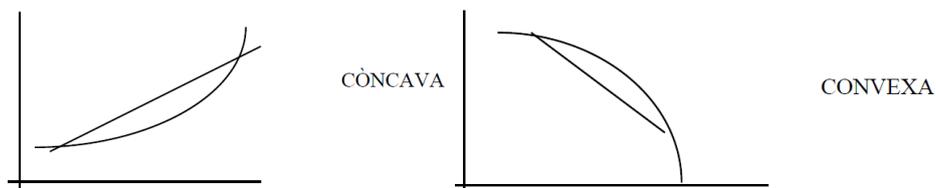
La diferencia entre relativo o absoluto es que un máximo absoluto siempre será el máximo más grande en magnitud de toda la función mientras que los relativos son máximos en ciertos intervalos de la función, pero en otros entornos podrá haber algún punto del dominio que tenga una imagen de mayor magnitud.

Ejercicio: Detectar los máximos y mínimos de la función

- Máximos
 - Relativos $\rightarrow (6, 5)$
 - Absolutos \rightarrow No hay
- Mínimos
 - Relativos $\rightarrow (4,0)$ y $(8,2)$
 - Absolutos \rightarrow No hay

7. Curvatura y puntos de inflexión

Las funciones cuando crecen y decrecen forman curvas que podemos identificar como cóncavas o convexas.



Def de concavidad: Una f es cóncava en un intervalo (a,b) definido en el dominio cuando su gráfico queda por debajo de la recta que une las imágenes a y b .

Nota:

- Sólo debe haber un extremo relativo sino habría otros intervalos de curvatura

Def de convexidad: Una f es convexa cuando el gráfico queda por encima.

Def de punto de inflexión: Punto (x, y) donde la función cambia de tipo de curvatura.

Ejercicio: Detectar intervalos de concavidad y convexidad en la gráfica además de los puntos de inflexión.

- Concavidad: $(3'5, 5) \cup (7'2, 6'5)$

- Convexidad: $(-\infty, -6) \cup (-6, -3) \cup (3, 3'5) \cup (5, 7'2) \cup (8'5, \infty)$

8. Simetría

Def. Simetría: Correspondencia exacta en la disposición de los puntos de una figura con relación a un eje.

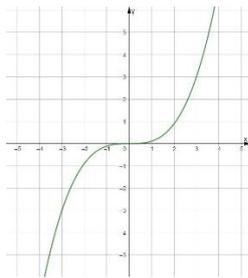
La simetría de funciones permite reducir el estudio de la función a una parte de la simetría. Sólo se trabajará con funciones que son simétricas con los mismos ejes de coordenadas (dibujar un ejemplo). Hay dos tipos de simetría:

- Simetría impar

Def. Simetría impar: Una función $f(x)$ es simétrica respecto al origen de coordenadas (es decir respecto al eje de abscisas) si:

$$\forall x \in \text{Dom}f \quad f(-x) = -f(x)$$

Ejemplo: $f(x) = x^3$

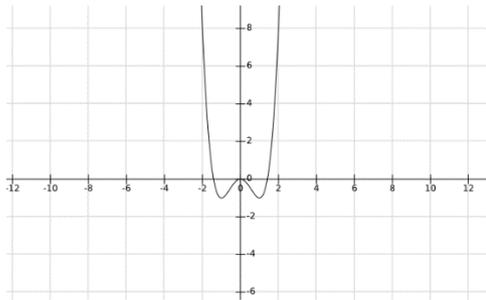


$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^3 \\ f(-x) = (-x)^3 = -x^3 \\ -f(x) = -x^3 \end{array} \right\} \Rightarrow f \text{ impar}$$

- Simetría par

Def. Simetría par: Una función $f(x)$ es simétrica respecto del eje de ordenadas si:

$$\forall x \in \text{Dom}f \quad f(-x) = f(x)$$

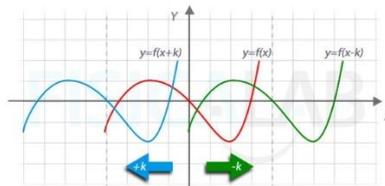


$$\left. \begin{aligned} f(x) &= x^4 - 2x^2 \\ f(-x) &= (-x)^4 - 2(-x)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f \text{ par ell}$$

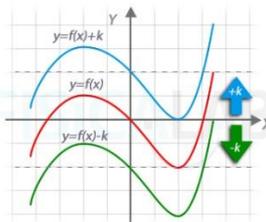
9. Desplazamiento de funciones

Mostramos el efecto de la suma de una constante a la coordenada "x" e "y".

- Desplazamientos en el eje de abscisas:



- Desplazamiento en el eje de ordenadas



10. Periodicidad

Para explicar la periodicidad sería recomendable recordar la circunferencia goniométrica expresando los ángulos en radianes y dibujar en la pizarra 2 vueltas. Una vez dibujada explicar la periodicidad.

Def. Periodicidad: Una función $f(x)$ es periódica con periodo T si existe un número real positivo que cumple que:

$$\forall x \in \text{Dom}f \quad f(x + T) = f(x)$$

Función seno y su periodo.

