



Màster Universitari en Professor/a  
d'Educació Secundària Obligatòria  
i Batxillerat, Formació Professional  
i Ensenyaments d'Idiomes

# Ajedrez y Matemáticas para socializar dentro y fuera del aula, en primer ciclo de ESO

Autor: Noelia López Sáez  
Especialidad: Matemáticas, curso 2019/2020  
Tutor TFM: Pablo Juan Verdoy

## **RESUMEN**

Este documento es un trabajo final del Máster Universitario de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de idiomas, dentro de la especialidad de matemáticas. Más concretamente, este TFM se incluye dentro de la categoría de materiales.

Cómo indica su título, Ajedrez y Matemáticas para socializar dentro y fuera del aula, para primer ciclo de ESO, vamos a mostrar una serie de materiales didácticos desarrollados a partir del ajedrez muy útiles para utilizar en la asignatura de matemáticas de primer ciclo de ESO. También mostraremos cómo estos materiales pueden ser útiles en otras asignaturas como la nueva asignatura de ámbito científico que se plantea crear en primero de ESO para el próximo curso. Todos los materiales de este trabajo pueden ser utilizados en formato presencial y en formato on-line.

Mostraremos el ajedrez como elemento transversal que permite ayudar a socializar a alumnos con dificultades de integración, mediante un programa creado en el departamento de orientación del IES Penyagolosa y llevado a cabo en el mismo centro con bastante éxito.

**PALABRAS CLAVE:** Ajedrez, Matemáticas, primer ciclo ESO, elementos transversales, Materiales didácticos, TIC.

## Contenido

1.INTRODUCCIÓN.....	1
2.OBJETIVOS .....	2
2.1. OBJETIVOS GENERALES PARA EDUCACIÓN SECUNDARIA.....	2
2.2. OBJETIVOS PARA PRIMER CICLO DE ESO.....	4
2.3. OBJETIVOS PARA LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS PARA EL PRIMER CICLO DE ESO .....	5
3.JUSTIFICACIÓN.....	8
4.MARCO TEÓRICO.....	10
4.1. RELACIÓN MATEMÁTICAS-AJEDREZ A LO LARGO DE LA HISTORIA.....	10
4.2.USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS EN MATEMÁTICAS .....	13
4.3. AJEDREZ, MATEMÁTICAS Y TIC'S .....	14
4.3.1. PORTALES Y APLICACIONES PARA JUGAR A AJEDREZ.....	16
5.ELEMENTOS TRANSVERSALES .....	18
5.1. AJEDREZ COMO MATERIAL DUA EN EL AULA DE MATEMÁTICAS .....	18
5.2. AJEDREZ FUERA DEL AULA DE MATEMÁTICAS.UNA SITUACIÓN REAL.....	19
5.2.2. EL AJEDREZ PARA SUPERAR BARRERAS .....	20
6. MATERIALES PARA EL AULA DE MATEMÁTICAS .....	22
6.1. CONTEXTO DE APLICACIÓN .....	22
6.2. SECUENCIACIÓN.....	23
6.3. ACTIVIDADES.....	24
6.3.1. DADOS.....	25
6.3.2. HEXÁGONO.....	26
6.3.3 EL TABLERO .....	27
6.3.4.LAS PARTIDAS .....	30
6.3.5. LAS PIEZAS .....	31
6.3.6. EL TABLERO CARTESIANO .....	33
6.3.7. EL TABLERO Y PITAGORAS .....	34
6.3.8. EL TABLERO MÁGICO DE ORDEN 8.....	35
6.4. USO MÚLTIPLE DE LOS MATERIALES.....	36
6.5. MATERIALES DE AMPLIACIÓN.....	37
7. CONCLUSIONES.....	42
8. REFERENCIAS .....	43
9.ANEXO.....	45

## 1.INTRODUCCIÓN

Como estudiante de secundaria, es fácil ver la parte lúdica de muchas asignaturas; hay anécdotas históricas que nos la hacen más amena, hay lecturas y películas que nos permiten trabajar el lenguaje de forma divertida en cualquier idioma, hay experimentos que nos hacen divertida la biología y la geología y no es necesario hablar de la informática o de las artes plásticas que ofrecen infinitas formas divertidas de jugar y aprender. Pero cuando hablamos de las matemáticas, todo parece más complicado parece que no hay forma amena de practicar las capacidades matemáticas.

Pero sí, hay un juego con el que poder ejercitar nuestras capacidades matemáticas sólo jugando, el ajedrez. Seguramente existen más juegos, pero el ajedrez es el más antiguo de ellos, el juego matemático por antonomasia por sus infinitas posibilidades. Permite juegos aritméticos, de estrategia, de probabilidad, de estadística...Y aunque hoy en día la era de la tecnología nos caracteriza por no tener paciencia, siempre podemos tener partidas rápidas y online, incluso con jugadores del otro lado del mundo o con la propia máquina.

Gracias a la relación ajedrez - matemáticas, podremos ofrecer toda una serie de materiales utilizables durante la asignatura de matemáticas en secundaria que permitan trabajar las siete competencias claves de manera más amena.

Además, el ajedrez puede ser utilizado para otros fines, como la socialización de alumnos, cosa que también incide positivamente en la motivación para la asistencia a clase del alumnado.

El ajedrez tiene una dualidad muy interesante ya que, si bien es un juego muy antiguo, es el único deporte que puede practicarse online por lo que tiene gran relación con las TIC. Es decir, el ajedrez nos permite desarrollar materiales tanto palpables como virtuales.

Esta dualidad, junto con sus beneficios demostrados para el desarrollo de la competencia matemático-científica, serán la base para el desarrollo de materiales para el aula de matemáticas en primer ciclo de secundaria, en este trabajo.

## 2.OBJETIVOS

### 2.1. OBJETIVOS GENERALES PARA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Las orientaciones de la Unión Europea insisten en la necesidad de la adquisición de las **competencias clave** por parte de la ciudadanía como condición indispensable para lograr que los individuos alcancen un pleno desarrollo personal, social y profesional que se ajuste a las demandas de un mundo globalizado y haga posible el desarrollo económico, vinculado al conocimiento

DeSeCo, (Definition and Selection of Competencies, proyecto de la OCDE, Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos en referencia a la educación en los países desarrollados) (2003) definió el concepto competencia como “la capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada”. Las competencias, por tanto, se conceptualizan como un “saber hacer” que se aplica a una diversidad de contextos académicos, sociales y profesionales. Para que la transferencia a distintos contextos sea posible, resulta indispensable una comprensión del conocimiento presente en las competencias y la vinculación de éste con las habilidades prácticas o destrezas que las integran.

Dado que el aprendizaje basado en competencias se caracteriza por su transversalidad, su dinamismo y su carácter integral, el proceso de enseñanza-aprendizaje competencial debe abordarse desde todas las áreas de conocimiento y por parte de las diversas instancias que conforman la comunidad educativa, tanto en los ámbitos formales como en los no formales e informales. Su dinamismo se refleja en que las competencias no se adquieren en un determinado momento y permanecen inalterables, sino que implican un proceso de desarrollo mediante el cual los individuos van adquiriendo mayores niveles de desempeño en el uso de las mismas.

Las competencias clave en el Sistema Educativo Español, tal y como son enumeradas y descritas en la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato, son las siguientes:

- a) Comunicación lingüística.
- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- c) Competencia digital.
- d) Aprender a aprender.
- e) Competencias sociales y cívicas.
- f) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.
- g) Conciencia y expresiones culturales.

Por tanto, cualquier actividad, unidad didáctica, proyecto o programa que se lleve a cabo en cualquier centro de secundaria ha de tener siempre presente el desarrollo de estas siete competencias básicas por parte del alumnado.

Utilizar el ajedrez como herramienta educativa durante la secundaria nos permite trabajar todas las competencias de la forma que sigue:

- a) Comunicación lingüística: para poder aprender y enseñar a jugar al ajedrez se requiere la comprensión de unas reglas que se pueden proporcionar de forma escrita u oral, el hecho de ser capaz de jugar (mover todas las piezas, respetar los turnos, utilizar las palabras *jaque* y *jaque mate* cuando es preciso) es una señal inequívoca de que se han comprendido las reglas.
- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: si hay algún juego que permita trabajar la competencia matemática en todas sus facetas, es el ajedrez, desde la aplicación de la lógica al estudio de las probabilidades, pasando por una gran cantidad de relaciones matemáticas derivadas del tablero y las piezas, por sus valores, sus movimientos, etc...
- c) Competencia digital: El ajedrez es un juego que puede integrarse muy fácilmente con las nuevas tecnologías. De hecho, es el único deporte que puede practicarse por Internet.
- d) Aprender a aprender: una vez se saben las reglas y se empieza a jugar, nunca hay dos partidas iguales, bien porque los contrincantes son diferentes, bien porque si son los mismos contrincantes intentan no repetir jugadas para no cometer los mismos errores. Por todo esto, esta competencia se trabaja cada vez que se juega una partida nueva.
- e) Competencias sociales y cívicas: El ajedrez es un juego con unas reglas muy claras que se han de respetar para jugar correctamente. El hecho de hacer una jugada cada uno independientemente de hacerlo bien o mal, es importante para fomentar el respeto hacia el contrincante. Por otro lado, todas las piezas con sus movimientos contienen segundas lecturas, por ejemplo, los peones son las piezas con menos valor, pero si consiguen llegar a la parte contraria del tablero se pueden convertir en la pieza que el jugador quiera, normalmente dama por su gran valor. La segunda lectura de esta situación sería que cualquiera puede ser lo que quiera si llega a esforzarse lo suficiente.
- f) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: en cualquier centro educativo de secundaria se puede montar un club de ajedrez, y pueden hacerlo los estudiantes solos o con ayuda de algún profesor. La finalidad del club no tiene por qué ser necesariamente competitiva, puede ser también colaborativa.
- g) Conciencia y expresiones culturales: el origen del ajedrez es difuso, y al mismo tiempo es muy antiguo. Es un juego que está presente en muchas culturas, y si bien las reglas son las mismas en todas partes, todas las culturas han dejado su impronta en el juego a través de las piezas. Las piezas representan diferentes figuras de diferentes sociedades a lo largo del tiempo. Por tanto, podemos conocer nuestra historia y la de otras culturas a través del ajedrez.

## 2.2. OBJETIVOS PARA PRIMER CICLO DE ESO

El artículo 23 de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE), establece que la Educación secundaria obligatoria contribuirá a desarrollar en los alumnos y alumnas las capacidades que les permitan:

a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.

d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.

j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.

k) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente

los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.

l) Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

Como podemos observar, los objetivos para primer ciclo no difieren demasiado de los objetivos generales para educación secundaria. De hecho, se trata de una especificación de los objetivos generales, vistos en el punto anterior, teniendo en cuenta el estado desarrollo mental del alumnado con el que nos encontramos.

Hemos comprobado que el uso del ajedrez como recurso educativo permite trabajar las siete competencias clave, por tanto, su uso también permite alcanzar los objetivos generales que se persiguen en el primer ciclo de educación secundaria.

### 2.3. OBJETIVOS PARA LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS PARA EL PRIMER CICLO DE ESO

Según el RD 1105/2014, los objetivos para primer y segundo curso de ESO en la asignatura de matemáticas son comunes, es decir los objetivos de curso y del ciclo se confunden en uno solo, por eso en este trabajo todos los materiales van dirigidos al primer ciclo y no únicamente a un curso. Los objetivos específicos son los siguientes:

1. Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.
2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.
3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones.
4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.
5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación.
6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.
7. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o contruidos.
8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.
9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.
10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras.



11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.
12. Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.

Utilizando el ajedrez como recurso didáctico para conseguir estos objetivos, obtenemos lo siguiente:

1. Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema: Este objetivo es fácilmente trabajable pidiendo al alumnado que nos expliquen las diferentes jugadas que realiza durante una partida de ajedrez.
2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. En este caso el ajedrez es un juego de estrategia, mentalmente vemos las posibles jugadas a realizar y elegimos la que nos resulte más conveniente.
3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones. El aprendizaje de los movimientos de cada una de las diferentes piezas que conforman el juego ya cumple este objetivo por sí sólo.
4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc. El análisis de diferentes formas de acabar las partidas, llamados “mates básicos”, es una forma muy efectiva de trabajar éste objetivo.
5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación. En este caso la organización de un pequeño torneo nos sería muy útil para el análisis de datos que se pide para alcanzar este objetivo.
6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. El simple uso del tablero y las piezas nos permite obtener recursos para este caso.
7. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o contruidos. El hecho de que el tablero sea limitado nos permite realizar modelos con limitaciones y a continuación intentar extrapolarlos a otras situaciones más amplias.
8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático. El simple hecho de jugar a este juego que no se basa en el azar sino en la aplicación de

la lógica matemática y la estrategia, permite dichos desarrollos de una forma inconsciente pero efectiva.

9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas. El hecho de presentar el ajedrez como un juego permite al alumnado estar más receptivo al no percibir su uso como trabajo extra.
10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras. Este objetivo es una característica del ajedrez ya que no hay dos partidas iguales, aunque repitamos contrincante, debemos aprender de la partida anterior para conseguir mejores resultados en la siguiente.
11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas. Este punto es el más importante para nuestro trabajo ya que es imprescindible que los materiales que aportemos lo cumplan.
12. Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción. El ajedrez es el único deporte que se puede practicar online (W1) y gracias a la poca o nula influencia del azar en su estructura es muy adaptable para usar a través de cualquier herramienta tecnológica.

### 3.JUSTIFICACIÓN

El 13 de marzo de 2012 el Parlamento Europeo aprobó el programa “Ajedrez en la Escuela”. (W2) Las bases para su aprobación fueron las siguientes:

A. El Tratado de Funcionamiento de la Unión Europea, en su artículo 6, estipula que el deporte es uno de los ámbitos en los que «la Unión dispondrá de competencia para llevar a cabo acciones con el fin de apoyar, coordinar o complementar la acción de los Estados miembros».

B. El ajedrez es un juego accesible para los niños de cualquier grupo social, podría mejorar la cohesión social y contribuir a los objetivos políticos, tales como la integración social, la lucha contra la discriminación, la reducción de las tasas de delincuencia e incluso la lucha contra diferentes adicciones.

C. Sea cual sea la edad del niño, el ajedrez puede mejorar su concentración, paciencia y persistencia y puede ayudarle a desarrollar el sentido de la creatividad, la intuición, la memoria y las competencias, tanto analíticas como de toma de decisiones; que el ajedrez enseña asimismo valores tales como la determinación, la motivación y la deportividad.

El programa “Ajedrez en la escuela” permite aportar fondos a las escuelas de los países miembros, para el fomento y participación en programas de aprendizaje y perfeccionamiento del ajedrez.

El hecho de que este programa fuera aprobado con el apoyo mayoritario de la cámara, contribuye a confirmar que el ajedrez es una herramienta útil y beneficiosa para proceso de aprendizaje de los niños.

En España hay numerosos programas piloto de inclusión del ajedrez como asignatura en horario lectivo en las escuelas, los resultados de estos programas piloto fueron muy buenos. De hecho, todos estos buenos resultados fueron la base para que en 2015 el parlamento español de forma unánime, votara a favor de la aplicación “Ajedrez en la Escuela” creado y aprobado en 2012 por el parlamento europeo.

El programa “Ajedrez en la escuela” ha sido aplicado a numerosas escuelas en todo el territorio español gracias a los fondos europeos, los resultados obtenidos en general son positivos. Los alumnos de ajedrez educativo han desarrollado más su inteligencia, incluida la emocional, y han mejorado su rendimiento académico, sobre todo en matemáticas y comprensión lectora. Ese convencimiento se basa principalmente en lo que observan cada vez que visitan los centros implicados, pero también en que tales resultados coinciden mucho con los de otros estudios publicados, como los realizados en Tenerife, Trier (Alemania) y Aarhus (Dinamarca). (W3)

Pero la aplicación del ajedrez en las aulas tiene ciertos problemas, además de la escasez de docentes capacitados para utilizar el ajedrez como herramienta educativa, el otro punto negro del asunto es que muchas experiencias de enorme interés no van acompañadas de estudios científicos bien diseñados y rigurosos, que sin duda darían un respaldo académico mucho mayor a los resultados. El prestigioso investigador suizo Fernand Gobet, ex ajedrecista y catedrático de Psicología Cognitiva en la Universidad de Liverpool, señala que algunas de las virtudes que se atribuyen al ajedrez aún no han sido demostradas

científicamente. Por ejemplo, que la memoria a corto plazo que los jugadores desarrollan mucho sea transferible a otros ámbitos de la vida normal. (W3)

Pero no se requiere estudio científico alguno para asegurar categóricamente que el ajedrez desarrolla, por ejemplo, la atención, la concentración y el pensamiento lógico; y también que enseña a prever las consecuencias de nuestros actos; aún más importante recalcar que no es necesario quitar otra materia del currículo para introducir el ajedrez, porque éste puede emplearse de manera transversal en todas las asignaturas, de hecho, su uso permite trabajar las siete competencias clave. (W3)

Por otro lado, el RD 1105/2014 en línea con la Recomendación 2006/962/CE del Parlamento Europeo y del Consejo, de 18 de diciembre de 2006, sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente, se basa en la potenciación del aprendizaje por competencias, integradas en los elementos curriculares para propiciar una renovación en la práctica docente y en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Se proponen nuevos enfoques en el aprendizaje y evaluación, que han de suponer un importante cambio en las tareas que han de resolver los alumnos y planteamientos metodológicos innovadores.

El rol del docente es fundamental, pues debe ser capaz de diseñar tareas o situaciones de aprendizaje que posibiliten la resolución de problemas, la aplicación de los conocimientos aprendidos y la promoción de la actividad de los estudiantes.

Por todo esto la creación de materiales didácticos a partir del ajedrez para su uso en la educación secundaria, resulta fundamental y totalmente en línea con el espíritu de la ley de educación vigente.

## 4. MARCO TEÓRICO

### 4.1. RELACIÓN MATEMÁTICAS-AJEDREZ A LO LARGO DE LA HISTORIA



Figura 1: Imagen sobre la leyenda de creación del ajedrez. (W0)

La invención del ajedrez se remonta, al siglo VI d.C., en el valle del Indo sobre la base de otros juegos, como el *chaturanga* o juego de los ejércitos. El juego llegó a la península Ibérica de la mano de los musulmanes que invadieron la península en el 711 d.C. También se extendió por toda Europa. Pero el ajedrez también ha ido evolucionando, de modo que (W4) el ajedrez moderno, con las reglas actuales tal y como lo conocemos, se inventó en España, más concretamente en Valencia a finales del siglo XV, de hecho, la figura de la reina adquiere las características que tiene actualmente porque para su creación se inspiraron en la figura de la reina Isabel la Católica.

Según R.Villar Pajares (2010) la práctica del ajedrez induce a la práctica de las matemáticas y viceversa. Este vínculo corresponde principalmente con los procesos dialécticos y ontológicos (abstracción, memoria, análisis, creatividad, planificación, estrategia, intuición) generados a la hora de buscar soluciones en los problemas que surgen en ambos casos.

De hecho, la primera relación directa ajedrez matemáticas la encontramos en la leyenda de la propia creación del juego.

Según la leyenda, un rey ofreció cualquier cosa a quien fuera capaz de crear un juego que le agradase. Apareció un inventor que, tras conseguir crear dicho juego, pidió como pago una cantidad de granos de trigo suficiente para cubrir el tablero del juego, de modo que en la primera casilla se pusiera un grano de trigo, en la segunda casilla dos granos en la tercera cuatro y así sucesivamente, es decir en cada casilla el doble de la anterior hasta llegar a la última casilla. El Rey aceptó y llamó a sus hombres de ciencia para que calcularan la cantidad exacta y procedieran al pago. Los hombres de ciencia del Rey se pusieron a calcular y observaron que la cantidad era:  $1+2^1+2^2+2^3+\dots+2^{63}=2^{64}-1$ , esta cifra corresponde a un número de 20 cifras en el sistema actual y para poder pagarla se necesitaban de muchas cosechas, por tanto, era inasumible para el reino dicho pago. Pero la leyenda no acaba aquí, ya que hay una segunda parte menos conocida en la que los hombres de ciencia del Rey utilizaron el razonamiento del inventor para salvar la situación del pago. Dijeron al

inventor que el pago lo realizarían para un número infinito de casillas y llamaron G a la cantidad de granos de trigo que había que pagar de modo que  $G = 1+2+4+8+16+32+\dots$  si realizamos una pequeña redistribución de términos,  $G = 1+2*(1+2+4+16+\dots)$  por tanto  $G = 1+2G$  y si resolvemos la ecuación obtenemos  $G = -1$  por tanto el inventor le debía un grano de trigo al Rey. R. Villar Pajares (2010)

Si bien esta leyenda nos muestra la primera relación directa ajedrez-matemáticas, hay numerosos estudios que relacionan ambos conceptos, como podemos apreciar en la siguiente tabla obtenida del artículo de J. Gairín Sallán y J. Fernández Amigo publicado en Tendencias Pedagógicas en 2010. (W5)

Como podemos observar la relación ajedrez matemáticas es innegable y beneficiosa para el alumnado en general, por lo que en base a esto podemos desarrollar materiales didácticos a partir del ajedrez que nos resulten útiles en las clases de matemáticas.

<b>AÑO</b>	<b>AUTORES</b>	<b>TEMA INVESTIGACIÓN</b>	<b>CONCLUSIONES/APORTACIONES</b>
1925	Djakow, Petrowski, Rudik	Factores del talento ajedrecístico en Grandes Maestros.	Los éxitos de los ajedrecistas están directamente relacionados con: la memoria visual, el poder combinatorio, la velocidad de cálculo, el poder de concentración y el pensamiento lógico.
1973/74	Albert Frank	Habilidades para aprender ajedrez.	Existe correlación entre jugar bien y las habilidades espaciales, numéricas, administrativas, direccionales y organizativas.
1974/76	Johan Christaen	Ajedrez y desarrollo cognitivo.	El ajedrez hace a los niños más inteligentes.
1979/84	Robert Ferguson	Desarrollo crítico y pensamiento creativo.	El ajedrez aumenta el nivel creativo de los adolescentes.
1986	Fauniel Adams Bruce Pandolfini	Programa NYCHESS(programa de ajedrez e las escuelas de New York).	El ajedrez inculca el sentido de autoconfianza y autoestima, mejora el pensamiento racional, incrementa habilidades cognitivas, mejora las notas especialmente en Matemáticas y en Lengua, mejora habilidades de comunicación.
1987	Diane Horgan	Ajedrez como forma de enseñar a pensar	Los niños utilizan complejas tareas cognitivas al mismo nivel que la mayoría de los adultos.
1987/88	Robert Ferguson	Desarrollo del razonamiento y la memoria a través del ajedrez.	Mejora en todas las materias en los estudiantes de ajedrez, específicamente en capacidad de memorizar, habilidades organizativas e imaginación y fantasía.

1988/89	Edelmira García de la Rosa	Proyecto “Aprender a pensar”. Trata de ver si el ajedrez puede ser usado en el desarrollo de la inteligencia infantil.	Después de un año de estudio de ajedrez, se incrementó el CI tanto en niños como en niñas. Dado el éxito de este proyectos e aplicó en todas las escuelas de Venezuela.
1989/92	Luisse Grandeau	Estudio comparativo sobre el aprendizaje de las matemáticas	El grupo que recibió ajedrez enriquecido con el currículum de matemáticas incrementó sus resultados del 62 al 81%.
1991	Dr.Margulies	Los efectos del ajedrez en la lectura de textos.	Estudiantes de ajedrez obtuvieron un significativo incremento en sus habilidades para leer.
1991/92	Philip Rifner	Jugar a ajedrez para solucionar conflictos.	Se produce una transferencia con mayor rapidez en estudiantes que presentan habilidades superiores a la mediana.
1996	José Rodríguez	Influencia del ajedrez extraescolar para mejorar el rendimiento académico.	El ajedrez mejora notablemente los resultados en matemáticas y provoca cambios positivos en la conducta.
1997/99	Jesús ángel Lobo	Los efectos del transfer en niños que juegan a ajedrez.	Tendencia a mejorar el rendimiento en materias curriculares en niños que juegan a ajedrez.
2003	Josu Bingen Fernández	Test de alfiles: una medida indirecta de relaciones de grupo.	Test inspirado en el juego del ajedrez, el tablero escenario representa el mundo social y con figuras o piezas representando a los miembros de este mundo: los bandos o grupos sociales y los individuos.
2004	Juan Ramón Rodríguez	Ajedrez y educación: Un enfoque transversal.	Análisis de las fuentes epistemológicas: social, psicológica y pedagógica del ajedrez. Aborda la transversalidad y el ajedrez y finaliza con una propuesta integrada en los proyectos educativos y curricular de centro, la programación de aula y un ejemplo de Unidad Didáctica.
2006	Joaquín Fernández Amigo	Construcción y validación de material didáctico para la enseñanza de las matemáticas utilizando recursos de ajedrez.	Existe unanimidad total entre los jueces expertos de que el material manipulativo propuesto puede favorecer el rendimiento académico en el Área de Matemáticas y sobre todo que las características de este material posee una fuerza motivadora extraordinaria y es, a la vez, un elemento de innovación en la educación.

Tabla 1: Estudios e investigaciones sobre ajedrez y educación. (tomado de Fernández Amigo, 2008)

## 4.2.USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS EN MATEMÁTICAS

Según Quereda Castañeda, N. (2012) el uso de los materiales para la enseñanza de las matemáticas tiene una larga historia dentro de las aulas, a pesar de que no siempre han sido utilizados apropiadamente. Su uso comenzó a decaer con la aparición de los métodos escritos y fueron los pedagogos Comenius y Pestalozzi quienes empezaron su reintroducción en el siglo XVII. En el siglo XX, María Montessori elaboró un material didáctico específico que constituye el eje fundamental para el desarrollo e implantación de su metodología, lo que supuso un punto de partida para la aparición de cientos de materiales educativos disponibles a nuestro alcance para educación primaria. Como ejemplo más actual tenemos todos los materiales desarrollados como parte del método Singapur y todas las aplicaciones matemáticas disponibles para todo tipo de móviles, tabletas y ordenadores.

Se entiende por recurso cualquier material, no diseñado específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, que el profesor decide incorporar en sus enseñanzas. Son recursos habituales la tiza y la pizarra o el cuaderno del alumno. También lo son una calculadora sencilla, científica o gráfica, la fotografía, la prensa, los vídeos, los programas de ordenador llamados “de propósito general” (procesadores de texto, hojas de cálculo...), el retroproyector, la historia de las Matemáticas, etc.

Por otro lado, los materiales didácticos se distinguen de los recursos porque, inicialmente, se diseñan con fines educativos, aunque en ocasiones un buen material didáctico admite variadas aplicaciones, con lo que a veces no se puede diferenciar claramente qué constituye un material didáctico y qué un recurso. Son ejemplos de materiales didácticos los siguientes: las hojas de trabajo preparadas por el profesor en una unidad didáctica, los programas de ordenador de propósito específico (como, por ejemplo, el Geogebra, la calculadora Wiris, etc.), distintos materiales manipulativos como los ábacos, los geoplanos, los dados, las regletas, etc.

Según el RD 1105/2014, El aprendizaje basado en competencias se caracteriza por su transversalidad, su dinamismo y su carácter integral. Por tanto, cualquier material que se diseñe para su uso en las aulas debe tener en cuenta su carácter transversal, es decir, los materiales han de ser diseñados para poder ser utilizados por todo el alumnado sin excepción.

Nos dirigimos a alumnado de secundaria y vivimos en una sociedad en la que el uso de la tecnología es constante, esto ha de verse reflejado en los materiales didácticos que se diseñen. Los materiales didácticos que se diseñen para la asignatura de matemáticas han de ser cada vez menos manipulativos y más virtuales por dos razones fundamentales:

- 1) Los conceptos matemáticos que se aprenden al entrar en secundaria son cada vez más abstractos y por tanto más difícil de visualizar las operaciones con objetos de la vida cotidiana como si se puede realizar de forma más sencilla en primaria.
- 2) La crisis debida a la pandemia de la COVID-19 nos ha llevado a proseguir el curso escolar desde los hogares y recurrir a la docencia on-line para la que hoy en día no estamos preparados. Todos aquellos materiales que sean de tipo virtual podrán ser utilizados tanto en el aula como en casa lo que impedirá perdida de seguimiento en el proceso de aprendizaje.



Los materiales didácticos que solemos encontrar en las aulas de matemáticas de secundaria hoy en día, son el libro de texto y la calculadora, el resto son recursos que se comparten con el resto de asignaturas, como el ordenador con proyector del aula, la pizarra clásica o digital en algún caso. En la mayoría de centros de secundaria el uso de tabletas en las aulas no está generalizado, excepto aquellos concertados o privados donde su uso sustituye a los libros de texto. Y en prácticamente todos está prohibido el uso del teléfono móvil (salvo contadas ocasiones). Este hecho hace que los alumnos no tengan en la mayoría de los casos conocimiento ni acceso a la multitud de recursos y materiales didácticos que existen en modo on-line.

A nivel docente, cuando los alumnos utilizan libros de texto en la asignatura de matemáticas, la editorial de dichos libros ofrece al docente encargado el “libro del profesor” que contiene a parte del solucionario de los ejercicios del libro, toda una serie de propuestas para la ampliación de la información del libro de texto. Por ejemplo, en la editorial Anaya existe la “Propuesta Didáctica” es un libro más un CD-ROM por curso para ser utilizado por el docente, el libro contiene el desarrollo didáctico de cada una de las unidades del libro de texto, mientras que, el CD-ROM es una serie de recursos para el profesorado que permiten ampliar la información ofrecida en el libro con más ejercicios, ejemplos y acceso al portal de la editorial donde seguir encontrando recursos.

El uso de materiales didácticos para la asignatura de matemáticas que no sean el libro de texto los podemos encontrar en aquellos centros que tienen un proyecto educativo diferente, es decir que utilicen el aprendizaje basado en proyectos, en cuyo caso se trata más bien de recursos utilizados de forma multidisciplinar.

Teniendo en cuenta el desarrollo de las siete competencias clave, el uso de recursos para su aplicación en la asignatura de matemáticas resulta más útil que el desarrollo de material didáctico que sólo tenga como fin aprender o superar dicha asignatura.

### 4.3. AJEDREZ, MATEMÁTICAS Y TIC'S

Uno de los objetivos de este trabajo es encontrar materiales que nos permitan desarrollar las siete competencias clave en los alumnos de secundaria. Una de esas competencias es la competencia digital que es aquella en la que se usan las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). La persona ha de hacer un uso racional de los recursos tecnológicos y adecuarlos a cada uno de los aspectos de su vida. En esta competencia se trabaja la creación de contenidos, la seguridad digital, la información...

El uso de las TIC en las aulas es cada vez más importante, si bien existen limitaciones de tipo técnico, éstas están cada vez más presentes ya que gozan de una gran aceptación entre el alumnado y facilitan la docencia on-line tan imprescindible en este momento.

Por otro lado, en este trabajo debemos tener siempre presente la competencia matemática y la competencia básica en ciencia y tecnología, que es la capacidad de aplicar el conocimiento matemático. En ella se utilizan los números, las medidas y las estructuras, así como las operaciones y las representaciones matemáticas. También es importante la comprensión de los términos y conceptos matemáticos.

La relación entre las matemáticas y la tecnología es obvia, el desarrollo de las matemáticas, permite el desarrollo de la ciencia y por tanto su aplicación, que es la tecnología. Al mismo tiempo el desarrollo de la tecnología permite a las matemáticas hacer cálculos más complicados y a la ciencia entrar en nuevos campos que no eran accesibles anteriormente.

Hay múltiples aplicaciones que se usan a nivel docente hoy en día, bien como recursos útiles (procesadores de texto, hojas de cálculo...) bien porque se han desarrollado como material didáctico (Geogebra, aulas virtuales...). Lo que tienen todas estas aplicaciones en común es que han sido creadas mediante lenguajes de programación y todos los lenguajes de programación están basados en la lógica matemática y usan unas normas claras para su desarrollo por lo que no interviene el azar.

Según J. Gairín Sallan y J. Fernández Amigo (2010) (W5) el ajedrez es un juego sustentado casi en su totalidad por la lógica y la matemática. Queda poco margen para el azar, favoreciendo que el razonamiento lógico se convierta en elemento característico para jugar correctamente.

De hecho, históricamente el ajedrez y la tecnología siempre han estado relacionados. En el s.XVIII se creó el primer autómatas para jugar al ajedrez (W4) y desde ese momento no se han dejado de crear máquinas primero y programas informáticos y aplicaciones después que permitan jugar al ajedrez, sea persona contra máquina, sea dos personas que ni si quiera se conozcan o que están a muchos kilómetros de distancia. Como ejemplos de máquinas tenemos tableros electrónicos, como los modelos Kaspárov Olimpiade, Aquamarine, Novag u otros, con apariencia de tableros iguales que los tradicionales, pero con chips electrónicos incorporados en cada casilla y en cada pieza, que permiten conocer la jugada realizada y proporcionan consejos. J.Gairín Sallan y J. Fernández Amigo (2010)(W5)

Según D. Escobar Domínguez (2017) (W6), tanto el ajedrez competitivo como el educativo se benefician enormemente del uso de las nuevas tecnologías. El hecho de que existan múltiples aplicaciones y portales para entrenar y para jugar en línea lo hace más atractivo a las nuevas generaciones. Además, mediante la utilización de vídeos o materiales preparados, es posible aplicar el concepto de aula invertida (flipped classroom) que consiste en que los alumnos visualicen en casa unos vídeos, bien preparados por el docente, bien tomados de la red con la intención de que visualicen e intenten entender la parte teórica en casa. A continuación, en el horario lectivo, se ponen en común las dudas o inquietudes y se procede a la realización de la parte de aplicaciones o ejercicios. De esta forma, las aulas se convierten en lugares más eficientes, prácticos y participativos, donde se resuelven las dudas de forma grupal y todos aprenden. En el caso del ajedrez se propondrá a los alumnos el visionado de vídeos con las instrucciones de juego, desde el movimiento de cada una de las piezas a los *mates básicos*, de modo que la parte más tediosa no se haga de forma magistral ya que en general para los alumnos de secundaria resulta más entretenido ver vídeos que escuchar al profesorado en clase teórica. De este modo en las horas lectivas procederemos únicamente con la parte práctica.

### 4.3.1. PORTALES Y APLICACIONES PARA JUGAR A AJEDREZ

Para poder realizar las clases en modo “flipped classroom” como hemos comentado en el punto anterior necesitamos utilizar recursos on-line que nos permitan en un principio aprender a jugar, y si nos gusta el juego seguir jugando. Hoy en día tenemos a nuestro alcance múltiples portales gratuitos en la red y aplicaciones para móviles que nos permiten aprender a jugar y también hacerlo de forma habitual.

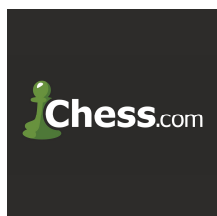
Muchos de estos sitios web de entrenamiento de ajedrez ofrecen un servicio integral que proporciona todo lo que desea un jugador de ajedrez (W12):

- Oportunidad de jugar contra rivales de cualquier nivel.
- Problemas tácticos que ayudan a mejorar tus habilidades tácticas.
- Series en vídeo de ajedrez con muchos entrenadores de ajedrez que te proporcionan material instructivo para ser mejor y muchas cosas más.

Según la web [ichess.com](http://ichess.com), que es una revista online especializada en ajedrez, las 5 mejores páginas web para jugar ajedrez online de forma gratuita son:



Esta web tiene una interfaz fácil de usar, permite jugar ajedrez con varios controles de tiempo, participar en diferentes torneos y encontrar nuevos amigos para jugar regularmente. Chess24 tiene una tabla de clasificación actualizada y una gran cobertura de torneos en vivo.



Chess.com te permite encontrar fácilmente oponentes de tu nivel, sin importar si eres un principiante total o un Gran Maestro y además controlar el tiempo, desde partidas muy rápidas a movimientos que tardan varios días.



Esta página web ofrece 8 diferentes variantes de ajedrez online, así como funciones de entrenamiento. Además, te da la oportunidad de jugar partidas de ajedrez estándar con diversos controles de tiempo.



El Internet Chess Club (ICC) fue el portal pionero para jugar partidas online. Se puede participar en torneos y ver en vivo los torneos de mayor prestigio a nivel mundial. También se puede mejorar el nivel con distintas herramientas de práctica.



Si eres un principiante o un maestro de ajedrez, puedes estar seguro de encontrar a tu oponente ideal en este sitio web. Grandes Maestros como Carlsen, Kasparov y Nakamura regularmente juegan partidas de ajedrez online en Playchess.com.

Por otro lado, no siempre tenemos un PC con conexión a internet a mano, pero la gran mayoría de nosotros, incluidos los alumnos de secundaria, si disponemos de un Smartphone con tarifa de datos. Por eso hoy en día también existe una gran cantidad de aplicaciones de ajedrez para móvil con las que podemos realizar las mismas actividades que en las páginas web comentadas.

Según [ichess.com](http://ichess.com) (W13) las 5 mejores aplicaciones de ajedrez para móvil son:

- **Chess.com**, esta aplicación es la versión para móvil de la página web del mismo nombre. Está disponible para Android y para iOS.
- **Chess24.com**, esta aplicación es la versión para móvil de la página web del mismo nombre. Está disponible para Android y para iOS.
- **Lichess.org**, esta aplicación es la versión para móvil de la página web del mismo nombre. Está disponible para Android y para iOS.
- **Play Magnus** es una aplicación de ajedrez móvil que te permite jugar contra Magnus Carlsen (actual campeón mundial de ajedrez) en 19 niveles de habilidades diferentes según sus habilidades en edades determinadas. Está disponible para Android y para iOS.
- **DroidFish Chess**, esta aplicación permite jugar y es una herramienta muy potente de análisis portátil de juego. También se puede jugar contra un amigo o ver dos computadoras jugando una contra la otra. Está disponible para Android y para iOS.

## 5.ELEMENTOS TRANSVERSALES

### 5.1. AJEDREZ COMO MATERIAL DUA EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Cualquier material o recurso que se utilice en un aula de secundaria debe entrar en los parámetros del DUA (Diseño Universal de Aprendizaje). Alba Pastor, C., Zubillaga del Río, A., & Sánchez Serrano, J. M. (2015).

El DUA está basado en tres principios fundamentales:

- 1) Proporcionar múltiples formas de representación de la información y de los contenidos.
- 2) Proporcionar múltiples formas de expresión del aprendizaje.
- 3) Proporcionar múltiples formas de implicación.

En base a estos tres principios, las actividades y los materiales que se utilicen en el aula deben:

- 1) Ser accesibles y equitativos.
- 2) Ser flexibles en cuanto al uso, participación y presentación.
- 3) Ser sencillos y coherentes.
- 4) Presentarse claramente y percibirse fácilmente.
- 5) Crear un entorno favorecedor del aprendizaje.
- 6) Minimizar cualquier esfuerzo físico o requisitos innecesarios.
- 7) Garantizar espacios de aprendizaje.

Por tanto, cualquier material que se utilice en el aula de matemáticas debe cumplir los requisitos anteriores. Para empezar algunos juegos de mesa podrían considerarse recursos para el aprendizaje de las matemáticas.

Según J.Gairín Sallan y J.Fernandez Amigo (2010) (W5) las características que deber reunir todo juego para ser utilizado en la clase de Matemáticas exigiría reglas sencillas, presentación y desarrollo atractivos, minimizar el factor “azar”, fomentar de las relaciones humanas, respeto a las normas y estímulo de la habilidad y el ingenio.

Si dentro de los juegos de mesa nos centramos en el ajedrez, tenemos que éste es:

- a). Un juego de razonamiento y no de azar. Es necesario pensar antes de realizar cada jugada.
- b). Un juego sencillo, pero “rico”: El ajedrez, contrariamente a lo que pueda parecer, no es exclusivamente para gente inteligente; con una capacidad normal, dedicación, práctica y mucha afición se puede llegar a ser un buen jugador.
- c). Un juego estéticamente vistoso: caballos, alfiles, torres, damas, reyes y peones de dos colores diferentes son piezas que interactúan en una partida de ajedrez. Especial atracción causa en los niños el ajedrez de fantasía, así como el desarrollo de partidas de ajedrez viviente.

d). Un juego que posibilita desarrollar la vertiente social de la persona: una partida de ajedrez se juega con otra persona (aunque también se puede jugar contra programas informáticos o contra el tablero electrónico).

Además, si consideramos el ajedrez como deporte, además de como juego de mesa, el ajedrez no necesita instalaciones especiales ni costosos equipamientos. Pocas actividades deportivas o lúdicas necesitan de una inversión inicial tan pequeña o requieren de unos gastos de mantenimiento tan insignificantes; podemos decir que el ajedrez es uno de los deportes más baratos que existen. Otras actividades pueden tener un potencial formativo similar, pero se encuentran con la dificultad de su aplicación práctica.

A la vista de toda la información anterior podemos considerar que el uso del ajedrez como recurso educativo para el aula de matemáticas es muy deseable ya que cumple los principios del DUA.

## 5.2. AJEDREZ FUERA DEL AULA DE MATEMÁTICAS. UNA SITUACIÓN REAL

El ajedrez es un recurso que puede ser utilizado fuera de las aulas, pero dentro del centro con fines que van más allá del aprendizaje de las matemáticas.

Como hemos visto en el punto anterior el ajedrez es un juego que posibilita desarrollar la vertiente social de la persona, J. Gairín Sallan y J. Fernández Amigo (2010) (W5), por tanto, puede ser usado con fines socializantes.

Como ejemplo de este fin socializador, está el programa desarrollado por el departamento de orientación del IES Penyagolosa (Castellón) en el que realicé mi practicum como parte del máster de profesorado de secundaria de la UJI curso 2019/2020.

### 5.2.1. CONTEXTO Y ANTECEDENTES

El IES Penyagolosa es un centro de secundaria público de Castelló. En él se pueden estudiar los cuatro cursos de la enseñanza secundaria obligatoria, además de los dos cursos de bachillerato y un módulo de FP básica. Cuenta con un total de 664 alumnos repartidos del siguiente modo: 5 grupos de 1.º ESO, 5 grupos de 2.º ESO, 4 grupos de 3.º ESO, 3 grupos de 4.º ESO, 3 grupos de 1.º Bachiller, 3 grupos de 2.º Bachiller y 2 grupos de FP. En este centro se toman medidas para atender a la diversidad.

Según el Decreto 104/2018 y la Resolución 24/julio/2019, existen cuatro niveles de dificultad de inclusión que han de ser superados de diferentes maneras:

Barreras de nivel 1: Son barreras que han de ser superadas por el centro, es decir, el centro como edificio debe tener estructuras que permitan a todo tipo de alumnos al acceso al mismo sin impedimentos (rampas, ascensores, indicadores de aula para sordos y ciegos...)

Barreras de nivel 2: Son barreras de participación a nivel de aula a superar por el profesor/tutor. Esto son problemas con el idioma, problemas anímicos del alumno, etc...

Barreras de nivel 3: Son las incluidas a superar en el PAM (Programa de actuación para la mejora). El PAM incluye la creación y seguimiento de dos cursos PMAR y PR4, los ACNS (adaptación curricular no significativa) y el seguimiento a la superdotación.

Barreras de nivel 4: Son barreras de nivel educativo, son para aquellos alumnos que tienen reconocido un desfase curricular de dos cursos a los cuales se les aplica un ACIS (Adaptación curricular significativa) o para alumnos con conductas altamente disruptivas.

En el caso de barreras de nivel 1, una adaptación del centro sería suficiente, por ejemplo, instalación de rampas para facilitar el acceso de sillas de ruedas. Las barreras de tipo 2 son las que nos interesan, en este caso el centro ha recurrido a la creación de un club de ajedrez del que forman parte de aquellos alumnos a los que le cuesta relacionarse.

La actuación de los profesores es muy importante, ya que su observación de los alumnos y su evaluación psicopedagógica junto con el departamento de orientación son los que determinan que alumnos tienen dificultades y de qué nivel. Para evaluar la situación de los alumnos, hay reuniones semanales de los tutores de grupo de cada curso con el jefe de estudios y los miembros del departamento de orientación. En estas reuniones se observa el comportamiento de los alumnos de forma que se identifican los casos de alumnos con conductas disruptivas, tanto por provocarlas como por sufrirlas y se toman decisiones que permitan encontrar soluciones a estas situaciones.

Tras diversas reuniones de tutores y departamento de orientación se estimó que el número de alumnos que necesitaban del programa para superar las barreras de nivel dos era una decena repartidos entre primero y segundo.

### 5.2.2. EL AJEDREZ PARA SUPERAR BARRERAS

El programa consistía en ayudar a socializar a una serie de alumnos de 1.º y 2.º ESO principalmente, que tenían problemas reconocidos (algunos con síndrome de Asperger) para unirse a otros alumnos durante los descansos. Con la ayuda de voluntarios de primero de bachillerato se montó un club de ajedrez, que sirviera de nexo para estos alumnos que de otro modo pasaban solos las horas de descanso y con riesgo de ser objeto de conductas disruptivas.

A principio de curso se pidieron alumnos voluntarios de primero de bachillerato, que pudieran servir de tutores o guías a alumnos de 1.º ESO para enseñarles el centro. Los alumnos de primero de bachillerato son los más indicados para esta labor por varios motivos:

- a) Están en el centro de forma voluntaria ya que han superado la parte obligatoria de la secundaria.
- b) Son los alumnos que llevan más tiempo en el centro después de los de segundo de bachiller.
- c) No tienen la presión que tiene los alumnos de segundo de bachiller a nivel lectivo.

Tras la buena labor de estos alumnos, se les pidió ayuda de nuevo. Se preocuparon en localizar y acompañar a los alumnos necesitados y mediante la tutoría entre iguales enseñar las reglas básicas del juego a los alumnos que lo necesitaban. El departamento de orientación se encargó de conseguir los tableros y las piezas y de ofrecer un lugar dónde poder “crear el club”, el aula de apoyo dentro del departamento de orientación.

El programa fue un éxito ya que al cabo de un tiempo los alumnos necesitados acudían a jugar al ajedrez durante la hora de descanso sin necesidad de que los voluntarios fueran a buscarlos.

Ante el éxito del programa, las partidas se sacaron al patio, con intención de compartir los resultados con el resto de compañeros y también con intención de que pudieran unirse y jugar todos aquellos alumnos interesados y por tanto fomentar aún más la sociabilización de los alumnos que lo necesitaba. Se montaron dos mesas en el patio en la que se realizaban las partidas a las vistas de todo el mundo. Inicialmente la orientadora se encargaba de la custodia del material (tres tableros con sus respectivos juegos de piezas) pero con intención de que a la larga fueran los propios alumnos los que se hicieran responsable del mismo.

En este caso el ajedrez fue usado como recurso socializador para una serie de alumnos con una serie de problemas muy particulares. Si bien no se hizo un seguimiento exhaustivo de cada uno de éstos alumnos y por tanto no se pudo comprobar la mejora en su rendimiento académico, sí que se comprobó una mejora en su autoestima y en su asistencia a clase en general.

Este es un ejemplo real de cómo utilizar el ajedrez fuera del aula, siendo al mismo tiempo recurso de aprendizaje. Como hemos comentado en el punto dos de este trabajo, el simple hecho de jugar al ajedrez permite trabajar las siete competencias clave que han de estar presente en cualquier asignatura y curso de la ESO, pero en este caso se hace fuera del aula y de forma imperceptible por tomarlo el alumnado todo como un juego. Al mismo tiempo este programa permite mostrar que el ajedrez puede ser utilizado para alumnado de todo tipo, independientemente de sus capacidades y sus hándicaps. Sólo se necesita constancia y trabajo para poder jugar bien, pero sólo se necesita conocer las reglas básicas para jugar y disfrutarlo, mientras que en cualquiera de los dos casos los beneficios para el alumnado (tanto necesitado como voluntarios) son innegables.

Lamentablemente la crisis provocada por la pandemia de Covid-19, que acabó con las clases presenciales desde el 13 de marzo hasta final de curso, impidió el total desarrollo de este programa y posiblemente dificulte su progresión para el curso siguiente.

Las posibilidades de mejora que ofrece este programa son múltiples. A parte de resultar una herramienta muy útil para superar barreras de tipo 2, podríamos continuar trabajando con el programa y observar los siguientes puntos:

- 1) Comprobar mejora de resultados académicos en los alumnados implicados.
- 2) Ofrecer la creación de un campeonato interno gestionado por los propios alumnos con ayuda de los voluntarios.
- 3) Comprobar si aumenta el número de alumnos implicados y si sus relaciones interpersonales son positivas.
- 4) Comprobar si la decena de alumnos con problemas con los que se inició el programa son capaces de pasar a ser voluntarios de nuevos alumnos que lleguen al centro (superación de la barrera).



## 6. MATERIALES PARA EL AULA DE MATEMÁTICAS

### 6.1. CONTEXTO DE APLICACIÓN

Como se ha demostrado en numerosos trabajos y como también se deduce de todo lo expuesto anteriormente, todos aquellos recursos y materiales didácticos que obtengamos del juego del ajedrez para su aplicación en la asignatura de matemáticas van a ser muy efectivos.

Pero para que el uso de los materiales sea efectivo hemos de tener en cuenta a qué tipo de alumnado van dirigidos y en qué momento ofrecerlos.

Las actividades que propondremos van dirigidas a alumnado de primer ciclo de ESO, es decir alumnos y alumnas de entre 12 y 14 años, tenemos en cuenta estos márgenes de edad por la posibilidad de tener alumnado repitiendo en el grupo de trabajo.

El alumnado de entre 12 y 14 años se encuentra en plena adolescencia, es decir este alumnado se encuentra sometido a un gran cambio en sus vidas a todos los niveles; físico, psíquico y social. En el caso del alumnado de primer curso de nueva incorporación el cambio social es todavía mayor debido al cambio de centro del centro de educación primaria al de secundaria con todo lo que conlleva.

A nivel físico, el alumnado de primer ciclo está entrando en la pubertad. Las chicas sufren los cambios físicos antes que los chicos, pero, aun así, durante estos dos cursos la gran mayoría de los alumnos los padecerá. Estos cambios corporales y hormonales se reflejan en el comportamiento y en la autoestima del alumnado y por tanto en su comportamiento dentro del aula. Martín Bravo, C., y Navarro Guzmán, J.I. (2011).

A nivel biológico, al entrar en la pubertad y por tanto en la adolescencia, el cerebro del alumnado sufre una serie de transformaciones, de modo que disminuye la materia gris y mejoran las comunicaciones entre las distintas regiones cerebrales, de hecho, incluso sufren cambios en el modo de funcionar los dos hemisferios cerebrales. Esta reorganización cerebral es muy importante a nivel de inteligencia y de moral, por ello, mientras se está produciendo, los adolescentes tienen problemas para manejar dos o más informaciones simultáneamente, también mostrarán un uso débil de la memoria y presentarán conductas contradictorias. Martín Bravo, C., y Navarro Guzmán, J.I. (2011).

Por todo lo anterior, el docente debe estar preparado y entender que la educación ayuda a superar estos cambios de la mejor manera posible. En la mano de los docentes está preparar material (ejercicios) que ayude a reforzar la zona de la corteza prefrontal, que es la que se usa para asimilar las informaciones simultáneas. Es muy importante en este proceso de cambio del alumnado, ir de lo concreto a lo abstracto, por lo que es importante que el material se ofrezca secuenciado de forma adecuada. Martín Bravo, C., y Navarro Guzmán, J.I. (2011).

Por otro lado, no podemos perder de vista los objetivos a cumplir durante la educación secundaria por lo que, a la hora de preparar y ofrecer el material lo haremos intentando trabajar el mayor número de competencias posibles.

## 6.2. SECUENCIACIÓN

Según Domínguez, D. E., & Domínguez, D. E. (2018), para que los resultados sean eficaces a nivel académico y educativo recomiendan, desde su experiencia impartiendo ajedrez en colegios y clubes, utilizar una metodología con una progresión lógica en el aprendizaje. Además, es conveniente que se adapte a las edades y niveles del alumnado y que el aprendizaje académico vaya a la par con el ajedrecístico. Ellos recomiendan empezar en infantil, pero nosotros partimos de secundaria y no podemos contar con que la mayoría de alumnos vengan de una escuela donde el ajedrez esté siendo utilizado como recurso para el aprendizaje.

Según J y G Fernández de Bobadilla (2016) (W7), ¿Cómo pretender que nuestros profesores utilicen el ajedrez como herramienta educativa, si algunos apenas saben mover las piezas? Concluimos que es muy difícil sacar partido al juego si no saben jugar. Así que, en paralelo a las charlas y el debate, era necesario enseñarles a jugar.

Para que alumnos y profesores aprendan a jugar, en caso de no saber anteriormente, proponemos utilizar el método “flipped classroom”, explicado en el apartado 4.3 de este trabajo, utilizando algunos de los múltiples vídeos tutoriales o portales gratuitos que hay disponibles en la red hoy en día. Una vez alumnos y profesores conocen la colocación de piezas y las normas básicas del movimiento ya se puede proceder a utilizar todos los recursos de ajedrez.

Utilizaremos los siguientes recursos online a principio de los dos cursos (primero y segundo de ESO) para asegurarnos que tanto los docentes como el alumnado conoce el juego, sus piezas y el mecanismo básico de su funcionamiento.

Para aprender a conocer, colocar y mover las piezas: W8.

Para aprender las reglas y empezar a jugar: W9.

Como hemos comentado anteriormente, para la parte del aprendizaje del juego utilizaremos el método “flipped classroom” que nos permitirá centrarnos en el uso de los recursos y avanzar más rápidamente ya que los conceptos básicos son muy sencillos y su comprensión no debería suponer problemas.

El paso siguiente es, ir utilizando los materiales propuestos en el punto 6.3 en el mismo orden en el que aparecen. Los materiales están ordenados por orden de dificultad y también quedará indicado el contenido del currículo de matemáticas trabajado.

### 6.3. ACTIVIDADES

Del mismo modo que las editoriales de los libros de texto ofrecen material adicional junto al libro del profesor(B3), el material que aquí se detallará (B8 y W10) también será un apoyo a lo establecido y no un sustituto.

Los contenidos no trabajarán todas las competencias a la vez, pero sí muchas de ellas, además no podemos obviar el currículo de matemáticas establecido por la ley vigente. Por eso, los materiales que presentaremos a continuación, serán acordes al nivel curricular de primer ciclo de secundaria por el tipo de cálculos a realizar.

Por otro lado, los materiales han de ser ofrecidos tanto en formato digital como manual para que se puedan trabajar indistintamente en formato presencial como en digital. Para ayudar a todo este proceso incluimos en el anexo un recortable, que incluye: el tablero y las piezas de ajedrez. Con este recortable nos aseguramos que a ningún alumno le falte el material base para aprender a jugar o para realizar cualquiera de las actividades.

Según el RD 1105/2014, la asignatura de matemáticas para 1.º y 2.º de ESO comparte contenidos y los divide en 5 bloques;

- 1) Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
- 2) Bloque 2. Números y Álgebra
- 3) Bloque 3. Geometría
- 4) Bloque 4. Funciones
- 5) Bloque 5. Estadística y probabilidad

Asociaremos cada una de las actividades a uno de los bloques de contenidos que se trabajan en ellas, según indica la siguiente tabla:

<b>Actividad</b>	<b>Bloques trabajados</b>
1.Dados	1,2 y 3
2.Hexágono	1, 2 y 3
3.El tablero	1 y 2
4.Las partidas	1,2
5.Las piezas	1, 2 y 5
6.El tablero cartesiano	1 y 4
7.El tablero y Pitágoras	1 y 3
8. Cuadrados mágicos	1

Tabla2: actividades y bloques temáticos que trabajan

### 6.3.1. DADOS













					
5	3	3	9	∞	1

Figura 2: Valores de las piezas del ajedrez

Fabricaremos un dado con la silueta de cada pieza del ajedrez en cada cara( D1), otro dado con el valor de cada pieza (D2), según la figura 2. Para ello seguiremos las instrucciones del siguiente tutorial ([https://www.youtube.com/watch?v=ij4s4Ge13\\_Q](https://www.youtube.com/watch?v=ij4s4Ge13_Q)).

Lanzados los dos dados a la vez, se suman, restan, comparan resultados, etc...







Construiremos una tabla en la que recoger los resultados de cada tirada y poder analizar los datos obtenidos. La tabla puede ser construida a mano o mediante una hoja de cálculo. Por otro lado, en la figura 2 podemos observar que a la figura del rey se le asigna la cantidad infinita de puntos, el concepto de infinito en la asignatura de matemáticas aparece más adelante por lo que cambiaremos esa puntuación por un número muy alto para evitar problemas.

	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2
		9		5		3		3		10000		1
Tirada1												
Tirada 2												
Tirada3												

### 6.3.2. HEXÁGONO

Construimos una peonza con un tapón de plástico y un palillo. Podéis utilizar la primera parte del siguiente tutorial poniendo un hexágono de cartulina con las figuras dibujadas encima del tapón. (<https://www.youtube.com/watch?v=fvhY3zdSAWk>). Cada sector del hexágono lo ocupa la silueta de una pieza de ajedrez. Podemos sumar puntos o comparar resultados individuales o en grupo.

Construiremos una tabla en la que recoger los resultados de cada tirada y poder analizar los datos obtenidos. La tabla puede ser construida a mano o mediante una hoja de cálculo. Como en la actividad anterior, a la figura del rey se le asigna un número muy alto para evitar problemas.

							
Tirada1							
Tirada2							
Tirada 3							
Totales							

### 6.3.3 EL TABLERO

¿Quién no conoce la leyenda del inventor del ajedrez? .Si no la conocéis mirad esto <https://maticascercanas.com/2014/03/10/la-leyenda-del-tablero-de-ajedrez-y-los-granos-de-trigo/>

El ajedrez es un juego de mesa en que las piezas se colocan en las casillas de un tablero de 8 filas y 8 columnas.

- a) Representa, utilizando las cuadrículas del cuaderno, dicho tablero y enumera cada una de dichas casillas de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba

¿Cuántas casillas hay?

57	58	59	60	61	62	63	64
49	50	51	52	53	54	55	56
41	42	43	44	45	46	47	48
33	34	35	36	37	38	39	40
25	26	27	28	29	30	31	32
17	18	19	20	21	22	23	24
9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	3	4	5	6	7	8

- b) Según cuenta la leyenda, el inventor le pidió al Rey como recompensa a la invención del juego del ajedrez, que se le diesen “los granos de trigo que sumase el número de casillas del tablero en esta forma, una por la primera, dos por la segunda, cuatro por la tercera, duplicando así por las demás hasta la 64”.

Dibuja de nuevo en el cuaderno el tablero, y coloca en cada una de las casillas el número de granos correspondientes.

¿Puedes hacerlo?

☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
256	512	☹	☹	☹	☹	☹	☹
1	2	4	8	16	32	64	128

¡¡¡IMPOSIBLE!!! Mirad que cifras...

Casilla	Granos de trigo
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	32
7	64
8	128

Casilla	Granos de trigo
9	256
10	512
11	1.024
12	2.048
13	4.096
14	8.192
15	16.384
16	32.768

Casilla	Granos de trigo
17	65.536
18	131.072
19	262.144
20	524.288
21	1.048.576
22	2.097.152
23	4.194.304
24	8.388.608

Casilla	Granos de trigo
25	16.777.216
26	33.554.432
27	67.108.864
28	134.217.728
29	268.435.456
30	536.870.912
31	1.073.741.824
32	2.147.483.648

Casilla	Granos de trigo
33	4.294.967.296
34	8.589.934.592
35	17.179.869.184
36	34.359.738.368
37	68.719.476.736
38	137.438.953.472
39	274.877.906.944
40	549.755.813.888

Casilla	Granos de trigo
41	1.099.511.627.776
42	2.199.023.255.552
43	4.398.046.511.104
44	8.796.093.022.208
45	17.592.186.044.416
46	35.184.372.088.832
47	70.368.744.177.664
48	140.737.488.355.328

Casilla	Granos de trigo
49	281.474.976.710.656
50	562.949.953.421.312
51	1.125.899.906.842.620
52	2.251.799.813.685.250
53	4.503.599.627.370.500
54	9.007.199.254.740.990
55	18.014.398.509.482.000
56	36.028.797.018.964.000

Casilla	Granos de trigo
57	72.057.594.037.927.900
58	144.115.188.075.856.000
59	288.230.376.151.712.000
60	576.460.752.303.423.000
61	1.152.921.504.606.850.000
62	2.305.843.009.213.690.000
63	4.611.686.018.427.390.000
64	9.223.372.036.854.780.000

c) Ahora dibuja un tercer tablero de ajedrez y escribe los granos de trigo que corresponden a cada casilla en forma de potencias de dos en la siguiente forma:

- La primera casilla corresponde a la potencia 2 elevado a 0
- La segunda casilla a 2 elevado a 1.
- La tercera casilla a 2 elevado a 2.
- Y así sucesivamente hasta la casilla 64.

$2^{56}$	$2^{57}$	$2^{58}$	$2^{59}$	$2^{60}$	$2^{61}$	$2^{62}$	$2^{63}$
$2^{48}$	$2^{49}$	$2^{50}$	$2^{51}$	$2^{52}$	$2^{53}$	$2^{54}$	$2^{55}$
$2^{40}$	$2^{41}$	$2^{42}$	$2^{43}$	$2^{44}$	$2^{45}$	$2^{46}$	$2^{47}$
$2^{32}$	$2^{33}$	$2^{34}$	$2^{35}$	$2^{36}$	$2^{37}$	$2^{38}$	$2^{39}$
$2^{24}$	$2^{25}$	$2^{26}$	$2^{27}$	$2^{28}$	$2^{29}$	$2^{30}$	$2^{31}$
$2^{16}$	$2^{17}$	$2^{18}$	$2^{19}$	$2^{20}$	$2^{21}$	$2^{22}$	$2^{23}$
$2^8$	$2^9$	$2^{10}$	$2^{11}$	$2^{12}$	$2^{13}$	$2^{14}$	$2^{15}$
$2^0$	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$	$2^6$	$2^7$

Observa que en cada casilla has de escribir una potencia de 2 en que la base es 2 y el exponente es una unidad menos que el número de la casilla que corresponde al primer tablero que has dibujado

### Curiosidad matemática

Suma de los cien primeros naturales

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$

$$S = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1$$

$$2 \cdot S = 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 = 101 \cdot 100$$

$$S = 101 \cdot 100 / 2 = 5050$$

A este resultado  $S=5050$  se le conoce como número de Gauss.

Por un procedimiento similar a la anterior, se concluye que la suma de los granos de trigo a depositar en todas las casillas es 2 elevado a 64-1



### 6.3.4.LAS PARTIDAS

En esta actividad en primer lugar, hay que pedir a los alumnos que hagan una búsqueda de información, consistente en averiguar qué y cuánto son los siguientes números. Como se trata de números muy grandes pediremos que los expresen en forma de potencia para poder trabajar mejor.

**A-GRANOS DE TRIGO QUE CABEN EN EL TABLERO** (según la leyenda de la creación del ajedrez que hemos visto anteriormente)→ este número es  $A=2^{63}$

**B-PARTICULAS SUBATOMICAS EN EL UNIVERSO**→ este número no es único , se aceptan todos los valores que estén entre los siguientes  $10^{72}$  y  $10^{87}$ ,  $B= [10^{72} , 10^{87}]$

**C=GÚGOL**→  $C=10^{100}$ , este es un número inventado para indicar una cifra muy grande.

**D-NÚMERO DE SHANNON**→  $D=10^{120}$ , este número, es el número de partidas de ajedrez diferentes posibles que se pueden jugar.

**E- NÚMERO DE AVOGADRO** →  $E = 6,02 \cdot 10^{23}$ , es el número de partículas dentro de un mol de sustancia.

**F- DISTANCIA DE UN AÑO LUZ**→  $F= 9,46 \cdot 10^{12}$ , distancia en kilómetros que recorre la luz en el vacío durante un año.

A continuación, deben ordenar de menor a mayor dichos números, por lo que deben obtener lo siguiente:

$$A < F < E < B < C < D$$

Esta actividad aparece en la primera etapa de ESO, podemos completarla introduciendo todos aquellos números que los alumnos de estos cursos manejan. Los números que se pueden utilizar para comparar son muchos y se pueden obtener del resto de asignaturas, de biología y geología, de física y química pero también se podrían utilizar asignaturas no científicas, por ejemplo, podríamos intentar saber cuántas letras tiene un libro a partir de las letras de una página y comparar con el resto de números.

### 6.3.5. LAS PIEZAS

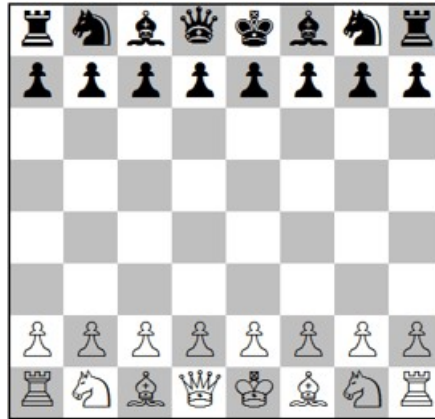


Figura3: tablero con las piezas colocadas para empezar partida.

a) Rellena la tabla contando las piezas del juego en la imagen superior.

Pieza	Nombre	Cantidad	Pieza	Nombre	Cantidad	Total pieza
	Rey			Rey		
	Reina			Reina		
	Torre			Torre		
	Alfil			Alfil		
	Caballo			Caballo		
	Peón			Peón		
Negras			Blancas			

Ahora imaginad que ponemos todas las piezas dentro de una bolsa de tal modo que no podemos ver su interior. Pretendemos calcular la probabilidad de que, al extraer una pieza al azar, esta tenga una determinada característica. La probabilidad la expresamos en forma de fracción:

$$P(\text{pieza}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Calcular la probabilidad de que una pieza extraída sea blanca, de dos formas diferentes.

Para calcular la probabilidad de que una pieza extraída sea blanca, se calcularía como:

$$P(\text{blanca}) = \frac{\text{casos favorables a que salga blanca}}{\text{casos posibles}}$$

Mirando los datos de la tabla que hemos hecho antes:

$$P(\text{blanca}) = \frac{16}{32}$$

Otro modo de calcular esta probabilidad es:

$$P(\text{blanca}) = \frac{1}{2}$$

Porque sólo hay un color blanco, de los dos colores que hay piezas en el tablero.

A continuación, hay que comprobar que las dos fracciones son equivalentes para ver que efectivamente las dos probabilidades son iguales. En esta parte podemos pedir que comprueben que las dos fracciones son iguales por dos métodos diferentes, como mostramos a continuación:

a)  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{16}{32}$  → comprobamos que son semejantes multiplicando en cruz

$$\frac{1 * 32}{2 * 16} = \frac{32}{32}$$

Como numerador y denominador son iguales, las fracciones son equivalentes.

b)  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{16}{32}$  → simplificaremos la fracción mayor para comprobar que obtenemos la menor. Dividimos el numerador y el denominador por su máximo común divisor, en este caso m.c.d. (16,32) = 16

$$\frac{16:16}{32:16} = \frac{1}{2}$$

Comprobamos que las dos fracciones son equivalentes.



### 6.3.7. EL TABLERO Y PITAGORAS

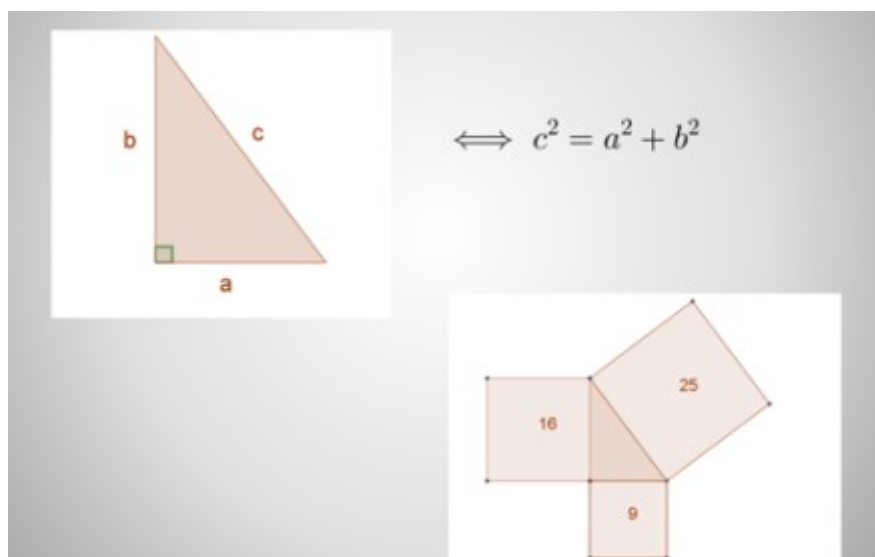
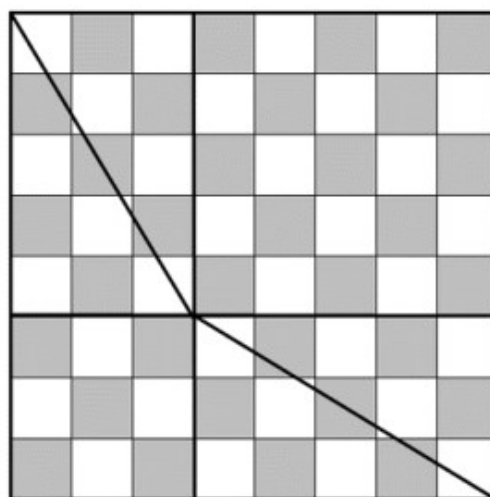
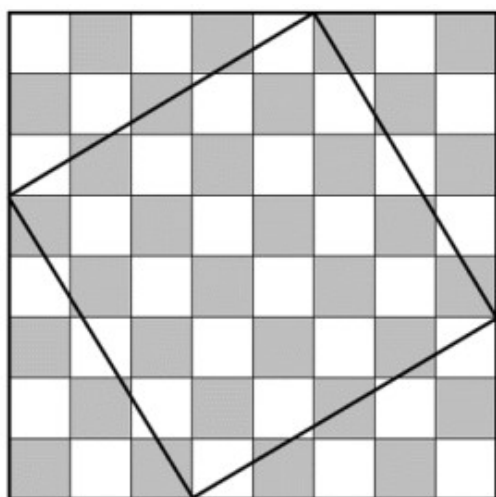


Figura 4: versión gráfica del teorema de Pitágoras.

En este caso, comprobamos el teorema de Pitágoras dibujando triángulos rectángulos, dentro del tablero. Las áreas de los cuadrados correspondientes las calculamos contando casillas. Ver a continuación, algunos de los triángulos que podemos obtener.



### 6.3.8. EL TABLERO MÁGICO DE ORDEN 8

Si tenemos el siguiente tablero de ajedrez

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Recolocar los números en las casillas para que todas las líneas y las columnas sumen lo mismo.

Este problema fue resuelto por el matemático suizo Leonard Euler en el s. XVIII, al intentar recorrer todo el tablero con un caballo sin pasar por la misma casilla dos veces. Al hacerlo y numerar las casillas descubrió que cada fila, cada columna y cada diagonal suma 260, por lo que es un “cuadrado mágico de orden 8”, pero además si dividimos el tablero en cuatro obtenemos cuatro “cuadrados mágicos de orden 4” de tal modo que cada línea y columna suma 130.

El cuadrado queda así:

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

En este caso los cálculos no son complicados, pero si hay que realizar muchas pruebas para poder llegar a la solución definitiva, es una actividad para trabajar la actitud matemática y científica en general de ensayo-error.

#### 6.4. USO MÚLTIPLE DE LOS MATERIALES

La Comunidad Valenciana, el cuarto territorio con mayor población escolar, creará un ámbito científicotécnico que integrará Matemáticas, Biología y Geología, y Tecnología. Y otro lingüístico-social que abarcará Castellano, Valenciano y Geografía e Historia. Educación Física, Música e inglés se mantendrán independientes, y todavía no está decidido qué sucederá con las asignaturas optativas. El número global de horas de clase semanales que reciben los alumnos permanecerá igual. (W12).

A falta de la publicación de la normativa oficial, pero en previsión de que pueda ponerse en marcha para el próximo curso, las actividades expuestas en el punto anterior pueden ser útiles para el día a día en la nueva asignatura de ámbito científico, algunas tal y como están, otras con una pequeña adaptación.

Más concretamente, los materiales que se necesitan para la realización de las actividades, piezas, tableros, dados y peonza se pueden realizar en la asignatura de tecnología utilizando diversas materias primas. Los números grandes de la actividad 4 se pueden obtener de la asignatura de biología y geología. También podríamos asimilar los comportamientos de algunos animales (hormigas o abejas) con la función de las piezas del ajedrez.

Por otro lado, las actividades expuestas en el punto anterior tienen la posibilidad de ser trabajadas; en formato presencial expuestas y guiadas por el docente, o, en formato online. En este último formato se pueden enviar como entregas, de tal modo que un día se envía a los alumnos la ficha con la actividad a realizar y unos días más tarde se envía la solución, o se envía la ficha y se realiza una clase virtual donde el docente sirva de guía a los alumnos como se haría en formato presencial.

## 6.5. MATERIALES DE AMPLIACIÓN

Las actividades que mostramos a continuación son similares a las anteriores (B8 y W10), pero los cálculos que hay que realizar son más complicados y probablemente no accesibles para todos los alumnos por igual, pero si pueden ser utilizadas con aquellos alumnos que muestren mayor capacidad de trabajo en la asignatura de matemáticas.

### **1. El final de la leyenda de la creación del ajedrez**

En esta actividad trabajamos los conceptos de números muy grandes, las series, el concepto de infinito y la resolución de ecuaciones.

La segunda parte menos conocida de la leyenda dice que los hombres de ciencia del Rey utilizaron el razonamiento del inventor para salvar la situación del pago. Dijeron al inventor que el pago lo realizarían para un número infinito de casillas y llamaron G a la cantidad de granos de trigo que había que pagar de modo que

$$G = 1+2+4+8+16+32+\dots$$

si realizamos una pequeña redistribución de términos

$$G = 1+2*(1+2+4+16+\dots) \text{ por tanto}$$

$$G = 1+2G$$

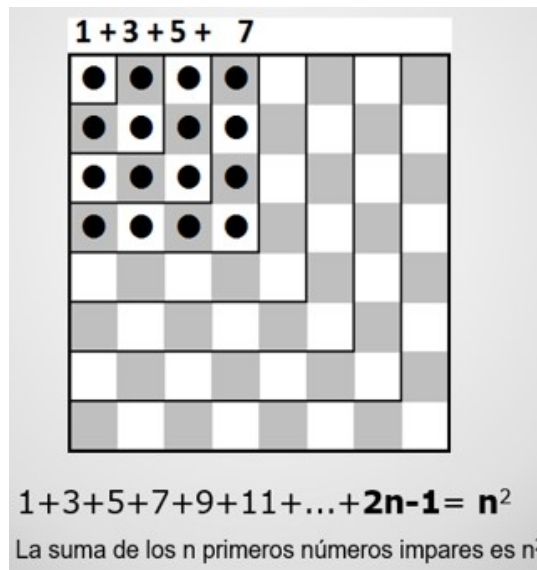
Resuelve la ecuación y calcula cuanto pagó finalmente el Rey al inventor.

Solución:  $G = -1$ , por tanto, para infinitas casillas el inventor debía dar un grano de trigo al Rey.

En esta actividad es necesario explicar que se ha utilizado una trampa matemática que no es correcta a nivel conceptual. El error reside en identificar una cantidad infinita a una letra que identifica una cantidad finita, de ahí que podamos resolver una ecuación, pero es necesario hacer entender a los alumnos que no se puede trabajar las cantidades infinitas como las finitas, por muy grandes que éstas sean. Como mucho podríamos hacer una aproximación, pero siempre que aceptemos que los resultados que obtengamos serán aproximados, no serán resultados exactos.



## 2. Las casillas de ajedrez y las identidades algebraicas



En esta actividad trabajamos las series y el lenguaje algebraico.

## 3. Las piezas y las probabilidades

En el juego del ajedrez se enfrentan las piezas blancas y las negras en un tablero.

Las piezas son el peón, la torre, el alfil, el caballo, la reina y un rey.

Por cada bando hay dos torres, dos caballos, dos alfiles, una reina, un rey y ocho peones.

Esta actividad también la retomamos de la primera etapa, pero esta vez trabajamos más la probabilidad que las fracciones.

Imagina que ponemos todas las piezas en una bolsa de modo que no vemos lo que hay dentro, queremos hallar la probabilidad de que al sacar una pieza al azar sea peón y sea negro... Llamamos al peón negro  $pN$ , así

$$p(pN) = (\text{número peones negros}) / (\text{número total piezas})$$

$$p(pN) = \frac{8}{32}$$

La probabilidad de extraer un peón negro también puede expresarse cómo

$$P(\text{peón y negro}) = P(\text{peón}) * P(\text{negro})$$

$$P(\text{peón y negro}) = \frac{n^{\circ} \text{ peones}}{n^{\circ} \text{ total piezas}} * \frac{\text{color negro}}{\text{total colores}}$$

$$P(\text{peón y negro}) = \frac{16}{32} * \frac{1}{2}$$

$$P(\text{peón y negro}) = \frac{16}{64}$$

La siguiente tarea es comprobar que ambos resultados son iguales.

A continuación, calcularemos la probabilidad de que la pieza extraída sea un caballo (C) o una torre (T):

$$P(C \text{ o } T) = \frac{\text{número } C \text{ o } T}{\text{número total piezas}} = \frac{8}{32}$$

Esta probabilidad también la podemos calcular así:

$$P(C \text{ o } T) = P(C) + P(T) = \frac{\text{número caballos}}{\text{número total piezas}} + \frac{\text{número torres}}{\text{número total piezas}} = \frac{4}{32} + \frac{4}{32} = \frac{8}{32}$$

Con este ejemplo, junto con el visto en la primera etapa podemos calcular prácticamente cualquier probabilidad.

#### **4. Los movimientos y la probabilidad**

##### Problema

Si colocamos al azar una dama y rey de distinto color en un tablero, ¿cuál es la probabilidad de que el rey esté amenazado de jaque por la dama?

##### Indicaciones

- Comenzar el problema con el alfil y la torre
- Regla de Laplace  $P(\text{suceso}) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$

a) Una pieza cualquiera (torre, alfil o dama en este caso) puede colocarse en el tablero en cualquiera de las .... casillas del tablero.

(Solución: 64)

b) Para cualquiera de las casillas en las que puede colocarse la torre en el tablero, hay.... casillas restantes en las que puede colocarse el rey.

(Solución: 63)

1. c) Por lo tanto, el número de casos posibles en que se puede colocarse el rey y una torre en el tablero son

..... × ..... = .....

(Solución:  $64 \times 63 = 4032$ )

##### *Probabilidad de amenaza por una torre*

La torre puede mover a todas las casillas de su fila o columna como marcan las cruces.

Cualquiera de las casillas marcadas por las cruces está amenazada por la torre (si no hay obstáculos), así que el rey blanco colocado en cualquiera de esas posiciones está en posición de jaque.

d) El número de casillas a las que amenaza la torre es ... (Solución: 14)

e) Una torre (ver apartado a) puede colocarse en el tablero en cualquiera de las .... casillas del tablero. (Solución: 64)

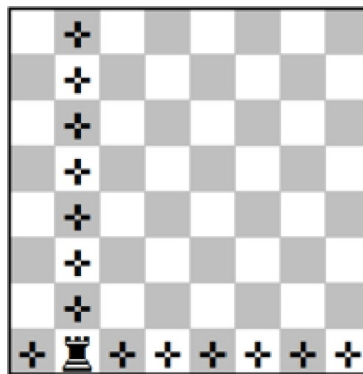
f) Para cualquiera de las posiciones del apartado e, un rey blanco está amenazado de jaque en .... posiciones (Solución: 14)

g) Por tanto, número de casos favorable en que se puede colocar un rey blanco pueda estar amenazada por una torre blanca en el tablero son .... × .....=.....

(Solución:  $64 \times 14 = 896$ )

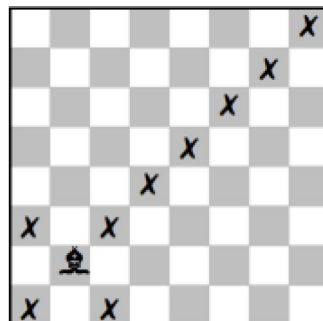
h) La probabilidad de que un rey esté amenazado por una torre en un tablero viene dado por el cociente entre casos favorables (apartado g) y casos posibles (apartado c)

(Solución:  $p = 896/4032 = 0,23$ )

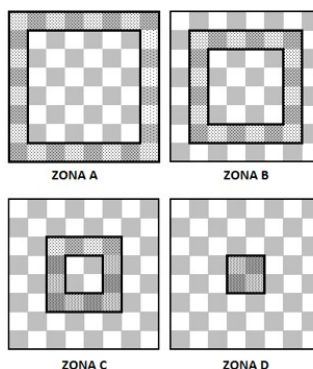


### PROBABILIDAD DE AMENAZA POR UN ALFIL

El alfil puede mover a todas las casillas de diagonales sobre las que está situado, siempre por las casillas del mismo color.



Rellena la siguiente tabla y completa en la última fila el número de casos que pueden darse en que un rey negro pueda estar amenazado de jaque por un alfil blanco situado en cualquiera de las casillas del tablero.



### *PROBABILIDAD DE AMENAZA POR UN DAMA*

La dama puede moverse como una torre o un alfil.

Luego la probabilidad de que un rey esté amenazado por una dama de distinto color se calcula como la suma de las probabilidades de que dicho rey esté amenazado por un alfil o una torre, es decir

$$p = 0,14 + 0,23 = 0,37$$

### **5.Problemas básicos**

Teniendo en cuenta que una torre sólo se puede mover en la fila o columna en la que está

Cuestión 1: ¿Es posible que una torre recorra todo el tablero pasando una sola vez por cada casilla empezando en A1 y terminando en H1?

Cuestión 2: ¿Es posible que una torre recorra todo el tablero pasando una sola vez por cada casilla empezando en A1 y terminando en A8?

Cuestión 3: ¿Es posible que una torre recorra todo el tablero pasando una sola vez por cada casilla empezando en A1 y terminando en H8?

Cuestión 4: ¿Es posible que una torre recorra todo el tablero pasando una sola vez por cada casilla empezando en C5 y terminando en H1?

Cuestión 5: ¿En qué se diferencian estos cuatro problemas? ¿Cuál te parece más difícil?

Cuestión 6: Un alfil se mueve por el tablero de ajedrez siguiendo sus diagonales, cualquier pieza que se ponga en su camino está siendo atacada por dicho alfil. ¿Podrías colocar en un tablero de ajedrez doce alfiles sin que se ataquen entre sí?

Cuestión 7: ¿Podrías colocar en un tablero de ajedrez catorce alfiles sin que se ataquen entre sí?

Cuestión 8: ¿Cuál de los dos problemas de alfiles te ha resultado más complicado de resolver? ¿Podrías hacer lo mismo con más de catorce alfiles? ¿Por qué?

Las actividades 3,4 y 5 trabajan y amplían los contenidos de los bloques 1 y 5

## 7. CONCLUSIONES

El ajedrez a pesar de ser un juego muy antiguo, es un recurso muy valioso y útil para la educación hoy en día. Si bien ya hay múltiples programas para utilizarlo en la educación primaria, es difícil encontrar recursos de ajedrez para su uso durante la educación secundaria.

La introducción del ajedrez como recurso educativo en las aulas de secundaria no es sencilla, ya que partimos de que no todos los docentes lo conocen suficiente como para poder usarlo de forma habitual. Además, la saturación de trabajo de muchos docentes hace que no estén receptivos a la introducción de nuevos materiales en sus clases. Por otro lado, todos aquellos alumnos que no sepan jugar pueden tener la percepción de que es un juego antiguo y complicado y por tanto se muestren reticentes a aprenderlo.

Hemos visto que hay estudios que demuestran que la relación positiva ajedrez-matemáticas es recíproca, por lo que esperamos que el uso de los materiales presentados en este trabajo también se refleje en un interés de los alumnos por continuar jugando y mejorando en ajedrez.

Por tanto, los materiales didácticos presentados en este trabajo no serán útiles ni efectivos si no son utilizados en un ambiente educativo adecuado, es decir, guiados por docentes motivados en el ambiente de un centro que propicie el uso de materiales didácticos más allá del libro de texto.

El hecho de no haber podido poner en práctica las actividades en el aula no me permite hacer una evaluación ni juicio de valor sobre su resultado, pero lo que sí puedo hacer es presentar posibles soluciones a algunas de las situaciones que de antemano prevemos que puedan plantearse.

Por ejemplo, sería interesante que los recursos de ajedrez no fueran únicamente utilizados en la asignatura de matemáticas, de hecho, estos recursos pueden ser nexo de unión de diversas asignaturas. En este trabajo hemos visto algunos ejemplos de cómo podemos utilizar los recursos de ajedrez de forma transversal y también hemos visto cómo pueden ser útiles dichos recursos para las nuevas asignaturas agrupadas.

Por tanto, con la guía de un docente motivado, el uso de recursos de ajedrez puede ser tan útil en la educación secundaria cómo lo está siendo en la educación primaria.

## 8. REFERENCIAS

### BIBLIOGRAFÍA

B1: Alba Pastor, C., Zubillaga del Río, A., & Sánchez Serrano, J. M. (2015). Tecnologías y Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA): experiencias en el contexto universitario e implicaciones en la formación del profesorado.

B2: Decreto 104/2018 de 27 de julio, del Consell, por el que se desarrollan los principios de equidad y de inclusión en el sistema educativo valenciano (DOGV 07/08/2018).

B3: J.Colera Jiménez, M<sup>a</sup>.J.Oliveira González, I.Gaztelu Albero, R.Colera Cañas. ESO 3 MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS ENSEÑANZAS ACADÉMICAS. PROPUESTA DIDÁCTICA. Editorial Anaya ISBN:978-84-678-5214-1.

B4: Martín Bravo, C., y Navarro Guzmán, J.I. (Coord.) (2011). Psicología para el profesorado de Educación Secundaria y Bachillerato. Madrid. Pirámide.

B5: Orden ECD/65/2015, de 21 de enero 2015, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. *Boletín oficial del estado*, 25, 6986-7003.

B6: Orgánica, L. (2006). 2/2006, de 3 de mayo 2006, de Educación. *Boletín oficial del Estado*, 106(4), 17158-17207.

B7: Quereda Castañeda, N. (2012). Materiales y recursos para la enseñanza de las Matemáticas. Universidad de Armería.

B8: R. Villar Pajares (2010). Matemáticas y Ajedrez. Universidad de la Rioja.

## WEBGRAFÍA

- W0: [https://www.matematicasenaccion.unican.es/transparencias20122013/transparencias\\_ajedrez\\_y\\_matematicas.pdf](https://www.matematicasenaccion.unican.es/transparencias20122013/transparencias_ajedrez_y_matematicas.pdf)
- W1: [https://elpais.com/deportes/2015/02/11/actualidad/1423684794\\_011937.html](https://elpais.com/deportes/2015/02/11/actualidad/1423684794_011937.html)
- W2: <https://www.europarl.europa.eu/sides/getDoc.do?pubRef=-//EP//TEXT+TA+P7-TA-2012-0097+0+DOC+XML+V0//ES>
- W3: [https://elpais.com/deportes/2017/03/22/la\\_bitacora\\_de\\_leontxo/1490179217\\_496640.html](https://elpais.com/deportes/2017/03/22/la_bitacora_de_leontxo/1490179217_496640.html)
- W4: <http://www.cnhelios.com/sites/default/files/ajedrez.pdf>
- W5: [https://www.researchgate.net/publication/44227215\\_Ensenar\\_matematicas\\_con\\_recursos\\_de\\_ajedrez](https://www.researchgate.net/publication/44227215_Ensenar_matematicas_con_recursos_de_ajedrez)
- W6: <https://revistas.comillas.edu/index.php/padresymaestros/article/view/8603/8162>
- W7: <http://blog.crifacacias.es/2016/12/el-ajedrez-como-herramienta-educativa-en-la-escuela-secundaria-mucho-mas-que-un-juego/>
- W8: <https://www.chess.com/es/lessons/movimiento-de-las-piezas>
- W9: <https://www.chess.com/es/lessons/jugar-la-partida>
- W10: <https://www.ajedrezalaescuela.eu/ajedrez-y-matematicas/>
- W11: <https://elpais.com/sociedad/2020-04-27/una-sola-gran-asignatura-de-ciencia-y-otra-de-lengua-ante-la-emergencia-escolar.html>
- W12: <https://www.ichess.es/blog/jugar-ajedrez-online-gratis/>
- W13: <https://www.ichess.es/blog/aplicaciones-ajedrez-movil-top-5/>
- W14: <https://matematicascercanas.com/2014/03/10/la-leyenda-del-tablero-de-ajedrez-y-los-granos-de-trigo/>

## 9.ANEXO

Construye tu propio ajedrez, recorta las piezas y el tablero para poder tener el juego completo a tu disposición para la resolución de cualquiera de los retos.

