



TFM – Mejora de una Unidad Didáctica

**Máster en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato,
Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas**

Especialidad de Matemáticas

“Uso de GeoGebra en la enseñanza de geometría analítica en 4º de la ESO”

Cristina Campillo Javier

Julio 2018

Tutor: Gil Lorenzo Valentín

RESUMEN

El presente Trabajo Final de Máster (TFM) presenta una metodología para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de la unidad de geometría analítica en 4º curso de la ESO mediante la utilización del software *GeoGebra*. En la justificación y motivación se ha expuesto por qué se ha seleccionado el presente tema, así como la problemática que presenta. En el marco teórico y en primer lugar, se ha examinado acerca de la situación actual de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), concretando en la asignatura de matemáticas. Por otra parte se ha analizado la unidad de geometría analítica y el lugar que ocupa dicha unidad en las matemáticas, así como la importancia que tiene el adecuado desarrollo de la unidad. También se han presentado la problemática que supone la realización de la unidad de geometría analítica en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Finalmente se ha mostrado una comparación sobre los diferentes softwares matemáticos para el estudio de la geometría analítica que se pueden encontrar actualmente. Seguidamente, se he llevado acabo el diseño y la puesta en marcha de la propuesta de mejora didáctica, donde se han mostrado los objetivos que acoge el presente proyecto según marca la normativa, tanto nacional, como de la Comunidad Valenciana. También se ha expuesto la metodología que se va a utilizar en las sesiones y los contenidos que se van a tratar, todo ellos adecuándose al contenido de la unidad de geometría analítica con la ayuda del software *GeoGebra*. Por último; se ha desarrollado cada sesión, tanto su programación; como la realización y finalmente las impresiones obtenidas de cada una de ellas. Tras finalizar todas las sesiones; se realizó al alumnado un cuestionario final, para así poder analizar las impresiones que ellos había tenido en las sesiones, así como la utilización de las TIC y las matemáticas en general. La principal conclusión que se ha obtenido es que la utilización del *GeoGebra* en el proceso de enseñanza de la unidad de geometría analítica, facilita y ayuda el aprendizaje de las matemáticas, favoreciendo a la motivación del alumnado.

Palabras clave: TIC, *GeoGebra*, enseñanza-aprendizaje, software, geometría analítica, metodología, matemáticas.

ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN	4
2.	JUSTIFICACIÓN Y MOTIVACIÓN.....	5
2.1.	JUSTIFICACIÓN.....	5
2.2.	DEFINICIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	6
3.	MARCO TEÓRICO Y ESTADO DE LA CUESTIÓN	8
3.1.	SITUACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN ESPAÑA.....	8
3.2.	COMPETENCIA MATEMÁTICA.....	11
3.2.1.	Enseñanza de la competencia matemática.....	12
3.3.	GEOMETRÍA ANALÍTICA	13
3.3.1.	Contenidos del bloque de geometría analítica en 4º de la ESO	14
3.3.2.	Problemas en la enseñanza y aprendizaje de la geometría analítica	16
3.4.	LAS TIC EN LA LEGISLACIÓN EDUCATIVA.....	18
3.5.	SOFTWARE MATEMÁTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE GEOMETRÍA ANALÍTICA 19	
3.5.1.	Cabri	19
3.5.2.	Wiris	20
3.5.3.	GeoGebra	20
4.	OBJETIVOS.....	21
5.	DISEÑO Y PUESTA EN MARCHA.....	21
5.1.	INTRODUCCIÓN	21
5.2.	OBJETIVOS.....	22
5.3.	METODOLOGIA.....	22
5.4.	CONTENIDOS.....	23
5.5.	SESIONES Y ACTIVIDADES	23
5.5.1.	Sesión 1. Prueba de evaluación inicial	23
5.5.2.	Sesión 2. Vectores en el plano. Distancia entre dos puntos. Jugamos	24
5.5.3.	Sesión 3. Operaciones con vectores	25
5.5.4.	Sesión 4. Repaso sesión 2 y 3: Aula de Informática.....	25
5.5.5.	Sesión 5. Punto medio de un segmento. Puntos alineados	26
5.5.6.	Sesión 6. Descubriendo la Ecuación de la recta: Aula de informática.....	26
5.5.7.	Sesión 7. Ecuación de la recta	27
5.5.8.	Sesión 8. Recta. Paralelismo y perpendicularidad	27
5.5.9.	Sesión 9. Repaso de la unidad.....	28
5.5.10.	Sesión 10. Evaluación final.....	28

6.	RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	29
6.1.	EVALUACIÓN INICIAL	29
6.2.	RESULTADOS DERIVADOS DE LA ACTIVIDAD PRÁCTICA.....	30
6.3.	EVALUACIÓN FINAL.....	31
6.4.	CUESTIONARIO FINAL DEL ALUMANDO	31
7.	CONCLUSIONES.....	37
8.	POSIBLES EXTENSIONES	39
9.	OPINIÓN PERSONAL	40
10.	BIBLIOGRAFIA.....	41
	ANEXOS.....	43
	Anexo I. Objetivos según normativa.....	44
	Anexo II. Prueba de evaluación inicial.....	45
	Anexo III.....	47
	Ficha de actividad: Jugando con vectores	47
	Fotos sesión 2: Jugando con vectores	49
	Anexo IV. Operaciones con vectores: Ejemplos con <i>GeoGebra</i>	52
	Anexo V. Actividades prácticas llevadas a cabo en el aula de Informática: Repaso sesión 2 y 3.	55
	Anexo VI. Punto medio de un segmento y puntos alineados: Ejemplos con <i>GeoGebra</i> ..	58
	Anexo VII. Actividades prácticas llevadas a cabo en el aula de Informática: Descubriendo las rectas.	60
	Anexo VIII. Actividades complementarias geometría analítica.	64
	Anexo IX. Evaluación final	65
	Anexo X. Cuestionario final al alumnado.....	66

1. INTRODUCCIÓN

Tal y como consideran Guamán, Elizabeth y Holguín Beltrán (2018) en el día a día de la actividad docente se observa que aquellas ventajas que ofrecen las TIC como recurso educativo quedan desaprovechadas.

Por esta razón se pretende realizar una contribución, que sea acercar el mundo de las TIC a las aulas, para así poder aportar una mayor información, acerca de cómo beneficiarse de las ventajas de ofrecen estos recursos.

Actualmente la sociedad está asistiendo a grandes cambios debido a la integración de nuevas TIC, lo que ha implicado la modificación de la forma de vivir y de hábitos cotidianos de las personas en diversos entornos.

En el entorno educativo es de vital importancia reconocer y beneficiarse de las nuevas herramientas y recursos que hoy en día proporciona las TIC. No obstante, la utilización de estas nuevas herramientas y recursos quedan reducidos a los entornos del ocio y entretenimiento, pasando desapercibidas en la educación.

Los y las jóvenes, que son los integrantes del entorno educativo, sienten gran atracción por las TIC teniendo un fácil acceso a ellas. Es por esto que el entorno educativo que tiene como labor el enseñarles, debe mostrar cómo pueden sacar el máximo provecho a la utilización de estos nuevos recursos tecnológicos en lo que a su ámbito se refiere. Hay que destacar, que visto el nivel de conocimientos que posee la mayoría del alumnado con respecto a las nuevas tecnologías, no basta con enseñarles a utilizar un ordenador o el funcionamiento de un programa concreto, si no que se les debe enseñar la manera en la que deben utilizarlos. De este modo su utilización mostrará nuevas y mejores posibilidades para el proceso de enseñanza-aprendizaje y así conseguirán llegar mejor a los objetivos requeridos.

Para la realización de actividades en el aula mediante la utilización de las TIC es primordial que los docentes posean una actitud positiva, manifestándose receptivos ante los constantes cambios que conlleva la utilización de las TIC. Es importante destacar que no es suficiente con formar al cuerpo docente sobre las TIC, sino que también hay que encontrar la manera de saber cómo transportar al alumnado lo aprendido, de tal manera que la utilización de las TIC en el aula acabe siendo una acción beneficiosa para su aprendizaje.

En matemáticas se dispone de muchas aplicaciones informáticas o softwares, los cuales permiten trabajar la asignatura de una manera más eficiente. El presente proyecto ha focalizado su atención en la utilización de *GeoGebra*, un programa informático diseñado y planteado para la enseñanza de las matemáticas, el cual se encuentra destacado como uno de los mejores como en Losada (2008), debido a su versatilidad y su fácil utilización por el alumnado. En la web oficial del software *GeoGebra*¹ lo definen como: *un software de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar.*

¹ <https://www.geogebra.org/>

2. JUSTIFICACIÓN Y MOTIVACIÓN

2.1. JUSTIFICACIÓN

En los últimos años, la renovada competencia matemática ha ido adquiriendo una gran importancia a nivel europeo, considerándose indispensable para la mejora del desarrollo personal. Hace ya 10 años, en el documento de comunicación de la comisión de la comunidades europeas: “*Mejorar las competencias en el siglo XXI: agenda para la cooperación europea en las escuelas*”, se encuentra constancia de la importancia que tiene la competencia matemática, describiendo lo siguiente:

“Las capacidades de cálculo elemental, las competencias matemáticas e informáticas y la comprensión de la ciencia también son vitales para una plena participación en la sociedad del conocimiento, así como para la competitividad de las economías modernas. Las primeras experiencias de los niños son cruciales, pero demasiado a menudo los estudiantes temen las matemáticas y algunos incluso cambian sus opciones de estudio para evitarlas. Unos enfoques de enseñanza distintos pueden mejorar las actitudes, incrementar los niveles de rendimiento e introducir nuevas posibilidades de aprendizaje (Comisión Europea, 2008)”

No obstante los últimos resultados de dos de los principales estudios que evalúa entre otras la competencia matemática como son el informe TIMSS² y el informe PISA³, muestran como el rendimiento medio en España queda por debajo de la media mundial.

Estos resultados y sobre todo los obtenidos en el informe PISA quedan respaldados por diversos factores. Es por ello que no se debe hacer una macro-generalización de estos resultados encasillando al alumnado español por debajo de nuestros vecinos, si no que se debe tomar conciencia de que nuestro país posee una educación homogénea en cuanto a recursos y metodología, dando lugar a que en los centros educativos no solo se tiene alumnado por debajo de la media establecida, en ella y superior, sino que lo que verdaderamente se tiene es un alumnado con diferentes necesidades y dificultades en el aprendizaje. Todo esto pone de manifiesto que es muy importante brindar al alumnado una metodología fundamentada en la diversidad, por el hecho que no todos aprendemos de la misma manera ni tampoco nos funcionan los mismos métodos.

Se encuentra con facilidad y muy repetida la frase donde se enuncia que al sistema educativo español aún le queda mucho por mejorar, como Ballester (2011), quien cita, de una manera más directa esta afirmación diciendo:

“Que el sistema educativo español es una ruina ya no es un secreto para nadie. Los profesores, los alumnos y sus padres lo viven diariamente. Es un estado de opinión que se percibe en la sociedad. Y lo confirman, además, los indicadores externos (PISA) e internos (Evaluación de diagnóstico del MEC).”

² TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study (Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias) <https://www.mecd.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/timss/timss-2015.html>

³ PISA: Programme for International Student Assessment (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes) <http://www.oecd.org/pisa/pisaenespaol.htm>

Nos queda un largo camino por recorrer hasta llegar al éxito. Esta mejora y este largo camino son relativos según con qué sistema educativo nos comparemos, y por ello se debe de ir mejorando continuamente. Una de las grandes mejoras que se tienen desde hace poco en los centros educativos es el uso de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje, lo cual está siendo más que beneficioso para la adquisición de conocimientos de manera dinámica y visual. Cada vez se tiene menos esa visión de las matemáticas como materia enfocada al aprendizaje mecánico en la que cuesta comprender los conceptos básicos, y se empieza a considerar la enseñanza de la competencia matemática como la utilización de metodologías que consisten en dar respuesta a situaciones de la vida real.

No obstante, la utilización exclusiva de las TIC en educación puede volverse ineficaz, por ello se debe de profundizar en las posibilidades que nos ofrecen e intentar tratarlas como un instrumento complementario el cual anime al alumnado tanto fuera como dentro del aula a aprender cada vez de un modo mucho más práctico y eficaz. Así como motivar en el aprendizaje de las diferentes materias mediante ellas y que quieran conocer más acerca de su utilización en el aprendizaje.

La utilización del software *GeoGebra* es una de las tantas posibilidades que nos ofrece las TIC, herramienta complementaria que ayuda a favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje. Moya (2009) en su artículo "*Las nuevas tecnologías en la educación*" expresa de esta forma:

"Las nuevas tecnologías representan oportunidades beneficiosas para llevar a cabo el proceso enseñanza-aprendizaje, para diversificar sus modos de ejecución y adecuar el conocimiento con la realidad, con los intereses y propósitos de los alumnos."

Y más adelante añade:

"Las TIC otorgan múltiples oportunidades y beneficios: favorecen las relaciones sociales, el aprendizaje cooperativo, el desarrollo de nuevas habilidades, nuevas formas de construcción del conocimiento y el desarrollo de las capacidades de creatividad, comunicación y razonamiento."

Por ello la utilización de *GeoGebra* es verdaderamente una buena elección para desarrollar el proceso enseñanza-aprendizaje de una manera dinámica dentro del aula de matemáticas, ya que ofrece al docente la posibilidad de elaborar materiales mucho más adaptados a los requerimientos del aula y del alumnado, ajustándose así a las necesidades requeridas en cada momento. Para la geometría analítica la ventaja principal en la utilización del *GeoGebra* es que el estudiantado va a poder ver con máximo detalle cada concepto y explicación de manera visual, donde podrán estudiar diferentes opciones para un mismo ejemplo de forma rápida.

2.2. DEFINICIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

No hace falta demostrar que actualmente la sociedad queda inmersa en la utilización de las TIC, y cada vez desde edades más tempranas, lo que implica la necesaria inclusión de estas en el ámbito educativo a cualquier nivel. Si las TIC están cada vez más integradas en la sociedad, no cabe ninguna duda, que el alumnado desde su inicio en la escuela debería de contar con una formación competente en su utilización,

pudiendo ser capaces de manejarlas y obtener el máximo partido, aprovechando todas sus ventajas y cubriendo sus propias necesidades o las de los demás, según para qué o para quién deban de utilizarlas.

En este documento se persigue la idea de proponer una metodología alternativa sobre el uso de las TIC en el aula de matemáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la unidad de geometría analítica en el curso de 4º de la ESO, más concretamente la utilización del Software *GeoGebra*.

Aunque de manera global como ya se ha apuntado anteriormente el informe PISA nos proporciona información sobre la situación de la educación española, también destaca que donde más dificultades posee el alumnado español de los institutos de educación secundaria es en matemáticas, siendo esta prueba la más suspendida. Esto implica un problema, al cual se debe de proponer alguna solución, empezando por tratar de mejorar la situación actual.

Existen muchos docentes que están enormemente comprometidos con la problemática descrita y están dispuestos a cambiar y reformular la metodología utilizada en clase y así amoldarse a esta nueva sociedad, pero todo y que disponen de los medios necesarios para realizarlo, su utilización queda ralentizada, ya que es posible que desconozcan el óptimo aprovechamiento de las TIC. He aquí la necesidad y la importancia de que los actuales docentes deban de estar formados en este ámbito y que nunca dejen de hacerlo. Son los docentes los que deben de hacer reflexionar al alumnado sobre la utilización educativa de las TIC, tanto en el aula y dentro del centro como fuera de él.

La unidad de geometría analítica realiza el estudio de líneas y figuras geométricas mediante la aplicación del álgebra y el análisis matemático en un determinado sistema de coordenadas. Todo lo que nos envuelve queda representado mediante figuras geométricas, líneas que unen paredes o que forman y desarrollan materiales e instrumentos que nos ayudan en la vida diaria, y esta es la más simple justificación por la que dicha unidad se hace presente en la vida de cualquier persona.

Algunos autores como Hernández y Villalba (2001) han considerado la significación que tiene la geometría y su correcta enseñanza-aprendizaje, considerándola como una herramienta para el entendimiento de nuestro alrededor, es decir, es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Estos autores cuestionan también la dificultad y la problemática que supone para el alumnado la unidad de geometría analítica, ya que se hace uso de los modelos algebraicos para trabajar situaciones geométricas. Se empuja al estudiantado a un nuevo universo de cálculos y representaciones, en el que se les dividen las ligas entre las situaciones geométricas y sus modelos algebraicos, omitiendo con asiduidad las interpretaciones geométricas de los cálculos numéricos. Por todo esto Hernández y Villalba (2001) realizan las siguientes preguntas:

- “¿A qué edad y nivel escolar debiera iniciarse la enseñanza de la geometría analítica?”
- ¿Cuáles actividades, métodos y marcos de trabajo pueden ser usados para restablecer los enlaces entre las representaciones algebraicas del espacio y las situaciones geométricas que estas simbolizan?
- ¿Cómo podemos potenciar de mejor manera la habilidad de los estudiantes para elegir las herramientas adecuadas (conceptuales, manipulativas, tecnológicas) para resolver problemas geométricos específicos?”

La primera de ellas resulta difícil de contestar ya que aun teniendo las consideraciones que se tienen de la geometría analítica estas todavía no han alcanzado un lugar representativo en el currículo educativo matemático ni en los niveles más avanzados (4º ESO y bachillerato), por lo que si no se le da importancia nunca se llegan a incluir alternativas como las TIC para su enseñanza-aprendizaje. Para la siguientes preguntas este trabajo pretende poder proporcionar respuesta mediante la utilización del software *GeoGebra*, valorando su utilidad en el aula de matemáticas y en la unidad de geometría analítica y proporcionar las ventajas que presenta su utilización.

3. MARCO TEÓRICO Y ESTADO DE LA CUESTIÓN

3.1. SITUACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN ESPAÑA

Desde hace muchos años expertos en el ámbito de la educación de las matemáticas como El informe Cockcroft (1985), Skemp (1980) y Orton (1996), entre otros, desarrollan ideas en común y de forma general, donde las matemáticas son consideradas como unos de los campos más importantes en el entendimiento, principio innegable para alcanzar el aprendizaje de otras disciplinas y así contribuir en el desarrollo del razonamiento lógico y abstracto de las personas. El informe Cockcroft (1985) explica de alguna manera que cuando las matemáticas quedan trasladadas a los centros de secundaria el alumnado no las percibe como tal, sino que considera las matemáticas como una materia compleja, ya que al igual que otras disciplinas científicas, constituyen la adición de conocimientos, los cuales poseen una correspondencia clara entre su estructura y organización.

La comunidad educativa, a nivel mundial, desarrolla de forma regular unas evaluaciones para definir el nivel del alumnado en el área científica entre otras. Este estudio ayuda en la comparación de los datos obtenidos con los de los años anteriores y así poder observar la evolución que se tiene. De esta manera se pueden proponer y realizar cambios que mejoren las marcas conseguidas. La obtención de todos estos indicadores se realiza mediante las pruebas PISA. Esta prueba consiste en evaluar lo que saben y son capaces de hacer un determinado número de estudiantes de diferentes países a la edad de 15 años, con el fin de obtener unos informes en los que se presenta una valoración del rendimiento obtenido mediante la realización de unas pruebas estándar. Estos informes son realizados trienalmente por la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos). La última prueba realizada fue en el año 2015, en la que participaron un total de 72 países de los cinco continentes, de los cuales 35 pertenecen a las OCDE (figura 1).

Países participantes en PISA 2015



Figura 1. Países participantes en PISA. Fuente: OCDE (2015)

España ha participado desde la edición del 2000, la cual fue la primera que se realizó, y en todos los ciclos realizados. En 2015 participaron todas las comunidades autónomas.

Según lo establecido en los informes PISA, la evaluación de este estudio gira en torno a tres competencias: matemáticas, ciencias experimentales y lectura. Una vez realizada la prueba, a la hora de generar el informe, se divide los resultados medios obtenidos (lo que saben y son capaces de hacer) en una escala de 7 niveles, centrandolo como puntuación media global, al promedio obtenido por todos los países participantes, que corresponde al nivel 3 (puntuaciones de 482 a 545 para matemáticas).

Mirando los datos estadísticos proporcionados por el último informe son mucho los y las estudiantes que adquieren un nivel inferior al 2. Si bien se compara estos datos con los de los años anteriores, es cierto que se encuentra una disminución del número total que se encuentra por debajo del nivel 2, aunque no significativa, y esto ocurre de igual manera y de forma global para las tres competencias y para cada una de ellas por separado. Es por esto, que los estados miembros de la Unión Europea según lo establecido en el Informe del 30 de septiembre de 2013 sobre los Objetivos educativos europeos y españoles: Estrategias Educación y Formación 2020, donde se fijó como objetivo reducir el porcentaje de alumnos y alumnas de 15 años con bajo rendimiento en las competencias básicas lectura, matemáticas y ciencias, debiendo ser inferior al 15% para el año 2020. Para España el porcentaje de alumnos de 15 años con un nivel inferior a 2 ha permanecido en torno al 24%. Como consecuencia, los resultados de España en las tres competencias a evaluar también han permanecido estables con el paso del tiempo en las diferentes ediciones. No se obtiene variabilidad significativa en los resultados de España en matemáticas entre 2003 y 2015, donde el núcleo de mayor importancia en la evaluación PISA fueron las matemáticas (figura 2).

Evolución de los resultados en PISA
Puntos respecto a la media de la OCDE

		2000	2003	2006	2009	2012	2015
Lectura	España	493			481	488	496
	OCDE	500			493	496	493
Matemáticas	España		485			484	486
	OCDE		500			494	490
Ciencias	España			488		496	493
	OCDE			500		501	493

Figura 2. Evolución de los resultados PISA

Se tiene un descenso de un solo punto en el 2012, para subir dos puntos en 2015, lo que no representa ningún cambio significativo. Por una parte, la escasa variación en los resultados indica una cierta estabilidad del sistema educativo español. Sin embargo, esto también es indicativo de un cierto estancamiento del sistema, el cual carece de evolución efectiva y positiva.

Para la competencia de matemáticas y tal como se observa en la Figura 3, España se encuentra por debajo de la media de la OCDE, lo que indica que aún se necesita trabajar para mejorar en esta competencia. Si bien, Singapur junto con los países asiáticos son quienes encabezan la lista de la OCDE en matemáticas, según el último informe PISA (2015): Singapur (564), Japón (532) y Corea del Sur (524).

De entre todas las comunidades autónomas que se presentaron a PISA 2015, las cuatro que obtuvieron la mayor puntuación en matemáticas se tienen: Navarra (518), Castilla y León (506), La Rioja (505), Madrid (503). Todas ellas se encuentran por encima de la media de la OCDE y española, con 492 y 486 puntos respectivamente. En la situación que se describe la Comunidad Valenciana se encuentra justo con un punto por debajo de la media española, con 485 puntos, por lo que también se encuentra por debajo de la media de la OCDE. Resultado que no se puede comparar con el del año anterior ya que la Comunidad Valenciana no se presentó a las pruebas PISA 2012. En la figura 3 se puede observar lo descrito con mayor detalle:

COMPETENCIA EN MATEMÁTICAS

	2012	2015
Navarra	517	518
Cast. y León	509	506
La Rioja	503	505
Madrid	504	503
Aragón	496	500
Cataluña	493	500
Cantabria	491	495
Galicia	489	494
Asturias	500	492
Pais Vasco	505	492
OCDE	494	492
C.-La Mancha	-	486
España	484	486
C. Valenciana	-	485
Baleares	475	476
Extremadura	461	473
Murcia	462	470
Andalucía	472	466
Canarias	-	452

Figura 3. Resultados PISA 2012/2015 por comunidades

Como consecuencia de todo lo descrito y a la cantidad de informes y datos que se tienen al respecto, se hace evidente que el camino que queda por recorrer es largo, quedando mucho por mejorar y no solo a nivel autonómico si no a nivel nacional, ya que es más que significativa la diferencia que existen entre los resultados de ciertas comunidades autónomas. Por lo que este es un camino común, en el que se debe realizar una búsqueda minuciosa de unos objetivos también comunes, los cuales representen a todo el colectivo. Unos objetivos que sean respetuosos con las diferencias existentes, pero que utilizando todos aquellos recursos que se puedan reunir y que se tienen al alcance, persigan esa misma meta.

3.2. COMPETENCIA MATEMÁTICA

La definición de competencia matemática, la encontramos en el documento “*Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2015: Ciencias, Matemáticas, Lectura y Competencia financiera*” que proporciona el ministerio de educación, cultura y deporte en su web y es la siguiente:

“La competencia matemática es la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan.”

Recio. T (2006) en su artículo: “*PISA y la evaluación de las matemáticas*” citaba:

“...estas cuestiones pretenden medir las capacidades de analizar, razonar y comunicar eficazmente, puestas en juego por los estudiantes en situaciones usuales de la vida cotidiana que involucran matemáticas; y no sólo, ni principalmente, en conocer cuáles contenidos del currículo han aprendido.

“..., tradicionalmente, en el sistema escolar nos hemos limitado a medir lo que el alumno «sabe»; ahora PISA está midiendo lo que realmente «sabe hacer»... y por eso obtenemos resultados tan pobres.”

Y es que 12 años después, en la enseñanza, se siguen anteponiendo el “que se sabe”, frente a un “que sabe hacer” envuelto en un currículo en el que prime la competencia de afrontar situaciones de la vida cotidiana.

La incorporación de la competencia matemática en el currículum conlleva que la enseñanza del alumnado deba ser útil para que pueda desenvolverse y afrontar situaciones singulares del día a día en la sociedad actual y fundando un aprendizaje estable y fijo para el resto de su vida.

De una forma muy simple Zabala, J. M. G. (2008) define la competencia matemática como la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver problemas en situaciones cotidianas. Es decir, al fin y al cabo, se trata de que el alumnado sea capaz de aplicar todo su saber a situaciones que se le presenten fuera del ámbito académico, a situaciones totalmente reales.

3.2.1. Enseñanza de la competencia matemática

En relación con lo descrito y de forma muy diferente a lo que se entendía como enseñanza matemática hace muchos años, hoy en día esta misma posee una base donde sustenta como único fin el aprobar un examen de un tema determinado. Si se analiza el currículo descrito en la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, los contenidos para la Educación Secundaria Obligatoria y en Bachillerato se agruparán en tres bloques: asignaturas troncales, asignaturas específicas y asignaturas de libre configuración autonómica, sobre los que las Administraciones educativas y los centros docentes realizarán sus funciones. Describe la LOMCE asignaturas troncales aquellas cuyos contenidos comunes, estándares de aprendizaje evaluables y horario lectivo mínimo se establecen por el Gobierno con carácter general para todo el alumnado, que debe cursarlas obligatoriamente. Las asignaturas específicas son aquellas cuyos estándares de aprendizaje evaluables son establecidos por el Gobierno, correspondiendo a las Administraciones educativas determinar sus contenidos y pudiendo estas completar los criterios de evaluación, si lo estiman necesario. Finalmente, de libre configuración autonómica, aquellas cuyo diseño curricular es competencia de las distintas administraciones educativas. El cambio adoptado en la nueva disposición con respecto a la estructuración de las asignaturas y por consecuencia en los contenidos, hace que se abra un mayor abanico de posibilidades para el alumnado. Ahora las Administraciones educativas pueden elaborar itinerarios para orientar al alumnado en la elección de las materias troncales de opción, ya que a partir de tercero de la ESO, el alumnado dentro de sus asignaturas troncales y por la tanto obligatorias se puede orientar eligiendo entre matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas o por lo contrario, matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas. Ampliando la opcionalidad de las troncales en cuarto curso, donde aparte de elegir la opción de matemáticas que desean, también pueden elegir dos opciones más de dos bloques constituidos por asignaturas más específicas.

En matemáticas, con el paso del tiempo se ha tenido en cuenta la necesidad de formar al alumnado, no únicamente para dominar una serie de contenidos, sino para saber plasmar lo aprendido a situaciones del día a día y así lograr que sean recursos de gran utilidad para cualquier situación real de su vida. Esto es uno de los objetivos que se plantea la LOMCE, y no solo en matemáticas si no en la totalidad del currículo. Es por ello que ha sido necesario efectuar un cambio en la estructuración de los contenidos, desarrollando cada bloque de la asignatura de modo que se completen unas con otras. Esto quiere decir que se le tiene que hacer comprender al alumnado que las distintas unidades de la asignatura de matemáticas no son independientes entre ellas, sino que están fuertemente ligadas y más fundamental que se debe de comprender uno para poder controlar el siguiente.

Se puede entender que alcanzar este objetivo va relacionado con dominar “la competencia matemática” de la que antes se ha hablado, por lo que para para ellos se debe elaborar unas nuevas metodologías desde los primeros cursos de la enseñanza.

En Alsina, Á. (2010) una completa maduración de la competencia matemática se tiene cuando desde las edades más tempranas se comienza con una enseñanza basada en un aprendizaje significativo, ajustado a los requerimientos particulares y personales de

cada alumno y alumna. Alsina, plantean en su artículo “La <<pirámide de la educación matemática>> Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática”, a modo de símil y basándose en la pirámide de la alimentación, la Pirámide de la Educación Matemática, la cual se puede observar (en la figura 4).



Figura 4. Pirámide de la educación matemática

En la pirámide Alsina, indica de manera clara y sencilla los requerimientos que son imprescindibles para el desarrollo de un pensamiento matemático, y al igual que en la de alimentación, en este caso también nos proporciona en qué medida y con qué frecuencia es recomendable el uso de cada recurso, sin prescindir de ninguno, aportando información sobre las ventajas e inconvenientes que tendría restringir el uso de alguno de ellos. Como se puede observar en la figura, en la cúspide de la pirámide se hallan aquellos recursos que únicamente se deberían utilizar esporádicamente, sin abusar de ellos como ocurre con el libro de texto.

En educación la reorganización de los contenidos y el currículo educativo se mantiene en un cambio constante, sin embargo, la utilización del libro de texto sigue siendo la base de cualquier sistema de enseñanza, el cual sigue ejerciendo un papel imprescindible y aún más cuando hablamos de matemáticas. Por esta razón si para conseguir la motivación del alumnado se debe de utilizar dicha pirámide, nosotros la estamos utilizando de forma invertida, dando lugar a una enseñanza poco interesante alejándonos cada vez más de conseguir con éxito la competencia matemática.

3.3. GEOMETRÍA ANALÍTICA

La geometría analítica se podría definir como el estudio de ciertas líneas y figuras geométricas aplicando técnicas de análisis matemático y álgebra en un determinado sistema de coordenadas. Esta área de las matemáticas es considerada de gran importancia ya que ha unido los conceptos del análisis matemático con la propia geometría.

En el libro “*Historia de la matemáticas en las Enseñanzas de Secundaria*” de Montesinos (2010), se encuentra descrito que la geometría analítica fue impulsada por dos franceses, por una parte René Descartes (1596-1650) y también por Pierre Fermat

(1601-1655). Como se observa en sus fechas trabajaron prácticamente al mismo tiempo, aunque cada uno de ellos desarrolló un trabajo diferente. Aunque mucho tuvieron que ver en lo que hoy en día se conoce como geometría analítica, esta no solo fue el único resultado de sus investigaciones, si no que la geometría analítica es la derivación de la recopilación de otros muchos matemáticos.

Se podría decir que uno de los puntos que dio comienzo a la geometría analítica fue la presentación de las coordenadas. Estas fueron tarea de los griegos, particularmente de Apolonio, Pappus y Menecmo. Después de esto se tiene el diseño de una curva elaborando ordenadas a partir de abscisas de la mano de Oresme, mientras que Vieta desarrollaba poder aplicar el estudio del álgebra simbólica a problemas geométricos. Mientras Fermat y Descartes se ocupaban de la derivación de ecuaciones de lugares geométricos y la construcción geométrica de los resultados a estas igualdades a la vez que estudiaban las curvas que se obtenían a partir de ecuaciones lineales y cuadráticas. Hubo que esperar a Euler para poder representar gráficamente una curva mediante su expresión analítica. Quien a su vez inició la derivación de fórmulas elementales para la resolución de problemas sobre puntos, rectas, planos, ángulos, paralelismo y perpendicularidad, distancias, áreas,...

Finalmente contando con Stirling, el propio Euler, Monge y De Witt se obtuvo una organización de las superficies y curvas de segundo orden obteniendo así la geometría analítica.

3.3.1. Contenidos del bloque de geometría analítica en 4º de la ESO

En el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, divide el contenido de las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 4º ESO en cinco bloques:

- Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
- Bloque 2: Números y Álgebra
- Bloque 3: Geometría
- Bloque 4: Funciones
- Bloque 5: Estadística y probabilidad

Como se puede observar la geometría analítica como tal, no está considerada como bloque o contenido básico en la asignatura de matemáticas. Pero como ya se ha mencionado anteriormente la realización de esta área es fundamental para el alumnado, debiéndole prestar mayor atención.

Los contenidos relacionados con las funciones lineales se ven por primera vez en 2º de la ESO y se continua con estos en 3º y 4º curso de la ESO, y cada vez de forma más general. Es por ello que el alumnado presente en 4º curso de la ESO debe controlar dichos contenidos en todas las variantes de funciones lineales que se estudian hasta el momento.

Cuando en 4º de la ESO se comienza con el tema de geometría analítica se vuelve hacer un repaso de los contenidos referentes a las funciones lineales de los cursos anteriores

pero esta vez desde el punto de vista geométrico, como son la posición relativa entre rectas, perpendicularidad y paralelismo.

Por otro lado, la geometría analítica también contiene la utilización de vectores. Ya que este concepto es visto por primera vez en 4º de la ESO, es aconsejable empezar por definirlo correctamente y así el alumnado pueda aprender a utilizarlo, lo que favorecerá en la creación de ciertos conceptos y relaciones como:

- Localizar el punto simétrico de un punto respecto a otro.
- Estudiar si tres puntos están alineados.
- Calcular la distancia entre dos puntos.
- Analizar la posición relativa entre dos rectas: Secantes (existe punto de intersección, única solución), paralelas coincidentes (infinitas soluciones) y paralelas no coincidentes (no hay solución).
- Perpendicularidad.
- Paralelismo.
- Obtener la ecuación de la circunferencia.

Según el Decreto 87/2015, de 5 de junio, del Consell, por el que se establece el currículum y desarrolla la ordenación general de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato en la Comunidad Valenciana, el currículum de matemáticas orientadas a los enseñamientos académicos para 4º ESO perteneciente al Bloque 3: Geometría y comprende el contenido presente en la figura 5.

Bloc 3: Geometria. Curs 4t ESO		
Continguts	Criteris d'avaluació	CC
Mesures d'angles en el sistema sexagesimal i en radians. Raons trigonomètriques. Relacions entre estes. Relacions mètriques en els triangles. Iniciació a la geometria analítica en el pla: coordenades. Vectors. Equacions de la recta. Paral·lelisme, perpendicularitat. Semblança. Figures semblants. Raó entre longituds, àrees i volums de cossos semblants. Resolució de problemes geomètrics i trigonomètrics. Interès per les diferents produccions culturals i artístiques on apareguen els elements estudiats (pel·lícules, curts, vídeos artístics, animació, documentals, publicitat). Interès i gaudi de les possibilitats que ens ofereixen els diferents entorns artístics: museus, exposicions, galeries d'art, auditoris, teatres, pàgines web i blogs de museus, exposicions artístiques, galeries d'art. Respecte i valoració de les distintes manifestacions artístiques. Expressió crítica dels seus coneixements, idees, opinions i preferències respecte a les manifestacions artístiques.	<p>BI.3.1. Analitzar les característiques i propietats de les figures planes i cossos geomètrics (semblança, raons trigonomètriques elementals, unitats angulars, etc.), utilitzant diferents materials i les ferramentes adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com ara programes de geometria dinàmica), per a descriure situacions geomètriques relacionades amb la trigonometria, en contextos de les matemàtiques i d'altres àrees (resolució de triangles, càlcul de distàncies entre punts inaccessibles, etc.).</p> <p>BI.3.2. Mesurar i calcular angles, longituds, superfícies i volums en el pla i en l'espai, utilitzant les unitats del sistema mètric sexagesimal i internacional, els instruments (cinta mètrica, teodolits senzills o industrials), les ferramentes adequades (calculadores gràfiques, aplicacions d'escriptori, web o per a dispositius mòbils, com ara programes de geometria dinàmica) i fórmules per a prendre decisions en situacions relacionades amb la trigonometria en contextos reals de les matemàtiques i d'altres ciències (càlcul d'altures a partir d'ombra o de l'angle, mesuraments de distàncies entre punts inaccessibles, etc.).</p> <p>BI.3.3. Identificar els conceptes bàsics de geometria analítica (punt, vector, equacions de la recta, paral·lelisme, etc.) per a descriure fenòmens físics senzills (posició, desplaçament, força, etc.).</p> <p>BI.3.4. Descriure els elements geomètrics propis del nivell que apareixen en les manifestacions artístiques més significatives de la pintura, escultura i mitjans audiovisuals i justificar el seu valor com a part del patrimoni artístic i cultural, argumentant de manera crítica les seues idees, opinions i preferències a través del diàleg i la reflexió.</p>	<p>CMCT CD CEC</p> <p>CMCT CD CAA</p> <p>CMCT</p> <p>CMCT CEC CCLI</p>

Figura 5. Contenido, criterios de evaluación y competencia del currículum. Fuente: Decreto 87/2015

CC: COMPETENCIAS DEL CURRÍCULUM

CMCT: Competencia matemática y competencia básicas en ciencia y tecnología

CD: Competencia digital

CEC: Conciencia y expresiones culturales

CAA: Competencia aprender a aprender

CCLI: Competencia comunicación lingüística

3.3.2. Problemas en la enseñanza y aprendizaje de la geometría analítica

Después de este pequeño recorrido por la geometría analítica creo que el principal problema que se encuentra en su enseñanza y aprendizaje es que no está contemplado como contenido esencial, lo que conlleva a dejarlo de lado y no darle la importancia que realmente tiene. M. Almeida (2002) en su memoria de la tesis doctoral: *“Desarrollo Profesional Docente en Geometría: análisis de un proceso de Formación a Distancia”*, menciona la existencia de unos objetivos generales, los cuales todo ciudadano debería lograr tras su formación, entre lo que se encuentran una educación geométrica con percepción histórica e interdisciplinar, además de poder modelar a partir de la aplicación de los conocimientos geométricos. Es por ello que M. Almeida (2002) no es el único, sino que son diversos los autores que consideran que la geometría debe ser el eje central del currículo escolar.

Una vez encaminado el recorrido aparece el gran problema del libro de texto, tan plano y tan en 2D que, entre otros inconvenientes, no deja desarrollar la visión espacial del alumnado. Los contenidos deben de estar bien estructurados insistiendo fundamentalmente en la metodología elegida para trabajarlos, y he aquí otro de los inconvenientes de la utilización del libro de texto, ya que la consideración de este como eje central de la asignatura acaba convirtiéndose en un impedimento para el docente a la hora de utilizar diferentes recursos y metodologías en el aula. Es vital no caer en su rutinaria utilización, nada más que como material de apoyo, y así tratar de ofrecer al alumnado una enseñanza y un aprendizaje mucho más motivacional mediante el uso de diferentes materiales didácticos. Se estaría hablando de algo muy parecido a lo que menciona Chamoso y Miguel (1995) en *“Materiales y recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas. El cuenta-drez”*, investigación en la que encontramos:

“La calidad de la enseñanza en general, y de las matemáticas en particular, exige introducir diversos materiales y recursos tratando de que la clase sea más receptiva, práctica, manipulativa y amena.”

A. Problemas en la enseñanza

De forma general es necesario destacar que dentro de un aula no todo el alumnado requiere de igual tipo de metodología, por lo que tampoco aprenden de la misma manera. Esto hace necesario que sea fundamental diversificar los recursos y así poder ajustarlos a las necesidades que posee cada alumnado. De forma parecida a lo que describe Rodríguez (2017) se podría decir que en el día a día, por falta de tiempo y por comodidad se tiene tendencia a estandarizar la enseñanza en el aula sin ningún criterio.

Alsina (2009) realiza una exposición donde se describe que en el ámbito de las matemáticas a la hora de ver las unidades dentro del aula, la mayoría de la veces se tiene predisposición por ciertos temas que engloban los bloques de álgebra o funciones, alejando los contenidos de geometría hacia final de curso. Esto conlleva a que los contenidos comprendidos en este bloque se acaben enseñando de manera superficial o en algunos casos por falta de tiempo se acaba excluyendo parcial o totalmente.

Cuando se intenta romper con lo descrito, por lo que por un lado se pretende diversificar los recursos introduciendo nuevos materiales como puede ser *GeoGebra*, y por otro lado enseñar los contenidos del bloque de geometría analítica en su totalidad y no de una

manera superflua, se pueden cometer errores. Para la utilización del software *GeoGebra* en el aula es necesario evitar limitarse a la explicación del funcionamiento de este, ya que no estaríamos cumpliendo con los objetivos en cuanto a contenidos. Más importante que saber gastarlo es que el alumnado interiorice diversos conceptos de la unidad en cuestión mediante dicha aplicación.

B. Problemas en el aprendizaje

Engler, Gregorini, Müller, Vrancken y Hecklein (2004) en su artículo "*Los errores en el aprendizaje de matemática*", expresan la idea de que un gran porcentaje del alumnado posee dificultades para poder alcanzar y conservar ciertos conceptos básicos necesarios para el correcto seguimiento de la asignatura de matemáticas. Es fundamental que los recuerden durante el transcurso de las unidades, hasta final de curso e incluso para años posterior. Estos conceptos los necesitan y una vez vista una unidad los olvidan.

La resolución de problemas matemáticos es un punto muy importante, el cual debe ser elemento especial de aprendizaje. Es primordial evitar los problemas cuyo único objetivo sea precisar contenido, debiendo trabajar más problemas que reflejen situaciones de la vida real

Engler, Gregorini, Müller, Vrancken y Hecklein (2004) en el apartado de categorización y clasificación de su artículo se encuentra que uno de los temas que presenta más dificultades para su aprendizaje por parte del alumnado es la unidad de geometría analítica. Explican que el mayor problema de aprendizaje dentro de la unidad es la dificultad de identificación, tratamiento y relación entre distintos registros de representación geométrica, así como la visión espacial, lo que se encuentra fuertemente ligado al abuso de los conceptos teóricos y al poco desarrollo de actividades prácticas. Todo esto queda reafirmado por Barrantes, Balletbo y Fernández (2014) quienes consideran que en geometría es fundamental insistir en la importancia que tiene la utilización y manipulación por parte del alumnado de materiales que les facilite la comprensión de la unidad, ampliando sus capacidades.

Existen otros problemas en el análisis práctico de los contenidos debido a una propensión a la memorización repetitiva de las fórmulas. Por su parte Lehman (1989) se centra en la importancia de reflexionar y razonar, distando al alumnado de la acción de memorizar conceptos. Es decir, evitar ante todo la obtención de los conceptos sin un conocimiento básico.

Se podría decir que las dificultades que presenta el alumnado influyen en la adquisición de nuevos conceptos y conocimientos, lo que con asiduidad es un obstáculo y limita el alcance de otros nuevos. Por lo que no basta con que el docente le exponga sus dificultades, si no debe ser el estudiantado quienes consideren sus dificultades ya que solo de este modo podrán encaminarse hacia el progreso y desarrollo de nuevas adquisiciones.

No se puede olvidar que muchas veces los problemas en el aprendizaje se dan por la adquisición de conocimientos previos erróneos, por lo que una labor importante del docente es reconocerlos, para así poder corregirlos y comenzar a superarlos. Los errores previos pueden tener su origen en el propio alumnado o también en el propio docente,

es por ello que se debe tener una actitud crítica con uno mismo a la hora de analizar el origen de estos, ya que forman parte de todo el proceso enseñanza-aprendizaje.

3.4. LAS TIC EN LA LEGISLACIÓN EDUCATIVA

En la Comunidad Valenciana tras la puesta en marcha de El Centro Educativo Inteligente en el curso 2009-2010, con su implantación en un solo centro educativo, el cual tuvo tan buena acogida que en tan solo en un año para el curso 2010-2011, 17 centros más se sumaron a la fase de pilotaje. Este programa se plantea con el objetivo de integrar las Tecnologías en la Información y la Comunicación en la totalidad de espacios existentes en un centro, ofreciendo las herramientas informáticas necesarias para que el uso de las TIC sea una realidad en todas las aulas, las cuales sean accesibles para todo el alumnado y profesorado. Desde libro que proporcionado por Conserjería de Educación, Investigación, Cultura y Deporte de la Comunidad Valenciana en su página web: "*Buenas prácticas TIC*"⁴, se encuentra descrito como la rápida evolución de las herramientas TIC, junto con su considerable abaratamiento, han sido decisivos a la hora de generalizar su uso didáctico en el aula. El cambio que se propuso con El Centro Educativo Inteligente ha proporcionado profundos cambios tanto en la acción docente, como en el proceso de aprendizaje del alumnado. Desde el libro encontramos menciones a que el uso de las TIC debe quedar orientado como medio para la adquisición de conocimientos con sentido y de forma ordenada, favoreciendo a la inclusión social de todo alumnado. Se debe de admitir que la sociedad cambia y evoluciona, por lo que se tiene que aprovechar esta realidad cambiando y evolucionando los centros educativos.

Grau (2013) en su artículo "*Las TIC en la ley de educación y los centros de secundaria*" expone:

"Las TIC son un elemento del currículo y una herramienta al servicio del proceso de enseñanza-aprendizaje. Están presentes en nuestro ámbito de trabajo, en las relaciones que tenemos con nuestra familia, compañeros y amigos y en nuestro tiempo libre."

Según Grau (2013) la introducción de las TIC en los currículos educativos españoles dentro de la educación secundaria ha sido una labor lenta, donde desde ya hace años se constataba el papel de las nuevas tecnologías.

En los últimos años se hace evidente un claro avance tecnológico, donde actualmente casi el 100% de los alumnos dispone de conexión a internet, ordenador y móvil entre otros dispositivos, los cuales los utilizan diariamente y en muchos casos con una frecuencia más que excesiva. Esta realidad ha llevado a que la labor educativa haya tenido y tenga que cambiar para poder adaptarse al alumnado. De la misma manera, el papel del docente también ha sufrido un cambio, teniendo que estar constantemente formándose para así poder modelarse a razón y semejanza de los requerimientos del alumnado.

La normativa vigente que contempla y dispone lo referente a las TIC como aquellas prácticas dinámicas en geometría analítica es el Decreto 87/2015, de 5 de junio, del

⁴ Buenas prácticas TIC: <http://www.ceice.gva.es/es/web/innovacion-tecnologica/buenas-practicas-tic;jsessionid=03509A6673C17F33648CD08C9FD3191D>

Última visita el 20-05-2018

Consell, por el que se establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la Educación Secundaria y del Bachillerato en la Comunidad Valenciana.

3.5. SOFTWARE MATEMÁTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

Algunas investigaciones como la de Area (2010) o la de Domingo y Marquès (2011) hacen evidente como la utilización de las TIC mejora notablemente el aprendizaje y la integración del alumnado en el aula.

Para el aprendizaje de las matemáticas es importante que al estudiantado le resulte atrayente aquello que desde su punto de vista debe de aprender. Si se cumple esta premisa, posiblemente el alumnado cuente con una actitud motivadora y vea la asignatura como útil.

Estas nuevas tecnologías de las que ya se hablaba anteriormente y las cuales están en nuestro día a día cada vez más presentes, ofrecen a los centros educativos y a los docentes diferentes recursos para trabajar cualquier asignatura en el aula.

En el proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas, más concretamente de la geometría analítica, se encuentran diferentes softwares que pueden resultar de gran utilidad. Es importante que estos programas aparte de ser flexibles en su utilización, también ofrezcan ciertas mejoras y una percepción de control para el alumnado. Aparte es necesario que el programa a utilizar permita realizar ciertas operaciones como las de guardar las tareas realizadas para poder modificarlas en posteriores sesiones y la opción de poder imprimir.

Que la utilización de las TIC sea un buen recurso para su utilización en el aula, no implica que se deba abusar de ello. Algo parecido a lo comentado anteriormente donde se hablaba del mal uso y excesivo que se hace del libro de texto Para que esto no suceda es primordial que se encuentre y se mantenga un equilibrio en la utilización de estos recursos didácticos, siendo el propio docente el que decida cuándo y cómo se utilizan.

Algunos de los software para poder utilizarlos en el aula son: *Cabri*, *Cinderella*, *GeoGebra* y *Wiris*. Los dos primeros están enmarcados en un uso más particular geométrico. *Wiris* sin embargo queda más limitado al álgebra y *GeoGebra* posee una parte geométrica incorporando también elementos algebraicos.

3.5.1. Cabri

Se trata de un software con un manejo sencillo y completo para que el alumnado pueda entender cualquier concepto de geometría. Este programa es útil desde cursos bajos en primaria hasta la secundaria.

Cabri posee un gran inconveniente y es que no es gratuito. Dependiendo de lo que se necesite posee diferentes tipos de licencias como anuales o para la utilización del programa de forma ilimitada, licencias para la utilización individual, aula o centro. Los precios de estas rondan desde los 25 € hasta los 600€ aproximadamente⁵.

⁵ <http://shop.cabri.com/>

3.5.2. Wiris

En este caso se trata de un programa de álgebra computacional ya que es un programa de cálculo simbólico, lo que quiere decir que permite trabajar mediante la utilización de fórmulas matemáticas. A su vez también ofrece la posibilidad de trabajar elementos geométricos y realizar su representación gráfica.

Este software permite su utilización para cualquier bloque de las matemáticas, aunque como ya se ha indicado su utilización está más enfocada al álgebra.

A diferencia del anterior Wiris es un programa libre y se utiliza en línea.

3.5.3. GeoGebra

Este software fue creado por Markus Hohenwarter, quien comenzó con el proyecto en el años 2001 siendo este parte de su tesis.

Dicho programa desde su concepción en el año 2002 con la versión 1.0 hasta el día de hoy con su última versión 6.0 ha evolucionado ampliando su funcionalidad a diferentes campos de las matemáticas, ofreciendo una gran variedad de materiales y recursos, incluso permite su utilización en un soporte para tres dimensiones. Actualmente se encuentra bastante lejos de estar limitado únicamente a un área matemática, desarrollado para su utilización en aritmética, álgebra, cálculo, geometría y hasta probabilidad y estadística.

GeoGebra pertenece al grupo de Sistemas de Geometría Dinámica (DGS). En común con Cabri tiene que es beneficioso para la enseñanza de las matemáticas a cualquier nivel, desde primera hasta la universidad. A parte de las muchas ventajas que posee es de descarga gratuita estando disponible en diversas plataformas y encontrándose traducido en un total de 50 idiomas a nivel mundial.

En el artículo "*GeoGebra: la eficiencia de la intuición*" por Losada (2008), se puede encontrar un exhaustivo recorrido por el software, aun cuando este se encontraba en etapa de ampliación, pero el cual analiza perfectamente las virtudes que hacen que dicho programa se encuentre entre los mejores para su utilización en educación matemática. Losada (2008), expresa que una de las características que hace tan especial a dicho programa es que es al mismo tiempo DGS y Sistema de Álgebra Computacional (CAS), explicando lo siguiente:

"Geogebra tiene algo de las dos categorías, pero no de forma separada, y esto es lo más interesante. Combina las representaciones gráficas y simbólicas ofreciendo ambas al mismo tiempo, lo que genera un gran valor añadido."

Otras de las características que hace tan especial este programa son:

- Recurso versátil y de gran potencial para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a cualquier nivel, desde primaria hasta bachillerato.
- Ofrece la posibilidad de utilizarse tanto online como instalado en el ordenador.
- Compuesto por tres bloques fundamentales de matemáticas: la geometría, el álgebra y el cálculo, permitiendo derivar, integrar, representar gráficamente, realizar cualquier ejercicio estadístico y de probabilidad, etc.

- No es un programa geométrico sin más, si no permite realizar cualquier acción matemática como demostraciones, deducciones, análisis, etc.

El programa desde su nacimiento ha conseguido diversos premios a nivel mundial, la mayoría de los cuales tienen directa relación con la educación como, por ejemplo, el *MERLOT Classics Award 2013: Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching (Las Vegas, Nevada, USA)*.

Antes de finalizar es importante que se tenga en cuenta un punto que Meza y Cantarell (2002) exponen en su artículo: “*Importancia del Manejo de Estrategias de Aprendizaje para el uso Educativo de las Nuevas Tecnologías de Información y Comunicación en Educación*”, y es que son de igual importancia las ventajas que se obtiene mediante herramientas de este índole, que el nivel de manejo que se tenga de la misma y de cómo el docente la adapte a los contenidos a estudiar. Estos tres ítems se encuentran muy ligados y solo el docente es quien puede proporcionar al alumnado que casen todos ellos para así llevar a cabo una metodología correcta y lógica para que se refleje en el alumnado un incremento en sus habilidades de aprendizaje.

4. OBJETIVOS

El objetivo principal del presente TFM es:

Desarrollar y presentar una mejora de la metodología didáctica utilizada en la unidad de geometría analítica en el alumnado de 4º de la ESO, basada en el software GeoGebra.

Como objetivos específicos, el presente trabajo tiene los que se consideran a continuación:

1. Estudiar la situación actual en el proceso de enseñanza-aprendizaje para las matemáticas, valorando la incorporación de las TIC para facilitar dicho proceso.
2. Exponer los contenidos específicos que integran el bloque de Geometría de 4º de la ESO para los enseñamientos académicos, de acuerdo con la normativa estatal y la autonómica de la Comunidad Valenciana.
3. Analizar las dificultades del alumnado en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría analítica en 4º de la ESO.

5. DISEÑO Y PUESTA EN MARCHA

Se aborda el diseño de mejora de la propuesta didáctica llevada a cabo en el IES Vila-roja, así como su puesta en marcha en la clase de 4º de la ESO de la modalidad de matemáticas académicas.

5.1. INTRODUCCIÓN

A continuación, se propone una metodología para realizar la unidad de geometría analítica en el curso de 4º de la ESO de la modalidad de matemáticas académicas, mediante el uso de *GeoGebra* como recurso didáctico.

En el desarrollo se tiene en cuenta tanto el marco teórico y el estado de la cuestión descritos, como los objetivos citados. En el marco teórico y el estado de la cuestión se ha señalado los problemas que presenta el desarrollo de la enseñanza-aprendizaje de la matemáticas y más concretamente el bloque de geometría, debido a la abstracción de sus conceptos, la carencia de conocimientos previos y, como consecuencia, la limitada motivación del alumnado. Además se ha mencionado relacionando con las condiciones legales, los contenidos curriculares y las competencias básicas a fomentar.

Por consiguiente, la propuesta de mejora didáctica que se plantea se centra especialmente en el uso del software *GeoGebra* como recurso didáctico en el aula para abordar el tema de geometría analítica, complementando la manera tradicional de clase magistral donde no interviene ningún recurso didáctico fuera de la utilización de la pizarra y la oratoria de la profesora, así como de manera secundaria la utilización de otros recursos como los juegos en grupos para captar su atención y motivación.

5.2. OBJETIVOS

Los objetivos, en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje, son lo que guían la acción docente. Estos establecen las metas que ha de alcanzar el estudiantado al finalizar el proceso. Es por esto que los objetivos deben de expresarse en términos de capacidades y fomentar y favorecer un desarrollo integral de la personalidad del alumno. Tal es así, que es en los objetivos, donde el docente debe de contemplar el campo cognitivo, afectivo, social o actitudinal y el psicomotor o conductual, sin olvidar las destrezas y habilidades que desarrolla el alumnado.

Se ha intentado cubrir tanto los objetivos generales del Real Decreto 1105/2014, así como los de nuestra comunidad Autónoma. Y ellos se recogen en el Anexo I.

5.3. METODOLOGIA

Anteriormente se ha explicado que la geometría analítica es la parte de las matemáticas que analiza la geometría, estudiada desde cálculo del álgebra y las funciones. De manera que para poder trabajar dicho bloque, es esencial tener claros conceptos referentes a álgebra y funciones.

Todas las sesiones tendrán lugar en el aula ordinaria donde el alumnado suele realizar prácticamente todas las asignaturas, a excepción de dos sesiones que se realizan en el aula de informática.

Ante la extensión del bloque de Geometría en 4º de la ESO, la propuesta de mejora didáctica que se presenta se centra en la unidad de geometría analítica. Para esta unidad la metodología adoptada persigue ser activa y dinámica, de modo que ayude a la participación del alumnado en las clases. La motivación como ya se ha dejado constancia en otros puntos del presente documento es primordial en el proceso enseñanza-aprendizaje, por ello también se pretende reforzarla mediante la utilización de las TIC, en concreto a gracias a la realización de actividades con *GeoGebra*.

Por todo lo dispuesto se intenta dotar a la propuesta didáctica de una perspectiva actitudinal, fundamentada en un marco práctico, dónde a partir de aquellos conceptos previos que el alumnado ya tiene establecidos, puedan madurar nuevos conocimientos en diferentes contextos. Para alcanzar lo descrito, se utilizará como recurso el libro de

texto, cuando el docente este realizando la actividad de exposición oral, cuando deban de estudiar o se les proponga la realización de actividades y problemas. Por otro lado se utilizará el recurso del ordenador en el aula de informática, cuando deban de realizar actividades como resolución de problemas, trabajo con las TIC y búsqueda en internet. Finalmente se utilizará como recurso en el aula el software *GeoGebra*, en la realización de actividades como resolución de problemas o visualización de construcciones geométricas.

5.4. CONTENIDOS

Según el Decreto 87/2015, de 5 de junio, del Consell, por el que se establece el currículum y desarrolla la ordenación general de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato en la Comunidad Valenciana, el currículum de matemáticas orientadas a los enseñamientos académicos para 4º ESO perteneciente al Bloque 3: Geometría y para el tema de Geometría analítica comprende los contenidos:

- ✓ Coordenadas
- ✓ Vectores
- ✓ Ecuaciones de la recta
- ✓ Paralelismo
- ✓ Perpendicularidad

5.5. SESIONES Y ACTIVIDADES

La unidad de geometría analítica se impartió en 10 sesiones de 55 minutos cada sesión, la primera de las cuales consistió en una prueba inicial y la última en una prueba de evaluación final de la unidad. En las sesiones previas a la puesta en marcha del diseño de la unidad se les preguntó si les apetecía realizar las clases de forma más práctica, con la utilización de algún software matemático y también la posibilidad de ir al aula de informática a realizar alguna sesión, a lo que el alumnado respondió muy satisfactoriamente a la propuesta. A continuación se desarrollará el diseño llevado a cabo en cada sesión, así como la puesta en marcha del diseño realizado y aquellas sensaciones o dificultades encontradas en la puesta en marcha, que dieron lugar a un replanteamiento del diseño de la sesión, junto con las actividades realizadas en ellas por orden cronológico.

5.5.1. Sesión 1. Prueba de evaluación inicial

Se realiza una evaluación inicial para así poder evaluar el nivel que tiene el alumnado antes de empezar a trabajar la unidad. Con su realización se pretende obtener qué conceptos recuerdan de cursos anteriores, los cuales son importantes para el buen desarrollo de la unidad, así como los que no recuerdan y poder establecer el punto de partida.

Para su realización se utiliza la prueba de nivel 0, Anexo II, que se ha elaborado mediante el generador de evaluaciones de la aplicación de *Anaya* que poseen los docentes del instituto, facilitada por la tutora. Se decide utilizar los ejercicios para la prueba de evaluación inicial que propone esta aplicación, ya que en clase y en cursos anteriores se utiliza los libros de texto de esta misma editorial y así que la prueba pueda quedar más ajustada a los contenidos impartidos.

Ya que la evaluación inicial no era muy extensa y el alumnado no tardó más de 20-25 minutos en realizarla, una vez recogidas todas las evaluaciones se vuelven a repartir de forma aleatoria y de forma común fuimos realizándola en la pizarra, mientras cada alumno y alumna corregían la de los otros compañeros. Posteriormente se comprobó todas las correcciones realizadas por el alumnado.

Con respecto a los resultados obtenidos fueron bastante buenos, prácticamente la totalidad de la clase supo realizar perfectamente los mismos ejercicios, a excepción de los ejercicios de la ecuación de la recta (ejercicio 4), que aunque plantearon parte del ejercicio no consiguieron finalizarlo correctamente.

Como conclusión observo que el nivel de matemáticas, para este bloque, del alumnado de la clase es muy similar en todos ellos. Gracias a la evaluación inicial ciertos conceptos pude tratarlos como ya sabidos o no darles tanta importancia, y así poder centrarme en aquellos conceptos que observé que poseían más dificultades.

Tengo que destacar que el tema de geometría analítica es prácticamente en su totalidad nuevo para ellos, a excepción de la representación de puntos en el plano cartesiano y la expresión ecuación de la recta en su forma implícita, por lo que los conceptos que pude tratar como sabidos fueron mínimos y en este caso fue todo lo relativo a la representación de puntos y conceptos del plano cartesiano. Con referencia a la ecuación de la recta, en la prueba de evaluación inicial se evidencia que poseen muchas dificultades por lo que tuve que empezar de cero en el desarrollo de este concepto.

5.5.2. Sesión 2. Vectores en el plano. Distancia entre dos puntos. Jugamos

Se inicia la primera sesión de contenidos mediante una clase magistral, en la que se explica el concepto de vector en el plano con todas sus características. Se finaliza con la explicación del módulo, la cual permitió introducir y enlazar la explicación de la distancia entre dos puntos. Finalmente, para repasar todos los conceptos que se habían explicado en clase, se les propuso la realización de un juego por grupos. La ficha de actividad del juego realizado se puede encontrar en Anexo III, junto con varias fotos de la actividad realizada. Antes de finalizar la clase, se le propuso algunas actividades que se encuentran en el libro de texto para que las realizaran de forma autónoma en casa y así poder corregirlos en la próxima sesión.

Expresaré que antes de iniciar esta segunda sesión no tenía muy claro la realización del juego final. Con el transcurso de la clase tampoco es que lo viera mucho más claro, ya que la clase tuvo un comportamiento un poco apático ante la explicación teórica. La clase cuenta con un buen alumnado, ya que tienen un buen comportamiento, no hablan entre ellos, dejan dar la clase sin problemas, pero la percepción que acabo obteniendo con respecto a este comportamiento es una actitud de indiferencia, esto me hacía pensar que con el juego posiblemente pasara algo parecido, pero me equivocaba. Cuando propuse el juego la clase respondió muy bien, enseguida habían formado los grupos, escucharon atentamente la explicación y empezaron a realizar el juego sin problemas, por lo que acabé muy satisfecha y contenta de haber realizado este tipo de actividad.

5.5.3. Sesión 3. Operaciones con vectores

Inicialmente se realiza la corrección de los ejercicios que tenían como deberes, siendo ellos y ellas mismas quienes se proponen para realizar la corrección en la pizarra de forma voluntaria. Seguidamente viene la explicación gráfica y la expresión algebraica de la suma, resta de vectores, así como el producto de un número por un vector y finalmente la combinación lineal de vectores.

Para la explicación gráfica de los conceptos se utilizan ejemplos programados mediante *GeoGebra*, los cuales fueron proyectados en la pantalla de forma visible desde todos los ángulos de la clase. Los ejemplos eran interactivos lo que permitía en todo momento poder visualizar diferentes opciones de un mismo ejemplo. En Anexo IV se pueden observar pantallazos de los ejemplos programados que se utilizaron en clase. Finalmente, se les propusieron algunos ejercicios para que desarrollaran en clase de forma analítica y gráfica en los cuadernos y otros para realizar en casa como trabajo autónomo y así poder corregirlos en la próxima sesión.

En esta tercera sesión las impresiones han sido mejores que las de la sesión anterior, aunque es cierto que la actitud de apatía de la cual hablaba anteriormente sigue estando presente en la clase. A diferencia de la clase anterior, durante la explicación cuando se exponían los ejemplos mediante la utilización de *GeoGebra*, les he notado muy atentos, lo que me ha gustado y animado a seguir en esta línea.

5.5.4. Sesión 4. Repaso sesión 2 y 3: Aula de Informática.

Saber usar el software *GeoGebra* a un nivel básico implica mucho más tiempo del que yo tenía previsto para la unidad. Sin dejar de lado que lo verdaderamente importante en el desarrollo de la práctica es que el alumnado pueda comprender bien los conceptos trabajados mediante el apoyo de las TIC. Siendo menos importante el grado de tecnicidad que tuvieran o que pudiera adquirir en el manejo y programación mediante *GeoGebra*. Por este motivo decidí que en el aula de informática íbamos a utilizar los ejercicios que se encuentran en la página web de Manuel Sada Allo⁶. Se trata de una página web interactiva de matemáticas donde encontramos diversos ejemplos de todas las unidades de matemáticas ya programados en *GeoGebra*. Cada ejercicio cuenta con una descripción, la cual le indica al alumnado lo que debe ir haciendo y dónde debe de ir pulsando para poder realizar el ejercicio con éxito. También va haciendo preguntas interactivamente y así, el alumnado debe reflexionar sobre lo que está pulsando, mejorando la asimilación del concepto que están estudiando y de esta manera acaban por comprenderlo mucho mejor.

En Anexos V, se adjuntan los ejercicios que tuvieron que realizar en esta sesión. Estos ejercicios eran todos sobre los conceptos vistos en las sesiones 2 y 3, a modo de repaso.

La sesión en el aula de informática fue muy bien, el alumnado estuvo participativo en todo momento realizando todos aquellos ejercicios que había previsto para la sesión. Muchos de ellos al finalizar la clase comentaron que les había gustado y que algunos

⁶ Web Manuel Sada Allo: <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/>

conceptos les había quedado más claros después de repasarlos con las actividades de la web. Esto me animó a realizar una segunda sesión en el aula de informática.

5.5.5. Sesión 5. Punto medio de un segmento. Puntos alineados

Como es habitual en las sesiones realizadas en el aula ordinaria, en primer lugar se realizó las correcciones de los ejercicios que tenían como deberes. Seguidamente se desarrolla la explicación gráfica y la expresión algebraica de los conceptos: punto medio de un segmento y puntos alineados.

Mediante ejemplos programados con *GeoGebra* se realiza la explicación gráfica y analítica de los conceptos expuestos. Los ejercicios eran interactivos lo que permitía en todo momento poder visualizar diferentes opciones de un mismo contenido. En Anexos VI se pueden observar pantallazos de los ejemplos programados que se utilizaron en clase. Finalmente se les propusieron algunos ejercicios para que desarrollaran en clase de forma analítica y gráfica en los cuadernos y otros para realizar en casa como trabajo autónomo para poder corregirlos en la próxima sesión.

En esta quinta sesión las impresiones han sido bastante buenas, sigo notando esa actitud de indiferencia que he hablado en las sesiones anteriores, pero ya no en toda la clase, sino en una pequeña parte de la clase. Poco a poco voy notando otra actitud diferente en la gran mayoría de ellos y ellas.

Después de esto pretendo analizar el porqué del cambio de actitud a positivo y por qué queda una minoría de clase que sigue igual que al principio. Respecto al alumnado que se encuentra en el grupo que está teniendo un cambio positivo de actitud, mostrándose más atentos, preguntando en clase,..., puedo pensar que ha pasado por dos factores: (1) Con el paso de las sesiones tienen más confianza conmigo; (2) La forma diferente de trabajar en clase mediante la utilización de las TIC. Respecto al alumnado que se encuentra en el grupo que sigue con una actitud apática e indiferente, me ha sido mucho más fácil analizar su comportamiento. Pregunté a la profesora sobre su trayectoria en clase y cursos anteriores. Todos provenían de un PMAR3 y ahora estaban realizando estudios en la modalidad académica por voluntad propia por lo que les estaba costando adaptarse al curso. Quiero pensar que la actitud es debida a que no se han adaptado al cambio y las lagunas que tienen les impiden avanzar

5.5.6. Sesión 6. Descubriendo la Ecuación de la recta: Aula de informática

A consecuencia de lo bien que fue la cuarta sesión en el aula de informática preparé otra sesión del mismo estilo. La dinámica iba a ser muy similar a la que ya habíamos realizado, pero si esta fue una sesión de repaso de conceptos, la que íbamos a tener sería una sesión para descubrir conceptos, las ecuaciones de la recta. La sesión estaba planteada de modo que en primer lugar, se realizaría una explicación rápida y general de los tipos de rectas y sus expresiones analíticas. Una vez finalizada la explicación el alumnado debería comenzar a hacer los ejercicios indicados de la misma web que se utilizó en la sesión anterior e ir entendiendo y aprendiendo todo sobre cada tipo de recta, reflexionar y averiguar las peculiaridades que tiene cada una y todo esto utilizando *GeoGebra*. Esto fue lo que debería de haber sido la sesión y lo que no fue en absoluto.

Todo empezó según lo previsto con la explicación general de las ecuaciones de la recta en la pizarra, donde solo pude realizar la ecuación vectorial ya que las dudas ante esta ecuación fueron numerosas. Decidí que entendieran simplemente la ecuación vectorial de la recta y que directamente se pusieran a realizar los ejercicios de la web, y así intentar que, mediante ejemplos y ejercicios de la web entendieran bien esta representación de la recta y descubrieran empíricamente las demás rectas, hasta donde diera tiempo. Bueno pues las actividades en la web no es que les fuera mucho mejor que la corta explicación teórica que pretendía hacer. Pienso que eran ejercicios ajustados al nivel y a los contenidos, los cuales permitían conocer las ecuaciones de la recta y reflexionar sobre las características de cada una. Después de intentar realizarlas en clase, me planteo que igual eran difíciles para hacer por descubrimiento o si lo que era difícil era el tema que elegí para tratarlo mediante este procedimiento. Posiblemente les hubiera podido parecer mucho más fácil con una sesión previa sobre las ecuaciones de la recta y ejemplos programados por mí en *GeoGebra*, para posteriormente ir al aula de informática y repasar este concepto como hice en la primera sesión de informática. En Anexo VII se pueden encontrar los ejercicios que se escogieron para realizar en esta sesión.

En esta sesión les proporcioné una ficha con actividades de repaso del tema, la cual adjunto en Anexo VIII. La idea es que como quedaba una semana hasta el examen, pudieran ir trabajando los ejercicios de la ficha a modo de repaso y de forma voluntaria. Quien quisiera entregármelos el viernes yo se los corregiría durante el fin de semana y el lunes se los podría devolver corregidos para ver donde han fallado antes del día del examen.

5.5.7. Sesión 7. Ecuación de la recta

A consecuencia de la sesión anterior en el aula de informática tuve que replantear la sesión 7. Programé de nuevo la sesión para empezar un poco de cero repasando lo poco que pudimos ver en la anterior sobre ecuaciones de rectas. La clase comenzó con una explicación teórica partiendo de la ecuación vectorial. A continuación el resto de ecuaciones de la recta, en su orden lógico: las paramétricas, la continua y finalmente la explícita y la ecuación punto-pendiente. El *GeoGebra* se utilizó después de toda la explicación a modo de pizarra virtual donde poder dibujar las rectas según ejercicios del libro en diferentes situaciones, como por ejemplo dados dos puntos o un punto y un vector, la pendiente y un punto... O al contrario, a partir de la ecuación de la recta representada en *GeoGebra*, determinar la pendiente, puntos que pertenezcan a la recta o el vector director. Finalmente se les propusieron algunos ejercicios para que desarrollaran en clase de forma analítica y gráfica en los cuadernos y otros para realizar en casa como trabajo autónomo para poder corregirlos e la próxima sesión.

Las impresiones para el tema de las ecuaciones de la recta fueron mucho mejores que las de la sesión anterior. Noté claramente como les había quedado mucho más claro.

5.5.8. Sesión 8. Recta. Paralelismo y perpendicularidad

Para abordar el tema del paralelismo y la perpendicularidad preparé unas rectas que tuvieran estas características en *GeoGebra* y las expuse en clase. Mediante la interpretación gráfica de las rectas fuimos deduciendo las condiciones analíticas que tenían dos rectas cuando son paralelas o perpendiculares. Una vez tuvieron claro todo

lo referente al tema se les propuso algunos ejercicios para que los desarrollaran en clase de forma analítica y grafica en los cuadernos y otros para realizar en casa como trabajo autónomo para poder corregirlos e la próxima sesión.

Al finalizar la sesión les recordé que si alguno había hecho alguna actividad de la ficha de actividades complementarias, aunque solo fuera una o toda no importaba, podía entregármelo y se lo devolvería en la siguiente sesión. La mayoría de los alumnos y alumnas me entregaron la hoja de actividades complementarias para que se las corrigiera, lo que implica que tuvieron una actitud positiva frente a la asignatura.

En cuanto a las impresiones, muy similares a las de las últimas clases, el alumnado atiende, se muestra muy participativo, mucho más que al principio y lo que más me gusta es que pregunten todo lo que no tienen claro. Así, la clase se realiza de una forma muy dinámica. Se interesan por el programa, incluso alguno comenta que se lo ha descargado en el móvil y ha intentado usarlo.

5.5.9. Sesión 9. Repaso de la unidad

En la sesión 8 se cerraron todos los conceptos evaluables. Por este motivo, en la presente sesión mientras que no hubiera dudas y preguntas, las cuales se podían resolver entre todos y todas, irían trabajando de forma individual la autoevaluación de la unidad que se encuentra en el libro de texto. Ya que sí tenían dudas, lo primero que hicimos fue resolverlas. Una vez se finalizó con las preguntas, comenzaron a realizar la autoevaluación. Mediante realizaban los ejercicios indicados iban preguntado aquello que no entendían o no sabían hacer.

Comencé esta sesión con muchas ganas, ya que me había implicado mucho durante la unidad y quería que todos tuvieran la oportunidad de realizar un buen examen. Ya que la tutora iba a contar este examen, como una nota más, me gustaba la idea de que alguno de ellos y ellas que estuviera un poco justos de media, gracias a esta nueva dinámica en las clases, pudiera subir un poco su nota. La verdad que nada más empezar me asusté un poco, ya que algunas de las preguntas que me realizaron al inicio de la clase las veía muy básicas y fundamentales. El examen ya lo había puesto y hubo un momento que dude hasta en rehacerlo, pero finalmente decidí dejar el que ya había elaborado, porque conforme avanzó la clase y resolvimos un cuantas dudas más vi a los alumnos y alumnas mejor, controlando más los conceptos de la unidad.

5.5.10. Sesión 10. Evaluación final

En la última sesión realizaron el examen que había preparado para la unidad, el cual queda adjunto en Anexo IX.

Escogí las preguntas y su puntuación muy cuidadosamente, las cuales se ajustaran lo máximo posible a lo realizado en clase. Debido a que en la ficha de actividades complementarias que les proporcioné habían ejercicios que me parecían muy interesantes, decidí escoger algunos para incorporar en el examen. Los demás ejercicios los elaboré de la misma manera que realicé la ficha de actividades complementarias, por la misma justificación. Finalmente el examen fue muy bien, todo ellos acabaron a tiempo a excepción de dos alumnos con lo que me quedé 5 minutos más en clase. Respecto a los resultados, solo 3 alumnos de la clase no ha logrado superar con éxito el examen, y la mayoría de los restantes han logrado subir su media.

6. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

A continuación, se muestran los resultados más significativos obtenidos en las diferentes actividades realizadas, así como el análisis de dichos resultados.

6.1. EVALUACIÓN INICIAL

Como ya se ha explicado en la primera sesión, el alumnado realizó una prueba de evaluación inicial. La realización de la prueba duró exactamente el tiempo para el que estaba programada, alrededor de 20-25 minutos. La prueba fue desarrollada por 17 alumnos y alumnas de los 19 que son en clase.

Todo el alumnado realizó a la perfección las 3 primeras preguntas, todas ellas vinculadas con el plano cartesiano, sus componentes, la representación de puntos en el plano cartesiano y la identificación de estos. El alumnado lleva estudiando desde el primer curso de la ESO estos conceptos, tal y como se observa en el Decreto 87/2015, de 5 de junio, del Consell, por el que se establece el currículum y desarrolla la ordenación general de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato en la Comunidad Valenciana, en los contenidos del Bloque 4: Funciones de 1º ESO. En primer lugar aparece la representación e identificación de puntos en un sistema de ejes de coordenadas. Dicho contenidos sigue apareciendo de forma reiterada en el paso de los cursos, esto hace que el alumnado tenga estos conceptos totalmente establecidos, sin tener problemas a la hora de realizar actividades utilizándolos.

El cuarto ejercicio abordaba contenidos sobre la obtención de la ecuación de la recta, en su forma explícita. El alumnado debería conocer dicho contenido a la perfección. Como resultado, nueve lograron realizar los cálculos adecuadamente para la correcta obtención de la ordenada del origen, pero ninguno de ellos acabó el ejercicio escribiendo la ecuación de la recta. Por otro lado, los ocho restantes no realizaron la actividad dejándola en blanco. Todo ello implica que el 47% del alumnado presente en la clase, poco menos de la mitad que realizó el cuestionario, no supieron desarrollar la actividad dejándola en blanco, por lo que no recordaban nada acerca de las funciones lineales. El 53% del alumnado restante, sí que tenía nociones de los contenidos a trabajar en la actividad, pero no consiguieron tampoco acabar la actividad con éxito, ya que ninguno consiguió expresar la ecuación de la recta final. Valores muy ajustados para un concepto que llevan estudiándolo durante tanto tiempo. Esto repercutió en la programación de las sesiones, ya que el apartado referente a las ecuaciones de la recta lo tuve que tratar como un tema prácticamente nuevo para ellos y desde 0.

Finalmente, en la actividad quinta se obtuvieron resultados muy variados. Fue la actividad más geométrica de todas y la que trataba contenidos referentes al *Teorema de Pitágoras*, expresados de forma correspondiente a la unidad de geometría analítica. La actividad simplemente manifestaba el cálculo de una distancia entre dos puntos, contenido que el alumnado no ha estudiado aún en su forma analítica, pero sí mediante la representación gráfica. La distancia de dos puntos no es más que la aplicación del *Teorema de Pitágoras*, el cual sí que llevan estudiando desde primer curso de la ESO y anteriormente en primaria. Con este ejercicio se pretendía observar la capacidad que poseía el alumnado de relacionar el concepto de distancia entre dos puntos y el propio *Teorema de Pitágoras*. Hubo 12 de los 17 alumnos y alumnas, lo que implica un 70% del alumnado, que realizó la actividad satisfactoriamente, quedando 5,

que la dejaron en blanco. Esto significa que el alumnado posee una buena base para tratar dichos conceptos, e implicó que su desarrollo en la sesiones fuera mucho más rápido y de fácil comprensión para ellos.

6.2. RESULTADOS DERIVADOS DE LA ACTIVIDAD PRÁCTICA

La labor que realiza el docente en el proceso de enseñanza aprendizaje es primordial ya no solo por lo que desarrolla en el aula, sino por cómo lo desarrolla. Que el alumnado mejore progresivamente implica una evaluación de la propia actuación docente eficaz, por ello también es importante evaluar lo que se está realizando y cómo se está realizando. De esta manera se pueden exponer los resultados de la práctica y analizarlos a modo de retroalimentación positiva y así seguir mejorando.

Este punto se compone de dos apartados, por una parte se van a exponer los resultados y su análisis de la práctica docente bajo mi punto de vista y por otro lado se expondrán los resultados y se analizarán respecto la valoración de mi tutora, la cual estuvo conmigo durante todo el periodo de prácticas y fue partícipe de mi actividad docente. Para ajustar ambas perspectivas, la exposición se centrará en torno a tres variables:

- Grado de satisfacción de lo que se ha hecho y de cómo se ha hecho.
- Utilidad del software *GeoGebra* en clase y por lo consecuente su reiterada utilización en el futuro.
- Motivación por seguir descubriendo más posibilidades del *GeoGebra*, así como otros programa similares.

Para la primera premisa, la valoración que puedo realizar al final de las diez sesiones es bastante positiva. Después de la realización de actividad docente pienso que los cambios adoptados en la clase, así como la introducción de las TIC han sido correctos. Ya he mencionado en otras ocasiones que no se trataba de un clase disruptiva, pero si algo apática o desmotivada. He observado el comportamiento del alumnado durante la realización de actividades mediante *GeoGebra*, mejorando su motivación, así como un aumento de la participación en clase. El trabajo cooperativo como el juego de la segunda sesión es uno de los elementos que más han destacado, ya que se observó una actitud de trabajo, colaboración y ayuda mutua. Algunas de las dudas que les surgían mientras se iba realizando el juego las iban resolviendo entre ellos y ellas, lo que implica una actitud de trabajo en equipo. Por todo ello, la introducción de actividades en grupo, como juegos o las salidas del aula para ir al aula de informática han favorecido en un cambio de la actitud del alunado en las posteriores sesiones.

Como resultado a los siguientes dos premisas he de decir que indudablemente el software *GeoGebra* es útil para su utilización en clase. Permite captar la atención del alumnado y despertar su interés gracias a su visión gráfica. Es un programa muy versátil, donde he ido descubriendo que de una manera muy sencilla permite programar ejercicios de muchos tipos, sin limitarse a la geometría. Principalmente me gustaría seguir aprendiendo más opciones que permite el software, para así posteriormente poder utilizarla no solo en temas de geometría, sino tener una herramienta alternativa para utilizar en cualquier tema y para cualquier nivel.

Por parte de la tutora, su percepción en cuanto a mi realización de la práctica docente y como la he llevado a cabo ha sido muy buena. Me ha dejado constancia de lo que más le ha llamado la atención: lo poco monótona que eran las clases y la diversidad de tareas que se presentaban para un mismo concepto o punto a tratar. Su opinión con respecto al *GeoGebra* también es muy positiva, mostrándose muy interesada, participativa y con el deseo de indagar más en algunos aspectos de la herramienta. Asimismo me ha transmitido que se plantea la posibilidad de buscar y recibir más información sobre el software, para así poder iniciarse en su uso y conocer sus utilidades en todos los bloques de las matemáticas, y así poder introducir ejercicios y ejemplo con la herramienta al curso siguiente.

6.3. EVALUACIÓN FINAL

Para el examen que realizó el alumnado en la última sesión los resultados fueron muy favorables. El examen fue realizado por la totalidad de la clase, 13 chicas y 6 chicos.

El examen fue superado con éxito por el 84,2% de la clase (16 alumnos y alumnas), donde el 15,8% de la clase (3) no lo supero. El porcentaje de alumnado que superó el examen es significativo respecto del que no, lo que implica un resultado muy satisfactorio.

La nota media de la clase para el examen fue de 6,8. A continuación se comparará la nota media de la clase donde se está realizando la estudio en cuestión con la nota media de otra clase de 4º de ESO, con características similares a la presente, donde se impartió por otro docente, la misma unidad pero sin la utilización de las TIC. La nota media que obtuvo la clase análoga fue de 5,9. Dicha nota se encuentra casi un punto por debajo de la nota media obtenida por la clase que utilizó las TIC. Lo que apoya favorablemente la incorporación de las TIC en el aula.

6.4. CUESTIONARIO FINAL DEL ALUMANDO

Una vez finalizadas las sesiones pertinentes y con el examen final de la unidad realizado, el alumnado realizó un cuestionario, con el que se pretende conocer su postura con respecto a las matemáticas en general y las TIC, así como conocer su opinión tras la propuesta de mejora realizada con la utilización de *GeoGebra*.

El cuestionario queda adjunto en el apartado de “Anexos: Anexo IX”. Dicho cuestionario era totalmente anónimo y se ha dividido en tres partes:

- ✓ Opinión del alumnado sobre las TIC
- ✓ Opinión del alumnado sobre *GeoGebra* y las matemáticas
- ✓ Opinión personal

A. Opinión del alumnado sobre las TIC

En este apartado se han realizado una serie de preguntas con el fin de conocer la opinión que posee el alumnado sobre las TIC en general, tanto como las gastan ellos en las asignaturas que realizan, en su tiempo libre y como las gastan los docentes del centro.

En la primera pregunta de este apartado, se les preguntaba que indicaran el porcentaje de tiempo que le dedicaban a las asignatura que realizan, lo hacen utilizando algún recurso tecnológico como ordenador, móvil, Tablet, etc...

En el siguiente gráfico se puede observar como los porcentajes más repetidos con aquellos que implican una poca utilización de las TIC. Esto significa que la mayoría del alumnado, o no utiliza los recursos tecnológicos para el estudio de las materias, o si lo utiliza lo hace en un porcentaje muy bajo.

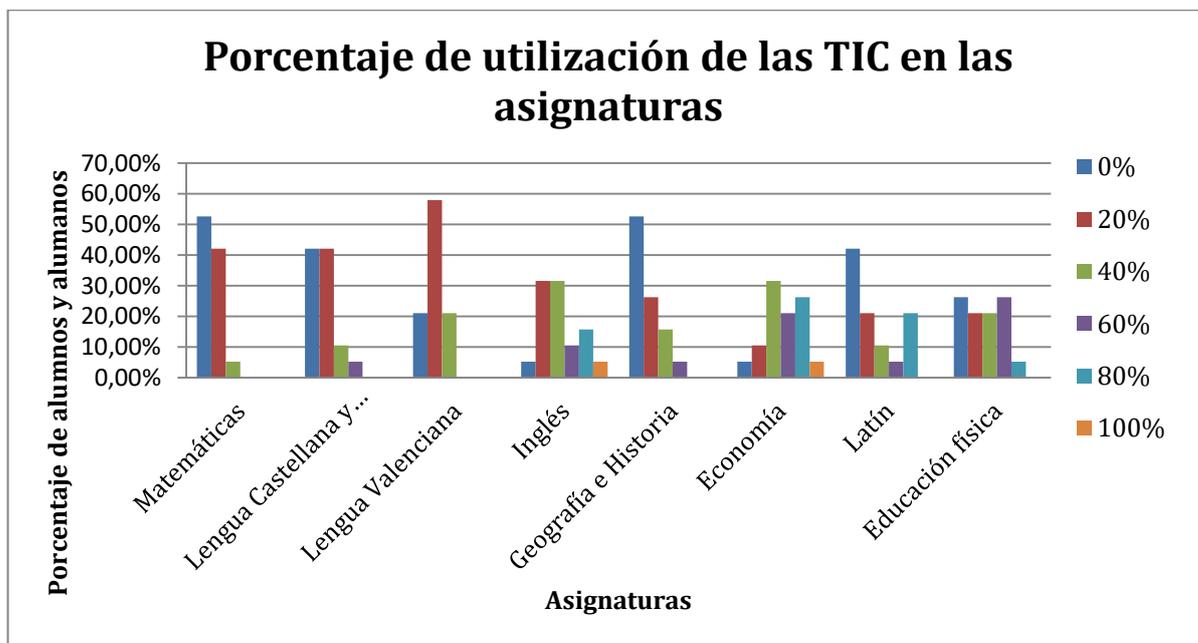


Gráfico 1. Porcentaje de utilización de las TIC en las asignaturas realizadas por el alumnado

La segunda pregunta les pedía que indicaran de 1 al 5, siendo 1 nada, 2 poco, 3 algo, 4 mucho y 5 constantemente, el tiempo que le dedicaban fuera del instituto a la utilización de aparatos electrónicos como televisión, móvil, ordenador, Tablet, etc. En el siguiente gráfico se puede observar claramente que el aparato electrónico que más gasta el alumnado fuera del instituto es el móvil, teniendo casi un 70% de la clase que afirma que lo gasta constantemente.

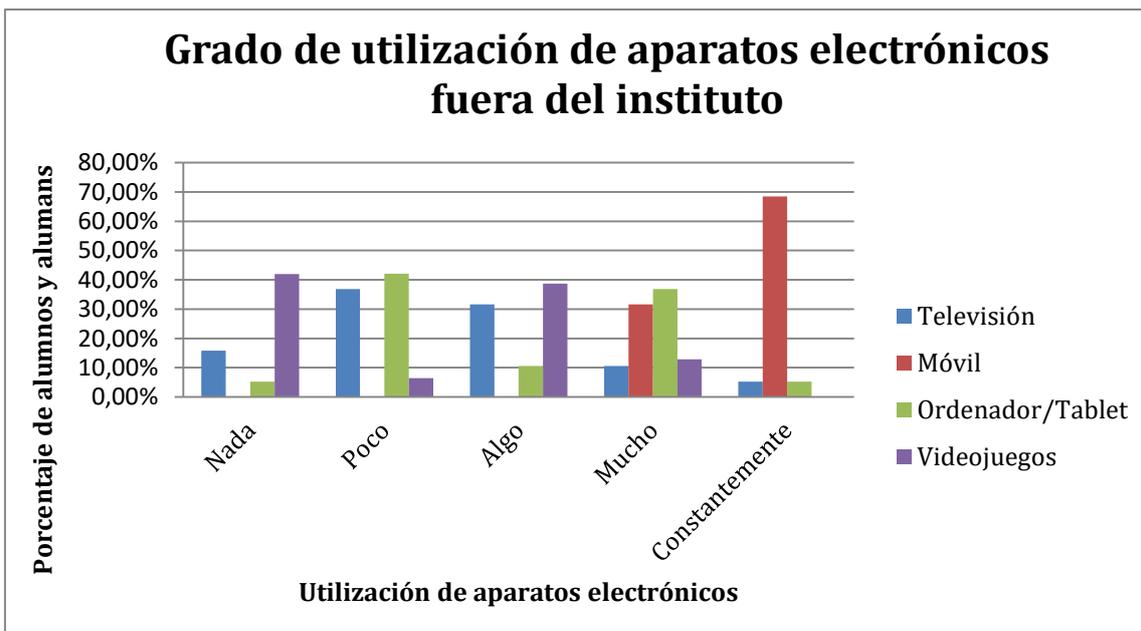


Gráfico 2. Grado de utilización de aparatos electrónicos fuera del instituto por el alumnado

La tercera y última pregunta de esta apartado hace referencia a la opinión que tienen sobre si creen que los docentes aprovechan todos los recursos que tienen.

En el siguiente gráfico, se puede observar como casi el 78,95% de la clase opina que solo lo aprovechan algunas veces, frente al 21,05% que piensa que el profesorado sí aprovecha y mucho todos los recursos que posee. Sorprendentemente y de una manera muy positiva nadie de la clase piensa que los docentes no aprovechan nada los recursos. Todo esto quiere decir que poco a poco, en este centro, el profesorado realiza más actividades y prácticas donde incorpora las TIC y el alumnado lo percibe. Debido a los resultados se concluye que el estudiantado valora positivamente la utilización de las TIC por parte de los docentes, por lo que esta práctica debería de realizarse cada día más.



B. Opinión del alumnado sobre *GeoGebra* y las matemáticas

En este apartado al alumnado se le propuso una batería de preguntas relacionadas con las matemáticas y con el *GeoGebra*, donde debían responder según su grado de satisfacción, No, nada, Poco, Indiferente, Bastante y Si, mucho. Las preguntas eran las siguientes:

- ¿La utilización de *GeoGebra* te ha motivado a la hora de trabajar y prestar atención en clase?
- ¿Piensas que la utilización de *GeoGebra* trabaja y potencia la imaginación y creatividad del alumnado?
- ¿La utilización de *GeoGebra* te ha ayudado a comprender mejor ciertos conceptos trabajados en clase?
- ¿Te gustaría trabajar con *GeoGebra* en otros temas de la asignatura de matemáticas?
- ¿Crees que la utilización en clase de este tiempo de programas, junto con el ordenador son beneficiosos para el alumnado?
- Durante esta unidad, ¿te ha gustado utilizar el ordenador para aprender matemáticas?
- ¿Te gustan las matemáticas?
- ¿Piensas que las matemáticas son útiles para la vida cotidiana?

En la siguiente gráfica se puede ver con más detalle los resultados del grado de satisfacción del alumnado en las siguientes preguntas. En las preguntas a, d y g destaca un porcentaje bastante elevado de grado de *indiferente*, posiblemente derivado de la actitud desmotivada que posee el alumnado. En las restantes preguntas se observa claramente un porcentaje representativo en todas ellas del grado *bastante*. Siendo la más relevante la pregunta e, donde un 52,63% del alumnado considera que la utilización de programas similares al *GeoGebra*, junto con el ordenador sería bastante beneficiosa para el alumnado.

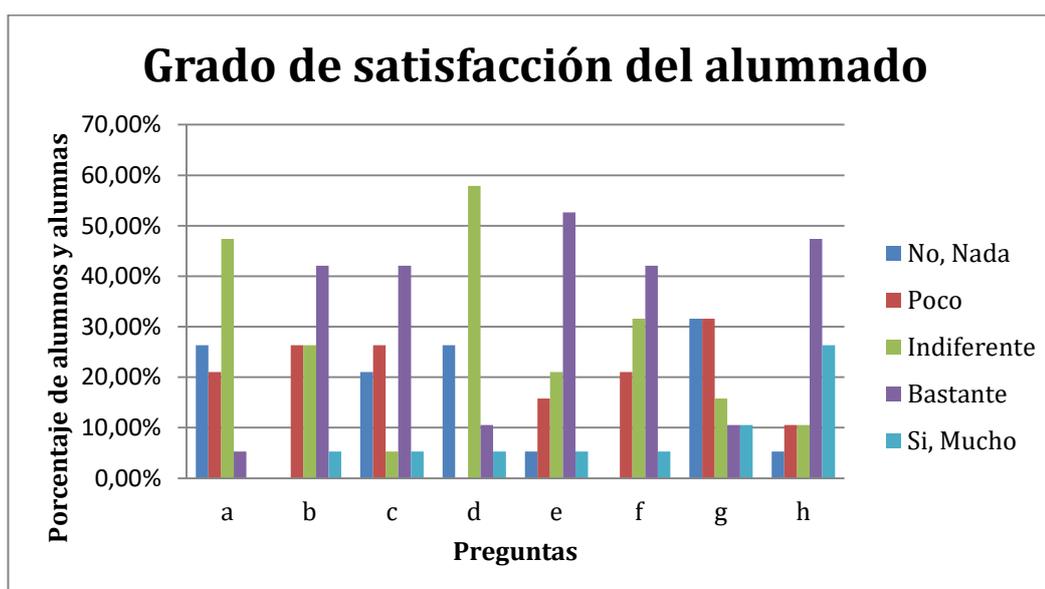


Gráfico 3. Grado de satisfacción del alumnado

Todos estos resultados reafirman que la utilización de las TIC en el aula, así como la utilización del ordenador en cualquier asignatura es importante para el alumnado y

deberíamos de hacer todo lo que fuera posible por ayudarlos y hacerles sentir un poco más cómodos en este entorno, donde mucho de ellos son expertos.

C. Opinión personal

Finalmente se exponen los resultados de la opinión personal de los alumnos a tres preguntas:

- ✓ ¿Te ha gustado como he impartido esta unidad?
- ✓ ¿Te han parecido interesantes las clases?
- ✓ ¿Qué es lo que más te ha atraído de la clase?

Para las dos primeras preguntas se tiene una resultado positivo de la opinión del alumnado, ya que un 52,63% de la clase opinó que le ha gustado bastante como he impartido las clases y un 47,37% opina que le ha parecido bastante interesante las clases. Para la última pregunta, un 43,37 % de la clase coincide en que lo que más le ha atraído de la clase es que haya sido diferente a lo habitual.

Este apartado también contaba con dos preguntas extras para que expresaran su opinión y me dijeran que es lo que más le había gustado y lo que menos, y a modo de retroalimentación si cambiarían algo y si es así qué sería. Después de leer todas sus opiniones, mucho de ellos coinciden en que lo que más le ha gustado ha sido el juego de la segunda sesión y lo que menos que muchas veces explicaba algunos conceptos algo rápido. Para si cambiarían algo, me ha sorprendido que algunas contestaciones coincidieran en que les hubiera gustado que hubiera utilizado más la pizarra y la gran mayoría contestan muy positivamente a que les ha gustado bastante todo.

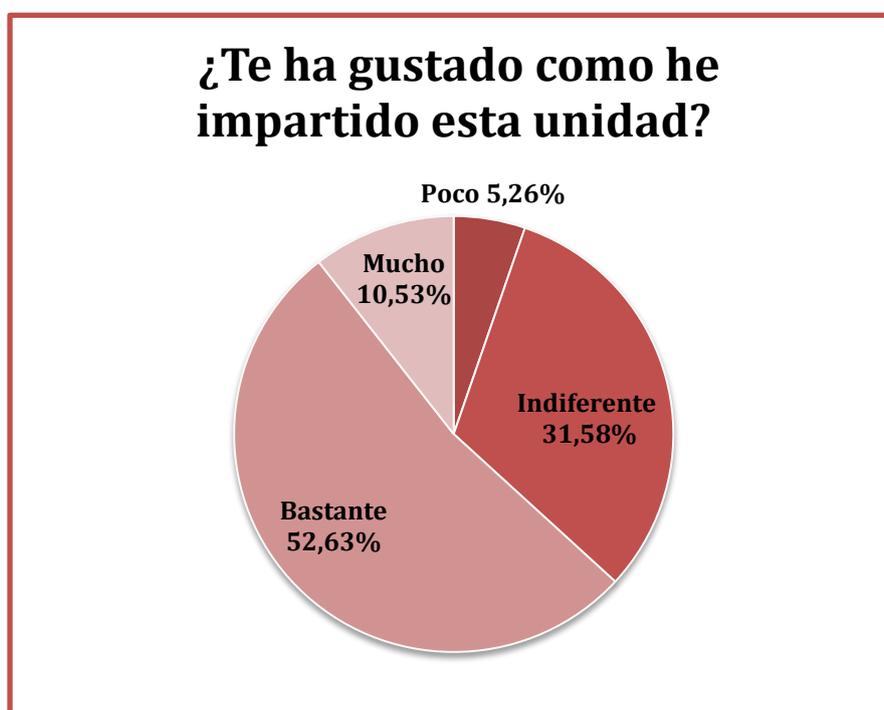


Gráfico 4. ¿Te ha gustado como he impartido esta unidad?

¿Te han parecido interesantes las clases?

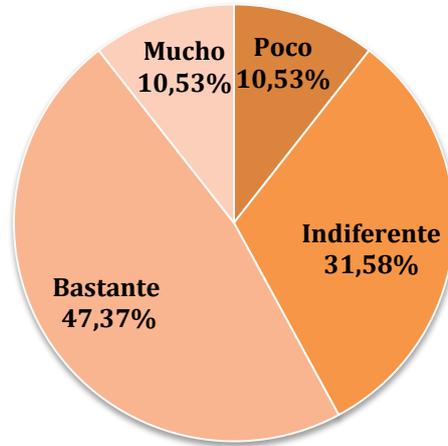


Gráfico 5. ¿Te han parecido interesantes las clases?

¿Qué es lo que más te ha atraído de la clase?

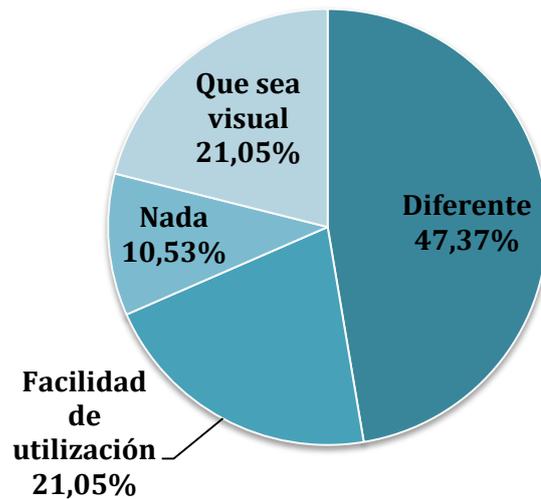


Gráfico 6. ¿Qué es lo que más te ha atraído de la clase?

Como análisis a estos resultados consolido la idea de que al alumnado le gusta tener presente en el aula elementos que integran las TIC, ya que les ayuda en la realización de actividades y comprensión de ciertos conceptos. Cuando se trata de nombrar lo que más les ha gustado, la mayoría coincide que aquello que más le gustó pues el juego de la segunda sesión. Esto hace que me plantee la situación donde si volviera a realizar esta misma unidad didáctica introduciría más juegos. Es evidente que no se realizan actividades cooperativas en el aula, ni se presta al alumnado a que aprendan jugando y esta es la diferencia a la que se refieren. Parece ser que al docente le continúa pareciendo difícil formar grupos o programar actividades que desempeñen una labor común jugando.

7. CONCLUSIONES

Después de realizar el presente trabajo, puedo concluir que bajo mi percepción, la utilización de *GeoGebra* ayuda y favorece la actividad docente, sirviendo como motivación al alumnado y por lo tanto mejora la adquisición del acceso al conocimiento de las matemáticas.

En el marco teórico y estado de la cuestión del presente documento se deja constancia, de que el estudio y análisis de diferentes informes internacionales han puesto de manifiesto la necesidad de valorar la incorporación de nuevas metodologías como las TIC. Más concretamente, los resultados en el bloque de matemáticas de los últimos informes PISA coinciden en una resolución muy similar, donde España siempre obtiene una media por debajo de la media global, así como por debajo de los países más cercanos a nosotros. Todo esto muestra un estancamiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. De la misma manera el último informe TIMSS 2015 reafirma la necesidad de incorporar nuevas metodologías, sobretodo en el bloque de geometría, donde se han obtenido los peores resultados y de nuevo por debajo de la media global. Por lo tanto considero que el objetivo *estudiar la situación actual en el proceso de enseñanza-aprendizaje para las matemáticas, valorando la incorporación de las TIC para facilitar dicho proceso* se ha cumplido.

Respecto al objetivo *exponer los contenidos específicos que integran el bloque de Geometría de 4º de la ESO para los enseñamientos académicos, de acuerdo con la normativa estatal y la autonómica de la Comunidad Valenciana*, se considera cumplido ya que, se han seleccionado y expuesto aquellos contenidos, competencias básicas y objetivos propuestos tanto en el Real Decreto 1105/2014 por el que establece en su artículo 11 los Objetivos Generales de la Educación Secundaria Obligatoria, de 26 de diciembre, como en el Decreto 87/2015, de 5 de junio, del Consell, por el que se establece el currículum y desarrolla la ordenación general de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato en la Comunidad Valenciana. Toda información queda reflejada en el marco teórico y estado de la cuestión, así como en los objetivos expuestos en el apartado de diseño y puesta en marcha.

La elaboración de una evaluación de conocimientos previos ha permitido el desarrollo de actividades más ajustadas al nivel que presentaba la clase. La carencia de conocimiento previo de ciertos conceptos importantes para el buen progreso de la unidad es una de las principales dificultades que posee el alumnado y así lo

expresaban Engler, Gregorini, Müller, Vrancken y Hecklein (2004). Sin olvidarnos del gran problema que supone el libro de texto, sobre todo para la unidad de geometría analítica, el cual no deja desarrollar la visión espacial del alumnado, incrementa sus dificultades a la hora de comprender ciertos conceptos de la unidad, lo que queda en relación a lo expresado por Chamoso y Miguel (1995) acerca de la introducción de otros recursos y materiales para que así las clases sean más receptivas, prácticas y amenas. Finalmente en contestación Barrantes, Balletbo y Fernández (2014) quienes consideran que en geometría es fundamental insistir en la importancia que tiene la utilización y manipulación por parte del alumnado de materiales que les facilite la comprensión de la unidad, ampliando sus capacidades, se tiene una respuesta más que satisfactoria. Mediante las respuestas del alumnado en el cuestionario final, se obtiene que la actividad que más les gustó y con la que más aprendieron fue con la realización del juego de vectores, realizado con materiales y de forma totalmente manipulativa, lo que les ayudó en la comprensión del concepto. En el marco teórico y estado de la cuestión se encuentra un análisis completo a los problemas que posee el alumnado en el proceso de enseñanza-aprendizaje, todo ello enmarcado dentro del bloque de geometría. Por lo tanto se considera que el último objetivo específico *analizar las dificultades del alumnado en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría analítica en 4º de la ESO* se ha cumplido.

Como conclusión final, al inicio del presente documento, en el apartado del planteamiento del problema, se exponían unas preguntas que realizan Hernández y Villalba (2001) y a las cuales este trabajo quería contestar. Las preguntas en cuestión eran: *¿Cuáles actividades, métodos y marcos de trabajo pueden ser usados para restablecer los enlaces entre las representaciones algebraicas del espacio y las situaciones geométricas que estas simbolizan? y ¿Cómo podemos potenciar de mejor manera la habilidad de los estudiantes para elegir las herramientas adecuadas (conceptuales, manipulativas, tecnológicas) para resolver problemas geométricos específicos?'*. Desde mi experiencia en este trabajo me atrevería a contestar que donde quedan evidencias que aquellas actividades, métodos y marcos de trabajo que establecen los enlaces entre las representaciones algebraicas del espacio y las situaciones geométricas, son las que de una manera visual y manipulativa el alumnado pueda comprenderlas, como la realización de actividades mediante el software *GeoGebra*, el cual ha permitido ampliar sus capacidades, proporcionándoles ejercicios y ejemplo más visuales donde podían relacionar las expresiones analíticas con la representación geométrica. Por otro lado, para potenciar las habilidades del estudiantado, eligiendo herramientas adecuadas para la resolución de problemas geométricos específicos, simplemente hay que adaptarse empezando por preguntarles que les gustaría hacer y cómo. No existen dos clases idénticas, ni dos alumnos o alumnas iguales, los requerimientos de cada conjunto de estudiantes es diferente. De forma general, hay que proporcionarles actividades mediante la utilización de elementos que para ellos sean conocidos, como ahora pueden ser las nueva tecnologías y que ir a clase de matemática no se convierta en una actividad rutinaria marcando siempre la diferencia y sorprendiéndoles, como pasó con el juego por grupos. La propuesta de mejora didáctica que se expone queda fundamentada en el marco teórico y estado de la cuestión, haciendo hincapié en los contenidos que el alumnado presenta más dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría analítica. Las

sesiones programadas combinan algunos recursos tradiciones con el uso de las TIC (utilización del *GeoGebra*). En mi opinión la metodología propuesta es aplicable no sólo a la unidad de geometría analítica, sino a cualquier unidad dentro de los contenidos matemáticos, de la misma manera que no es de aplicación única en 4º curso de la ESO, si no a cualquier nivel de la educación secundaria obligatoria. Por todo esto el objetivo principal *desarrollar y presentar una mejora de la metodología didáctica utilizada en la unidad de geometría analítica en el alumnado de 4º de la ESO, basada en el software GeoGebra* se ha cumplido.

8. POSIBLES EXTENSIONES

En primer lugar se podría ampliar la muestra seleccionada, es decir, se podría realizar la misma investigación pero sobre dos o más grupos de alumnos y alumnas de un mismo centro para una misma unidad. De manera más ambiciosa también se podría ampliar el estudio a varios centros, con características socio-económicas y culturas diferentes, pero siempre y cuando siempre se realice la investigación a un mismo nivel y en la misma unidad. De forma complementaria a lo descrito si fuera posible, sería muy interesante realizar esta investigación durante un curso académico. Esto proporcionaría unos resultados mucho más sólidos. Los institutos que se seleccionara para el estudio realizarían las mismas sesiones, actividades y exámenes pertinentes y finalmente se tabularían los resultados y se compararían con los de los años anteriores, los cuales no utilizaron ningún recurso tecnológico, para así poder ver si se cumplen los objetivos que se presentan. También se podrían realizar la comparación con otra muestra, la cual considere grupos de alumnos y alumnas que estén familiarizados y acostumbrados a trabajar con recursos web y medios tecnológicos, frente a la que se estudia, la cual familiariza la docencia basada en el libro de texto y va a introducir por primera vez, en el proceso de enseñanza-aprendizaje un cambio metodológico.

Por otro lado, se podría considerar el estudio de la unidad de geometría analítica mediante la utilización de otros tipos de recursos y así poder comprarlos y realizar un estudio sobre las ventajas e inconvenientes que ofrece cada uno de ellos. Dicha investigación no tendría que centrarse únicamente en la utilización de softwares similares a *GeoGebra*, si no que cualquier recurso sería válido como por ejemplo la utilización de la plataforma *Google Sites*. Esto ofrece un amplio abanico de posibilidades. Todo esto se podría llevar a cabo cogiendo diferentes muestras de alumnos y alumnas de un mismo nivel, y para la unidad de geometría analítica, donde reuniera la información de todas las muestras y cada una utilizaría unos recursos tecnológicos diferentes o la combinación de varios de estos. Finalmente se realizaría una valoración de la utilización y de los resultados logrados. Para el desarrollo de este estudio también se debería de tener en cuenta la mejora o no de los resultados académicos.

Una de las características que presenta este estudio es aproximar la utilización de una herramienta tecnológica como el *GeoGebra* en el aula, que puede entregar al alumnado un mundo de diferentes opciones verdaderamente estimulantes y motivadoras. Esto se ha planteado para un nivel concreto, pero sería interesante que dicha implantación se estudiase en otros niveles educativos, como podría ser en la educación de colegios de

primaria, ampliando la utilización a cualquier materia que resultase interesante beneficiarse del apoyo de las TIC.

9. OPINIÓN PERSONAL

En primer lugar me gustaría dar mi opinión acerca de la propuesta de mejora didáctica que se presenta. Pienso que esta propuesta resulta especialmente interesante ya que contempla la introducción de una metodología basada en la utilización de las TIC, que les resulta muy atrayente, motivándoles en clase y haciéndoles más fácil el estudio de ciertas materias.

Creo firmemente que uno de los cambios que se necesita realizar en el sistema educativo es la utilización de las nuevas tecnologías en el aula y no solo a nivel de la ESO, si no en todos los niveles como primaria. El estudio que se presenta integra dicho cambio, el cual dota al trabajo realizado de gran atractivo, ofreciendo aplicaciones muy diversas.

La preparación de todas las actividades en las cuales se precisa las TIC han supuesto el empleo de un tiempo extra, mayor al que se hubiera invertido en realizar actividad sin precisar las TIC. Esto me ha hecho darme cuenta que para poder realizar en clase actividades gastando un software informático, en primer lugar el docente le ha tenido que dedicar un tiempo a aprender a utilizarlo. Desde mi experiencia el punto de partida para utilizar las TIC en el aula es un poco costoso, ya que la información y recursos que se pueden encontrar en la red son muchísimos. Esto no implica que todos sean válidos, por lo que realizar una buena selección de entre toda la información que se tiene requiere de tiempo. Una vez se ha pasado esta fase inicial todo es mucho más fácil, por lo que pienso que uno de los problemas y uno de sus grandes puntos débiles es saber cómo abordar esta primera fase.

Creo que la realización de este tipo de actividades es muy gratificante, tanto para el docente, como para el alumnado, por lo que desde aquí animo a cualquiera a probar con esta metodología. Sin duda alguna si en un futuro tuviera la oportunidad seguiría en esta línea. Ahora que ya he superado la fase inicial considero que debo de seguir aprendiendo sobre todas las posibilidades que ofrecen las TIC.

En mi opinión todo es mejorable, aun así creo que he presentado buenas actividades, si es cierto como ya he comentado en apartados anteriores hubieron algunas de una actividad en concreto que tuvieron un poco más de nivel del que deberían haber tenido, las demás han logrado su objetivo a la perfección. Les han servido para comprender y consolidar más fácilmente conceptos geométricos y numéricos, así como para iniciarse en la utilización de una herramienta informática que les puede servir como apoyo en su estudio diario. Finalmente pienso que se ha contribuido en la adquisición de algunas de las competencias básicas, de manera que se ofrece una propuesta muy completa y útil que, gracias a la utilización de las nuevas tecnologías y de una manera muy sencilla, se captará fácilmente la atención del alumnado.

10. BIBLIOGRAFIA

MILLER, R. Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

Decreto 87/2015, de 5 de junio, del Consell, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato en la Comunitat Valenciana

Recio, T. (2006). PISA y la evaluación de las matemáticas. *Revista de educación*, (1), 263-273.

Alsina, Á. (2010). La 'pirámide de la educación matemática': una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. © *Aula de innovación educativa*, 2010, núm. 189, p. 12-16.

Alsina, C. (2009). Geometría y realidad. *Colección Digital Eudoxus*, 1(2).

Area Moreira, M. (2010). El proceso de integración y uso pedagógico de las TIC en los centros educativos. Un estudio de casos.

Domingo, M., & Marquès, P. (2011). Aulas 2.0 y uso de las TIC en la práctica docente. *Comunicar*, 19(37).

Liste, R. L. (2008). GeoGebra: La eficiencia de la intuición. *La Gaceta de la RSME*, 10(1), 223-239.

Meza, A., & Cantarell, L. (2002). Importancia del manejo de estrategias de aprendizaje para el uso educativo de las nuevas tecnologías de información y comunicación en educación. *Recuperado el, 2*.

Zabala, J. M. G. (2008). 3-2 *Ideas clave. El desarrollo de la competencia matemática* (Vol. 7). Graó.

Lehmann, C. H., Geometría Analítica, Noriega Editores, Editorial Limusa, México, 1989.

Almeida, M. (2002). Desarrollo Profesional Docente en Geometría: análisis de un proceso de Formación a Distancia. *Memoria de tesis doctoral*. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas. Universidad de Barcelona, Barcelona. *Recuperado el, 22*.

Chamoso Sánchez, J. M., & Miguel Miguel, E. (1995). Materiales y recursos didácticos para la enseñanza de las Matemáticas. El cuenta-drez.

Montesinos, J. L. (2010). *Historia de las Matemáticas en la enseñanza Secundaria*. Madrid: Editorial Síntesis.

Mifsud Talón, E. (2011). Buenas prácticas TIC.

Orton, A. (1996). *Didáctica de las matemáticas: cuestiones, teoría y práctica en el aula* (Vol. 14). Ediciones Morata.

Skemp, R. R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* (Vol. 15). Ediciones Morata.

Cockcroft, W. H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan: informe Cockcroft* (Vol. 20). Ministerio de Educación.

Cockcroft (1985), Skemp (1980) y Orton (1996)

Rodriguez, E. (2017). La estandarización en el currículo educativo: la punta del iceberg de la homogeneización. *Alteridad*, 12(2), 248-258.

Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., & Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Boletín de la SOAREM*, 6, 23-32.

Barrantes, M., Balletbo, I., & Fernández, M. (2014). Enseñar geometría en secundaria. In *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*.

Moya, A. M^a.(2009). Las nuevas tecnologías en la educación. *Innovación y experiencias educativas*, 24.

Hernández, V., & Villalba, M. (2001). Perspectivas en la Enseñanza de la geometría para el siglo XXI. *Documento de discusión para estudio ICMI*.

Ballester, M. (2011). BASES IDEOLÓGICAS DEL SISTEMA EDUCATIVO ESPAÑOL:¿ Por qué y cómo hay que mejorar la educación?. *Cuadernos de Pensamiento Político*, 135-159.

Guamán, S., Elizabeth, D., & Holguín Beltrán, A. M. (2018). *Influencia de los recursos tecnológicos en la calidad del aprendizaje significativo en la asignatura de Matemática* (Bachelor's thesis, Universidad de Guayaquil, Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación).

ANEXOS

Anexo I. Objetivos según normativa

A continuación se exponen los objetivos generales del Real Decreto 1105/2014, así como los de la Comunidad Valenciana, los cuales definen el presente TFM.

Desde el Real Decreto 1105/2014, des de la LOMCE define los objetivos como:

“referentes relativos a los logros que el estudiante debe alcanzar al finalizar cada etapa, como resultado de las experiencias de enseñanza-aprendizaje intencionalmente planificadas a tal fin.”

Atendiendo este RD 1105/2014 por el que establece en su artículo 11 los Objetivos Generales de la Educación Secundaria Obligatoria, de 26 de diciembre, a lo largo de esta unidad didáctica se contribuirá a desarrollar en el alumnado las capacidades que les permitan:

- b. Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
- e. Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
- f. Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
- g. Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

A estos objetivos, el Decreto 87/2015 de la Comunidad Valenciana añade los siguientes:

- n. Adaptar el currículo y sus elementos a las necesidades de cada alumno y alumna, de forma que se proporcione una atención personalizada y un desarrollo personal e integral de todo el alumnado, respetando los principios de educación común y de atención a la diversidad del alumnado, propios de la etapa.
- p. Preparar al alumnado para su incorporación a estudios posteriores y para su inserción laboral.
- s. Consolidar en el alumnado hábitos de estudio y de trabajo.
- u. Desarrollar metodologías didácticas innovadoras que incluyan el aprendizaje cooperativo, los proyectos interdisciplinares, el uso de las tecnologías de la información y la comunicación, así como la práctica de la educación inclusiva en el aula.
- v. Basar la práctica docente en la formación permanente del profesorado, en la innovación educativa y en la evaluación de la propia práctica docente.
- w. Elaborar materiales didácticos orientados a la enseñanza y el aprendizaje basados en la adquisición de competencias.

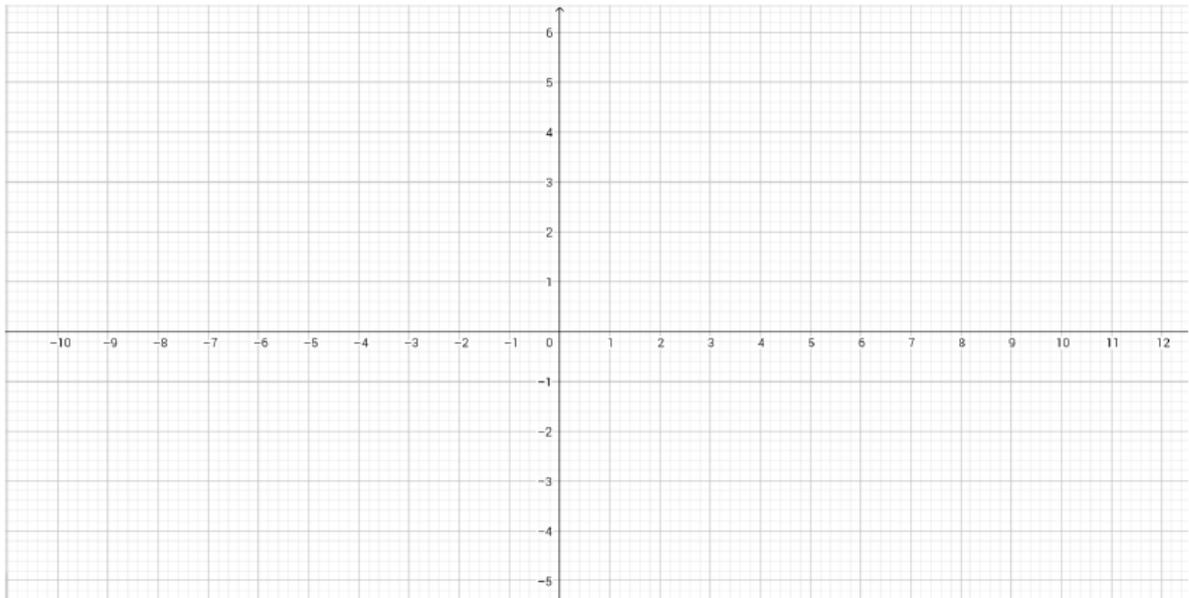
Anexo II. Prueba de evaluación inicial

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS PREVIOS - GEOMETRIA ANALÍTICA

Nombre:

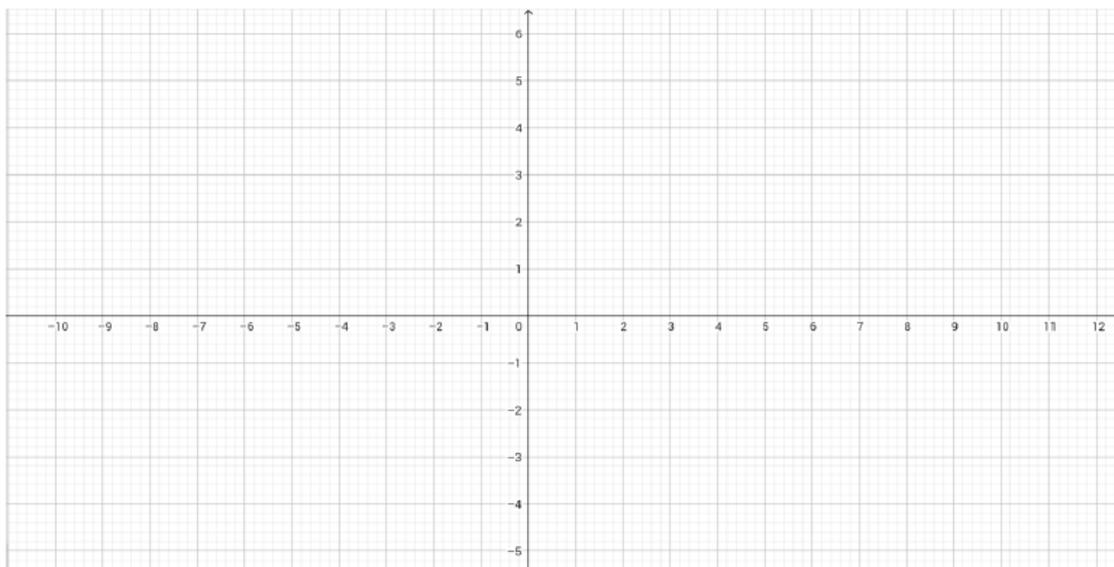
1. Dado el siguiente plano cartesiano indica:

1r cuadrante, 2n cuadrante, 3r cuadrante, 4t cuadrante, Eje de ordenadas y Eje de abscisas.

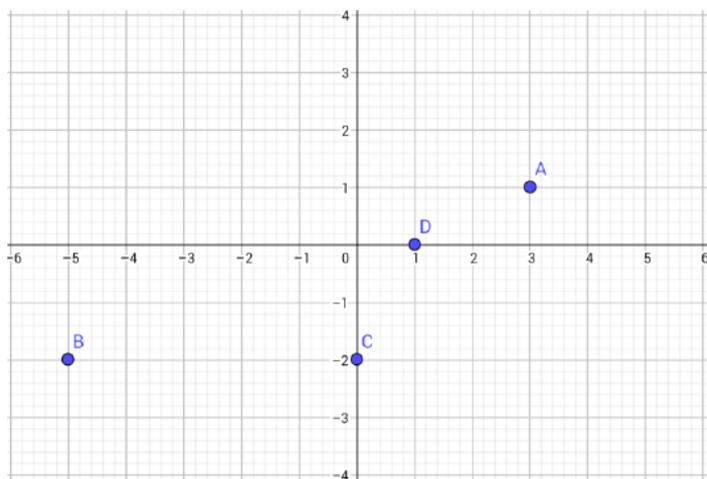


2. Dado el siguiente plano cartesiano representa los siguientes puntos:

A(2,3), B(-5,1), C(4,-2) Y D(-3,-3)

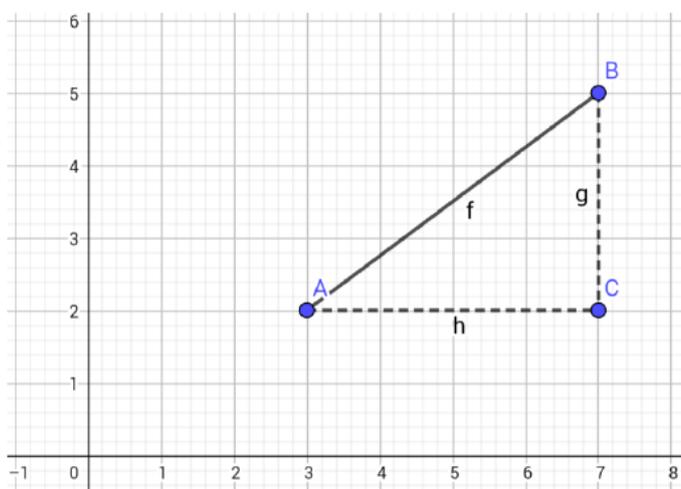


3. Dado el siguiente plano cartesiano indica cuales son los siguientes puntos que están representados:



4. Escribe la recta que tiene de pendiente $m=3$ y pasa por el punto $A(1,-2)$ ($y=mx+n$)

5. Calcula la distancia entre los puntos A y B:



Anexo III

Ficha de actividad: Jugando con vectores

Título	JUGANDO CON VECTORES
Objetivos	<ul style="list-style-type: none">- Repasar el concepto de vector en el plano cartesiano, tanto su forma analítica, como su representación gráfica.- Identificar las propiedades de los vectores.- Interpretar y calcular el módulo de un vector.- Trabajar en equipo.
¿Qué se trabaja?	Se trabaja sobre todo la representación de vectores en el plano cartesiano, así como cuáles son sus componentes y propiedades más importantes y la correcta realización del cálculo del módulo de un vector. Analizar cualquier cálculo realizado tiene un peso muy importante en esta actividad.
Duración	20-25 minutos.
Metodología	Aprendizaje cooperativo
Materiales	Flechas, tiras, puntos, símbolos para los ejes de coordenadas, realizados con goma eva, cinta adhesiva, tijeras y pegatinas numeradas.
Descripción	Los alumnos se dispondrán en grupos de 3 a 4 personas. Si la actividad quiere tener un carácter más informal en clase, los grupos pueden realizarlos ellos en un momento con la ayuda del docente por si hubiera algún inconveniente. Por lo contrario si la actividad esta enmarcada para realizarse de forma evaluable con una nota al final de la actividad, sería conveniente que los grupos vinieran predeterminados por el docente y fuera el quien impusiera quien va en cada grupo. De cualquier manera, una vez realizados los grupos a

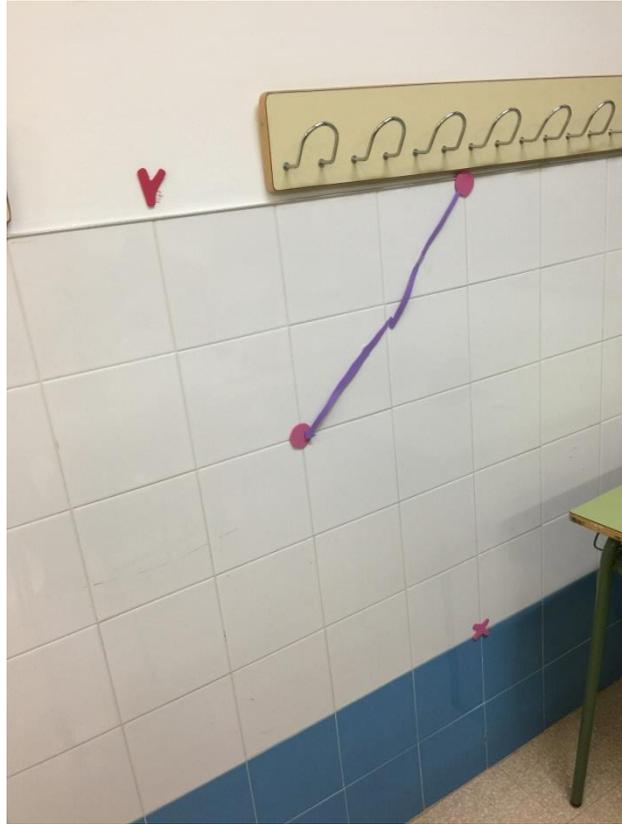
cada grupo se le reparte una bolsa, en ella podrán encontrar todo lo necesario para que en la pared de la clase, siempre y cuando esta tenga la característica de poseer azulejos en forma cuadrada y se pueda simular un plano cartesiano, puedan elaborar dicho plano cartesiano. Después de repartir todas las bolsas, se les anima a que todos juntos se reúnan en un punto de la clase para poder escuchar de forma general la explicación del juego. En primer lugar se abre una bolsa y se les muestra que contiene y para qué sirve cada cosa. La bolsa debe de contener varios puntos de Goma eva, los cualesarán la función de los puntos necesarios para realizar un vector, también abran tiras de diferentes tamaños, con la punta en flecha y sin ella de Goma eva, para así poder simular el vector de que punto a qué punto va, también encontrarán el símbolo de una X y una Y, también recortados con Goma eva, para que así puedan marcarse en la pared que línea sigue cada eje de coordenadas, finalmente encontrar una pegatinas con números, esto les servirá para poder definir las coordenadas de los puntos que forman el vector. El docente tendrá cinta adhesiva para que el alumnado pueda ir pegando en la pared el material y tijras por si hicieran falta. Una vez repartido y mostrado el material se les explica de forma grupal la actividad.

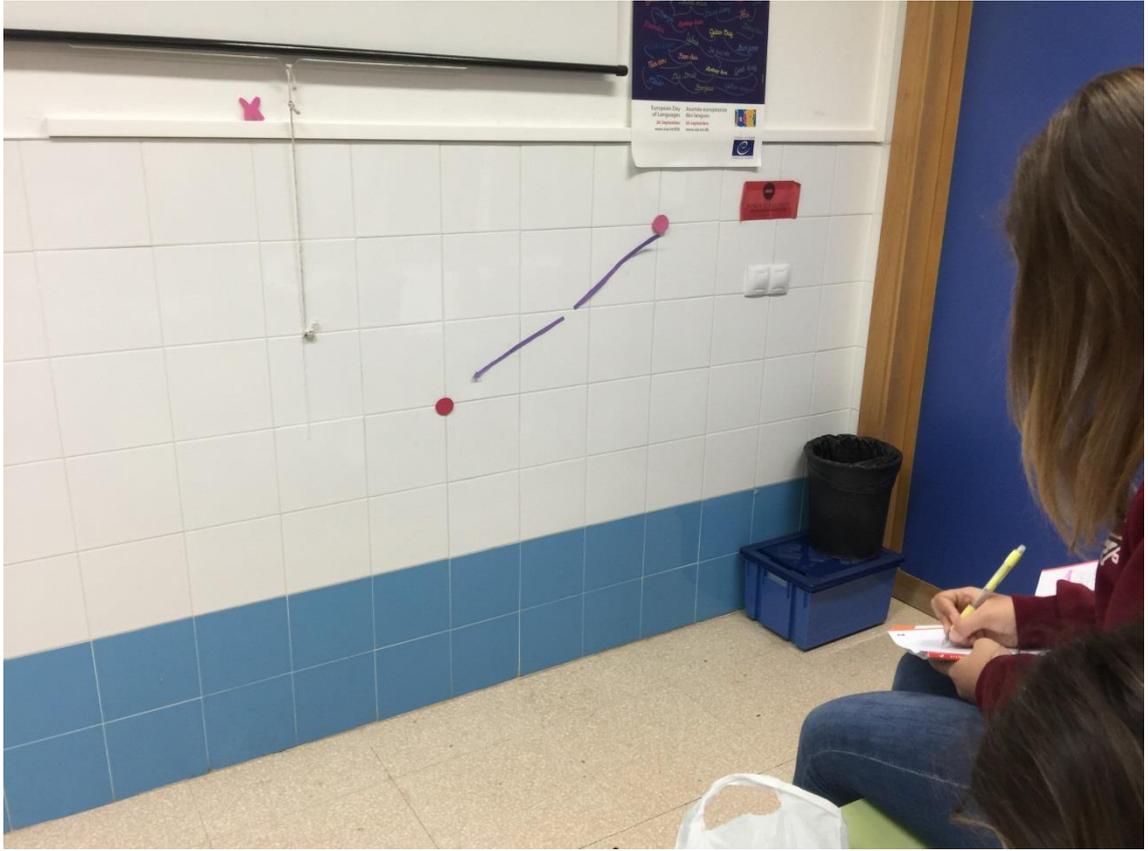
Cada grupo de 4 personas se deberá dividir en 2 parejas, comenzarán la actividad 2 miembros de la pareja, quienes deberán coger todo el material y construir un vector en la pared de clase. Deberán especificar con las pegatinas de números los puntos que componen el vector, así como el sentido del vector. Una vez que la representación de la pared esté realizada, los otros dos miembros de la pareja deberán coger una hoja y representar el vector gráficamente con todas sus componentes, calcular las coordenadas del vector y el módulo del vector. Una vez realizados los cálculos deben mostrar a la pareja que ha realizado la representación en la pared lo calculado y entre todos los miembros del grupo valorar y corregir lo realizado. Llegados a este punto es el momento de realizar lo mismo pero ahora la pareja que ha representado en la pared realizará los cálculos y los que han realizados los cálculos representan en el pared.

La actividad no tiene por qué tener dos únicas interacciones, es decir, no solo debemos jugarlo dos veces donde nos cambiamos el rol, si no que se pueden realizar tantas interacciones como sean necesario. Es más también es interesante que el docente vaya supervisando toda la actividad y que vaya aportando preguntas a los grupos. El docente puede poner alguna restricción en el juego como proporcionarles un punto y que este deba ser fijo, o sugerirles que cambien el sentido al mismo vector que han calculado y entonces preguntarles: ¿Qué pasará ahora con las coordenadas del vector?, ¿Serán las mismas?, ¿Y con su módulo? ¿Valdrá lo mismo? Estas situaciones forzadas por el docente pueden hacer que el alumnado acabe comprendiendo ciertos conceptos o realizando ciertos cálculos que no se habían llegado a plantear.

Fotos sesión 2: Jugando con vectores

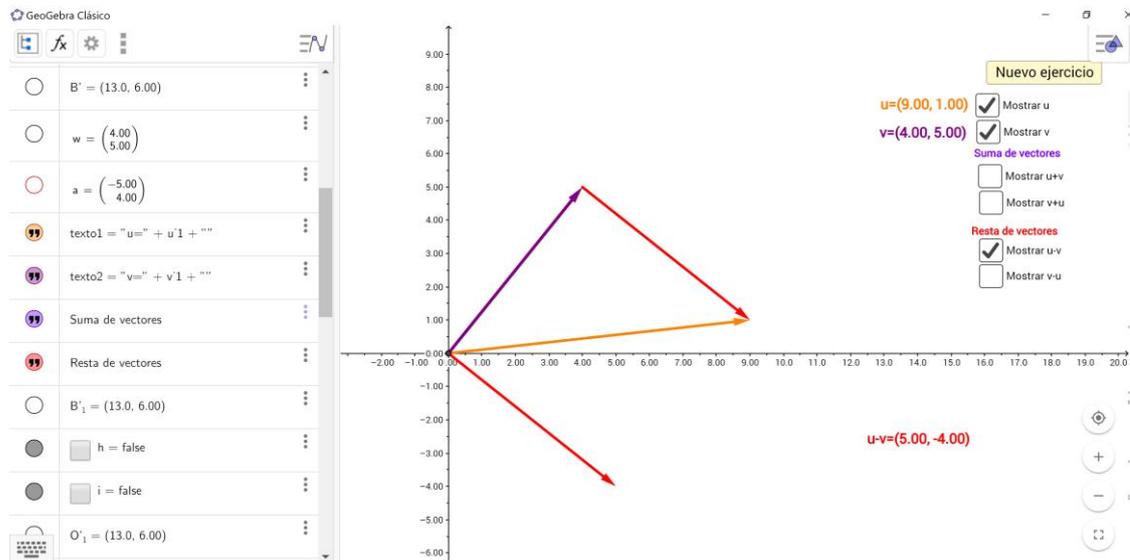
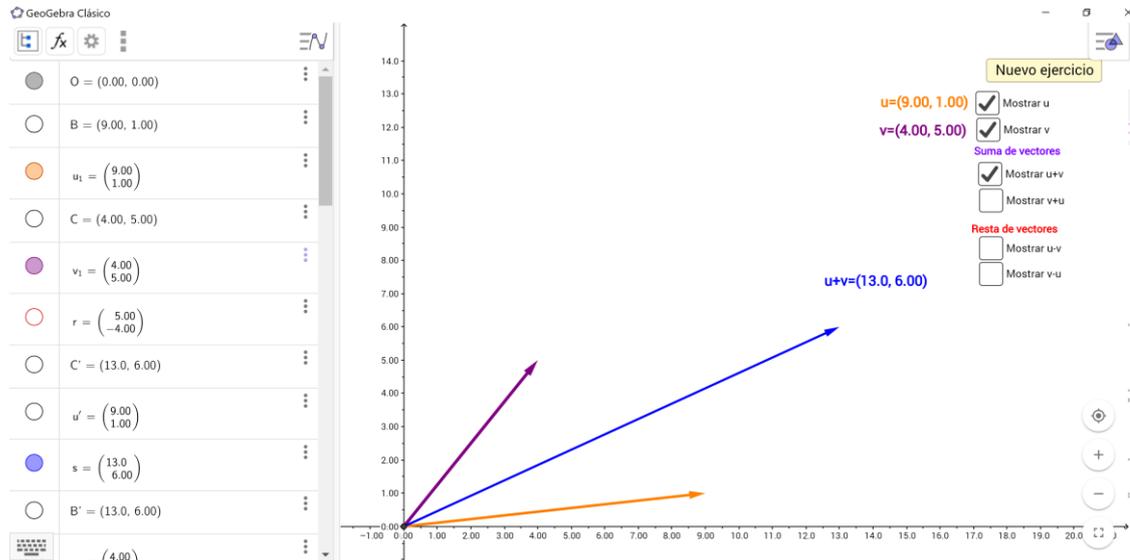




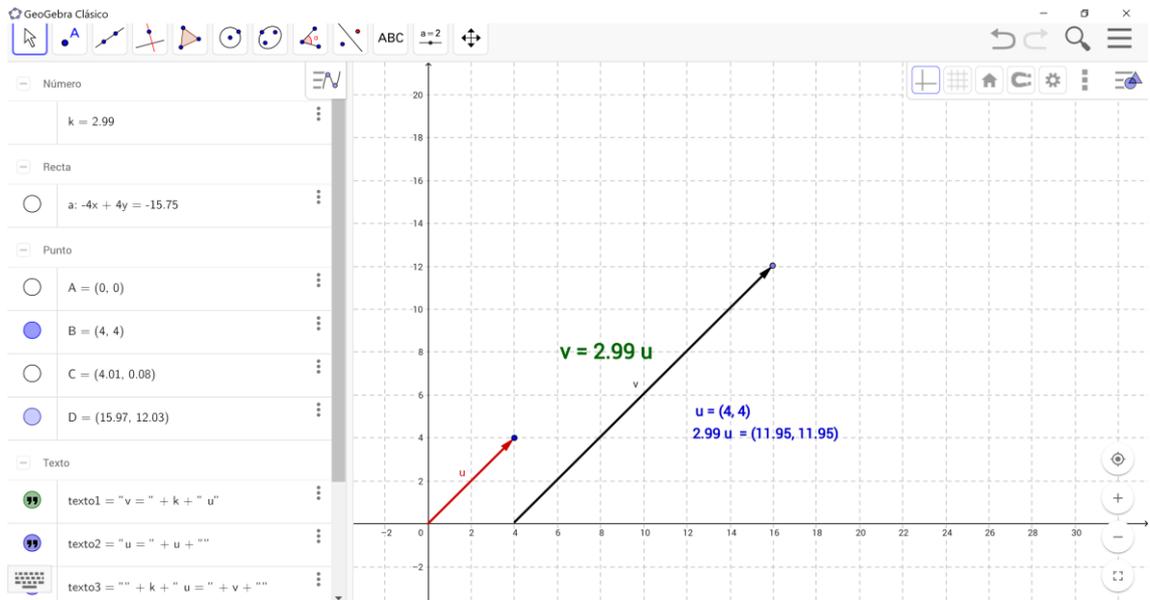
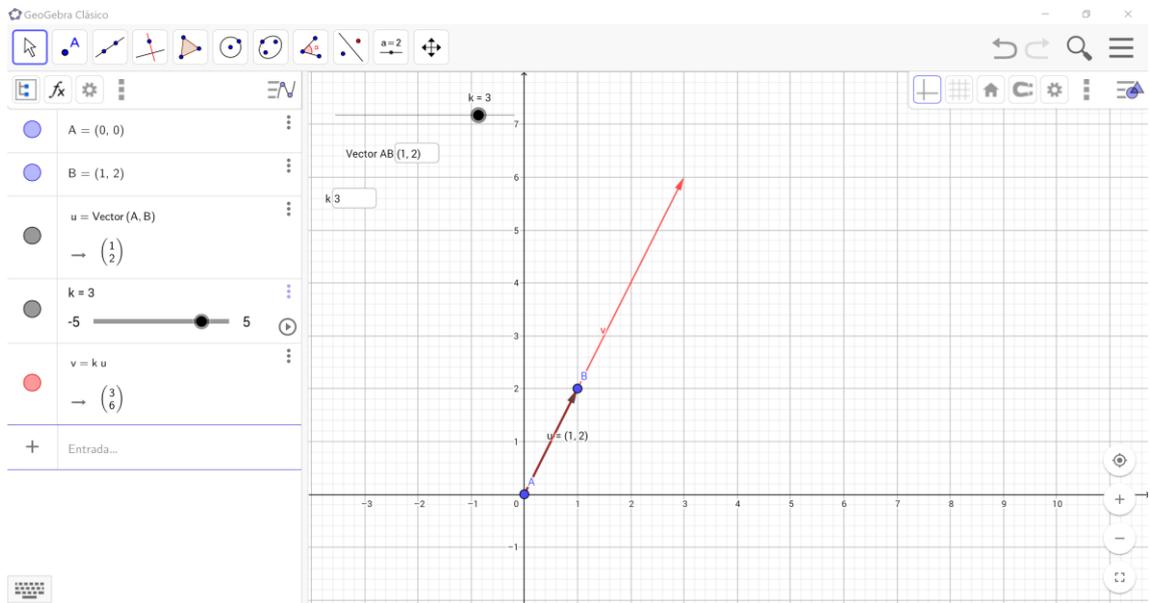


Anexo IV. Operaciones con vectores: Ejemplos con *GeoGebra*

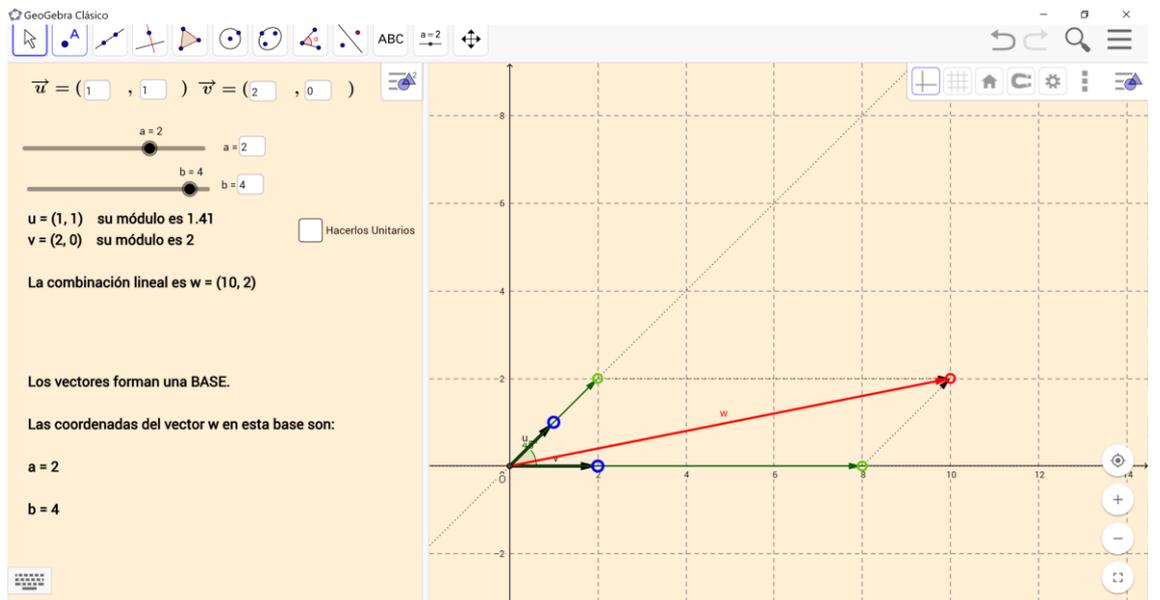
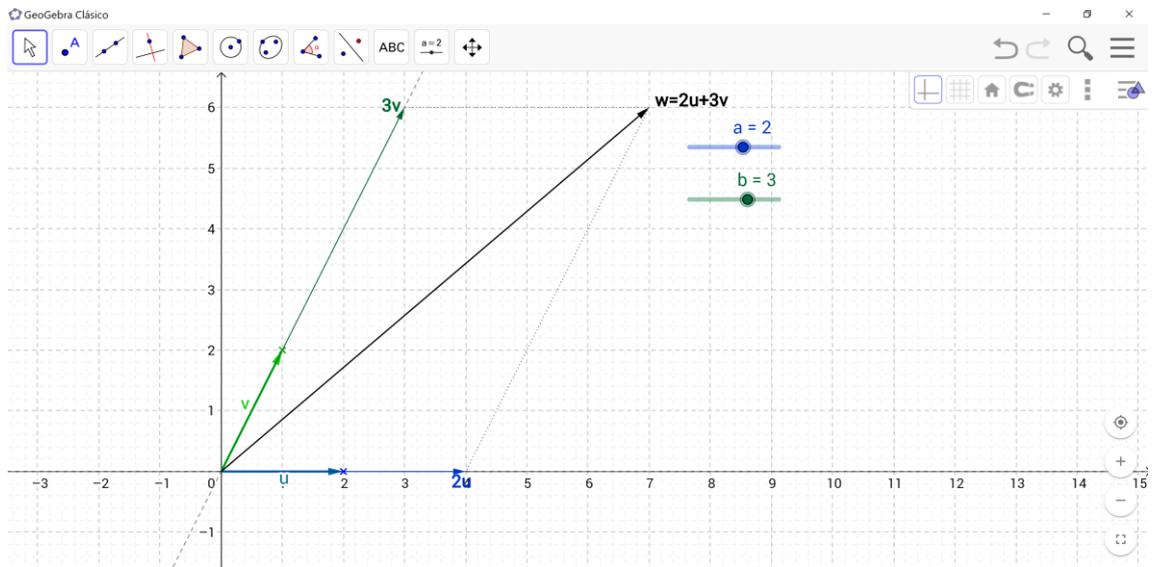
Suma y resta de vectores



Producto de un número por un vector



Combinación lineal de dos vectores

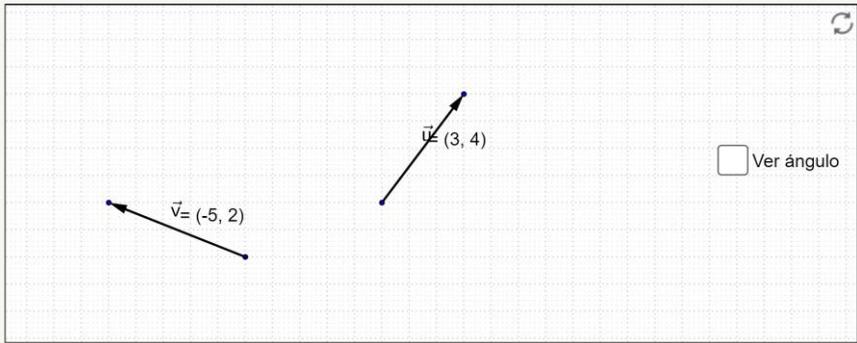


Anexo V. Actividades prácticas llevadas a cabo en el aula de Informática: Repaso sesión 2 y 3.

Utilización de la web de Manuel Sada Allo (2005)

Actividad de repaso de la sesión 2

Vectores: Coordenadas



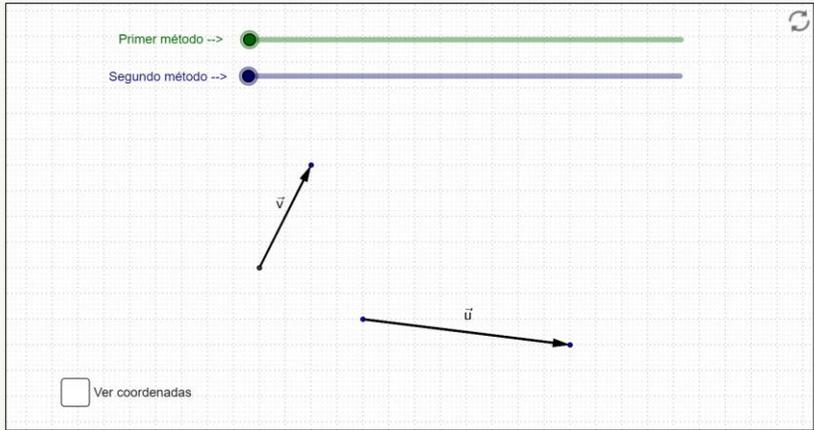
Ver ángulo

- Mueve los puntos azules hasta visualizar los vectores de coordenadas (6,-4) y (0,5).
- Visualiza ahora el (-4,-4) y el (-10,0)
- Haz que ambos vectores tengan las mismas coordenadas (-2,8). ¿Cómo han de ser dos vectores para tener las mismas coordenadas?
- Explica qué miden las coordenadas de un vector cualquiera.
- Visualiza pares de vectores que sean paralelos entre sí. ¿Cómo son sus coordenadas?
- Visualiza el vector de coordenadas (3,2) y otro que sea perpendicular. ¿Observas alguna relación entre sus coordenadas?

 Creado con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Noviembre 2005)

Actividad de repaso de la sesión 3

Suma de vectores



Ver coordenadas

Desliza el punto verde y observa.

Mueve los puntos azules hasta que u sea el vector (-5,2) y v el (7,0).

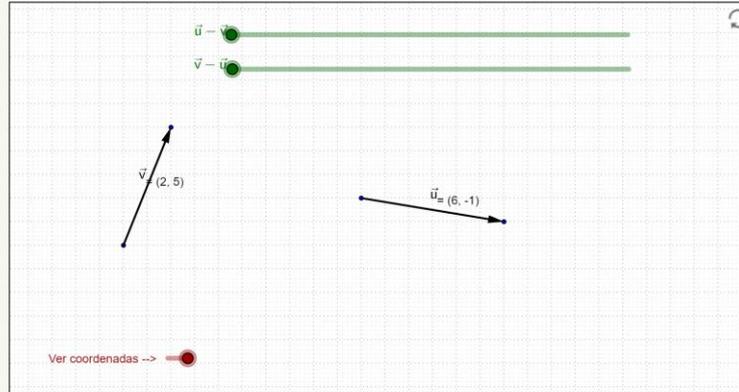
- Describe cómo se obtiene la suma de dos vectores aplicando el "Primer método"
- Comprueba que el segundo método conduce a la misma solución y describe las diferencias entre ambos métodos.

Activa la casilla para ver las coordenadas.

- ¿Qué relación encuentras entre las coordenadas de los vectores u , v y $u+v$?

 Creado con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Noviembre 2005)

Resta de vectores



Desliza los puntos verdes y observa.

Vuelve a la posición inicial y mueve los puntos azules hasta que u sea el vector $(-3,1)$ y v el $(5,0)$. Desliza ahora el punto verde.

- Describe cómo se obtiene la resta de dos vectores.
- ¿Son iguales los vectores $u-v$ y $v-u$?

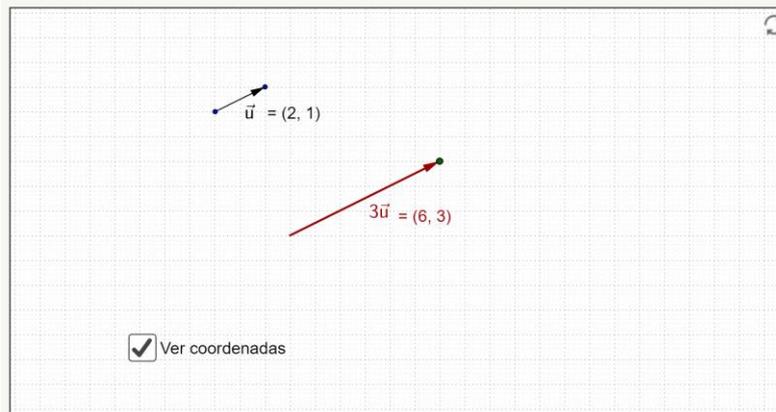
Utiliza el deslizador para ver las coordenadas.

- ¿Qué relación encuentras entre las coordenadas de los vectores u , v , $u-v$ y $v-u$?



Creado con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Noviembre 2005)

Producto de un número por un vector



Mueve los puntos azules y observa los cambios.

- ¿Qué relación encuentras entre los vectores u y $3u$?

Mueve ahora el punto verde y observa.

- ¿Qué relación encuentras entre los vectores u y ku , siendo k un número positivo cualquiera?
- ¿Y qué ocurre cuando k es negativo o 0?

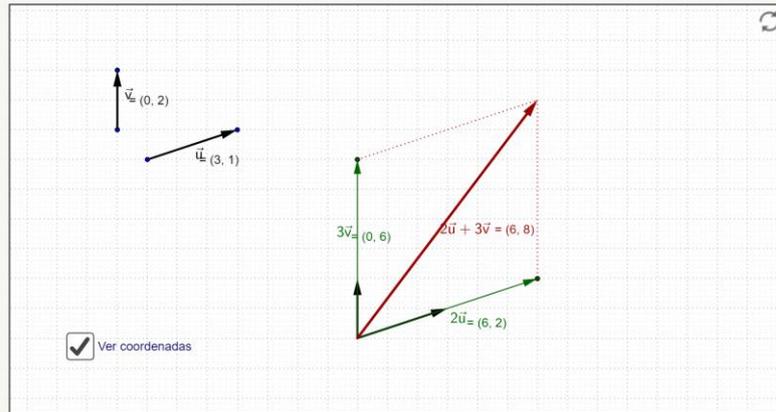
Utiliza el deslizador para ver las coordenadas.

- ¿Qué relación encuentras entre las coordenadas de los vectores u y ku , siendo k un número cualquiera?



Creado con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Noviembre 2005)

Combinación lineal de vectores



Mueve los puntos verdes hasta visualizar:

- $5u - 2v$.
- $-2u + v$.
- $u - v$.

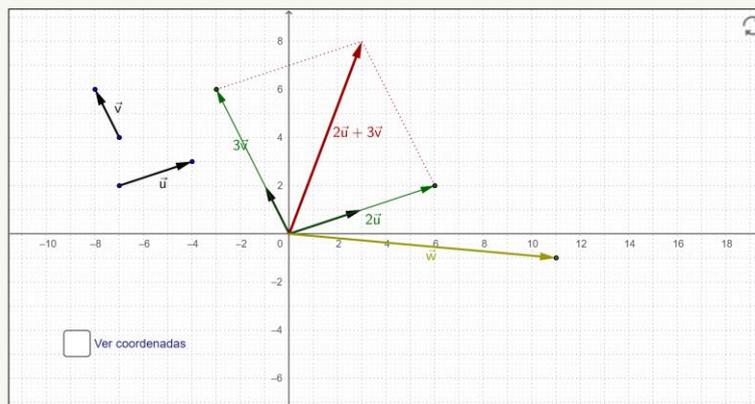
Activa la casilla para ver las coordenadas.

- ¿Qué relación encuentras entre las coordenadas de los vectores u , v y $2u + 3v$?
- Compruébalo también para $u = (1, -2)$ y $v = (-3, 0)$
- Prueba con $u = (1, 0)$ y $v = (0, 1)$



Creado con [GeoGebra](#) por [Manuel Sada](#) (Noviembre 2005)

Combinación lineal de vectores (2)



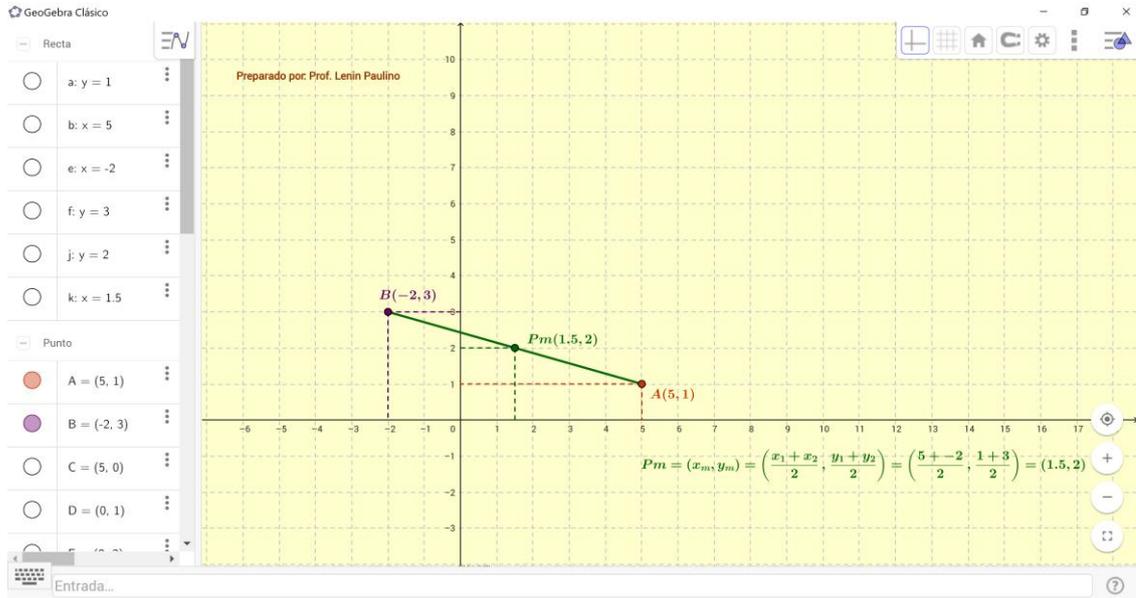
- Mueve los puntos verdes hasta que el vector rojo coincida exactamente con el amarillo: pon w como combinación lineal de u y v :
- Modifica w (arrastrando su extremo) hasta convertirlo en el vector de coordenadas $(-7, 7)$ y vuelve a poner w como combinación lineal de u y v .
- Pon el vector $(9, 0)$ como combinación lineal de $(1, 2)$ y $(2, 1)$



Creado con [GeoGebra](#) por [Manuel Sada](#) (Noviembre 2005)

Anexo VI. Punto medio de un segmento y puntos alineados: Ejemplos con *GeoGebra*

Punto medio de un segmento



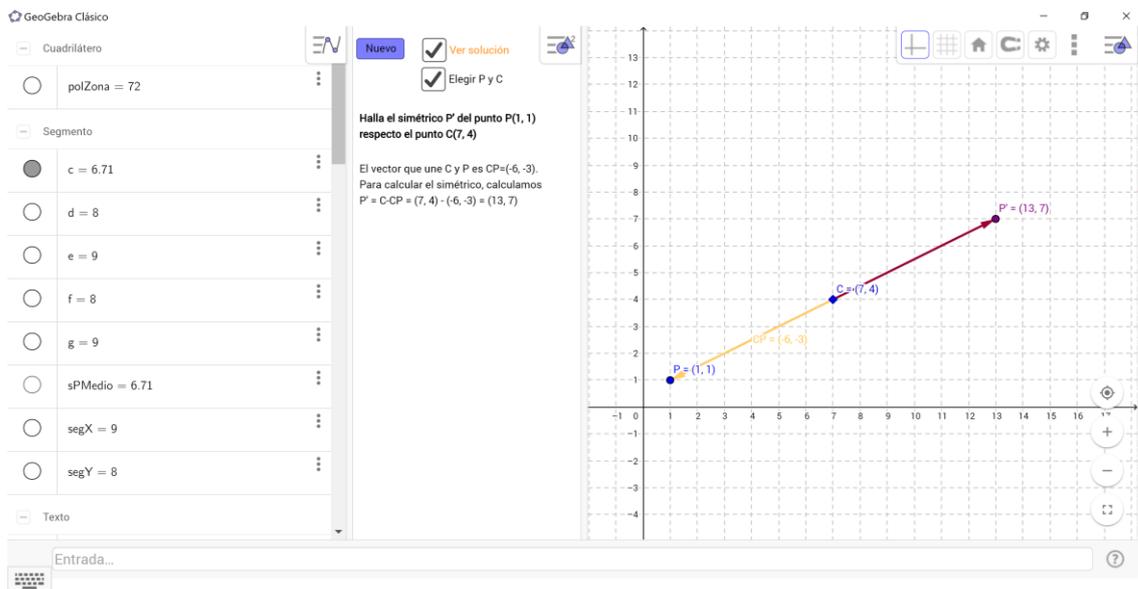
Punto medio de un segmento: ejercicio analítico

Calcula el punto medio del segmento que une a los puntos A(13,4) y B(-5,18)

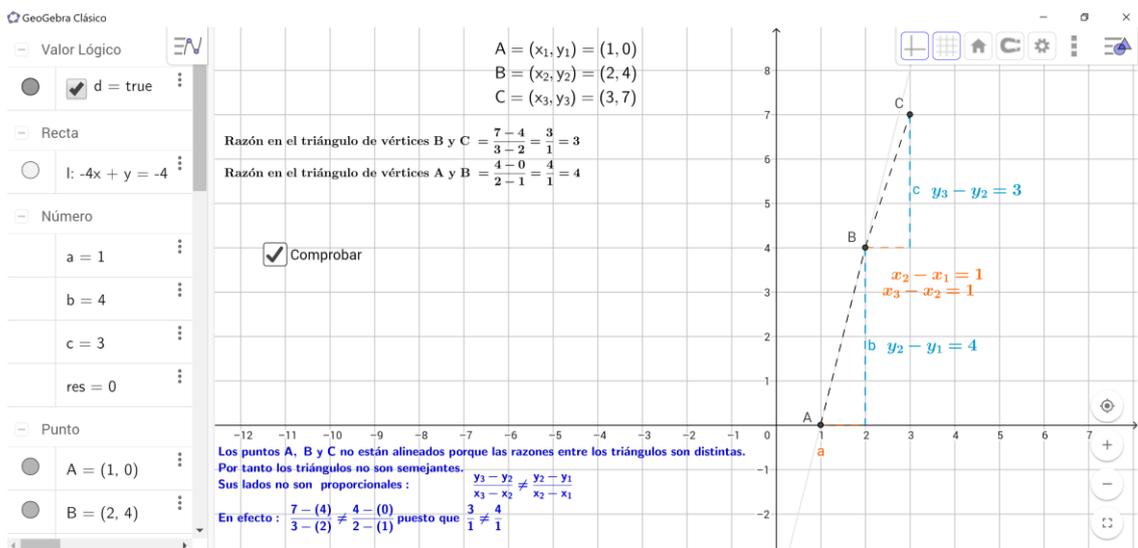
Ver solución

$$M \left(\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2} \right) = \left(\frac{13 + (-5)}{2}, \frac{4 + 18}{2} \right) = (4, 11)$$

Punto simétrico respecto a otro



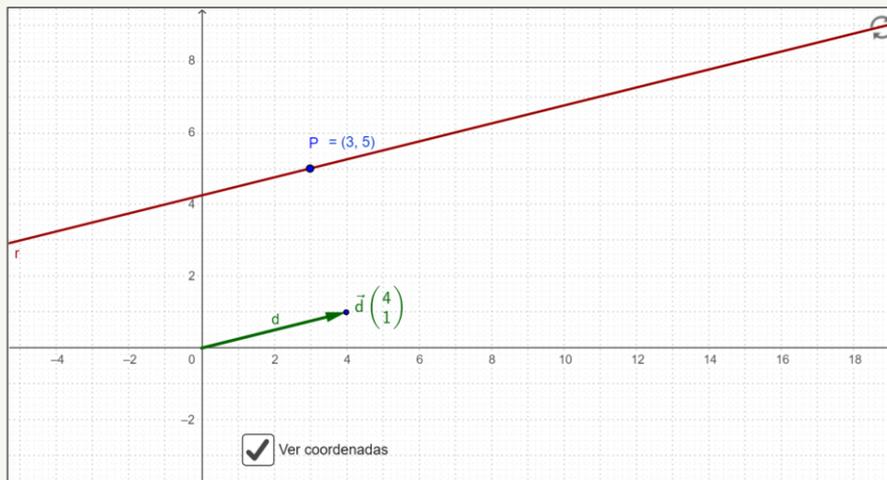
Puntos alineados



Anexo VII. Actividades prácticas llevadas a cabo en el aula de Informática: Descubriendo las rectas.

Utilización de la web de Manuel Sada Allo (2005)

Determinación lineal de la recta

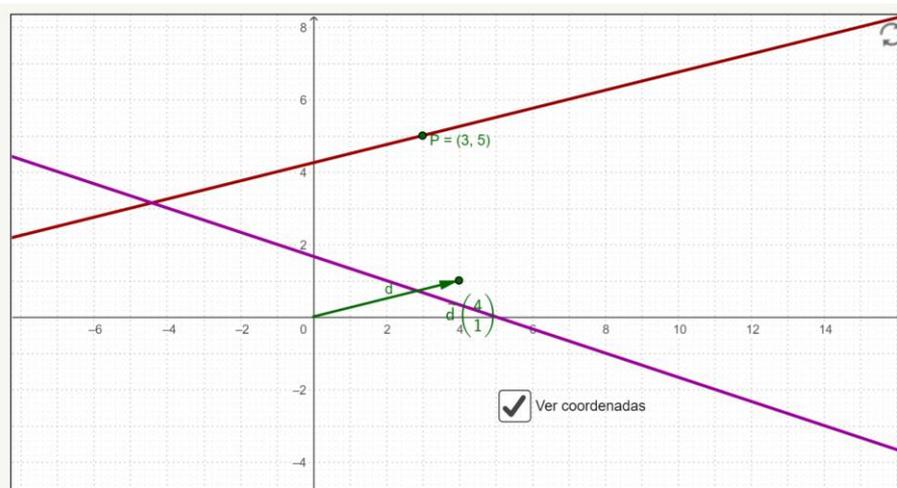


Mueve, en la figura superior, el punto P y la punta del vector d y observa los cambios:

- ¿Qué relación hay entre el punto P , el vector d y la recta r ?
- Visualiza la recta que pasa por el punto $(5, -2)$ y es paralelo al vector $(-1, 4)$
- Visualiza la recta paralela al eje de ordenadas y corta al otro en el punto $(7, 0)$

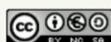
En la siguiente figura has de modificar el vector d y el punto P hasta hacer coincidir las dos rectas (la roja y la morada)

Para volver a empezar, haz clic sobre el icono  de arriba a la derecha.



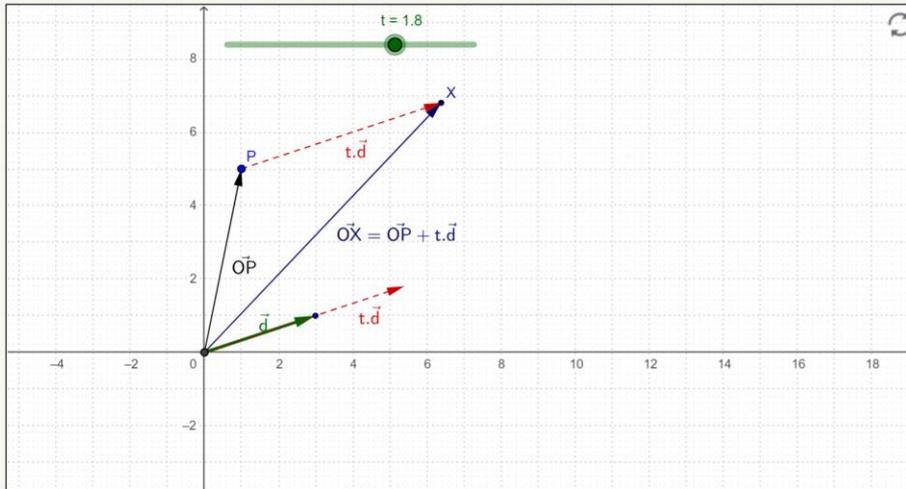
Se llama *determinación lineal* de una recta a un par formado por un punto (por el que pasa) y un vector (paralelo a la recta) que permiten identificarla (como en los ejemplos anteriores). Razona, a partir de la experiencia anterior:

- Dada una determinación lineal (P, d) ¿cuántas rectas diferentes le corresponden?
- Dada una recta, ¿de cuántas maneras diferentes puede encontrarse una determinación lineal de la misma?



Creado con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Agosto 2006)

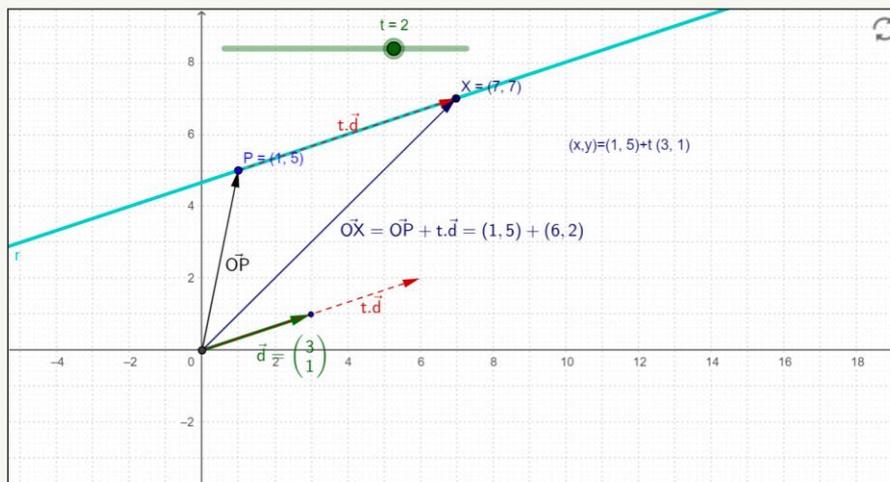
Ecuación vectorial de la recta



Observa la figura e identifica en ella el punto P y su vector de posición OP , el vector direccional d y la relación entre los vectores citados y el OX . Utiliza el deslizador para modificar el valor del parámetro t y observa los cambios:

- ¿Qué línea trazará el punto X cuando se varía el valor de t ?

Compruébalo: haz clic derecho sobre el punto X y "activa el trazo" en el menú emergente. Luego vuelve a utilizar el deslizador.



- ¿Cuáles son las coordenadas de los puntos P y X de la figura? ¿Y las de los vectores OP , OX , d y td ? ¿Qué relación se cumple entre ellas?
- Describe cómo cambian esos valores al modificar el valor del parámetro t .
- ¿Cuáles son las coordenadas del punto X para $t=4$? ¿Y para $t=-1.6$? ¿y para $t=0$?
- ¿Para qué valor de t se obtiene $X=(10,8)$? ¿Y $X=(-3.5,3.5)$?
- ¿Hay algún valor de t para el que se obtenga $X=(4,5)$? ¿Por qué?
- ¿Cuáles son los puntos que sí se pueden conseguir para algún valor de t y cuáles los que no?
- ¿Qué relación hay entre la pregunta anterior y la ecuación de la derecha: $(x,y)=(1,5)+t(3,1)$?

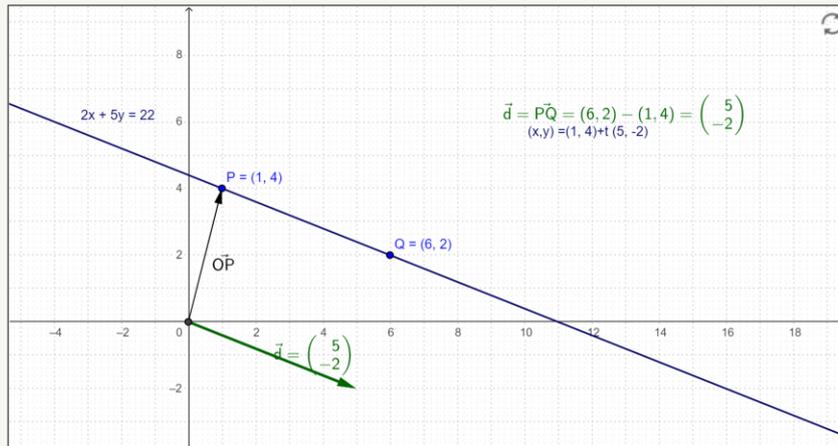
Modifica la posición de P y d hasta visualizar y obtener la ecuación vectorial de las siguientes rectas:

- La recta que pasa por $P(7,0)$ y es paralela al vector $d=(1,-2)$
- La que pasa por el punto $(10,0.5)$ y es paralela al vector $(-2,3)$
- La paralela al eje de abscisas que pasa por $(2,4)$
- La bisectriz del primer y tercer cuadrante



Creado con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Agosto 2006)

Recta que pasa por dos puntos



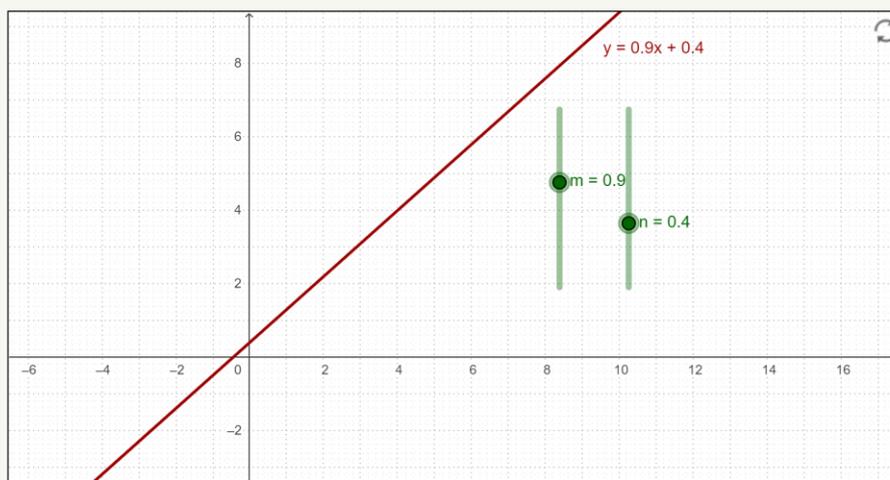
Observa los diferentes elementos de la figura. Cambia las posiciones de P y Q a (2,-1) y (6,2) respectivamente y observa los cambios

- ¿Cómo se obtiene el vector direccional de la recta que pasa por dos puntos?
- ¿Y su ecuación?
- ¿Cuál será la ecuación explícita de la recta anterior?



Creado con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Agosto 2006)

Ecuación explícita de la recta



Desliza ahora el primer punto verde para modificar el valor de la pendiente m y observa los cambios.

- Describe lo que ocurre.
- ¿Qué tienen en común y en qué se diferencian todas las rectas con $n=3$?
- ¿Por qué crees que se le llama a m "pendiente"? ¿Qué indica su valor?

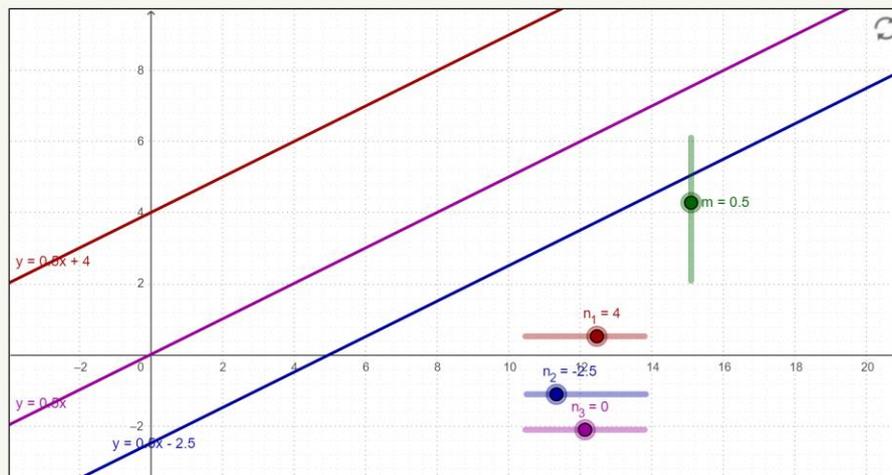
Vuelve a la gráfica inicial pulsando el botón Actualizar (🔄) y prueba a modificar, mediante el segundo deslizador, la ordenada en el origen (n)

- Describe lo que ocurre.
- ¿Qué tienen en común y en qué se diferencian las rectas de ecuación $y = 0.5 \cdot x + n$?
- ¿Por qué crees que se le llama a n "ordenada en el origen"? ¿Qué indica su valor?



Creado con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Abril 2005)

Rectas con la misma pendiente



Observa las tres rectas de la figura:

- ¿Qué tienen en común y en qué se diferencian? ¿y sus correspondientes ecuaciones?

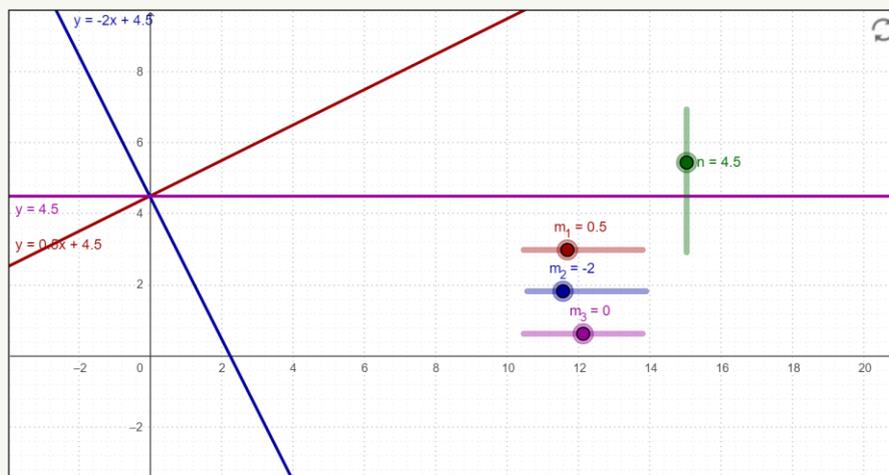
Mueve los deslizadores y observa los cambios.

- Describe lo que ocurre.
- ¿Cómo son las gráficas de todas las rectas con la misma pendiente (valor de m)?



Creado con [GeoGebra](https://www.geogebra.org/) por Manuel Sada Allo (Agosto 2006)

Rectas con la misma ordenada en el origen



Observa las tres rectas de la figura:

- ¿Qué tienen en común y en qué se diferencian? ¿y sus correspondientes ecuaciones?

Mueve los deslizadores y observa los cambios.

- Describe lo que ocurre.
- ¿Cómo son las gráficas de todas las rectas con la misma ordenada en el origen (valor de n)?



Creado con [GeoGebra](https://www.geogebra.org/) por Manuel Sada Allo (Agosto 2006)

Anexo VIII. Actividades complementarias geometría analítica.

Actividades complementarias Geometría Analítica

Ejercicio nº 1.- Determina las coordenadas del vector que pasa por los puntos $A(-1, 3)$ y $B(2, -1)$ y calcula su módulo.

Ejercicio nº 2.- Dados los vectores $\vec{u}(3, -1)$, $\vec{v}(-2, 4)$ y $\vec{w}(7, -4)$:

a) Calcular $\vec{a} = -3\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} + 2\vec{w}$

b) Calcular x e y para que se cumpla $\vec{w} = x \cdot \vec{u} + y \cdot \vec{v}$

Ejercicio nº 3.- De los vectores $\vec{a}(2, -3)$, $\vec{b}(5, 1)$, $\vec{c}(2, 3)$ y $\vec{d}(4, -6)$ ¿Cuáles tienen la misma dirección?

Ejercicio nº 4.- Averigua las coordenadas del punto medio del segmento de extremos $A(-2, 7)$ y $B(3, -4)$.

Ejercicio nº 5.- Averigua las coordenadas del simétrico, A' , del punto $A(-2, 3)$ respecto del punto $H(3, -9)$.

Ejercicio nº 6.- Halla la distancia entre los puntos $A(10, 15)$ y $B(0, -9)$.

Ejercicio nº 7.-

- a) Determina si los puntos $A(2, 5)$, $B(-1, -1)$ y $C(5, 11)$ están alineados.
b) Halla x para que los puntos $P(1, 1)$, $Q(3, -1)$ y $R(x, -2)$ estén alineados.

Ejercicio nº 8.-

- a) Escribe la ecuación de la recta, r , que pasa por los puntos $(1, 2)$ y $(2, -1)$.
b) Obtén la ecuación de la recta, s , que pasa por $(1, -3)$ y tiene pendiente 2.

Ejercicio nº 9.-

- a) Escribe la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(2, 1)$ y es paralela a $y = \frac{1}{2}x + 3$.
b) Halla la ecuación de la recta que pasa por el $(0, -2)$ y es perpendicular a $2x + y = -3$.

Anexo IX. Evaluación final

EXAMEN 4º ESO-C: Geometría Analítica	8 de Mayo de 2018
Nombre:	Nota

(1 punt) Ejercicio nº 1.- Determina las coordenadas del vector que pasa por los puntos $A(3, 0)$ i $B(-2, -4)$ i calcula el módulo.

(2 punts) Ejercicio nº 2.- Dados los vectores $\vec{u}(3,-1)$, $\vec{v}(-2,4)$ i $\vec{w}(7, -4)$:

- Calcula $\vec{a} = -3\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} + 2\vec{w}$
- Calcula x i y para que se cumpla: $\vec{w} = x \cdot \vec{u} + y \cdot \vec{v}$

(1 punt) Ejercicio nº 3.- Encuentra el punt medio del segmento de extremos $A(2, 5)$ i $B(6, -2)$.

(2 punts) Ejercicio nº 4.-

- Comprueba que los puntos $A(0, 3)$, $B(1, -1)$ i $C(2, -4)$ estan alineados.
- Encuentra x para que los puntos $P(x, 4)$, $Q(-2, 2)$ i $R(-4, 1)$ esten alineados.

(2 punts) Ejercicio nº 5.-

- Escriu la equación de la recta que pasa por $(2,1)$ y es paralela a $2x + y = -3$.
- Encuentra la equación de la recta que pasa por $(0,-2)$ y es perpendicular a $y = \frac{1}{2}x + 3$

(2 punts) Ejercicio nº 6.- Escribe la equación vectorial, las paramètricas, en forma continua i explícita de la recta que pasa por el punto $P(-4, 3)$ y tiene como vector director $\vec{d}(-1, -3)$.

Anexo X. Cuestionario final al alumnado

CUESTIONARIO VALORACIÓN Y OPINIÓN SOBRE LA UTILIZACIÓN DE LAS TIC

El siguiente cuestionario es totalmente anónimo. En las siguientes preguntas os pido vuestra valoración y opinión sobre la utilización de las TIC en las clases realizadas de matemáticas y en las clases en general. Os agradecería que contestaseis a todas las preguntas para así poder realizar una valoración más completa.

Datos personales:

Edad _____

Sexo

<input type="checkbox"/>	Mujer	<input type="checkbox"/>	Hombre
--------------------------	-------	--------------------------	--------

A. SOBRE LAS TIC:

- ✓ Indica aproximadamente que porcentaje del tiempo que le dedicas a cada asignatura, lo haces utilizando recursos tecnológicos, como ordenador/Tablet, televisión,...

ASIGNATURAS	0%	20%	40%	60%	80%	100%
Matemáticas						
Lengua Castellana y literatura						
Lengua Valenciana						
Primera lengua extranjera: Inglés						
Geografía e Historia						
Economía						
Latín						
Educación física						

- ✓ Indica del 1 al 5 cuánto tiempo le dedicas a la utilización de las nuevas tecnologías fuera de clase, siendo 1 nada, 2 poco, 3 algo, 4 mucho y 5 constantemente:

Nuevas tecnologías	1	2	3	4	5
Televisión					
Móvil					
Ordenador/Tablet					
Videojuegos					
Otros _____					

- ✓ Indica tu opinión de forma general acerca de si crees que el profesorado aprovecha en clase todos los recursos que tiene:

No, nada	
Solo algunas veces	
Sí, mucho	

B. SOBRE GEOGEBRA Y LAS MATEMÁTICAS:

	No, nada	Poco	Indiferente	Bastante	Sí, mucho
¿La utilización de GeoGebra te ha motivado a la hora de trabajar y prestar atención en clase?					
¿Piensas que la utilización de GeoGebra trabaja y potencia la imaginación y creatividad del alumnado?					
¿La utilización de GeoGebra te ha ayudado a comprender mejor ciertos conceptos trabajados en clase?					
¿Te gustaría trabajar con GeoGebra en otros temas de la asignatura de matemáticas?					
¿Crees que la utilización en clase de este tiempo de programas, junto con el ordenador son beneficiosos para el alumnado?					
Durante esta unidad, ¿Te ha gustado utilizar el ordenador para aprender matemáticas?					
¿Te gustan las matemáticas?					
¿Piensas que las matemáticas son útiles para la vida cotidiana?					

C. OPINIÓN PERSONAL:

	Nada	Poco	Indiferente	Bastante	Mucho
¿Te ha gustado como he impartido esta unidad?					
¿Te han parecido interesantes las clases?					

	Facilidad de utilización	Que sea visual	Diferente	Nada	Otros
¿Qué es lo que más te ha atraído de la clase?					

Si has elegido otros, podrías concretar por favor: _____

✓ ¿Qué es lo que más te ha gustado de la realización de esta unidad? ¿Y lo que menos?

✓ ¿Cambiarías algo en general? ¿Qué cambiarías?