

MATERIALES DIDÁCTICOS: POLIEDROS

MÁSTER UNIVERSITARIO EN PROFESOR/A DE
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA Y
BACHILLERATO
Especialidad: Matemáticas

Imagen tomada de: <https://jonhernandez.wordpress.com/2012/01/18/plantillas-para-construir-poliedros/>



Autora: Albert Pardo, Carmen
Tutor: Juan Verdoy, Pablo

RESUMEN

El presente documento recoge el Trabajo Final del Master Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato de la Universitat Jaume I' (UJI) realizado en la especialidad de Matemáticas.

Éste se acoge a la Modalidad de elaboración de Materiales Didácticos. Para ello se ha escogido el bloque de geometría, principalmente la espacial y más concretamente el estudio de los poliedros.

El contenido de este trabajo se motiva bajo la necesidad de empatizar con el alumnado en el estudio de este campo tan importante de las matemáticas, la necesidad de captar su atención, de ilusionarlos, de conseguir que se involucren en su proceso de enseñanza-aprendizaje. Y para ello se hace necesario que haya un cambio de roles: el alumno adquiera una actitud activa, que sea el protagonista de su aprendizaje, que aprenda 'manipulando'; mientras que es esencial que el docente haga de conductor, acompañante, guía... a la vez que elabora los materiales adecuados para conseguir este aprendizaje constructivista.

Por ello, en este trabajo y de acuerdo con esta filosofía se han diseñado 5 actividades dirigidas a alumnado de Educación Secundaria Obligatoria para trabajar los poliedros en el aula: Omnipoliedro, Poliedros en la calle, Sopa de letras, Poliedros troquelados y Poliedros de madera.

Como decía un proverbio chino:

"Dime y lo olvidaré, muéstrame y lo recordaré.

Déjame hacerlo y lo comprenderé"

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
2. MATERIALES DIDÁCTICOS: ACTIVIDADES.....	2
2.1. JUSTIFICACIÓN	2
2.2. JUSTIFICACIÓN TEÓRICA.....	3
2.3. CONTENIDOS A TRABAJAR.....	6
2.4. ESTRUCTURA DE LAS ACTIVIDADES.....	12
3. CONCLUSIONES Y VALORACIÓN PERSONAL	14
4. BIBLIOGRAFÍA	15
4.1. WEBGRAFÍA.....	15
4.2. NORMATIVA	16
5. ANEXOS.....	17
5.1. ACTIVIDAD 1: OMNIPOLIEDRO	18
5.2. ACTIVIDAD 2: POLIEDROS EN LA CALLE.....	39
5.3. ACTIVIDAD 3: SOPA DE LETRAS.....	65
5.4. ACTIVIDAD 4: POLIEDROS TROQUELADOS.....	90
5.5. ACTIVIDAD 5: POLIEDROS DE MADERA	110

1. INTRODUCCIÓN

El presente documento recoge el Trabajo Final del Master Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato de la Universitat Jaume I' (UJI) realizado en la especialidad de Matemáticas.

Éste se acoge a la Modalidad de elaboración de Materiales Didácticos. Para ello se ha escogido el bloque de geometría, principalmente la espacial y más concretamente el estudio de los poliedros.

Para el estudio de los mismos en el aula, se diseñarán 5 actividades dirigidas a alumnado de Educación Secundaria Obligatoria: Omnipoliedro, Poliedros en la calle, Sopa de letras, Poliedros troquelados y Poliedros de madera, las cuales se recogerán íntegramente en los ANEXOS del presente documento.

El apartado 'Materiales Didácticos: Actividades' se estructurará en una primera fundamentación de las motivaciones para la realización de este trabajo, una fundamentación teórica que bajo las experiencias de otras personas tratará de sustentar el trabajo realizado, los contenidos a trabajar para cada nivel educativo con cada actividad, así como la estructura de las mismas.

2. MATERIALES DIDÁCTICOS: ACTIVIDADES

2.1. Justificación

El contenido de este trabajo se motiva bajo la necesidad de empatizar con el alumnado en el estudio de un campo tan importante de las matemáticas como es la geometría, la necesidad de captar su atención, de ilusionarlos, de conseguir que se involucren en su proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es imprescindible que el protagonismo pase del docente al alumno, dejando atrás el enfoque unidireccional (fundamentalmente el profesor como emisor y el alumno, receptor). Por tanto, el alumno construye sus propios conocimientos, se le da la oportunidad de hablar, definir, explicar, imaginar..., adquiere una actitud activa; mientras que es esencial que el docente haga de conductor, acompañante, guía, sugiera preguntas, haga que al alumno le surjan nuevas preguntas, dosifique las respuestas para la construcción efectiva del conocimiento.

Para ello, la Geometría Estática debe dar paso a la Geometría Dinámica. El docente debe cambiar el uso de la tiza y la pizarra, que en muchas ocasiones da lugar a falsas creencias, por métodos que impliquen la interacción del alumnado con materiales, incluso el medio que nos rodea como facilitador de la comprensión de la misma.

Ahora bien el material por sí mismo puede incluso entorpecer el aprendizaje si no hay un plan de trabajo, de ahí la necesidad de las metodologías que se plantean en las cinco actividades que se presentan en este trabajo.

La metodología incluye el trabajo en equipo y la enseñanza entre iguales como dos armas potentes que facilitan el aprendizaje.

En definitiva, se trata de aprender 'manipulando', utilizando una metodología lúdica a la vez que seria, dejando a un lado la rutina y fomentando la cultura del esfuerzo y el interés por descubrir.

2.2. Justificación teórica

Edgar Dale diseñó el cono de la experiencia en donde representa el porcentaje de lo que las personas recuerdan de acuerdo a la actividad que realizan (**W1**). Las personas recuerdan:



(Dale, 1969)

Por tanto, con lo que los alumnos pueden experimentar realizando las actividades planteadas en este trabajo y de acuerdo con Dale serían capaces de recordar o retener un 90%.

Caleb Gattegno (**W2**), uno de los educadores matemáticos más influyentes y prolíficos del siglo XX, observó que existe un "balance de energía" para el aprendizaje. Por tanto, es esencial enseñar de maneras que sean eficientes en términos de cantidad de energía gastada por los alumnos. Ciertos tipos de aprendizaje son muy costosos en términos de energía, mientras que otros son prácticamente gratuitos. La memorización es una manera muy costosa de aprender y el coste de la energía puede ser especialmente alto cuando el contenido no es de interés especial para el alumno. Sin embargo, hay otra forma de funcionamiento, que Gattegno llamó retención. Un ejemplo de retención es la recepción de imágenes sensoriales. Estas imágenes se adquieren con facilidad y por lo general se mantienen durante largos períodos. Nuestro sistema de retención es extremadamente eficiente. Mantenemos en nuestra mente una enorme cantidad de información, simplemente porque la hemos visto, oído, saboreado, olido o sentido. Gattegno propuso que basemos la educación, no en la memorización, que tiene un alto coste energético y a menudo es poco fiable, sino en la retención.

El papel de los profesores no es tratar de transmitir conocimientos, sino generar actos de conciencia en sus estudiantes, ya que sólo la conciencia es educable. Los materiales están destinados a ser utilizados junto con técnicas con el objetivo de guiar a los estudiantes a través de una sucesión de percepciones. A medida que los estudiantes avanzan, los docentes que observan a sus estudiantes puedan ver cuándo y cómo pueden inducir a un nuevo acto de conciencia. En lugar de hechos presentes para la memorización, los profesores construyen retos para que los conquisten los estudiantes. Si el estudiante no puede vencer el desafío con facilidad, el docente no le dice la respuesta, sino que observa y hace preguntas para determinar dónde reside la confusión, y lo que tiene que ser activado (percepción) en el estudiante.

Por su parte, Natalia Ruiz López en su artículo 'Medios y recursos para la enseñanza de la Geometría en la educación obligatoria' (**W3**) explica que en las etapas de educación obligatoria es preciso el uso de materiales que permitan a los alumnos experimentar las relaciones y propiedades de los objetos geométricos. Estos medios deben permitir el movimiento de los objetos de forma que se puedan apreciar sus propiedades independientemente de su posición. Idea en la que también incide Emma Castelnuovo (**W4**), cuando defiende que sólo con experiencias basadas en la realidad concreta y literalmente tangible se construyen ideas matemáticamente útiles y duraderas y que, además, esta afirmación es cierta a cualquier edad y a cualquier nivel de enseñanza.

Ahora bien, según Ruiz los materiales didácticos pueden ser extraordinariamente útiles para favorecer aprendizajes; pero no son suficientes por sí solos. Estos actúan de intermediarios entre el pensamiento del docente (que propone y motiva actividades) y el de los alumnos (con su actuación), complementando o sustituyendo las explicaciones según los casos. De ahí la necesidad de plantear actividades que permitan interaccionar al alumnado con el material y ser el constructor de su propio conocimiento.

En su artículo Ruiz indica que la enseñanza estática de esta rama de las matemáticas (método más tradicionalmente utilizado mediante el empleo del

lápiz y el papel o la pizarra y la tiza como únicos recursos didácticos) refuerza falsas creencias de los alumnos sobre la forma de las figuras asociada a la posición que ocupan. Por tanto defiende la Geometría Dinámica.

La misma Ruiz afirma que para los niños el mundo es tridimensional. Desde pequeños están acostumbrados a manipular y ver figuras en el espacio, de modo que pasar de lo tridimensional a lo bidimensional sería lo más adecuado. Aquí se fundamenta el trabajar la geometría plana fundamentalmente a través de las figuras físicas tridimensionales en la actividad poliedros de madera.

En las diferentes actividades se busca el trabajo por parejas o en equipo teniendo en cuenta factores de diversidad. Ya que, tal y como se explica en los siguientes artículos **W5** y **W6**, el trabajo en equipo ofrece las siguientes ventajas:

1. Se desarrollan valores de cooperación, solidaridad y generosidad (valiosas lecciones que les permite aprender a sortear las diferencias y capacitarse para en un futuro trabajar a la par con sus compañeros pese a sus múltiples diferencias), y se mejora el clima de la clase (inclusión social)
2. Hay un intercambio de información constante
3. Se contribuye a la innovación. Dos cabezas (o más) piensan mejor que una, una lluvia de ideas enfoca el trabajo mejor que un esquema individual
4. Se evitan redundancias de proyectos
5. Se consigue la viabilidad de proyectos. Algunos muy interesantes didácticamente resultan inviables como trabajo individual.

2.3. Contenidos a trabajar

En la tabla I se muestran los contenidos que se pueden trabajar en los diferentes niveles educativos que comprende la Educación Secundaria Obligatoria (LOMCE, Currículo Educación Secundaria Obligatoria) con cada una de las actividades propuestas.

Básicamente el estudio de los poliedros se centra en 2º ESO y 3º ESO Matemáticas Aplicadas, aunque hay ciertos aspectos de los mismos que hacen que alguna de las actividades planteadas pueda abarcar 3º ESO y 4º ESO, ambos de Matemáticas Académicas. Es más, en algunas actividades se propone el análisis de la geometría en el plano, abarcando de esta manera 1º ESO.

ACTIVIDAD	PUNTOS A TRABAJAR CON CADA ACTIVIDAD	EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA				
		Primer Ciclo		Segundo Ciclo		
		1º ESO	2º ESO	3º ESO		4º ESO
				Académicas	Aplicadas	Académicas
1. OMNIPOLIEDRO	Poliedros regulares: Sólidos platónicos. Características (caras: número y polígonos, aristas, vértices, caras por vértice). Convexo/cóncavo. Construcción.	No procede. Sólo se trabajan figuras planas (2 dimensiones)	X	X	X	X
	Relación entre caras, aristas y vértices (TEOREMA DE EULER)		X	X	X	X
	Problemas geometría espacio (rigidez estructuras)		X	X	X	X
	Planos de simetría y ejes de rotación por poliedro y comunes a dos o más poliedros		Sólo: estudio de figuras por separado	X
	Truncamiento vértices (nuevos poliedros: sólidos arquimedianos)		X	X	X	X
	Dualidad		X	X	X	X
	Análisis longitud aristas de cada poliedro		Sólo: Cubo, tetraedro (Pitágoras), octaedro (semejanza triángulos),	Sólo: Cubo, tetraedro (Pitágoras), octaedro (semejanza triángulos),	Sólo: Cubo, tetraedro (Pitágoras), octaedro (semejanza triángulos),	También dodecaedro (trigonometría)

			icosaedro	icosaedro	icosaedro	
2. POLIEDROS EN LA CALLE	Posiciones relativas en el espacio y ángulo diedro	X	X	X
	Poliedros (concepto, elementos característicos, regular/irregular, convexo/cóncavo) Poliedros regulares (cuáles son y características) Poliedros irregulares: Prismas y pirámides (clasificaciones y elementos característicos)	Pero con Geometría plana: Elementos geométricos del plano (punto, recta, semirrecta, segmento) , mediatriz y posiciones relativas en el plano Ángulos (concepto, bisectriz, clasificación) Polígonos (concepto, elementos característicos, regular/irregular, cóncavo/convexo) Triángulos (clasificación y Teorema Pitágoras) Cuadriláteros (clasificación)				

	Áreas y volúmenes	X Pero con Geometría plana: Sólo áreas	X	X
3. SOPA DE LETRAS	<p>Posiciones relativas en el espacio y ángulo diedro</p> <p>Poliedros (concepto, elementos característicos, regular/irregular, convexo/cóncavo)</p> <p>Poliedros regulares (cuáles son y características)</p> <p>Poliedros irregulares: Prismas y pirámides (clasificaciones y elementos característicos)</p>	<p>X</p> <p>Pero con Geometría plana:</p> <p>Elementos geométricos del plano (punto, recta, semirrecta, segmento) , mediatriz y posiciones relativas en el plano</p> <p>Ángulos (concepto, bisectriz, clasificación)</p> <p>Polígonos (concepto, elementos característicos, regular/irregular, cóncavo/convexo)</p> <p>Triángulos (clasificación y Teorema Pitágoras)</p> <p>Cuadriláteros</p>	X	X

4. POLIEDROS TROQUELADOS		(clasificación)				
	Áreas y volúmenes	X Pero con Geometría plana: Sólo áreas	X	X
	Poliedros. Regular/irregular. Características (caras: nº y polígonos, aristas, vértices, caras por vértice). Construcción.	X	X
	Relación entre caras, aristas y vértices (TEOREMA DE EULER)	X	X
	Áreas y volúmenes	X	X
	Antiprismas	X	X
	Truncamiento vértices (nuevos poliedros: sólidos arquimedianos)	X	X
5. POLIEDROS DE MADERA	Poliedros. Regular/irregular. Convexo/cóncavo. Sólidos platónicos, prismas y pirámides: Características (caras: nº y polígonos, aristas, vértices, caras por vértice). Prismas y pirámides: clasificación	X Pero con Geometría plana: Polígonos. Características Convexo/cóncavo Triángulos	X	X

		(clasificación y Teorema Pitágoras) Cuadriláteros				
	Relación entre caras, aristas y vértices (TEOREMA DE EULER)	X	X
	Áreas y volúmenes	X Pero con Geometría plana: perímetros y áreas	X	X
	Cuerpos de revolución	X	X

TABLA I.- Contenidos que se pueden trabajar en los diferentes niveles educativos que comprende la Educación Secundaria Obligatoria con cada una de las actividades propuestas

2.4. Estructura de las actividades

Cada una de las actividades está integrada por 6 partes:

1. Introducción
2. Material del alumnado
3. Metodología docente
4. Contenidos propuestos
5. Actividades complementarias
6. Referencias

En la introducción se sitúa al lector o docente con que rama de las matemáticas va a trabajar, que tipo de material va a utilizar y a quien va dirigida la actividad.

En el apartado del material para el alumnado se recogen todos los elementos necesarios para que el desarrollo de la actividad por parte de los estudiantes, cuya utilización junto con la intervención del docente facilitará el que se produzca una construcción efectiva del conocimiento. Principalmente se presentan tablas a completar, aunque también hay documentos con enlaces de interés para la búsqueda en Internet y sopas de letras de acuerdo con el objetivo de una de las actividades propuestas.

Por lo que se refiere a la metodología del docente se plantea una distribución de la actividad por sesiones marcando los tiempos de los pasos a seguir, he aquí el plan de trabajo propuesto para el docente.

Como se ha comentado anteriormente el papel del profesor es el de proponer la tarea, conductor, acompañante, guía, sugerir preguntas, hacer que al alumno le surjan nuevas preguntas, dosificar las respuestas, prestando más atención a aquellos que presentan mayores dificultades.

Ahora bien, las sesiones y tiempos de duración son una previsión, se recomienda ajustarlos al ritmo de trabajo del alumnado ya que lo realmente importante es que asimilen los conceptos y sean unas sesiones productivas.

En cuanto al apartado de contenidos propuestos, el docente puede observar con detalle los contenidos del currículum que podrá trabajar con sus alumnos de acuerdo a cada nivel educativo contemplado en la actividad.

También se introducen unas actividades complementarias como extensión de la actividad **bien para todo el alumnado** en futuras sesiones con el objetivo de ampliar el conocimiento o asegurar una mejor comprensión del contenido, **o bien** como elemento de motivación **para aquellos alumnos de alto rendimiento** que finalizan sus tareas antes que el resto de compañeros.

Finalmente se incluye un apartado de referencias que reúne todos los enlaces a materiales utilizados para confeccionar la actividad.

3. CONCLUSIONES Y VALORACIÓN PERSONAL

La imagen del profesor con una tiza explicando y el alumno escuchando es una fotografía que podría considerarse de algún modo en blanco y negro. Como se ha explicado, el alumnado debe sentirse protagonista de su educación, convertirse en parte activa de la misma cada día en el aula. Y en ello, los docentes jugamos un papel muy importante, en nuestras manos está la llave hacia ese aprendizaje constructivista, ya que es en el diseño de nuestras sesiones donde se ha de incidir. Está claro que supone un trabajo añadido la preparación de las clases y los materiales didácticos, pero la mejor recompensa será el aprendizaje efectivo de los alumnos.

Con cada una de estas actividades se ha intentado contribuir a esta mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de una rama de las matemáticas, reflejando al mismo tiempo esa necesidad de cambiar las metodologías dentro del aula, algo que ya decía un proverbio chino:

"Dime y lo olvidaré, muéstrame y lo recordaré.

Déjame hacerlo y lo comprenderé"

y en lo que han trabajado diferentes personas, tal y como se ha mostrado en este trabajo, preocupadas por la educación de nuestros jóvenes, por el futuro de nuestro país.

4. BIBLIOGRAFÍA

4.1. Webgrafía

- **W1:** *Actividades educativas que permitan la experimentación y la práctica.*
http://www.cca.org.mx/profesores/cursos/cep21/modulo_9/main_0.htm
- **W2:** Wikipedia. Caleb Gattegno.
https://en.wikipedia.org/wiki/Caleb_Gattegno
- **W3:** *Medios y recursos para la enseñanza de la geometría en la Educación Obligatoria.* Natalia Ruiz López. *Revista electrónica de didácticas específicas, no 3, pp. cv-cv*
<http://www.didacticasespecificas.com/files/download/3/articulos/30.pdf>
- **W4:** *Emma Castelnuovo, la matemática se hace tangible.* Revista SUMA. Francisco Martín Casalderrey. 2004.
<http://revistasuma.es/IMG/pdf/45/009-011.pdf>
- **W5:** *7 ventajas del trabajo colaborativo.* Proyecto Escuela 2.0, una nueva educación para todos.
http://www.escuela20.com/trabajo-grupo-colaborativo/articulos-y-actualidad/7-ventajas-del-trabajo-colaborativo_3120_42_4624_0_1_in.html
- **W6:** *3 beneficios de trabajar en equipo dentro de clase.* Miniaula. Julia Melissa Rivas. 2015.
<http://losfuerte.com/miniaula/3-beneficios-de-trabajar-en-equipo-dentro-de-clase/>

4.2. Normativa

- ESPAÑA. 2015. Orden ECD/1361/2015, de 3 de julio, por la que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato para el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y se regula su implantación, así como la evaluación continua y determinados aspectos organizativos de las etapas. *BOE*, Jueves 9 julio 2015, 163, pp. 56962.
- Currículo Educación Secundaria Obligatoria. Matemáticas aplicadas: 1º/2º ESO. Disponible en: http://www.ceice.gva.es/web/ordenacion-academica/curriculo-eso-bachillerato-por-materias/-/documentos/eaWDKFxNg2Dz/folder/162655319?p_auth=7brKNMRn
- Currículo Educación Secundaria Obligatoria. Matemáticas académicas: 3º/4º ESO. Disponible en: http://www.ceice.gva.es/web/ordenacion-academica/curriculo-eso-bachillerato-por-materias/-/documentos/eaWDKFxNg2Dz/folder/162655319?p_auth=7brKNMRn
- Currículo Educación Secundaria Obligatoria. Matemáticas aplicadas: 3º/4º ESO. Disponible en: http://www.ceice.gva.es/web/ordenacion-academica/curriculo-eso-bachillerato-por-materias/-/documentos/eaWDKFxNg2Dz/folder/162655319?p_auth=7brKNMRn

5. ANEXOS

5.1. ACTIVIDAD 1: OMNIPOLIEDRO

1.- INTRODUCCIÓN

En esta actividad se utiliza el omnipoliedro para estudiar la geometría espacial, concretamente los poliedros regulares o sólidos platónicos, ya que el experimentar en primera persona la construcción o el análisis de las mismos (en caso de ya estar realizadas estas figuras geométricas) es mucho



más motivador que una explicación en pizarra o una simple visualización de imágenes, a la vez que su manipulación facilita la comprensión del mundo en 3 dimensiones al que tan difícil resulta adentrarse en un inicio.

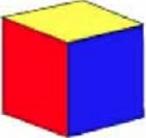
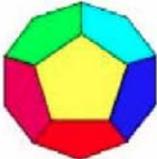
Es interesante desde el punto de vista de que se construye a partir de las 'aristas' (pajitas de helado en este caso), por tanto es necesario ser totalmente consciente de las características de los poliedros para montarlos (lo que te asegura la comprensión de las mismas por parte del alumnado).

Además los poliedros que se obtienen están en forma 'esqueleto', por tanto resulta mucho más sencillo visualizar los planos de simetría y ejes de rotación de los mismos por separado, en diferentes combinaciones y en su conjunto.

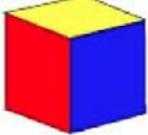
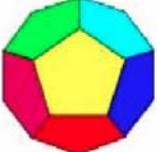
Se trata de una actividad diseñada para alumnos por una parte de 2º ESO, 3º ESO de Matemáticas Aplicadas, y por otra parte para alumnado de 3º ESO y 4º ESO (ambos de Matemáticas Académicas).

A continuación, se muestran los materiales necesarios para el desarrollo de la actividad por parte del alumnado, la metodología docente, los contenidos propuestos y las actividades complementarias diseñadas.

2.- MATERIAL DEL ALUMNADO

POLIEDROS REGULARES Sólidos platónicos	Nombre	Número de caras (C)	Polígonos que forman las caras	Número de aristas (A)	Número de vértices (V)	Caras concurrentes en cada vértice	Teorema de Euler $C+V=A+2$ poliedro convexo	Rigidez estructuras	
								SI	NO
	Tetraedro	4	Triángulos equiláteros	6	4	3			
	Hexaedro ¿Por qué otro nombre es conocido?	6	Cuadrados	12	8	3			
	Octaedro	8	Triángulos equiláteros	12	6	4			
	Dodecaedro	12	Pentágonos regulares	30	20	3			
	Icosaedro	20	Triángulos equiláteros	30	12	5			

PLANOS DE SIMETRÍA poliedros regulares	Pasando por una arista y por el medio de otra	Paralelos a pares de caras	Perpendiculares al segmento que une pares de vértices	Pasan por pares de aristas opuestas	Pasan por puntos medios de aristas opuestas	Pasan por pares de aristas opuestas y cortan por el medio a otro par de aristas
TETRAEDRO						
HEXAEDRO o CUBO						
OCTAEDRO						
DODECAEDRO						
ICOSAEDRO						

POLIEDROS REGULARES Sólidos platónicos	Nombre	Número de caras (C)	Polígonos que forman las caras	Número de aristas (A)	Número de vértices (V)	Caras concurrentes en cada vértice	Teorema de Euler $C+V=A+2$ Poliedro convexo
	Tetraedro						
	Hexaedro ¿Por qué otro nombre es conocido?						
	Octaedro						
	Dodecaedro						
	Icosaedro						

3.- METODOLOGÍA DOCENTE

3.1.- Preparación previa a la actividad

Es necesaria la preparación previa del material por parte del docente para optimizar el tiempo de construcción de los poliedros en el aula a cargo del alumnado, ya que lo realmente interesante e instructivo es el ensamblaje de aristas, no el montaje de las mismas.

Las aristas de los poliedros se realizarán con una pajita de helado (de las que no llevan gusanillo porque soportan mejor las tensiones que se generan en el conjunto) y un taco con una hembra en cada extremo de la misma.

En la tabla siguiente se muestra para cada uno de los poliedros que componen el omnipoliedro el número de pajitas necesarias, su longitud (para el cálculo de la misma es necesario contar con que las hembrillas que se colocan en los extremos incrementan en un determinado valor esta medida) y el color recomendado. Además también aparece el número de tacos y hembrillas necesarias para la preparación de las aristas.

	Pajitas de helado			Tacos	Hembrillas
	Número	Color	Tamaño (longitud)		
Tetraedro	6	rojo	$x \times \sqrt{2}$	12	12
Cubo o hexaedro	12	verde	x	24	24
Octaedro	12	amarillo	$x \times \frac{\sqrt{2}}{2}$	24	24
Dodecaedro	30	magenta	$x \times \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$	60	60
Icosaedro	30	azul	x	60	60

Como se aprecia en la tabla, la arista de mayor longitud será la del tetraedro. Por tanto, se aconseja que las medidas se fijen a partir de la longitud de la arista del poliedro mencionado y la de las pajitas que se vayan a utilizar.

También será necesario alambre, tijeras para cortar este último y tenacillas para unir las hembrillas de cada arista (pajita de helado).

Para más información: W1.1 y W2.2.

3.2.- Actividad en el aula

En 2º ESO y 3º ESO de Matemáticas Aplicadas la actividad consta de 1 sesión que se realiza en el aula habitual. Y es la siguiente:

1. El docente debe preparar previamente el material para la construcción del omnipoliedro (tal y como se detalla en el apartado anterior) y llevarlo al aula. **NOTA:** Debe preparar el material correspondiente a tantos omnipoliedros como grupos vaya a formar.

- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
- Se divide la clase por grupos de 4 alumnos, tratando de buscar la diversidad en cuanto a nivel de conocimiento. **Duración aproximada 5'**
- Se explica la tarea que se va a realizar (construcción Omnipoliedro: composición realizada con los armazones de los cinco sólidos platónicos de forma que cada uno de ellos está inscrito en el siguiente). **Duración aproximada 3'**

Más información sobre los poliedros regulares en W1.1

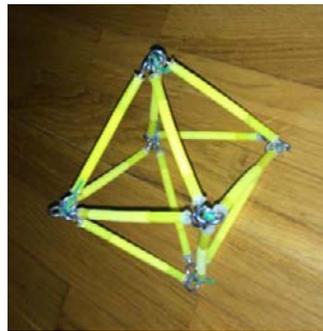
- Se facilita a cada persona de los grupos una tabla como la primera que se muestra en el apartado 2, Material del alumnado, con los datos necesarios para la construcción de los poliedros, así como otras cuestiones de interés geométrico a completar durante la realización de la actividad.
Además a cada grupo se le reparte las aristas necesarias para construir los poliedros que componen el Omnipoliedro (previamente construidas por el docente: pajitas, hembrillas y tacos tal y como se explica en el apartado anterior), el alambre suficiente para poder unirlos, tijeras y tenacillas. **Duración aproximada 5'**
- Cada grupo tiene la misión de construir los poliedros que componen el Omnipoliedro. **Duración aproximada 15'**
- Una vez todos construidos y antes de proceder al montaje del Omnipoliedro, se estudian los **problemas de geometría en el espacio (rigidez estructuras)**.

Se les indica que observen todas las figuras construidas, y se les formula preguntas:

- ¿Qué diferencias hay entre unas y otras?
- ¿Cuáles tienen rigidez por sí solas? ¿Por qué polígonos están compuestas?
- ¿Cuáles no tienen rigidez por sí solas? ¿Por qué polígonos están compuestas?

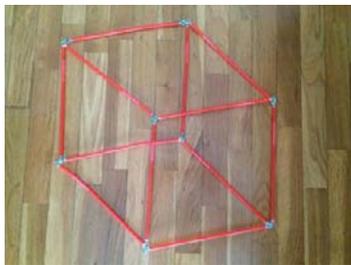
Los poliedros de caras triangulares (tetraedro, octaedro e icosaedro) se mantienen en pie por sí solos, esta figura poligonal les confiere resistencia.

Ejemplos:



En cambio, el cubo (polígono: cuadrado) y el dodecaedro (polígono: pentágono) son incapaces de hacerlo, se deforman, necesitan de otras figuras que les aporten rigidez para conseguirlo.

Ejemplos:



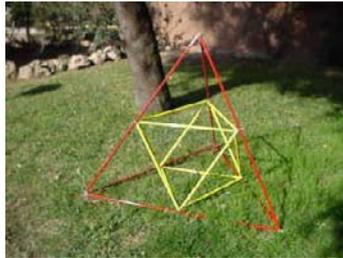
Y se les indica que en el posterior montaje es posible ver como el tetraedro es el encargado de dar consistencia al cubo. Mientras que el icosaedro proporciona rigidez al dodecaedro.

Duración aproximada 5'

- Cada grupo procede al **montaje** de su Omnipoliedro con las explicaciones del docente , y a su vez se estudia la **relación de caras, aristas y vértices** verificando que se cumple el Teorema de Euler (se aprovecha para explicarles visualmente con las figuras construidas la diferencia entre poliedros cóncavos y convexos).

Orden de construcción:

1. Octaedro se introduce en tetraedro. **NOTA:** Los **vértices del octaedro** se sitúan en el centro de las aristas del tetraedro.



2. La figura resultante del paso uno se introduce en el interior del cubo o hexaedro. **NOTA:** Los **vértices del tetraedro** coinciden con otros tantos del cubo.



3. La figura resultante del paso 2 se introduce en el interior del dodecaedro. Para ello puede que resulte necesario separar las aristas de un vértice del dodecaedro. Este último como se ha dicho no conseguirá mantenerse en pie hasta el siguiente paso. **NOTA:** Las **aristas del cubo** se encuentran sobre las caras del dodecaedro.



4. La figura resultante del paso 3 se introduce en el interior del icosaedro. Para ello será necesario separar las aristas de como mínimo un vértice del icosaedro. **NOTA:** El **icosaedro** proporciona rigidez al dodecaedro cuando las aristas de ambos se cortan en los puntos medios.



Duración aproximada 12'

Imágenes tomadas de W1.1

Ante cualquier duda sobre la construcción del omnipoliedro visualizar el siguiente vídeo: W1.2

- Se recoge todo el material. **Duración aproximada 2'**

En 3º ESO Matemáticas Académicas y 4º ESO Matemáticas Académicas se puede utilizar la misma metodología que se acaba de citar, complementándola con una sesión de **estudio de la simetría y de los ejes de rotación** de los poliedros (en 3º se estudiarían las figuras por separado y en 4º además se combinarían los poliedros del omnipoliedro). En este caso, antes del montaje del omnipoliedro que se cita en la metodología anterior se haría el estudio que se detalla a continuación de los poliedros uno a uno. O bien se puede obviar la sesión preparada para 2º ESO y 3º ESO Matemáticas Aplicadas, y trabajar en una sesión simplemente la simetría y ejes de rotación directamente con los poliedros ya construidos previamente por el docente, aunque no ensamblados.

1. Como se ha comentado esta sesión puede ser la segunda o bien la única sesión a realizar. En todo caso, el docente debe preparar previamente los poliedros sin ensamblarlos, papel con efecto espejo, tijeras, alambre y tenacillas y llevarlos al aula. **NOTA:** Debe preparar el

material correspondiente a tantos omnipoliedros como grupos vaya a formar.

- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
- Se divide la clase por grupos de 4 alumnos, tratando de buscar la diversidad en cuanto a nivel de conocimiento (en caso, de que sea continuación de la sesión anterior se mantendrían los grupos). **Duración aproximada 5'**
- Se explica la tarea que se va a realizar. Conceptos de plano de simetría y eje de rotación. **Duración aproximada 3'**

Información en W1.3 y W1.4.

- Se facilita a cada persona de los grupos una tabla como la segunda que se muestra en el apartado 2, Material del alumnado (a continuación ya completada) con los posibles planos de simetría por poliedro.

Además a cada grupo se le reparte papel con efecto espejo, tijeras, alambre y tenacillas. **Duración aproximada 5'**

- De la observación de las figuras una a una y ayudándose de las pistas de la tabla facilitada, incluso del papel espejo si lo consideran necesario para una mejor comprensión deben completar el número de planos de simetría existentes en cada poliedro regular.

PLANOS DE SIMETRÍA Poliedros regulares	Pasando por una arista y por el medio de otra	Paralelos a pares de caras	Perpendiculares al segmento que une pares de vértices	Pasan por pares de aristas opuestas	Pasan por puntos medios de aristas opuestas	Pasan por pares de aristas opuestas y cortan por el medio a otro par de aristas
TETRAEDRO	6 (tantos como aristas tiene)					
HEXAEDRO o CUBO		3 (tantos como pares de caras paralelas tiene)		6		
OCTAEDRO			3		4	
DODECAEDRO						15
ICOSAEDRO						15

Información de referencia: W1.5

Primero se estudia la figura del cubo, y una vez estudiada se les muestra la siguiente imagen clarificadora a modo de ejemplo.

Ejemplo: **Hexaedro o cubo**

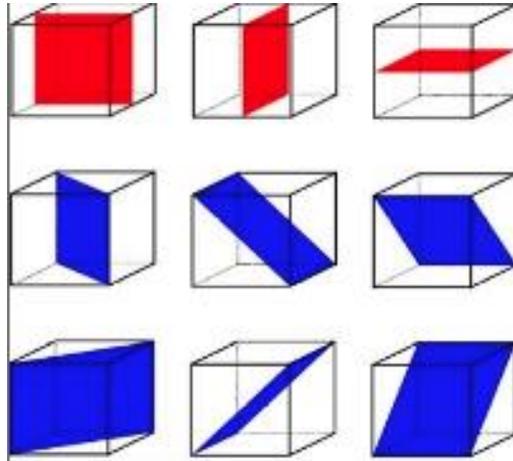


Imagen tomada de W1.6

A medida que se van estudiando los planos de simetría, se analiza cuales serían los ejes de rotación.

Duración aproximada 20'

- Y una vez estudiadas independientemente, se va construyendo el omnipoliedro y analizando en las diferentes combinaciones (tetraedro-octaedro, tetraedro-cubo-octaedro, omnipoliedro) los planos de simetría y ejes de rotación comunes. **Duración aproximada 12'**
- Se recoge todo el material. **Duración aproximada 2'**

NOTA 1: El papel del profesor es el de conductor, supervisor y asesor de la tarea a realizar. De esta manera se vela porque todos los grupos vayan por el buen camino, prestando más atención a los que presenten mayores dificultades.

NOTA 2: Las sesiones y tiempos de duración son una previsión, se recomienda ajustarlos al ritmo de trabajo del alumnado. Lo realmente importante es que asimilen los conceptos y sean unas sesiones productivas.

3.3.- Metodología alternativa

Otra opción para trabajar con el omnipoliedro podría ser construirlo virtualmente en lugar de físicamente. Para ello, se plantea la utilización de un recurso de GeoGebraTube creado por Rafa Losada y que se puede encontrar en **W1.7**

Esta herramienta te permite interactuar con cada uno de los cuerpos que componen el omnipoliedro (caras, aristas, vértices, diferentes escalas, rotación de los cuerpos por separado o conjuntamente a diferentes velocidades) y que son objeto de estudio de esta actividad.

En este caso, el docente debería prever el uso de un aula de informática y se trabajaría por parejas, un ordenador por pareja. Se entregaría a cada uno de los alumnos una tabla (como la tercera que se muestra en el apartado 2, Material del alumnado) que debería completar con la manipulación de los diferentes poliedros a través del programa.

4.- CONTENIDOS PROPUESTOS

En la presente actividad los contenidos propuestos abarcan la geometría espacial, concretamente el estudio de los poliedros regulares, correspondiente a 2º ESO y 3º ESO Matemáticas Aplicadas.

La actividad en sí pretende trabajar :

- Poliedros (concepto, elementos característicos, relación entre caras, aristas y vértices: Teorema de Euler, cóncavo/convexo)
- Poliedros regulares (cuáles son y características de los mismos)
- Rigidez de las estructuras (poliedros) de acuerdo con las formas poligonales que los componen.

Además en 3º ESO Matemáticas Académicas y 4º ESO Matemáticas Académicas, se estudian los planos de simetría y ejes de rotación en los poliedros regulares y en las combinaciones del omnipoliedro.

Ahora bien las actividades complementarias proponen:

- el estudio de los sólidos arquimedianos a través del truncamiento efectivo de sólidos platónicos y los correspondientes arquimedianos
- el análisis de las dualidades a partir del omnipoliedro
- la aplicación del Teorema de Pitágoras, semejanza de triángulos y trigonometría para hallar las longitudes de las aristas de los componentes del omnipoliedro. En 2º ESO y 3º ESO (tanto Matemáticas Aplicadas como Académicas) sólo se ven los dos primeros, y en 4º ESO Académicas también la trigonometría.

5.- ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Las actividades complementarias se pueden realizar en las sesiones siguientes bien para ampliar conocimientos (sólidos arquimedianos-truncamientos, dualidad y deducción medidas aristas de los diferentes poliedros en un omnipoliedro). Sin embargo, también son de gran utilidad cuando se dispone de alumnos de alto rendimiento que finalizan sus tareas antes que el resto del alumnado como elemento de motivación.

5.1.- Sólidos arquimedianos-truncamientos

En este caso, se plantea introducir los poliedros troquelados para trabajar los truncamientos.

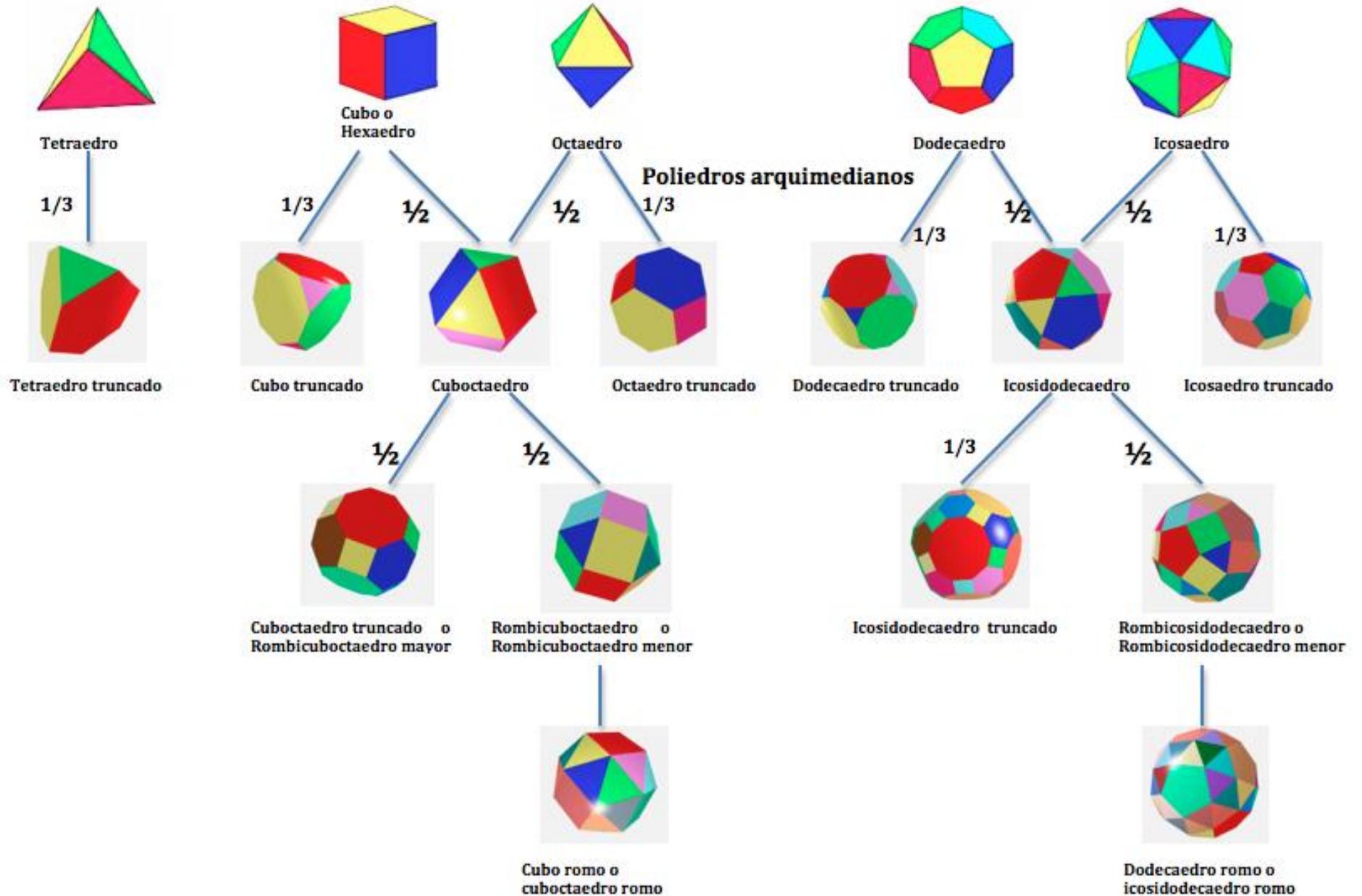
Se propone estudiar los truncamientos realizando el punteado sobre el cartón de las figuras geométricas troqueladas de origen de acuerdo con las indicaciones que se facilitan una ficha y a medida que fueran truncándolos completarían una tabla diseñada a tal efecto.

NOTA: Sólo hay 13 poliedros arquimedianos. Once de ellos se obtienen truncando los sólidos platónicos y dos más que no: el cubo romo y el icosidodecaedro romo.

Material de referencia:

Material utilizado por el profesor Don Floreal Gracia, W1.8, W1.9 y W1.10

POLIEDROS REGULARES



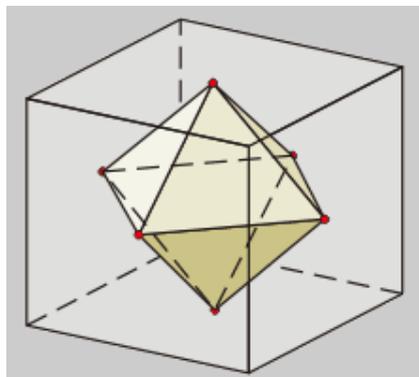
Nombre poliedro	Número caras							Número vértices	Número aristas	Poliedro de origen (sólo en caso de no ser platónico o regular)
	3	4	5	6	8	10	TOTAL			

5.2.- Dualidad

Se les indica a los alumnos que revisen los datos numéricos (caras, aristas y vértices) del cubo y el octaedro:

	Caras	Aristas	Vértices
Hexaedro o cubo	6	12	8
Octaedro	8	12	6

Y deben observar que los dos poliedros tienen el mismo número de aristas y los números de las caras y los vértices están intercambiados. Después deben observar como en el omnipoliedro están colocados de forma que los vértices de uno se sitúen en el centro de las caras del otro, como tienen los mismos planos de simetría y por tanto son duales.



A continuación, se les pide que observen de nuevo el omnipoliedro y se les pregunta ¿con qué otros poliedros se da esta relación de dualidad que convierte caras en vértices y viceversa?

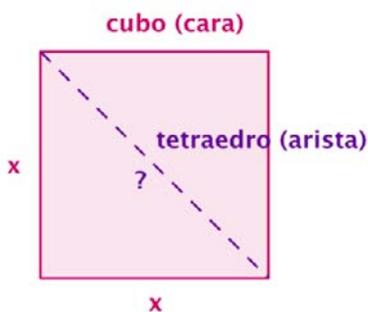
Páginas de referencia: W1.1 y W1.11

5.3.- Medidas aristas poliedros que componen el omnipoliedro

Se analizará la longitud de las aristas de cada poliedro. En 2º ESO y 3º ESO (tanto Matemáticas Aplicadas como Académicas) sólo se pueden deducir las longitudes del tetraedro (Teorema de Pitágoras) y del octaedro (semejanza de triángulos). En 4º ESO Matemáticas Académicas, además la del dodecaedro ya que ésta implica el uso de la trigonometría.

Partiendo del cubo (lado o arista x), se irán deduciendo las longitudes del tetraedro, octaedro y dodecaedro:

	Longitud arista
Tetraedro	$x \cdot \sqrt{2}$
Cubo o hexaedro	x
Octaedro	$x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$
Dodecaedro	$x \cdot \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$
Icosaedro	x



Primero se preguntará por la **arista del tetraedro**: ¿cómo se puede hallar?

Teorema de Pitágoras

$$x^2 + x^2 = ?^2$$

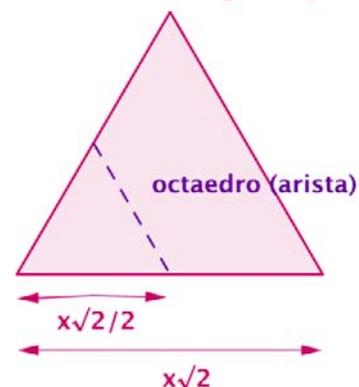
$$? = \sqrt{2x^2} = x\sqrt{2}$$

Después se preguntará por la **arista del octaedro**: ¿cómo se puede hallar?

Semejanza de triángulos

El triángulo que se forma con la arista del octaedro es también un triángulo equilátero,

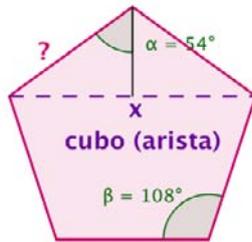
tetraedro (cara=triángulo equilátero)



de lado $\frac{x\sqrt{2}}{2}$. Por tanto, la arista del octaedro toma ese valor.

dodecaedro (cara=pentágono regular) Por último, se preguntará por la **arista del**

dodecaedro: ¿Cómo se puede hallar?



Descomposición de polígonos y trigonometría

El pentágono está compuesto por tres triángulos. Por tanto, si cada triángulo tiene 180° , los ángulos interiores del pentágono sumarán 540° . Y como se trata de un pentágono regular , cada ángulo interior del mismo será igual a 108° ($540/5$).

Si se divide en 2 el triángulo que forma la arista del cubo con dos aristas del dodecaedro, se puede obtener la medida de la arista del dodecaedro aplicando la trigonometría.

6.- REFERENCIAS

- **W1.1:**
<http://jmora7.com/miWeb2/home2.htm>
- **W1.2:**
https://www.youtube.com/watch?v=fpGIX_vT_uq
- **W1.3:**
<http://jmora7.com/miWeb2/cabrijav/H9Sim.htm>
- **W1.4:**
<http://www.pauloporta.com/Xeometria/poliedros/regulares/eregulares.htm>
[l#simetrias](#)
- **W1.5:**
http://descargas.pntic.mec.es/cedec/mat3/contenidos/u7/M3_U7_contenidos/42poliedros_regulares.html
- **W1.6:**
<http://www.quiral.es/blog/wp-content/uploads/2016/01/planos-simetria-del-cubo.jpg>
- **W1.7:**
<https://www.geogebra.org/m/r6fC74Sy?doneurl=%2Fsearch%2Fperform%2Fsearch%2Frafael%2Blosada>.
- **W1.8:**
http://www.grupoalquerque.es/mate_cerca/pdf/102_solidos_arquimedianos1.pdf
- **W1.9:**
<http://www.sacred-geometry.es/?q=es/content/sólidos-arquimedianos>
- **W1.10:**
<http://derlyminugeometria.blogspot.com.es/2015/08/cuerpos-una-figura-geometrica-es-un.html>
- **W1.11:**
<http://www.pauloporta.com/Xeometria/poliedros/regulares/eregulares.htm>
[l#duali](#)

5.2. ACTIVIDAD 2: POLIEDROS EN LA CALLE

1.- INTRODUCCIÓN

La geometría forma parte de nuestro entorno, del mundo que nos rodea. Por tanto la calle se puede convertir en una verdadera escuela donde afianzar los conceptos adquiridos en el aula, y lo más importante con situaciones reales que ayudan al estudiante a entender la conexión entre lo aprendido en el centro educativo y la realidad del exterior, a comprender la necesidad del estudio de las matemáticas (y más concretamente la geometría) para el día a día de nuestras vidas.

Existe una clara presencia poliédrica a nuestro alrededor. Ahora bien, sus diferentes formas, funciones, colores, texturas y materiales, entre otras cuestiones, hacen que no todas las personas aprecien la omnipresencia de los poliedros.

Esta actividad pretende que los alumnos sean capaces de descubrir, apreciar desde los conceptos más básicos del plano (en el caso de alumnado de 1º ESO) o del espacio (para alumnos de 2º ESO y 3º ESO Matemáticas Aplicadas) hasta las formas poligonales y poliédricas que conviven con nosotros, respectivamente.

Se trata de una actividad que tiene un doble enfoque: la competencia cultural y la revisión/asimilación de los conceptos estudiados. Por tanto, se propone como una tarea que podría mejorar la nota de los alumnos, e incluso en algunos casos sustituir la prueba escrita de esta unidad o parte de ella.

Durante el desarrollo de la misma, se pretende que los alumnos tomen una actitud activa frente al aprendizaje en lugar de la pasiva a la que están acostumbrados ante las explicaciones unidireccionales del docente.

Se trabajará por grupos, convirtiéndose sus miembros en especialistas de su materia. Y deberán transmitir sus conocimientos al resto de compañeros a través de un póster, fomentando de esta manera el aprendizaje entre iguales.

A continuación, se muestran los materiales necesarios para el desarrollo de la actividad por parte del alumnado, la metodología docente, los contenidos propuestos y las actividades complementarias diseñadas.

2.- MATERIAL DEL ALUMNADO

2.1.- Trabajo de campo en aula 1º ESO

GRUPO 1		Elementos geométricos del plano y posiciones relativas en el plano (2 rectas)
		<p>Observa tu alrededor, y pon ejemplos de:</p>
Punto		
Recta		
Semirrecta		
Segmento		
Mediatriz		
rectas	paralelas	
	rectas	
	perpendiculares	

GRUPO 2		Ángulos
<p>ejemplos de:</p> 		<p>Observa tu alrededor, y pon</p>
bisectriz		
ángulo	agudo	
	recto	
	obtuso	
	complementario	
	suplementario adyacente	
	consecutivo	
	opuesto	

GRUPO 3	Polígono
	<p>Observa tu alrededor, y pon ejemplos de:</p>
regular	
irregular	
cóncavo	
convexo	
pentágono hexágono octágono dodecágono	
lado	
vértice	
diagonal	
ángulo interior	
apotema	
eje simetría	

GRUPO 4		Triángulos
		
<p>Observa tu alrededor, y pon ejemplos de:</p>		
triángulo	equilátero	
	isósceles	
	escaleno	
	acutángulo	
	rectángulo	¿cumple el Teorema de Pitágoras?
	obtusángulo	
Altura		
Ortocentro		
Mediana		
Baricentro		
Mediatriz		
Circuncentro		
Bisectriz		
Incentro		

GRUPO 5		Cuadriláteros		
 <p>Observa tu alrededor, y pon ejemplos de:</p>				
paralelogramo	cuadrado		diagonal	
	rectángulo		diagonal	
	rombo		diagonal mayor	
	romboide		diagonal menor	
trapezios	rectángulo			
	isósceles			
	escaleno			
trapezoide				

2.2.- Trabajo de campo en aula 2º ESO y 3º ESO Matemáticas Aplicadas

GRUPO 1		Posiciones relativas en el espacio (planos; recta/plano) y ángulo diedro		
		Observa tu alrededor, y pon ejemplos de:		
		2 planos	secantes	
			coincidentes	
paralelos				
recta y plano	recta contenida en plano			
	paralelos			
	secantes			
ángulo diedro				

GRUPO 2		Poliedros		
		Observa tu alrededor, y pon ejemplos de:		
		poliedro	Regular	
			irregular	
			cóncavo	
convexo	¿se cumple el Teorema de Euler?			
Vértice				
Cara				
Arista				

GRUPO 3	Poliedros regulares
 <p data-bbox="603 360 1094 394">Observa tu alrededor, y pon ejemplos de:</p>	
tetraedro	
cubo o hexaedro	
octaedro	
dodecaedro	
icosaedro	

GRUPO 4	Poliedros irregulares	
 <p data-bbox="603 1108 1094 1142">Observa tu alrededor, y pon ejemplos de:</p>		
prismas	triangular cuadrangular pentagonal hexagonal octogonal	
pirámides	triangular cuadrangular pentagonal hexagonal octogonal	

GRUPO 5		Prismas	
		Observa tu alrededor, y pon ejemplos de:	
		prismas	rectos
		oblicuos	
		regulares	
		irregulares	
cara lateral			
Bases			
Altura			
Ortoedro			

GRUPO 6		Pirámides	
		Observa tu alrededor, y pon ejemplos de:	
		pirámides	rectos
		oblicuos	
		regulares	
		irregulares	
Cara lateral			
Base			
Apotema			
altura			
Cúspide			
tronco de pirámide		base mayor	
		base menor	
		tronco	

2.3.- Elaboración póster

DESCUBRE , APRENDE Y COMPARTELO
¡TÚ PUEDES HACERLO!



- Enlace para elaboración de póster multimedia con fotos, vídeos y textos:
<https://www.glogster.com>

Imágenes tomadas de W2.1 y W.2.2

3.- METODOLOGÍA DOCENTE

3.1.- Actividad 1º ESO

En 1º ESO la actividad consta de 4 sesiones. Y es la siguiente:

1. La **primera sesión** se realiza en el aula habitual. **IMPORTANTE:** asegurarse de que funciona Internet y se dispone de proyector y pantalla, en caso contrario prever otra aula y comunicarlo al alumnado previamente a esta sesión.

- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
- Se divide la clase en grupos de máximo 4 personas , tratando de buscar la diversidad en cuanto a nivel de conocimiento. **Duración aproximada 5'**
- Se explica la tarea que se va a realizar. **Duración aproximada 5'**
- Se distribuye el trabajo de campo, de manera que cada uno de los grupos es el encargado de obtener ejemplos reales (de la calle) de una parte de los contenidos objeto de estudio:
 - Elementos geométricos del plano y posiciones relativas en el plano (2 rectas)
 - Ángulos
 - Polígonos
 - Triángulos
 - Cuadriláteros

En caso de ser más de 20 alumnos, se dividen las temáticas para que cada grupo realice un trabajo diferente. **Duración aproximada 8'**

- El siguiente paso consiste en familiarizarse con el trabajo de campo pero dentro del aula, para luego extrapolarlo al exterior. Para ello se les entrega a cada miembro del grupo una tabla (ver apartado 2 Material del alumnado) que deben completar con ejemplos visibles de su entorno inmediato de acuerdo con la temática asignada. **Duración aproximada 20'**
- Una vez entendido el trabajo de campo, se introduce por parte del docente el siguiente paso a realizar el póster (virtual con herramienta

GLOGSTER - se muestra como ejemplo **W2.3** - u otra que ellos manejen. Es sólo una propuesta, pueden utilizar cualquier otra digital) y posterior presentación. **Duración aproximada 7'**

- Se les convoca en el aula de informática del centro para la siguiente sesión (que no será la inmediatamente posterior, se recomienda que se realice tres o cuatro días después para que cuenten con tiempo suficiente para analizar la calle y poder recopilar fotos/vídeos) y se recuerda que traigan el material recopilado a la próxima sesión, a poder ser en un USB. **Duración aproximada 2'**
2. La segunda sesión se realiza en el aula de informática. Previamente el docente introduce en cada ordenador un .doc o .pdf con el enlace a la página para realizar el póster digital (DESCUBRE, APRENDE Y COMPARTELO. ¡TÚ PUEDES HACERLO!).
- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
 - Distribución de grupos por ordenadores. En caso de que los grupos sean de 4 personas se les facilita dos ordenadores anexos para agilizar la búsqueda. **Duración aproximada 5'**
 - Realización del póster digital. **Duración aproximada 40'**
 - Se les convoca en el aula habitual para la siguiente sesión y se recuerda que cada grupo dispone de 10 minutos máximo para realizar la exposición a sus compañeros y 5 minutos para realizar preguntas, en caso de haber dudas. **Duración aproximada 2'**
3. La tercera y cuarta sesión se realizará en el aula habitual:
- Puesta a punto del alumnado y preparación del ordenador, conexión a Internet, pantalla y proyector por parte del docente (a poder ser el docente lo habrá preparado todo previamente). **Duración aproximada 3'**
 - Preparación del primer grupo para la exposición. **Duración aproximada 2'**

- Exposiciones. **Duración aproximada 45'**

En este tiempo se prevé la exposición de 3 grupos: 10 minutos de exposición como máximo, 5 minutos de preguntas (durante este último intervalo de tiempo, el siguiente grupo prepara su exposición sin eliminar la del grupo anterior). El docente únicamente intervendrá en caso de que aprecie que algún concepto no se ha comprendido correctamente o completamente.

NOTA 1: El papel del profesor es el de supervisor y asesor de la tarea a realizar. De esta manera se vela porque todos los grupos vayan por el buen camino, prestando más atención a los que presenten mayores dificultades.

NOTA 2: Las sesiones y tiempos de duración son una previsión, se recomienda ajustarlos al ritmo de trabajo del alumnado. Lo realmente importante es que asimilen los conceptos y sean unas sesiones productivas.

3.2.- Actividad 2º ESO y 3º ESO Aplicadas

En estos niveles educativos la actividad consta de 4 sesiones. Y es la siguiente:

1. La primera sesión se realiza en el aula habitual. **IMPORTANTE:** asegurarse de que funciona Internet y se dispone de proyector y pantalla, en caso contrario prever otra aula y comunicarlo al alumnado previamente a esta sesión.

- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
- Se divide la clase en grupos de máximo 4 personas , tratando de buscar la diversidad en cuanto a nivel de conocimiento. **Duración aproximada 5'**
- Se explica la tarea que se va a realizar. **Duración aproximada 5'**
- Se distribuye el trabajo de campo, de manera que cada uno de los grupos es el encargado de obtener ejemplos reales (de la calle) de una parte de los contenidos objeto de estudio:
 - Posiciones relativas en el espacio (planos; recta/plano) y ángulo diedro
 - Poliedros
 - Poliedros regulares
 - Poliedros irregulares
 - Prismas
 - Pirámides

En caso de ser más de 24 alumnos, se dividen las temáticas para que cada grupo realice un trabajo diferente. **Duración aproximada 8'**

- El siguiente paso consiste en familiarizarse con el trabajo de campo pero dentro del aula, para luego extrapolarlo al exterior. Para ello se les entrega a cada miembro del grupo una tabla (ver apartado 2 Material del alumnado) que deben completar con ejemplos visibles de su entorno inmediato de acuerdo con la temática asignada. **Duración aproximada 20'**

- Una vez entendido el trabajo de campo, se introduce por parte del docente el siguiente paso a realizar el póster (virtual con herramienta GLOGSTER - se muestra como ejemplo **W2.3** - u otra que ellos manejen. Es sólo una propuesta, pueden utilizar cualquier otra digital) y posterior presentación. **Duración aproximada 7'**
 - Se les convoca en el aula de informática del centro para la siguiente sesión (que no será la inmediatamente posterior, se recomienda que se realice tres o cuatro días después para que cuenten con tiempo suficiente para analizar la calle y poder recopilar fotos/vídeos) y se recuerda que traigan el material recopilado a la próxima sesión, a poder ser en un USB. **Duración aproximada 2'**
2. La segunda sesión se realiza en el aula de informática. Previamente el docente introduce en cada ordenador un .doc o .pdf con el enlace a la página para realizar el póster digital (DESCUBRE, APRENDE Y COMPARTELO. ¡TÚ PUEDES HACERLO!).
- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
 - Distribución de grupos por ordenadores. En caso de que los grupos sean de 4 personas se les facilita dos ordenadores anexos para agilizar la búsqueda. **Duración aproximada 5'**
 - Realización del póster digital. **Duración aproximada 40'**
 - Se les convoca en el aula habitual para la siguiente sesión y se recuerda que cada grupo dispone de 10 minutos máximo para realizar la exposición a sus compañeros y 5 minutos para realizar preguntas, en caso de haber dudas. **Duración aproximada 2'**
3. La tercera y cuarta sesión se realizará en el aula habitual:
- Puesta a punto del alumnado y preparación del ordenador, conexión a Internet, pantalla y proyector por parte del docente (a poder ser el docente lo habrá preparado todo previamente). **Duración aproximada 3'**

- Preparación del primer grupo para la exposición. **Duración aproximada 2'**
- Exposiciones. **Duración aproximada 45'**

En este tiempo se prevé la exposición de 3 grupos: 10 minutos de exposición como máximo, 5 minutos de preguntas (durante este último intervalo de tiempo, el siguiente grupo prepara su exposición sin eliminar la del grupo anterior). El docente únicamente intervendrá en caso de que aprecie que algún concepto no se ha comprendido correctamente o completamente.

NOTA 1: El papel del profesor es el de supervisor y asesor de la tarea a realizar. De esta manera se vela porque todos los grupos vayan por el buen camino, prestando más atención a los que presenten mayores dificultades.

NOTA 2: Las sesiones y tiempos de duración son una previsión, se recomienda ajustarlos al ritmo de trabajo del alumnado. Lo realmente importante es que asimilen los conceptos y sean unas sesiones productivas.

4.- CONTENIDOS PROPUESTOS

En la presente actividad los contenidos propuestos abarcan la geometría del plano en el caso de 1º ESO y la geometría espacial por lo que se refiere a 2º ESO y 3º ESO Aplicadas.

En 1º ESO, la actividad en sí pretende trabajar :

- Elementos geométricos del plano (punto, recta, semirrecta, segmento), mediatriz y posiciones relativas en el plano (2 rectas)
- Ángulos (concepto, bisectriz y clasificación de ángulos atendiendo a su medida, su suma y su posición)
- Polígonos (concepto, elementos característicos, regular/irregular y convexo/cóncavo)
- Triángulos (concepto, elementos característicos, clasificación atendiendo a la longitud de sus lados y a sus ángulos, y Teorema de Pitágoras)
- Cuadriláteros (concepto, paralelogramos, trapecios y elementos característicos de cuadrado, rectángulo y rombo)

Ahora bien, las actividades complementarias también proponen una introducción a las áreas de polígonos.

En 2º ESO y 3º ESO Aplicadas, la actividad se va a trabajar:

- Posiciones relativas en el espacio (planos; recta/plano) y ángulo diedro
- Poliedros (concepto, elementos característicos, regular/irregular y convexo/cóncavo)
- Poliedros regulares (cuáles son y características de los mismos)
- Poliedros irregulares (prismas y pirámides, características de los mismos)
- Prismas (rectos/oblicuos, regulares/irregulares, elementos característicos y ortoedro)
- Pirámides (rectas/oblicuas, regulares/irregulares y elementos característicos)

Y al igual que en el otro nivel educativo, las actividades complementarias también proponen una introducción a las áreas pero en este caso de los poliedros y sus respectivos volúmenes.

5.- ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Las actividades complementarias se pueden realizar en las sesiones siguientes o intermedias (dada la particular distribución de sesiones de esta actividad) bien para ampliar conocimientos (áreas polígonos y áreas/volúmenes poliedros) o bien para asegurar una mejor comprensión del contenido (cuestiones para pensar). Sin embargo, también son de gran utilidad cuando se dispone de alumnos de alto rendimiento que finalizan sus tareas antes que el resto del alumnado como elemento de motivación.

5.1.- Actividad 1º ESO

Dos opciones:

- **Visualizar vídeo TRONCHO y PONCHO** (cálculo áreas de paralelogramos, triángulos, trapecios y polígonos regulares): **W2.4**

- **Cuestiones para pensar:**

1. Posición relativa de las rectas:

Las huellas de un trineo en la nieve: rectas paralelas

Las vías del tren: rectas paralelas

Los bordes de los peldaños de una escalera: rectas paralelas

Las líneas verticales formadas por la intersección de las paredes de una habitación: rectas paralelas

Los bordes superior e inferior de tu cuaderno: rectas paralelas

Los cables que conducen la electricidad: rectas paralelas

Las dos orillas de un río: rectas paralelas

El lado derecho e izquierdo de una pared: rectas paralelas

3 calles que convergen en una rotonda: rectas secantes

Los radios de la rueda de una bicicleta: rectas secantes

Las líneas que convergen en cada esquina de una habitación: rectas secantes

Dos calles que forman una esquina: rectas secantes

El lado derecho y superior de una pared: rectas secantes

El largo y el ancho de una ventana, de una puerta: rectas perpendiculares

También se les puede mostrar un plano y trabajarlo.

¿Cuántas rectas perpendiculares a una recta puedes trazar? Infinitas

¿Y paralelas? Infinitas

2. Ángulos:

Las esquinas de clase: ángulos rectos

Los radios consecutivos de la bicicleta: ángulos agudos

Las agujas del reloj cuando marcan las cinco: ángulo obtuso

¿Cómo tienen que ser los lados de 2 ángulos adyacentes para que sean iguales? Perpendiculares

2 ángulos adyacentes son siempre consecutivos: VERDADERO

2 ángulos consecutivos son siempre adyacentes: FALSO

2 ángulos complementarios son siempre agudos: VERDADERO

2 ángulos complementarios son siempre obtusos: FALSO

2 ángulos de lados perpendiculares son iguales: VERDADERO

2 ángulos opuestos por el vértice son iguales: VERDADERO

¿Cuánto tiene que medir un ángulo para que sea igual a su suplementario?

$180^\circ:2=90^\circ$ ¿Y para que sea igual a su complementario? $90^\circ:2=45^\circ$

3. Polígonos

¿Un polígono puede tener más vértices que lados? No. Tiene el mismo número de lados y vértices.

4. Triángulo

En un triángulo rectángulo, ¿dónde está situado el circuncentro? En el punto medio de la hipotenusa.

¿En un triángulo equilátero coinciden sus mediatrices, bisectrices, alturas y medianas? SI

¿El incentro de un triángulo puede estar situado en el exterior del mismo? NO. El incentro es el centro de la circunferencia inscrita, que está en el interior del triángulo, por tanto el centro de la misma también.

¿Y sobre sus lados? NO. Mismo razonamiento.

¿El ortocentro y el incentro de cualquier triángulo equilátero coinciden? SI. Ya que las bisectrices coinciden con las alturas.

El circuncentro de: un triángulo acutángulo está ... (en su interior), un triángulo rectángulo está ... (sobre la hipotenusa), un triángulo obtusángulo está ... (en el exterior del mismo).

El ortocentro de un triángulo rectángulo está en ... (el vértice del ángulo recto)

¿Se puede dibujar un triángulo con dos ángulos rectos? NO. La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° . Si $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, el tercer ángulo sería 0° , lo que no es posible.

¿Y uno obtusángulo con un ángulo recto? No se puede dibujar uno obtusángulo con un ángulo recto, la suma de los tres ángulos sería mayor que 180° .

¿Existe un triángulo acutángulo con un ángulo recto? NO, pues en este tipo de triángulos sus tres ángulos deben ser agudos.

¿Y uno obtusángulo con dos ángulos obtusos? NO, ya que la suma de los tres ángulos sería mayor que 180° .

¿Puede existir un triángulo rectángulo equilátero? NO, porque los ángulos de los triángulos equiláteros miden 60° .

¿Y un triángulo rectángulo isósceles? SÍ, por ejemplo un triángulo que tenga catetos de 1 cm e hipotenusa de 2 cm.

5. Cuadrilátero

Si un cuadrilátero tiene un ángulo recto, tiene al menos otro ángulo recto. FALSO

Si un paralelogramo tiene un ángulo recto, todos sus ángulos son rectos. VERDADERO

Fuente de cuestiones para pensar: W2.5 y W2.6

5.2.- Actividad 2º ESO y 3º ESO Aplicadas

Dos opciones:

- **Visualizar vídeo TRONCHO y PONCHO** (cálculo áreas y volúmenes de poliedros): **W2.7**
- **Cuestiones para pensar:**

1. Posición relativa de planos/recta y plano:

El techo y el suelo de una habitación: planos paralelos

Paredes opuestas de una habitación: planos paralelos

Una pared y el suelo de una habitación: planos secantes

Dos paredes consecutivas de una habitación: planos secantes

Un lado del suelo y el techo: rectas paralelas a un plano

El lado derecho de una pared y el suelo: rectas secantes a un plano

Un lado del suelo y el suelo: rectas contenidas en un plano

¿Cuántas rectas pasan por un punto del espacio? INFINITAS. Si tomamos un punto como centro de una esfera, por cada par de puntos

opuestos pasa una recta y como la esfera tiene infinitos puntos, habrá infinitas rectas.

¿Cuántos planos contienen a una misma recta en el espacio? INFINITOS. Mismo ejemplo considerando un plano que corta la esfera.

Dos rectas que son secantes, ¿están siempre en el mismo plano? No necesariamente, pueden estar en planos secantes.

Si dos rectas son paralelas a un plano, ¿son necesariamente paralelas entre sí? No necesariamente, pueden cruzarse o cortarse

¿Tres puntos no alineados determinan un plano? Sí

¿Pueden tres puntos no determinar un plano? Sí. Si los tres puntos están alineados.

¿Dos rectas secantes se cruzan? NO. Si son secantes no pueden cruzarse.

Dos planos paralelos contienen rectas paralelas. FALSO: no necesariamente deben ser paralelas.

Dos planos secantes son perpendiculares. FALSO: Dos planos perpendiculares son secantes pero dos planos secantes no tienen porqué ser perpendiculares.

¿Pueden tener dos planos un solo punto en común? NO. Si dos planos tienen un punto en común, tienen en común toda una recta que contiene a ese punto.

Una recta y un punto que no pertenezca a esa recta, ¿pueden determinar planos secantes? Sí

2. Ángulos diedros:

Encuentra ejemplos de ángulos diedros en tu aula y en tu habitación. Si consideramos el aula como un poliedro, cualquier ángulo formado por dos caras es un ángulo diedro.

3. Poliedros:

¿Cómo son las aristas de un poliedro regular? IGUALES

En un poliedro, todas sus caras son iguales. FALSO: las caras pueden ser diferentes, y solo son iguales en los poliedros regulares.

El menor número de caras de un poliedro es 4. VERDADERO: El polígono con menor número de aristas tiene 3 aristas, y como cada arista es la intersección con otra cara, son 4 caras.

En cada vértice de un poliedro concurre siempre el mismo número de aristas. FALSO: Por ejemplo, en los vértices de la base de las pirámides concurren 3 aristas, y en el vértice superior concurren tantas aristas como lados tiene la base.

¿Puede existir un poliedro regular con 6 triángulos equiláteros en cada vértice? NO. La suma de los ángulos que confluyen en cada vértice es menor de 360° y cada ángulo de un triángulo equilátero mide 60° , así que $6 \cdot 60^\circ = 360^\circ$

Un poliedro que cumpla la fórmula de Euler, ¿puede tener el mismo número de caras y aristas? NO. $C + V = A + 2 \xrightarrow{C=A} V = 2$, no es posible
Un poliedro puede tener el mismo número de vértices y aristas: NO.
Fórmula Euler: 2 caras, no es posible.

Un poliedro puede tener el mismo número de caras y vértices: SÍ.
Ejemplo: TETRAEDRO.

¿Qué poliedro o poliedros regulares se pueden obtener utilizando como caras triángulos equiláteros? Tetraedro, octaedro e icosaedro

¿Y con pentágonos regulares? Dodecaedro

¿Y con hexágonos regulares o polígonos de regulares de más de 6 lados? NO. Ya que la medida de los ángulos poliedros sería mayor de 360° .

4. Pirámides:

¿La base de una pirámide puede ser un polígono cualquiera? Sí.

¿Qué pirámide tiene todas sus caras iguales? TETRAEDRO (4 caras, triángulos equiláteros iguales)

¿Cuál es el mínimo número de aristas de una pirámide? 6, pirámide triangular

¿Cuál es el número mínimo de vértices y de caras de una pirámide? 4 vértices y 4 caras (pirámide triangular)

Entre los poliedros regulares, ¿hay alguna pirámide regular? Sí. Tetraedro.

En una pirámide regular, ¿las caras laterales son triángulos equiláteros? NO. Los triángulos son isósceles.

¿Una pirámide es un prisma triangular? NO. La pirámide tiene caras laterales que son triángulos, y los prismas, paralelogramos.

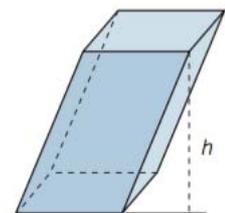
¿La altura de una pirámide es cualquiera de sus aristas laterales? NO. La altura es la perpendicular que pasa por el vértice superior.

¿Una pirámide regular es un tetraedro? NO. El tetraedro es una pirámide regular en la que las aristas laterales miden igual que las aristas de la base.

5. Prismas:

¿Un cubo es un ortoedro? SI

¿La altura de un prisma oblicuo es la arista lateral? NO



¿Los prismas oblicuos se clasifican en regulares e irregulares? NO. Todos los prismas oblicuos son irregulares.

Fuente de cuestiones para pensar: W2.8

6.- REFERENCIAS

- **W2.1:**
http://mery-garabote.blogspot.com.es/2009_10_01_archive.html
- **W2.2:**
http://es.123rf.com/photo_24893066_compartir-nueva-idea-a-otra-gente-concepto-de-vectores-de-fondo.html
- **W2.3:**
<http://albertcarmen56b4c4fd95c90.edu.glogster.com/geometry/>
- **W2.4:**
<http://www.angelitoons.com/?p=205>
- **W2.5:** Libro matemáticas 1º ESO SANTILLANA:
<http://www.edu.xunta.es/centros/iesagraleboris/system/files/solucionario1.pdf>
- **W2.6:** Libro matemáticas 2º ESO SANTILLANA:
<http://www.edu.xunta.es/centros/iesagraleboris/system/files/solucionario2.pdf>
- **W2.7:**
<http://www.angelitoons.com/?p=263>
- **W2.8:** Libro matemáticas 3º ESO SANTILLANA:
<https://docs.google.com/file/d/0B4vJwI7oCac1ZTgtSGFxQVEwSjQ/edit?pli=1>

5.3. ACTIVIDAD 3: SOPA DE LETRAS

1.- INTRODUCCIÓN

En esta actividad se utiliza la sopa de letras como elemento introductor del aprendizaje de ciertos contenidos matemáticos, se pretende que el alumnado tome una actitud activa frente al aprendizaje en lugar de la pasiva a la que está acostumbrado ante las explicaciones unidireccionales del docente.

Se ha escogido la sopa de letras porque se considera una herramienta positiva por varias razones. Por una parte, ayuda a los estudiantes a adquirir nuevos conceptos (y concretamente el tema que se va a trabajar introduce un gran número), a la vez que disfrutan con el arte de las palabras y mejoran también su nivel de comprensión. Por otra parte, una sopa de letras también ayuda al estudiante a fijar su memoria visual y su concentración ya que tiene que poner una gran atención en el detalle, por tanto es importante desde el punto de vista de la motivación y entretenimiento al tiempo que se produce el proceso de aprendizaje (**página de referencia W3.1**).

Se proponen dos partes de acuerdo con el nivel educativo y los contenidos correspondientes al mismo:

1. Una dirigida a alumnos de 1º ESO cuyo objeto de estudio es conceptos relacionados con la geometría plana, tal y como se muestra en el siguiente cuadro:

punto	recta	semirrecta	segmento		posición relativa rectas		
			Mediatriz	paralelas	secantes	perpendiculares	
Ángulo				Bisectriz			
agudo		Recto		Obtuso			
Complementario				Suplementario			
adyacente		consecutivo		Opuesto			
Polígono							
lado	vértice	Diagonal		ángulo interior	apotema	eje simetría	
triángulo	cuadrilátero	Pentágono		hexágono	octógono	dodecágono	
Regular				Irregular			
Cóncavo				Convexo			
Triángulo				Teorema Pitágoras			
equilátero		isósceles		Escaleno			
acutángulo		rectángulo		Obtusángulo			
altura	ortocentro	mediana	baricentro	mediatriz	circuncentro	Bisectriz	incentro
Cuadriláteros							

Paralelogramos				trapezios			trapezoides
Cuadrado	rectángulo	rombo	romboide	rectángulo	isósceles	escaleno	
cuadrado			rectángulo				diagonal
rombo			diagonal mayor				diagonal menor

2. Otra dirigida a alumnos de 2º ESO y 3º ESO de Aplicadas, cuyo objeto de estudio es conceptos relacionados con la geometría espacial, en concreto los cuerpos geométricos denominados poliedros, tal y como se detalla en el siguiente cuadro:

posición relativa dos planos			posición relativa recta y plano			ángulos diedros		
secantes	coincidentes	paralelos	recta contenida en el plano			paralelos	secantes	
Poliedros			poliedros regulares					
vértices	caras	aristas	tetraedro	cubo o hexaedro	octaedro	Dodecaedro	Icosaedro	
Regulares		irregulares	poliedros irregulares					
Cóncavos	convexos		prismas			Pirámides		
	Teorema Euler		triangular	cuadrangular	pentagonal	hexagonal	Octogonal
prismas		ortopedro		pirámides			tronco de pirámide	base mayor
								base menor
								tronco
Rectos	Oblicuos	regulares	irregulares	rectas	oblicuas	regulares	irregulares	
Cara lateral	Bases		altura	cara lateral	base	apotema	Altura	cúspide

Una vez resuelta la sopa de letras se prevé la investigación de estos conceptos a través de Internet o bien buceando en su libro de texto, para que no se detengan únicamente en el conocimiento de los mismos sino que sepan a que se refiere cada uno de ellos.

Finalmente para verificar la comprensión de los mismos se sugiere la realización de un póster que deberán explicar al resto de sus compañeros, fomentando de esta manera el aprendizaje entre iguales.

Asimismo, se facilitan una serie de cuestiones para pensar y vídeos como actividades complementarias a realizar como ampliación de la actividad cuando se considere oportuno por parte del docente.

A continuación, se muestran los materiales necesarios para el desarrollo de la actividad por parte del alumnado, la metodología docente, los contenidos propuestos y las actividades complementarias diseñadas.

2.- MATERIAL DEL ALUMNADO

2.1.- Actividad 1º ESO



Encuentra las siguientes palabras en la sopa de letras.

GEOMETRA PLANA I

X	Y	F	E	E	O	X	I	A	N	T	W	O	V	X	D	X	S	Y	U
Ñ	F	P	I	N	N	R	P	N	N	F	A	V	B	G	N	M	E	V	Z
V	W	J	Y	S	L	A	N	G	U	L	O	A	G	U	D	O	M	L	S
M	K	M	F	P	C	L	C	U	K	O	Y	C	X	X	R	I	I	S	T
F	X	W	O	O	L	U	M	L	K	I	T	N	T	V	S	G	R	E	O
T	A	E	V	L	M	G	M	O	N	R	B	O	K	F	C	U	R	R	S
M	N	G	I	I	S	E	M	I	A	A	T	C	I	E	J	W	E	A	U
Y	G	N	T	G	J	R	J	N	N	T	U	I	Y	I	A	L	C	L	T
O	U	G	U	O	Y	V	M	T	G	N	S	S	M	R	N	A	T	U	B
T	L	L	C	N	Q	I	L	E	U	E	A	E	L	A	G	Q	A	C	O
N	O	C	E	O	A	E	B	R	L	M	E	G	A	L	U	G	J	I	O
U	F	P	S	N	I	C	O	I	O	E	H	M	N	U	L	T	W	D	L
P	B	U	N	Ñ	R	I	T	O	A	L	R	E	O	G	O	J	Ñ	N	U
R	I	O	O	M	T	T	C	R	D	P	E	N	G	E	O	O	R	E	G
O	S	V	C	P	E	R	E	H	Y	U	C	T	A	R	P	K	V	P	N
E	E	Y	O	H	M	E	R	B	A	S	T	O	I	R	U	H	C	R	A
T	C	D	L	U	I	V	O	C	C	O	A	J	D	I	E	X	O	E	U
U	T	U	U	D	S	T	L	A	E	L	G	G	J	O	S	B	N	P	E
O	R	C	G	J	E	C	U	I	N	U	Ñ	O	O	D	T	I	V	S	W
R	I	F	N	K	J	N	G	O	T	G	I	P	H	A	O	A	E	A	I
A	Z	F	A	S	E	Z	N	H	E	N	Y	R	K	L	T	Q	X	T	H
U	Ñ	H	S	I	S	Z	A	T	U	A	W	F	P	B	H	P	O	C	N
C	Ñ	F	W	Q	E	R	E	C	T	A	S	S	E	C	A	N	T	E	S
N	S	A	L	E	L	A	R	A	P	S	A	T	C	E	R	V	W	R	A
P	A	I	U	W	W	F	O	M	E	D	I	A	T	R	I	Z	U	B	Q

- Punto**
- Recta**
- Semirrecta**
- Segmento**
- Mediatriz
- Rectas** paralelas
- Rectas** secantes
- Rectas** perpendiculares
- Bisectriz
- Ángulo** agudo
- Ángulo** recto
- Ángulo** obtuso
- Ángulo** complementario
- Ángulo** suplementario
- Ángulo** adyacente
- Ángulo** consecutivo
- Ángulo** opuesto
- Polígono**
- Lado
- Vértice
- Diagonal
- Ángulo interior
- Eje simetría
- Regular
- Irregular
- Cóncavo
- Convexo



Encuentra las siguientes palabras en la sopa de letras.

GEOMETRIA PLANA II

G	D	Ñ	H	P	R	T	M	P	P	W	L	C	P	N	O	C	L	K	A	T	S
N	I	M	G	Q	A	X	F	H	C	G	U	C	O	T	L	D	O	F	K	N	B
B	A	Z	M	N	D	B	O	Y	U	H	M	W	R	R	U	P	D	X	M	D	F
I	G	V	C	J	G	P	N	F	A	P	A	J	T	I	G	K	A	T	E	H	G
S	O	T	P	O	V	N	E	F	D	A	M	Z	N	A	N	Q	R	C	D	Ñ	X
E	N	D	M	R	S	I	L	L	R	R	O	Y	E	N	A	O	D	T	I	G	T
C	A	E	X	T	G	T	A	Y	I	A	L	M	C	G	T	L	A	R	A	H	R
T	L	Y	K	N	Ñ	R	C	I	L	L	U	T	N	U	U	U	U	A	N	R	A
R	M	T	X	E	A	I	S	E	A	E	G	R	U	L	C	G	C	P	A	D	P
I	A	S	F	C	V	A	E	L	T	L	N	I	C	O	A	N	G	E	Ñ	H	E
Z	Y	E	H	I	W	N	O	F	E	O	A	A	R	E	O	A	T	C	X	C	Z
G	O	L	D	R	R	G	L	Y	R	G	T	N	I	Q	L	I	R	I	J	B	O
S	R	E	G	A	E	U	U	Ñ	O	R	C	G	C	U	U	R	A	O	E	Z	I
I	K	C	D	B	C	L	G	W	S	A	E	U	O	I	G	T	P	R	M	S	D
E	J	S	Y	Y	T	O	N	Z	O	M	R	L	B	L	N	A	E	E	W	C	E
T	Y	O	P	P	A	O	A	I	R	O	O	O	M	A	A	L	C	C	L	B	P
N	V	S	Y	E	N	B	I	M	T	J	L	I	O	T	I	T	I	T	X	M	Q
E	V	I	M	D	G	T	R	O	O	L	U	S	R	E	R	U	O	A	Ñ	E	I
M	L	O	R	I	U	U	T	R	C	A	G	O	I	R	T	R	E	N	O	D	N
L	M	I	L	O	L	S	J	Y	E	N	N	S	K	O	T	A	S	G	I	I	C
A	J	C	Q	B	O	A	P	A	N	O	A	C	N	I	C	Ñ	C	U	H	A	E
N	C	E	I	M	T	N	L	B	T	G	I	E	Z	C	N	B	A	L	A	T	N
O	O	P	E	O	E	G	U	C	R	A	R	L	I	E	P	T	L	O	K	R	T
G	B	A	A	R	X	U	H	L	O	I	T	E	R	P	G	Z	E	C	T	I	R
A	Ñ	R	D	W	V	L	V	X	S	D	I	S	X	A	M	S	N	K	K	Z	O
I	G	T	X	L	M	O	R	C	P	U	L	Ñ	D	R	E	D	O	U	W	X	R
D	B	Ñ	Ñ	N	W	D	C	E	Y	Z	N	Z	J	T	Z	K	D	P	V	Y	G

- Triángulo**
- Equilátero
- Isósceles
- Escaleno
- Acutángulo
- Rectángulo
- Obtusángulo
- Altura
- Ortocentro
- Mediana
- Baricentro
- Mediatriz
- Circuncentro
- Bisectriz
- Incentro
- Cuadrilátero**
- Paralelogramo
- Cuadrado
- Rectángulo
- Diagonal
- Rombo
- Diagonal mayor
- Diagonal menor
- Romboide
- Trapezio
- Trapezio rectángulo
- Trapezio isósceles
- Trapezio escaleno
- Trapezoide

**DESCUBRE , APRENDE Y COMPÁRTELO
¡TÚ PUEDES HACERLO!**



- **Enlaces de búsqueda:**

Elementos del plano:

<http://www.ditutor.com/geometria/puntos.html>

<http://slideplayer.es/slide/1808380/>

<https://didactalia.net/comunidad/materiaeducativo/recurso/elementos-posiciones-angulos-matematicas-para-1/7f1fb4f5-6112-48a4-8a1b-81f2929f03c7>

http://exelearning.webcindario.com/mediatriz_de_un_segmento.html

Ángulos:

<http://slideplayer.es/slide/1808380/>

<http://es.slideshare.net/jocemella/angulos-presentation-655795>

<http://manzanillaelblogdemiclase.blogspot.com.es/2012/03/mediatriz-de-un-segmento-y-bisectriz-de.html>

Polígonos:

<http://algarabianinos.com/explora/los-poligonos-y-sus-nombres/>

http://www.vitutor.com/geo/eso/s_1.html

http://www.ceibal.edu.uy/UserFiles/P0001/ODEA/ORIGINAL/110207_ejes_simetria_poligonos.elp/simetria_en_polgonos.html

<http://fisicayquimicalou.blogspot.com.es/2014/03/geometria-figuras-planas.html>

Triángulo:

http://www.vitutor.com/geo/eso/s_5.html

Cuadrilátero:

<http://www.disfrutalasmaticas.com/geometria/cuadrilateros.html>

- **Enlace para elaboración de póster multimedia con fotos, vídeos y textos:**
<https://www.glogster.com>

2.2.- Actividad 2º ESO y 3º ESO Aplicadas



Encuentra las siguientes palabras en la sopa de letras.

GEOMETRIA ESPACIAL I

H	G	B	O	U	E	S	N	B	J	O	R	D	E	A	S	O	C	I	L	R	F
R	H	Q	B	R	A	X	C	A	R	A	S	K	M	U	D	Q	F	O	N	H	F
L	I	U	U	E	I	H	P	O	L	I	E	D	R	O	R	E	G	U	L	A	R
Y	N	G	C	C	F	J	H	K	L	E	T	M	N	F	V	S	N	I	J	B	Q
D	P	G	I	T	M	B	F	I	C	A	N	G	U	L	O	D	I	E	D	R	O
Ñ	R	I	K	A	H	F	F	T	L	J	W	F	U	A	R	S	U	F	Q	P	L
A	Q	R	E	C	T	A	Y	P	L	A	N	O	P	A	R	A	L	E	L	O	S
C	F	M	M	O	L	C	I	O	K	K	R	S	L	O	I	Q	S	U	Q	L	M
F	J	P	R	N	A	N	M	Y	A	J	M	I	Ñ	Q	U	S	F	A	H	P	L
Y	I	O	C	T	A	E	D	R	O	V	A	C	N	O	C	Y	W	E	T	L	Z
U	B	I	B	E	R	D	E	I	S	I	X	B	S	C	K	E	X	D	I	F	P
B	Q	S	J	N	P	O	L	I	E	D	R	O	I	R	R	E	G	U	L	A	R
Q	F	I	M	I	F	F	T	L	C	A	X	W	D	H	W	K	W	E	E	Ñ	J
F	S	X	J	D	E	F	A	K	I	Q	O	O	R	S	X	M	V	H	W	J	C
H	M	Y	R	A	H	A	A	T	T	U	S	G	F	U	O	X	E	V	N	O	C
E	T	Z	W	E	R	O	K	O	R	D	E	I	L	O	P	V	C	Z	L	W	P
X	H	S	F	N	O	C	S	D	E	H	E	X	F	P	R	I	S	M	A	S	I
A	Ñ	I	W	P	N	Z	R	E	V	B	D	O	D	E	C	A	E	D	R	O	R
E	A	L	R	L	C	I	O	B	W	L	C	N	V	G	F	M	T	D	U	K	A
D	J	T	Q	A	A	T	X	O	R	D	E	A	R	T	E	T	Ñ	W	J	E	M
R	S	E	T	N	E	D	I	S	N	I	O	C	S	O	N	A	L	P	W	J	I
O	B	K	J	O	Y	S	O	L	E	L	A	R	A	P	S	O	N	A	L	P	D
S	E	T	N	A	C	E	S	O	N	A	L	P	Y	A	T	C	E	R	A	M	E
S	E	T	N	A	C	E	S	S	O	N	A	L	P	R	X	T	X	B	Y	U	B
I	W	U	V	G	R	W	Z	J	H	K	S	A	T	S	I	R	A	M	I	T	Y
H	Q	N	U	T	E	O	R	E	M	A	E	U	L	E	R	C	P	B	P	U	M
P	M	P	M	C	B	C	P	X	T	M	P	L	O	D	B	Z	W	Z	Y	D	H

- Ángulo diedro
- Planos secantes
- Planos coincidentes
- Planos paralelos
- Recta contenida en plano
- Recta y plano paralelos
- Recta y plano secantes
- Poliedro
- Vértices
- Caras
- Aristas
- Cóncavo
- Convexo
- Teorema Euler
- Poliedro regular
- Tetraedro
- Cubo
- Hexaedro
- Octaedro
- Dodecaedro
- Icosaedro
- Poliedro irregular
- Prisma
- Pirámide



Encuentra las siguientes palabras en la sopa de letras.

GEOMETRIA ESPACIAL II

G	L	O	L	X	Z	M	V	Y	D	G	V	Z	B	A	S	E	M	A	Y	O	R
M	B	H	R	A	L	U	G	E	R	A	M	S	I	R	P	Ñ	C	W	O	A	B
N	X	D	C	Ñ	C	A	Ñ	Ñ	O	T	Z	U	O	F	E	S	O	T	R	Y	S
R	E	N	I	N	Y	R	M	L	C	O	L	C	U	I	K	R	X	D	E	P	
Q	E	H	Q	J	B	N	Z	W	T	R	U	B	N	L	W	L	T	X	E	O	X
P	I	X	K	H	A	R	R	A	Ñ	X	C	L	O	A	Z	J	S	C	O	T	Z
R	P	S	Y	T	S	I	X	P	A	K	I	V	R	R	M	Q	Q	Y	T	C	G
I	R	I	P	J	E	M	R	O	F	Q	L	Ñ	T	E	G	Q	U	C	R	E	H
S	I	O	I	W	M	Y	B	T	Q	E	B	T	Q	T	U	T	A	X	O	Y	A
M	S	W	G	L	E	Y	F	E	I	E	O	Ñ	J	A	A	R	U	T	L	A	C
A	M	D	N	B	N	L	Q	M	C	Ñ	A	I	F	L	D	O	G	N	Ñ	T	M
R	A	G	S	F	O	Z	D	A	I	O	M	E	S	A	B	N	D	G	Ñ	V	V
E	T	X	K	G	R	S	Q	L	B	W	S	U	U	R	W	C	S	O	Ñ	Q	I
C	W	V	Q	E	J	Q	P	D	D	E	I	R	A	A	P	O	H	W	S	Q	D
T	X	P	C	E	B	H	K	Y	E	C	R	Z	Q	C	S	D	N	C	Ñ	Y	V
O	L	K	L	O	V	S	L	T	Z	F	P	Z	Z	O	T	E	R	J	M	C	V
V	M	A	T	C	E	R	E	D	I	M	A	R	I	P	D	P	Z	Ñ	V	M	H
H	T	Ñ	K	Ñ	R	A	L	U	G	E	R	R	I	E	D	I	M	A	R	I	P
P	N	M	I	Q	L	Ñ	T	G	R	Z	L	N	F	H	P	R	J	U	R	P	P
E	D	I	M	A	R	I	P	C	P	D	K	T	O	V	L	A	C	S	Q	Ñ	E
Ñ	A	U	C	I	L	B	O	E	D	I	M	A	R	I	P	M	A	F	Z	F	R
R	P	U	U	C	U	S	P	I	D	E	K	B	A	C	H	I	D	U	F	B	Z
I	O	W	W	H	Z	Y	Z	A	Z	H	V	A	U	Ñ	K	D	W	V	K	G	N
Z	S	E	S	A	B	W	V	G	S	Y	T	E	Y	S	J	E	A	M	I	U	X
V	W	R	Ñ	P	R	I	S	M	A	I	R	R	E	G	U	L	A	R	G	S	Z
N	E	F	R	R	A	L	U	G	E	R	E	D	I	M	A	R	I	P	S	Y	N
K	L	R	I	P	C	V	D	X	S	X	Q	R	I	O	J	W	S	Q	V	P	M

- Prisma**
- Prisma recto
- Prisma oblicuo
- Prisma regular
- Prisma irregular
- Cara lateral
- Bases
- Altura
- Ortoedro
- Pirámide**
- Pirámide recta
- Pirámide oblicua
- Pirámide regular
- Pirámide irregular
- Cara lateral
- Base
- Apotema
- Altura
- Cúspide
- Tronco de pirámide**
- Tronco
- Base mayor
- Base menor

**DESCUBRE , APRENDE Y COMPÁRTELO
¡TÚ PUEDES HACERLO!**



- **Enlaces de búsqueda:**

Posición relativa recta y plano, dos rectas/Ángulo diedro:

<http://paramisalumnosdematematicas.blogspot.com.es/p/2-eso-tema-12-cuerpos-geometricos.html>

Poliedros:

http://www.ceibal.edu.uy/UserFiles/P0001/ODEA/ORIGINAL/110406_cuerpos_geom.elp/poliedros.html

Poliedro cóncavo/convexo:

http://www.ceibal.edu.uy/UserFiles/P0001/ODEA/ORIGINAL/111213_poliedros_elp/cncavos_y_convexos.html

Teorema de Euler:

<http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/teorema-euler/>

- **Enlace para elaboración de póster multimedia con fotos, vídeos y textos:**
<https://www.glogster.com>

Imágenes tomadas de W3.2, W3.3 y W3.4

3.- METODOLOGÍA DOCENTE

3.1.- Actividad 1º ESO

En 1º ESO la actividad consta de 4 sesiones. Y es la siguiente:

1. La **primera sesión** se realiza en el aula habitual. **IMPORTANTE:** asegurarse de que funciona Internet y se dispone de proyector y pantalla, en caso contrario prever otra aula y comunicarlo al alumnado previamente a esta sesión.
 - Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
 - Se divide la clase por parejas, tratando de buscar la diversidad en cuanto a nivel de conocimiento. **Duración aproximada 5'**
 - Se explica la tarea que se va a realizar. **Duración aproximada 5'**
 - Se reparten las 2 sopas de letras diseñadas (ver apartado 2.1 Material del alumnado: actividad 1º ESO), 1 por pareja, de tal manera que la mitad de las parejas del aula resuelve un modelo y la otra mitad, el segundo modelo. **Duración aproximada 20'**
 - Una vez resuelta, se introduce por parte del docente el siguiente paso a realizar, la indagación acerca de los conceptos, así como el póster a realizar (virtual con herramienta GLOGSTER - se muestra como ejemplo **W3.5** - u otra que ellos manejen. Es sólo una propuesta, pueden utilizar cualquier otra digital) y posterior presentación. **Duración aproximada 7'**
 - Se distribuye el trabajo de búsqueda por grupos de máximo 4 personas y cada uno de ellos es el encargado de investigar acerca de una parte de los contenidos objeto de estudio (seleccionando para ello las personas que hayan trabajado previamente con esos conceptos en la sopa de letras):
 - Elementos geométricos del plano y posiciones relativas en el plano (2 rectas)
 - Ángulos
 - Polígonos
 - Triángulos
 - Cuadriláteros

En caso de ser más de 20 alumnos, se dividen las temáticas para que cada grupo realice un trabajo diferente. **Duración aproximada 8'**

- Se les convoca en el aula de informática del centro para la siguiente sesión y se recuerda que traigan la sopa de letras realizada en esta sesión. **Duración aproximada 2'**
2. La segunda sesión se realiza en el aula de informática. Previamente el docente introduce en cada ordenador un .doc o .pdf con los enlaces de interés aconsejados para la búsqueda por Internet (DESCUBRE, APRENDE Y COMPÁRTELO. ¡TÚ PUEDES HACERLO!), con el objetivo de facilitar la búsqueda y optimizar el tiempo en el aula.
- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
 - Distribución de grupos por ordenadores. En caso de que los grupos sean de 4 personas se les facilita dos ordenadores anexos para agilizar la búsqueda. **Duración aproximada 5'**
 - Búsqueda de información (enlaces de Internet facilitados, libro de texto) y realización del póster digital. **Duración aproximada 40'**
 - Se les convoca en el aula habitual para la siguiente sesión y se recuerda que cada grupo dispone de 10 minutos máximo para realizar la exposición a sus compañeros y 5 minutos para realizar preguntas, en caso de haber dudas. **Duración aproximada 2'**
3. La tercera y cuarta sesión se realizará en el aula habitual:
- Puesta a punto del alumnado y preparación del ordenador, conexión a Internet, pantalla y proyector por parte del docente (a poder ser el docente lo habrá preparado todo previamente). **Duración aproximada 3'**
 - Preparación del primer grupo para la exposición . **Duración aproximada 2'**
 - Exposiciones. **Duración aproximada 45'**

En este tiempo se prevé la exposición de 3 grupos: 10 minutos de exposición como máximo, 5 minutos de preguntas (durante este último intervalo de tiempo, el siguiente grupo prepara su exposición sin eliminar la del grupo anterior). El docente únicamente intervendrá en caso de que aprecie que algún concepto no se ha comprendido correctamente o completamente.

NOTA 1: El papel del profesor es el de supervisor y asesor de la tarea a realizar. De esta manera se vela porque todos los grupos vayan por el buen camino, prestando más atención a los que presenten mayores dificultades.

NOTA 2: Las sesiones y tiempos de duración son una previsión, se recomienda ajustarlos al ritmo de trabajo del alumnado. Lo realmente importante es que asimilen los conceptos y sean unas sesiones productivas.

3.2.- Actividad 2º ESO y 3º ESO Aplicadas

En estos niveles educativos la actividad consta de 4 sesiones. Y es la siguiente:

1. La primera sesión se realiza en el aula habitual. **IMPORTANTE:** asegurarse de que funciona Internet y se dispone de proyector y pantalla, en caso contrario prever otra aula y comunicarlo al alumnado previamente a esta sesión.
 - Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
 - Se divide la clase por parejas, tratando de buscar la diversidad en cuanto a nivel de conocimiento. **Duración aproximada 5'**
 - Se explica la tarea que se va a realizar. **Duración aproximada 5'**
 - Se reparten las 2 sopas de letras diseñadas (ver apartado 2.2 Material del alumnado: actividad 2º ESO y 3º ESO Aplicadas), 1 por pareja, de tal manera que la mitad de las parejas del aula resuelve un modelo y la otra mitad, el segundo modelo. **Duración aproximada 20'**
 - Una vez resuelta, se introduce por parte del docente el siguiente paso a realizar, la indagación acerca de los conceptos, así como el póster a realizar (virtual con herramienta GLOGSTER - se muestra como ejemplo **W3.5** - u otra que ellos manejen. Es sólo una propuesta, pueden utilizar cualquier otra digital) y posterior presentación. **Duración aproximada 7'**
 - Se distribuye el trabajo de búsqueda por grupos de máximo 4 personas y cada uno de ellos es el encargado de investigar acerca de una parte de los contenidos objeto de estudio (seleccionando para ello las personas que hayan trabajado previamente con esos conceptos en la sopa de letras):
 - Posiciones relativas en el espacio (planos; recta/plano) y ángulo diedro
 - Poliedros
 - Poliedros regulares
 - Poliedros irregulares
 - Prismas

○ Pirámides

En caso de ser más de 24 alumnos, se dividen las temáticas para que cada grupo realice un trabajo diferente. **Duración aproximada 8'**

- Se les convoca en el aula de informática del centro para la siguiente sesión y se recuerda que traigan la sopa de letras realizada en esta sesión. **Duración aproximada 2'**

2. La segunda sesión se realiza en el aula de informática. Previamente el docente introduce en cada ordenador un .doc o .pdf con los enlaces de interés aconsejados para la búsqueda por Internet (DESCUBRE, APRENDE Y COMPÁRTELO. ¡TÚ PUEDES HACERLO!), con el objetivo de facilitar la búsqueda y optimizar el tiempo en el aula.

- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
- Distribución de grupos por ordenadores. En caso de que los grupos sean de 4 personas se les facilita dos ordenadores anexos para agilizar la búsqueda. **Duración aproximada 5'**
- Búsqueda de información (enlaces de Internet facilitados, libro de texto) y realización del póster digital. **Duración aproximada 40'**
- Se les convoca en el aula habitual para la siguiente sesión y se recuerda que cada grupo dispone de 10 minutos máximo para realizar la exposición a sus compañeros y 5 minutos para realizar preguntas, en caso de haber dudas. **Duración aproximada 2'**

3. La tercera y cuarta sesión se realizará en el aula habitual:

- Puesta a punto del alumnado y preparación del ordenador, conexión a Internet, pantalla y proyector por parte del docente (a poder ser el docente lo habrá preparado todo previamente). **Duración aproximada 3'**
- Preparación del primer grupo para la exposición. **Duración aproximada 2'**
- Exposiciones. **Duración aproximada 45'**

En este tiempo se prevé la exposición de 3 grupos: 10 minutos de exposición como máximo, 5 minutos de preguntas (durante este último intervalo de tiempo, el siguiente grupo prepara su exposición sin eliminar la del grupo anterior). El docente únicamente intervendrá en caso de que aprecie que algún concepto no se ha comprendido correctamente o completamente.

NOTA 1: El papel del profesor es el de supervisor y asesor de la tarea a realizar. De esta manera se vela porque todos los grupos vayan por el buen camino, prestando más atención a los que presenten mayores dificultades.

NOTA 2: Las sesiones y tiempos de duración son una previsión, se recomienda ajustarlos al ritmo de trabajo del alumnado. Lo realmente importante es que asimilen los conceptos y sean unas sesiones productivas.

3.3.- Metodología alternativa

La idea sería, que una vez cada pareja haya resuelto la sopa de letras y haya indagado sobre los conceptos en la red tal y como se indica en los puntos 3.1 y 3.2, trabajar con grupos de dos parejas. De tal forma, que como se ha explicado anteriormente cada pareja dentro del grupo dispusiera de una sopa de letras diferente.

Se trataría de traspasar la información de una pareja a la otra a través de una codificación, trabajando así las coordenadas tanto el que las lee para dar la información como el que las busca para hallar las palabras clave. Para ello, se codificarían numéricamente las filas y las columnas de las sopas de letras, asemejando las filas al eje Y, y las columnas al eje X de un sistema de coordenadas. Así correspondería a la letra del vértice inferior izquierdo de la sopa de letras, la coordenada (1,1).

Ejemplo de la sopa de letras “GEOMETRÍA PLANA II” : la palabra clave EQUILÁTERO empieza en la coordenada (15,17) y finaliza en (15,8).

4.- CONTENIDOS PROPUESTOS

En la presente actividad los contenidos propuestos abarcan la geometría del plano en el caso de 1º ESO y la geometría espacial por lo que se refiere a 2º ESO y 3º ESO Aplicadas.

En 1º ESO, la actividad en sí pretende trabajar :

- Elementos geométricos del plano (punto, recta, semirrecta, segmento), mediatriz y posiciones relativas en el plano (2 rectas)
- Ángulos (concepto, bisectriz y clasificación de ángulos atendiendo a su medida, su suma y su posición)
- Polígonos (concepto, elementos característicos, regular/irregular y convexo/cóncavo)
- Triángulos (concepto, elementos característicos, clasificación atendiendo a la longitud de sus lados y a sus ángulos, y Teorema de Pitágoras)
- Cuadriláteros (concepto, paralelogramos, trapecios y elementos característicos de cuadrado, rectángulo y rombo)

Ahora bien, las actividades complementarias también proponen una introducción a las áreas de polígonos.

En 2º ESO y 3º ESO Aplicadas, la actividad se va a trabajar:

- Posiciones relativas en el espacio (planos; recta/plano) y ángulo diedro
- Poliedros (concepto, elementos característicos, regular/irregular y convexo/cóncavo)
- Poliedros regulares (cuáles son y características de los mismos)
- Poliedros irregulares (prismas y pirámides, características de los mismos)
- Prismas (rectos/oblicuos, regulares/irregulares, elementos característicos y ortoedro)
- Pirámides (rectos/oblicuos, regulares/irregulares y elementos característicos)

Y al igual que en el otro nivel educativo, las actividades complementarias también proponen una introducción a las áreas pero en este caso de los poliedros y sus respectivos volúmenes.

5.- ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Las actividades complementarias se pueden realizar en las sesiones siguientes bien para ampliar conocimientos (áreas polígonos y áreas/volúmenes poliedros) o bien para asegurar una mejor comprensión del contenido (cuestiones para pensar). Sin embargo, también son de gran utilidad cuando se dispone de alumnos de alto rendimiento que finalizan sus tareas antes que el resto del alumnado como elemento de motivación.

5.1.- Actividad 1º ESO

Dos opciones:

- **Visualizar vídeo TRONCHO y PONCHO** (cálculo áreas de paralelogramos, triángulos, trapecios y polígonos regulares): **W3.6**

- **Cuestiones para pensar:**

1. Posición relativa de las rectas:

Las huellas de un trineo en la nieve: rectas paralelas

Las vías del tren: rectas paralelas

Los bordes de los peldaños de una escalera: rectas paralelas

Las líneas verticales formadas por la intersección de las paredes de una habitación: rectas paralelas

Los bordes superior e inferior de tu cuaderno: rectas paralelas

Los cables que conducen la electricidad: rectas paralelas

Las dos orillas de un río: rectas paralelas

El lado derecho e izquierdo de una pared: rectas paralelas

3 calles que convergen en una rotonda: rectas secantes

Los radios de la rueda de una bicicleta: rectas secantes

Las líneas que convergen en cada esquina de una habitación: rectas secantes

Dos calles que forman una esquina: rectas secantes

El lado derecho y superior de una pared: rectas secantes

El largo y el ancho de una ventana, de una puerta: rectas perpendiculares

También se les puede mostrar un plano y trabajarlo.

¿Cuántas rectas perpendiculares a una recta puedes trazar? Infinitas

¿Y paralelas? Infinitas

2. Ángulos:

Las esquinas de clase: ángulos rectos

Los radios consecutivos de la bicicleta: ángulos agudos

Las agujas del reloj cuando marcan las cinco: ángulo obtuso

¿Cómo tienen que ser los lados de 2 ángulos adyacentes para que sean iguales? Perpendiculares

2 ángulos adyacentes son siempre consecutivos: VERDADERO

2 ángulos consecutivos son siempre adyacentes: FALSO

2 ángulos complementarios son siempre agudos: VERDADERO

2 ángulos complementarios son siempre obtusos: FALSO

2 ángulos de lados perpendiculares son iguales: VERDADERO

2 ángulos opuestos por el vértice son iguales: VERDADERO

¿Cuánto tiene que medir un ángulo para que sea igual a su suplementario? $180^\circ:2=90^\circ$

¿Y para que sea igual a su complementario? $90^\circ:2=45^\circ$

3. Polígonos

¿Un polígono puede tener más vértices que lados? No. Tiene el mismo número de lados y vértices.

4. Triángulo

En un triángulo rectángulo, ¿dónde está situado el circuncentro? En el punto medio de la hipotenusa.

¿En un triángulo equilátero coinciden sus mediatrices, bisectrices, alturas y medianas? Sí

¿El incentro de un triángulo puede estar situado en el exterior del mismo? NO. El incentro es el centro de la circunferencia inscrita, que está en el interior del triángulo, por tanto el centro de la misma también.

¿Y sobre sus lados? NO. Mismo razonamiento.

¿El ortocentro y el incentro de cualquier triángulo equilátero coinciden? Sí. Ya que las bisectrices coinciden con las alturas.

El circuncentro de: un triángulo acutángulo está ... (en su interior), un triángulo rectángulo está ... (sobre la hipotenusa), un triángulo obtusángulo está ... (en el exterior del mismo).

El ortocentro de un triángulo rectángulo está en ... (el vértice del ángulo recto)

¿Se puede dibujar un triángulo con dos ángulos rectos? NO. La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° . Si $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, el tercer triángulo sería 0° , lo que no es posible.

¿Y uno obtusángulo con un ángulo recto? No se puede dibujar uno obtusángulo con un ángulo recto, la suma de los tres ángulos sería mayor que 180° .

¿Existe un triángulo acutángulo con un ángulo recto? NO, pues en este tipo de triángulos sus tres ángulos deben ser agudos. ¿Y uno obtusángulo con dos ángulos obtusos? NO, ya que la suma de los tres ángulos sería mayor que 180° .

¿Puede existir un triángulo rectángulo equilátero? NO, porque los ángulos de los triángulos equiláteros miden 60° .

¿Y un triángulo rectángulo isósceles? SI, por ejemplo un triángulo que tenga catetos de 1 cm e hipotenusa de 2 cm .

5. Cuadrilátero

Si un cuadrilátero tiene un ángulo recto, tiene al menos otro ángulo recto. FALSO

Si un paralelogramo tiene un ángulo recto, todos sus ángulos son rectos. VERDADERO

Fuente de cuestiones para pensar: W3.7 y W3.8

5.2.- Actividad 2º ESO y 3º ESO Aplicadas

Dos opciones:

- **Visualizar vídeo TRONCHO y PONCHO** (cálculo áreas y volúmenes de poliedros): **W3.9**

- **Cuestiones para pensar:**

1. Posición relativa de planos/recta y plano:

El techo y el suelo de una habitación: planos paralelos

Paredes opuestas de una habitación: planos paralelos

Una pared y el suelo de una habitación: planos secantes

Dos paredes consecutivas de una habitación: planos secantes

Un lado del suelo y el techo: rectas paralelas a un plano

El lado derecho de una pared y el suelo: rectas secantes a un plano

Un lado del suelo y el suelo: rectas contenidas en un plano

¿Cuántas rectas pasan por un punto del espacio? INFINITAS. Si tomamos un punto como centro de una esfera, por cada par de puntos opuestos pasa una recta y como la esfera tiene infinitos puntos, habrá infinitas rectas.

¿Cuántos planos contienen a una misma recta en el espacio? INFINITOS. Mismo ejemplo considerando un plano que corta la esfera.

Dos rectas que son secantes, ¿están siempre en el mismo plano? No necesariamente, pueden estar en planos secantes.

Si dos rectas son paralelas a un plano, ¿son necesariamente paralelas entre sí? No necesariamente, pueden cruzarse o cortarse

¿Tres puntos no alineados determinan un plano? Sí

¿Pueden tres puntos no determinar un plano? Sí. Si los tres puntos están alineados.

¿Dos rectas secantes se cruzan? NO. Si son secantes no pueden cruzarse.

Dos planos paralelos contienen rectas paralelas. FALSO: no necesariamente deben ser paralelas.

Dos planos secantes son perpendiculares. FALSO: Dos planos perpendiculares son secantes pero dos planos secantes no tienen porqué ser perpendiculares.

¿Pueden tener dos planos un solo punto en común? NO. Si dos planos tienen un punto en común, tienen en común toda una recta que contiene a ese punto.

Una recta y un punto que no pertenezca a esa recta, ¿pueden determinar planos secantes? Sí

2. Ángulos diedros:

Encuentra ejemplos de ángulos diedros en tu aula y en tu habitación. Si consideramos el aula como un poliedro, cualquier ángulo formado por dos caras es un ángulo diedro.

3. Poliedros:

¿Cómo son las aristas de un poliedro regular? IGUALES

En un poliedro, todas sus caras son iguales. FALSO: las caras pueden ser diferentes, y solo son iguales en los poliedros regulares.

El menor número de caras de un poliedro es 4. VERDADERO: El polígono con menor número de aristas tiene 3 aristas, y como cada arista es la intersección con otra cara, son 4 caras.

En cada vértice de un poliedro concurre siempre el mismo número de aristas. FALSO: Por ejemplo, en los vértices de la base de las pirámides concurren 3 aristas, y en el vértice superior concurren tantas aristas como lados tiene la base.

¿Puede existir un poliedro regular con 6 triángulos equiláteros en cada vértice? NO. La suma de los ángulos que confluyen en cada vértice es menor de 360° y cada ángulo de un triángulo equilátero mide 60° , así que $6 \cdot 60^\circ = 360^\circ$

Un poliedro que cumpla la fórmula de Euler, ¿puede tener el mismo número de caras y aristas? NO. $C + V = A + 2 \xrightarrow{C=A} V = 2$, no es posible

Un poliedro puede tener el mismo número de vértices y aristas: NO. Fórmula Euler: 2 caras, no es posible.

Un poliedro puede tener el mismo número de caras y vértices: Sí. Ejemplo: TETRAEDRO.

¿Qué poliedro o poliedros regulares se pueden obtener utilizando como caras triángulos equiláteros? Tetraedro, octaedro e icosaedro

¿Y con pentágonos regulares? Dodecaedro

¿Y con hexágonos regulares o polígonos regulares de más de 6 lados? NO. Ya que la medida de los ángulos poliedros sería mayor de 360° .

4. Pirámides:

¿La base de una pirámide puede ser un polígono cualquiera? Sí
¿Qué pirámide tiene todas sus caras iguales? TETRAEDRO (4 caras, triángulos equiláteros iguales)

¿Cuál es el mínimo número de aristas de una pirámide? 6, pirámide triangular

¿Cuál es el número mínimo de vértices y de caras de una pirámide? 4 vértices y 4 caras (pirámide triangular)

Entre los poliedros regulares, ¿hay alguna pirámide regular? Sí. Tetraedro.

En una pirámide regular, ¿las caras laterales son triángulos equiláteros? NO. Los triángulos son isósceles.

¿Una pirámide es un prisma triangular? NO. La pirámide tiene caras laterales que son triángulos, y los prismas, paralelogramos.

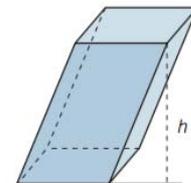
¿La altura de una pirámide es cualquiera de sus aristas laterales? NO. La altura es la perpendicular que pasa por el vértice superior.

¿Una pirámide regular es un tetraedro? NO. El tetraedro es una pirámide regular en la que las aristas laterales miden igual que las aristas de la base.

5. Prismas:

¿Un cubo es un ortoedro? Sí

¿La altura de un prisma oblicuo es la arista lateral?
NO.



¿Los prismas oblicuos se clasifican en regulares e irregulares? NO. Todos los prismas oblicuos son irregulares.

Fuente de cuestiones para pensar: W3.10

6.- REFERENCIAS

- **W3.1:**
<http://pequebebes.com/sopas-de-letras-ideales-para-el-aprendizaje-infantil/#ixzz48FWiupxC>
- **W3.2:**
<http://dauescueladevida.blogspot.com.es/2011/11/buscando.html>
- **W3.3:**
http://mery-garabote.blogspot.com.es/2009_10_01_archive.html
- **W3.4:**
http://es.123rf.com/photo_24893066_compartir-nueva-idea-a-otra-gente-concepto-de-vectores-de-fondo.html
- **W3.5:**
<http://albertcarmen56b4c4fd95c90.edu.glogster.com/geometry/>
- **W3.6:**
<http://www.angelitoons.com/?p=205>
- **W3.7:** Libro matemáticas 1º ESO SANTILLANA:
<http://www.edu.xunta.es/centros/iesagraleboris/system/files/solucionario1.pdf>
- **W3.8:** Libro matemáticas 2º ESO SANTILLANA:
<http://www.edu.xunta.es/centros/iesagraleboris/system/files/solucionario2.pdf>
- **W3.9:**
<http://www.angelitoons.com/?p=263>
- **W3.10:** Libro matemáticas 3º ESO SANTILLANA:
<https://docs.google.com/file/d/0B4vJwl7oCac1ZTgtSGFxQVEwSjQ/edit?pli=1>

5.4. ACTIVIDAD 4: POLIEDROS TROQUELADOS

1.- INTRODUCCIÓN

En esta actividad se utilizan las cartulinas troqueladas para trabajar la geometría espacial, concretamente los poliedros, ya que el experimentar en primera persona la construcción o el análisis de los mismos (en caso de ya estar realizadas estas figuras geométricas) es mucho más motivador que una explicación en pizarra o una simple visualización de imágenes, a la vez que su manipulación facilita la comprensión del mundo en 3 dimensiones al que tan difícil resulta adentrarse en un inicio.

El hecho de necesitar conocer las características de los poliedros para su construcción, evidencia el conocimiento y comprensión de las mismas una vez finalizada la figura, o bien el plasmar las características en papel después de un minucioso examen figura a figura.

Asimismo, es un material de gran valor a la hora de trabajar el truncamiento de poliedros debido a que éste permite ser punteado para obtener los poliedros arquimedianos a partir de los platónicos. De esta manera, se favorece el entendimiento del origen de un determinado poliedro truncado, así como el procedimiento para obtenerlo. El punteado se asimila al plano de corte que se aplica al poliedro de partida.

Se trata de una actividad diseñada para alumnos de 2º ESO y 3º ESO de Matemáticas Aplicadas.

En ella se pretende trabajar los diferentes tipos de poliedros, sus propiedades características, y el truncamiento de poliedros para obtener unos nuevos.

Ahora bien, se proponen dos opciones que obedecen al tiempo efectivo del que se disponga en el aula (la construcción de los mismos consume más tiempo):

1. Facilitar los polígonos y las gomas necesarias para construir un poliedro y que sean los alumnos los que lo hagan a partir de un cuadro de características de los mismos.

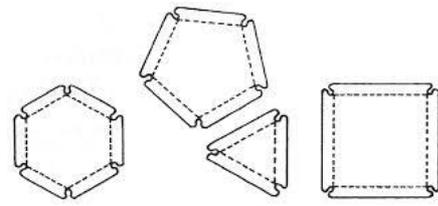


Imagen tomada de: W4.1

2. Facilitar a los alumnos las figuras geométricas ya construidas y que vayan descubriendo las características de los mismos guiados por unas tablas que deberán completar.



A continuación, se muestran los materiales necesarios para el desarrollo de la actividad por parte del alumnado, la metodología docente, los contenidos propuestos y las actividades complementarias diseñadas.

2.- MATERIAL DEL ALUMNADO

Imágenes tomadas de W4.2, W4.3, W4.4 y W4.5

2.1.- Opción 1

NOTA: Se pone a su disposición formas poligonales troqueladas y gomas para poder construir los poliedros.



Observa las características facilitadas para cada poliedro en la siguiente tabla y constrúyelo con formas poligonales troqueladas y gomas.

POLIEDROS REGULARES: SÓLIDOS PLATÓNICOS	Número caras (C)				Caras concurrentes en cada vértice	Número vértices (V)	Número aristas (A)	TEOREMA EULER $C+V=A+2$	ÁREA
	3 Triángulo Equilátero	4 Cuadrado	5 Pentágono Regular	TOTAL					
TETRAEDRO	4			4	3				
CUBO/HEXAEDRO		6		6	3				
OCTAEDRO	8			8	4				
DODECAEDRO			12	12	3				
ICOSAEDRO	20			20	5				



Observa las características facilitadas para cada poliedro en la siguiente tabla y constrúyelo con formas poligonales troqueladas y gomas.

POLIEDROS IRREGULARES: PRISMAS	Número caras (C)								Caras concurrentes en cada vértice	Número vértices (V)	Número aristas (A)	TEOREMA EULER $C+V=A+2$	ÁREA	VOLUMEN
	3	4 Cuadrado	4 Rectángulo	5	6	8	10	TOTAL						
TRIANGULAR	2		3					5	3-4r-4r					
CUADRANGULAR		2	4					6	4c-4r-4r					
PENTAGONAL			5	2				7	5-4r-4r					
HEXAGONAL			6		2			8	6-4r-4r					
OCTOGONAL			8			2		10	8-4r-4r					
DECAGONAL			10				2	12	10-4r-4r					

LEYENDA: 3: triángulo 4c: cuadrado 4r: rectángulo 5: pentágono 6: hexágono 8: octógono 10: decágono

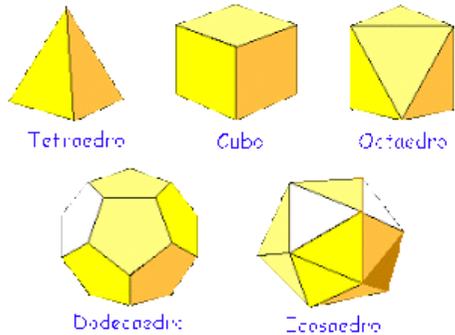


Observa las características facilitadas para cada poliedro en la siguiente tabla y constrúyelo con formas poligonales troqueladas y gomas.

POLIEDROS IRREGULARES: PIRÁMIDES	Número caras (C)								Caras concurrentes en cada vértice	Número vértices (V)	Número aristas (A)	TEOREMA EULER $C+V=A+2$	ÁREA	VOLUMEN
	3 Triángulo Equilátero	3 Triángulo Isósceles	4	5	6	8	10	TOTAL						
TRIANGULAR	1	3						4	1: 3i-3i-3i 3: 3e-3i-3i					
CUADRANGULAR		4	1					5	1: 3i-3i-3i-3i 4: 4-3i-3i					
PENTAGONAL		5		1				6	1: 3i-3i-3i-3i-3i 5: 5-3i-3i					
HEXAGONAL		6			1			7	1: 6*3i 6: 6-3i-3i					
OCTOGONAL		8				1		9	1: 8*3i 8: 8-3i-3i					
DECAGONAL		10					1	11	1: 10*3i 10: 10-3i-3i					

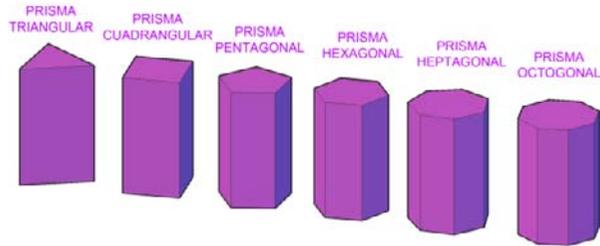
LEYENDA: 3e: triángulo equilátero 3i: triángulo isósceles 4: cuadrado 5: pentágono 6: hexágono 8: octógono 10: decágono
 6*3i: 6 triángulos isósceles 8*3i: 8 triángulos isósceles 10*3i: 10 triángulos isósceles

2.2.- Opción 2



Observa los poliedros regulares troquelados y rellena la siguiente tabla:

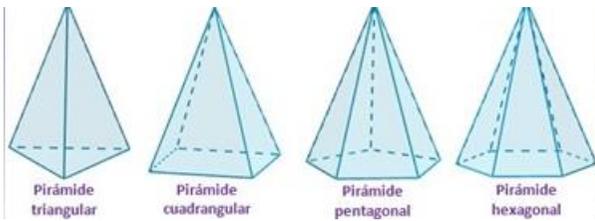
POLIEDROS REGULARES: SÓLIDOS PLATÓNICOS	Número caras (C)				Caras concurrentes en cada vértice	Número vértices (V)	Número aristas (A)	TEOREMA EULER $C+V=A+2$	ÁREA
	3 Triángulo Equilátero	4 Cuadrado	5 Pentágono Regular	TOTAL					
TETRAEDRO									
CUBO/HEXAEDRO									
OCTAEDRO									
DODECAEDRO									
ICOSAEDRO									



Observa los poliedros irregulares troquelados (prismas) y rellena la siguiente tabla:

POLIEDROS IRREGULARES:	Número caras (C)								Caras concurrentes en cada vértice	Número vértices (V)	Número aristas (A)	TEOREMA EULER $C+V=A+2$	ÁREA	VOLUMEN
	3	4 Cuadrado	4 Rectángulo	5	6	8	10	TOTAL						
PRISMAS														
TRIANGULAR														
CUADRANGULAR														
PENTAGONAL														
HEXAGONAL														
OCTOGONAL														
DECAGONAL														

LEYENDA: 3: triángulo 4c: cuadrado 4r: rectángulo 5: pentágono 6: hexágono 8: octógono 10: decágono



Observa los poliedros irregulares troquelados (pirámides) y rellena la siguiente tabla

POLIEDROS IRREGULARES: PIRÁMIDES	Número caras (C)								Caras concurrentes en cada vértice	Número vértices (V)	Número aristas (A)	TEOREMA EULER $C+V=A+2$	ÁREA	VOLUMEN
	3 Triángulo Equilátero	3 Triángulo Isósceles	4	5	6	8	10	TOTAL						
TRIANGULAR														
CUADRANGULAR														
PENTAGONAL														
HEXAGONAL														
OCTOGONAL														
DECAGONAL														

LEYENDA: 3e: triángulo equilátero 3i: triángulo isósceles 4: cuadrado 5: pentágono 6: hexágono 8: octógono 10: decágono

3.- METODOLOGÍA DOCENTE

3.1.- Opción 1

La actividad de la opción 1 consta de 3 sesiones que se realizan en el aula habitual.

Y es la siguiente:

1. La primera sesión: para este primer día el docente debe preparar previamente a la misma el material troquelado (formas poligonales de cartulina troqueladas) y las gomas para unir los polígonos que sea necesario y llevarlo al aula.
 - Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
 - Se divide la clase en tres grandes grupos, tratando de buscar la diversidad en cuanto a nivel de conocimiento. **Duración aproximada 5'**
 - Se explica la tarea que se va a realizar. **Duración aproximada 5'**
 - Se reparte a cada uno de los miembros por grupo una de las tablas, que se muestran en el punto 2.1. Opción 1 de esta actividad, diseñadas con los datos necesarios para construir el poliedro (número de caras, polígonos que las forman y número de caras concurrentes en cada vértice), de tal manera que los componentes de un grupo tengan la tabla de poliedros regulares, el otro la de poliedros irregulares prismas y el último poliedros irregulares pirámides. Al mismo tiempo se distribuye por grupo el material justo y necesario para construirlos. Es el momento de construirlos. **Duración aproximada 20'**
 - Una vez contruidos, deben finalizar de completarla con la observación de los mismos (número de vértices y aristas, comprobación Teorema de Euler y deducir el área, en el caso de prismas y pirámides se deducirá también el volumen de los mismos). **Duración aproximada 15'**
 - Se recuerda que traigan la tabla para continuar trabajando con ella en la sesión siguiente y se hace hincapié en que seguirán trabajando con el mismo grupo que en esta sesión, por tanto que se agrupen de esa manera al llegar. **Duración aproximada 2'**

2. La segunda sesión: se utiliza el material preparado para la Opción 2 (tablas) y el docente trae al aula todas las figuras preparadas por los alumnos en la sesión anterior, los agrupa en poliedros regulares (sólidos platónicos), poliedros irregulares prismas y poliedros irregulares pirámides. Y deja cada conjunto en la zona donde se va a sentar el grupo correspondiente.
- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
 - Se les da un tiempo para terminar de completar la tabla por si el día anterior quedó algo pendiente. **Duración aproximada 5'**
 - Se facilita por grupos, un conjunto de figuras ya construidas diferente al que trabajaron la anterior sesión y la tabla correspondiente (poliedros regulares, poliedros irregulares prismas y poliedros irregulares pirámides). Pero en este caso la tabla es la que se muestra en el punto 2.2. Opción 2 (número de caras, polígonos que las forman y número de caras concurrentes en cada vértice, número de vértices y aristas, comprobación Teorema de Euler y deducir el área, en el caso de prismas y pirámides se deducirá también el volumen de los mismos). Deben completarlas con la observación de las figuras una a una. **Duración aproximada 15'**
 - Una vez finalizado el trabajo con ese conjunto de figuras, se les da el que queda pendiente por analizar con su correspondiente tabla. **Duración aproximada 15'**
 - Habiendo analizado los tres conjuntos de figuras y completado las tablas, al tiempo que observan las tablas se les realiza unas cuestiones para razonar:
 - Señalando uno por uno los conjuntos de poliedros: ¿qué tienen en común estos poliedros?
REGULARES: Todas las caras son iguales
PRISMAS: 2 caras iguales (bases) y el lateral, cuadriláteros (rectángulos)
PIRÁMIDES: 1 base y el resto triángulos. Cúspide.
 - Los prismas y las pirámides, ¿por qué son irregulares? Porque todas las caras no son iguales.

- Mostrándoles antiprismas, ¿estos poliedros son regulares o irregulares? Irregulares. Porque todas las caras no son iguales.
- Mostrándoles poliedros arquimedianos, ¿estos poliedros son regulares o irregulares? Irregulares. Porque todas las caras no son iguales

Duración aproximada 10'

- Se recuerda que traigan las tablas para continuar trabajando con ellas en la sesión siguiente. **Duración aproximada 2'**

3. La tercera sesión: el docente trae una vez más al aula todas las figuras preparadas por los alumnos en la primera sesión. Para finalizar la actividad sólo se necesitan 15 minutos aproximadamente. **IMPORTANTE**: asegurarse previamente de que funciona Internet y se dispone de proyector y pantalla, en caso contrario prever otra aula y comunicarlo al alumnado previamente a esta sesión.

- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
- Habiendo analizado los tres conjuntos de figuras y completado las tablas, al tiempo que observan las tablas se les realiza unas cuestiones para razonar:
 - Denominación poliedros según su clasificación:
POLIEDROS REGULARES: se les denomina por el número de caras (..... -edro=cara)
PRISMAS: se les denomina por la forma poligonal de las bases (Prisma ...)
PIRÁMIDES: se les denomina por la forma poligonal de la base (Pirámide ...)
 - ¿Cuál es el área de cualquier prisma, pirámide o poliedro regular en su caso? La suma de las áreas de las formas poligonales que lo forman.
 - ¿Cuál es el volumen de cualquier prisma y de una pirámide?
PRISMA: El área de la forma poligonal de la base tantas veces como mide la altura.
PIRÁMIDE: Es un tercio del volumen del prisma que tiene la misma base poligonal y la misma altura que la pirámide en cuestión.

Mostrar vídeo demostrativo llenado de agua: **W4.6**

Duración aproximada 10'

NOTA 1: El papel del profesor es el de supervisor y asesor de la tarea a realizar. De esta manera se vela porque todos los grupos vayan por el buen camino, prestando más atención a los que presenten mayores dificultades.

NOTA 2: Las sesiones y tiempos de duración son una previsión, se recomienda ajustarlos al ritmo de trabajo del alumnado. Lo realmente importante es que asimilen los conceptos y sean unas sesiones productivas.

3.2.- Opción 2

La actividad de la opción 2 consta de 2 sesiones que se realizan en el aula habitual. Y es la siguiente:

1. La primera sesión: el docente debe preparar previamente los poliedros troquelados ya contruidos, agruparlos en poliedros regulares (sólidos platónicos), y poliedros irregulares, que estos últimos a su vez estarán agrupados en prismas, pirámides, sólidos arquimedianos y antiprismas.

- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
- Se explica lo que se va a realizar. Clasificación de los poliedros. Se colocan todos los alumnos rodeando los conjuntos de figuras geométricas expuestas, de manera que puedan acceder a ellas y cogerlas si es necesario para observarlas mejor y contestar a las siguientes preguntas del docente:

- Señalando los conjuntos de poliedros (primero los regulares y luego los irregulares), ¿qué tienen en común estos poliedros? Se les indicará que se fijen en las caras (forma poligonal)

REGULARES: Todas las caras son iguales. Se les indicará que a esos 5 poliedros se les denomina también sólidos platónicos.

IRREGULARES: No todas las caras son iguales.

- Señalando los conjuntos de poliedros (primero prismas, luego las pirámides), ¿qué tienen en común estos poliedros? Se les indicará que se fijen en las caras (forma poligonal y el número)

PRISMAS: 2 caras iguales (bases) y el lateral, cuadriláteros (rectángulos)

PIRÁMIDES: 1 base y el resto triángulos. Cúspide.

Duración aproximada 10'

- Se divide la clase en tres grandes grupos, tratando de buscar la diversidad en cuanto a nivel de conocimiento. **Duración aproximada 5'**
- Se facilita por grupos, un conjunto de figuras y la tabla correspondiente (poliedros regulares, poliedros irregulares prismas y poliedros irregulares)

pirámides) de acuerdo a las que se muestran en el punto 2.2. Opción 2 (número de caras, polígonos que las forman y número de caras concurrentes en cada vértice, número de vértices y aristas, comprobación Teorema de Euler y deducir el área, en el caso de prismas y pirámides se deducirá también el volumen de los mismos). Deben completarlas con la observación de las figuras una a una. **Duración aproximada 15'**

- Una vez finalizado el trabajo con ese conjunto de figuras, se les intercambia los conjuntos y se les facilita su correspondiente tabla. **Duración aproximada 15'**
- Se recuerda que traigan las tablas para continuar trabajando con ellas en la sesión siguiente y se hace hincapié en que seguirán trabajando con el mismo grupo que en esta sesión, por tanto que se agrupen de esa manera al llegar. **Duración aproximada 2'**

2. La segunda sesión: el docente debe preparar previamente los poliedros troquelados ya contruidos, agruparlos en poliedros regulares (sólidos platónicos), poliedros irregulares prismas y poliedros irregulares pirámides. Y deja cada conjunto en la zona donde se va a sentar el grupo correspondiente. Para esta sesión sólo se necesita 30 minutos aproximadamente. **IMPORTANTE:** asegurarse previamente de que funciona Internet y se dispone de proyector y pantalla, en caso contrario prever otra aula y comunicarlo al alumnado previamente a esta sesión.

- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
- Se les facilita el conjunto que queda pendiente por analizar con su correspondiente tabla. **Duración aproximada 15'**
- Habiendo analizado los tres conjuntos de figuras y completado las tablas, al tiempo que observan las tablas se les hace algunas apreciaciones y se formula algunas cuestiones para pensar:
 - Denominación poliedros según su clasificación:
POLIEDROS REGULARES: se les denomina por el número de caras
(..... -edro=cara)

PRISMAS: se les denomina por la forma poligonal de las bases (Prisma ...)

PIRÁMIDES: se les denomina por la forma poligonal de la base (Pirámide ...)

- ¿Cuál es el área de cualquier prisma, pirámide o poliedro regular en su caso? La suma de las áreas de las formas poligonales que lo forman.
- ¿Cuál es el volumen de cualquier prisma y de una pirámide?

PRISMA: El área de la forma poligonal de la base tantas veces como mide la altura.

PIRÁMIDE: Es un tercio del volumen del prisma que tiene la misma base poligonal y la misma altura que la pirámide en cuestión.

Mostrar vídeo demostrativo llenado de agua: W4.6

Duración aproximada 10'

NOTA 1: El papel del profesor es el de supervisor y asesor de la tarea a realizar. De esta manera se vela porque todos los grupos vayan por el buen camino, prestando más atención a los que presenten mayores dificultades.

NOTA 2: Las sesiones y tiempos de duración son una previsión, se recomienda ajustarlos al ritmo de trabajo del alumnado. Lo realmente importante es que asimilen los conceptos y sean unas sesiones productivas.

4.- CONTENIDOS PROPUESTOS

En la presente actividad los contenidos propuestos abarcan la geometría espacial, concretamente el estudio de los poliedros, correspondiente a 2º ESO y 3º ESO Aplicadas

La actividad en sí pretende trabajar :

- Poliedros (concepto, elementos característicos, regular/irregular, relación entre caras, aristas y vértices: Teorema de Euler)
- Poliedros regulares (cuáles son y características de los mismos, áreas)
- Poliedros irregulares (prismas y pirámides, características de los mismos, áreas y volúmenes)

Ahora bien las actividades complementarias proponen el estudio de los sólidos arquimedianos a través del truncamiento efectivo de sólidos platónicos y los correspondientes arquimedianos. Además prevén una introducción sencilla de los antiprismas.

5.- ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Las actividades complementarias se pueden realizar en las sesiones siguientes bien para ampliar conocimientos (sólidos arquimedianos-truncamientos y antiprismas). Sin embargo, también son de gran utilidad cuando se dispone de alumnos de alto rendimiento que finalizan sus tareas antes que el resto del alumnado como elemento de motivación.

5.1.- Antiprismas

Mostrando los antiprismas troquelados ya construidos se les preguntará: ¿qué tienen en común estos poliedros?

Básicamente, 2 caras iguales (bases) y el lateral, triángulos invertidos

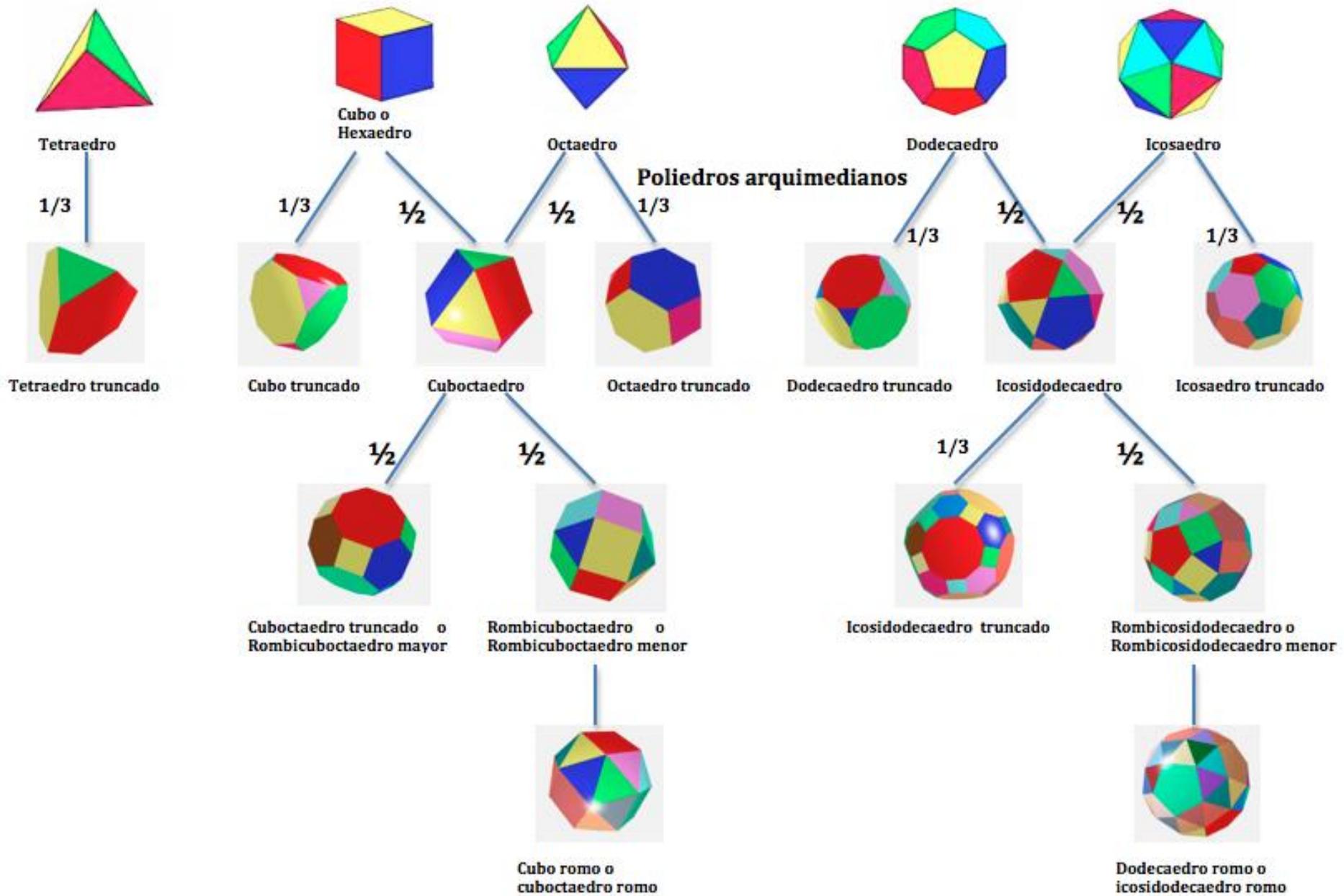
5.2.- Sólidos arquimedianos-truncamientos

Se propone estudiar los truncamientos realizando el punteado sobre el cartón de las figuras geométricas troqueladas de origen de acuerdo con las indicaciones que se facilitan una ficha y a medida que fueran truncándolos completarían una tabla diseñada a tal efecto.

NOTA: Sólo hay 13 poliedros arquimedianos. Once de ellos se obtienen truncando los sólidos platónicos y dos más que no: el cubo romo y el icosidodecaedro romo.

Material de referencia: Material utilizado por el profesor Don Floreal Gracia, W4.7, W4.8 y W4.9

POLIEDROS REGULARES



Nombre poliedro	Número caras							Número vértices	Número aristas	Poliedro de origen (sólo en caso de no ser platónico o regular)
	3	4	5	6	8	10	TOTAL			

6. REFERENCIAS

- **W4.1:**
<http://www.semcv.org/mauriciocontreras/L3ESO/TEMA33.pdf>
- **W4.2:**
<https://entreeducadores.com/2009/06/03/¿competir-o-ser-competente-una-respuesta-desde-la-educacion/>
- **W4.3:**
<http://puntoalineayplano.blogspot.com.es/2008/12/los-poliedros-y-sus-desarrollos.html>
- **W4.4:**
<http://www.mvblog.cl/2015/05/01/maqueteria-poliedros-y-su-construccion/?print=print>
- **W4.5:**
<http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/tipos-piramide/>
- **W4.6:**
<https://www.youtube.com/watch?v=DIKG8tDvaT8>
- **W4.7:**
http://www.grupoalquerque.es/mate_cerca/pdf/102_solidos_arquimedianos1.pdf
- **W4.8:**
<http://www.sacred-geometry.es/?q=es/content/sólidos-arquimedianos>
- **W4.9:**
<http://derlyminugeometria.blogspot.com.es/2015/08/cuerpos-una-figura-geometrica-es-un.html>

5.5. ACTIVIDAD 5: POLIEDROS DE MADERA

1.-INTRODUCCIÓN

En esta actividad se utilizan los poliedros de madera para trabajar la geometría en el plano y la espacial. Debido a que se considera que el experimentar, el poder analizar un elemento concreto que se puede manipular y observar minuciosamente es mucho más atractivo para los estudiantes que una explicación en pizarra o una simple visualización de imágenes, a la vez que su manipulación facilita la comprensión del mundo en 3 dimensiones al que tan difícil resulta adentrarse en un inicio.

La idea prevista es ir estudiando uno a uno, cada una de las formas poligonales y cuerpos geométricos, a través de preguntas que lanza el docente. Unas preguntas pensadas para romper con ideas preconcebidas de ciertos elementos del plano y del espacio. De tal manera que el alumno debe hallar la respuesta a través de la observación detallada del objeto que se le muestra y que puede tener entre sus manos tantas veces como lo necesite.

Es más se ha previsto un material de apoyo (tablas a completar por los estudiantes) para afianzar su conocimiento. Lo que facilita además su posterior revisión en el momento que consideren oportuno.

Una parte de la actividad va dirigida a alumnos de 1º ESO (polígonos) y la otra parte está pensada para alumnado de 2º ESO y 3º ESO de Matemáticas Aplicadas (poliedros).

Hay que destacar que en todo momento (excepto para la explicación del rombo) se va a trabajar con las figuras poliédricas de madera, es decir en todos los niveles educativos mencionados. Así las formas poligonales



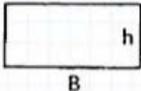
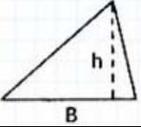
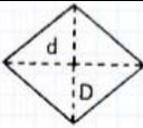
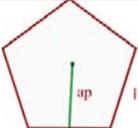
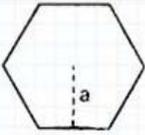
estudiadas se prevé trabajarlas a partir de una cara de un poliedro, lo que les facilitará la comprensión del mundo espacial. Es un modo de ver desde el inicio que todo está relacionado, la relación que existe entre el mundo en 2 y 3 dimensiones. **(Imagen tomada de W5.1)**

A continuación, se muestran los materiales necesarios para el desarrollo de la actividad por parte del alumnado, la metodología docente, los contenidos propuestos y las actividades complementarias diseñadas.

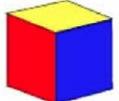
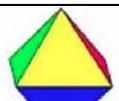
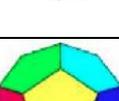
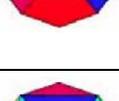
2.- MATERIAL DEL ALUMNADO

Imágenes tomadas de W5.2, W5.3, W5.4, W5.5 y W5.6

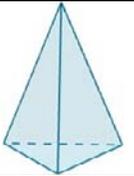
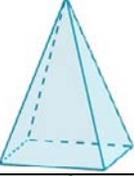
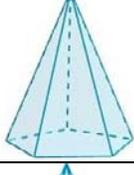
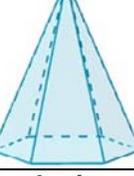
2.1.- Actividad 1º ESO

Polígono	Nombre	Lados				Ángulos				Tómate tu tiempo y razónalo	Descomposición en otros polígonos (nombre del polígono y número)	Perímetro	Área
		Número	Iguales			Número	Iguales						
			SÍ	NO	¿?		SÍ	NO	¿?				
													
									¿un cuadrado es un rectángulo?				
													
									¿un cuadrado es un rombo? ¿cualquier rombo es un cuadrado?				
													
													
Cualquier polígono regular de 5 lados o más		-----				-----				-----			
¿Qué es un polígono?													

2.2.- Actividad 2º ESO y 3º ESO Aplicadas

POLIEDROS REGULARES Sólidos platónicos	Nombre	Caras			Número de vértices (V)	Número de aristas (A)	TEOREMA EULER $C+V=A+2$ Si se cumple, poliedro CONVEXO	Área	
		Número (C)	Iguales						Polígono
			SI	NO					
									
									
									
									
									

PRISMAS Poliedros irregulares	Nombre	Caras					Número lados polígono base (1)	Número caras laterales (2)	¿Coincide n (1) y (2)?		Número de vértices (V)		Número de aristas (A)	TEOREMA EULER $C+V=A+2$ Si se cumple, poliedro CONVEXO	Área	Volumen
		Número (C)	Iguales		Polígono				SI	NO	figura entera	sólo 2 bases				
			SI	NO	Cara lateral	Base										
																
																
																
																
Cualquier prisma de 5 lados o más												-----				
¿Qué tienen en común todos los prismas?																
¿Un cubo o hexaedro es un prisma?																

PIRÁMIDES																
Poliedros irregulares	Nombre	Caras				Número lados polígono base (1)	Número caras laterales (2)	¿Coinciden (1) y (2)?		Número de vértices (V)		Número de aristas (A)	TEOREMA EULER $C+V=A+2$ Si se cumple, Poliedro CONVEXO	Área	Volumen	
		Número (C)	Iguales		Polígono			SI	NO	figura entera	sólo base					
			SI	NO	Cara lateral											Base
																
																
																
																
Cualquier prisma de 5 lados o más											-----					
¿Qué tienen en común todas las pirámides?																
¿Un tetraedro es una pirámide?																

3.- METODOLOGÍA DOCENTE

3.1.- Actividad 1º ESO

En 1º ESO la actividad consta de 2 sesiones que se realizan en el aula habitual. . Y es la siguiente:

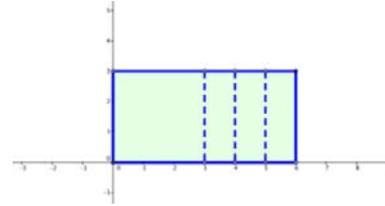
2. La primera sesión: el docente debe llevar al aula los poliedros de madera y metros sencillos de papel para medir dimensiones (como por ejemplo los de IKEA), de estos últimos tantos como parejas pueda se formar con el número de alumnos del curso. Asimismo, en la sesión anterior se les solicita a los alumnos que traigan para esta sesión un transportador de ángulos.

- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
- Se divide la clase por parejas, tratando de buscar la diversidad en cuanto a nivel de conocimiento. **Duración aproximada 5'**
- Se explica la tarea que se va a realizar. **Duración aproximada 5'**
- Se reparte a cada uno de los miembros de la pareja una tabla para completar, tal y como se muestra en el punto 2.1. Actividad 1º ESO de este trabajo. La tabla se completa a partir de las cuestiones que el docente va a preguntar para que los alumnos observen, analicen, razonen y contesten. A medida que se va hablando de los polígonos se pasan los poliedros entre los alumnos.
 - Se toma un prisma y una pirámide cuadrangular, y un cubo o hexaedro. Se les muestra el cuadrado que forma la base o una de las caras del cubo y se les pregunta:
 - ¿De qué figura se trata?
 - ¿Características de los lados (medir dimensiones) y los ángulos (medir ángulos)?
 - ¿Se puede descomponer en otros polígonos?
 - ¿Perímetro?
 - ¿Área?

- Otro cuadrilátero, se toma las figuras de diferentes prismas (los que el docente prefiera o de los que disponga). Se les muestra uno de los rectángulos que forman las caras laterales y se les pregunta:

¿De qué figura se trata?

¿Características de los lados (medir dimensiones), los ángulos (medir ángulos)?



¿Un cuadrado es un rectángulo? Sí

¿Se puede descomponer en otros polígonos?

¿Perímetro?

¿Área? Lado por lado como el cuadrado, aunque aquí los lados son diferentes dos a dos

- Se toma un prisma triangular, pirámides, el tetraedro, el octógono y el icosaedro. Se les muestra los triángulos de las bases, de una de las caras laterales y de una de las caras de los poliedros regulares mencionados respectivamente y se les pregunta:

¿De qué figura se trata?

¿Características de los lados (medir dimensiones), los ángulos (medir ángulos)?

¿En cuantos triángulos se puede descomponer un rectángulo? 2

¿Se puede descomponer en otros polígonos? No.

¿Perímetro?

¿Área? El rectángulo se puede descomponer en dos triángulos, por tanto el área del triángulo será la mitad que la del rectángulo.

Duración aproximada 35'

- Se recuerda que traigan la tabla para continuar trabajando con ella en la sesión siguiente, así como los transportadores de ángulos y se hace hincapié en que seguirán trabajando con las mismas parejas que en esta sesión, por tanto que se agrupen de esa manera al llegar. **Duración aproximada 2'**

2. La segunda sesión: el docente debe llevar al aula los poliedros de madera y un rombo de madera y los metros sencillos de papel para medir dimensiones.

- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
- El docente continua con las cuestiones para que los alumnos observen, analicen, razonen y contesten. A medida que se va hablando de los polígonos se pasan los poliedros entre los alumnos.

- Se les muestra un rombo (en este caso, se toma una pieza de madera con forma de rombo)

¿De qué figura se trata?

¿Características de los lados (medir dimensiones), los ángulos (medir ángulos)? 4 lados iguales, ángulos iguales dos a dos

¿Un cuadrado es un rombo? SI!
Con ángulos iguales de 90°.

Pero, ¿cualquier rombo es un

cuadrado? NO! Sólo es cuadrado cuando tiene los 4 ángulos iguales

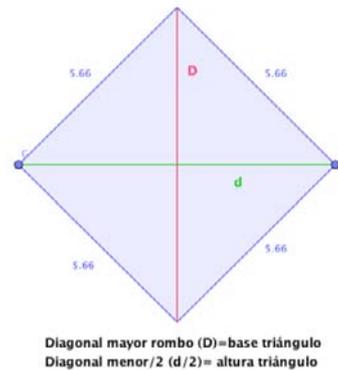
¿Se puede descomponer en otros polígonos?

¿Perímetro?

¿Área?

Nótese que el rombo se puede descomponer en dos triángulos, por tanto el área será la suma del área de esos dos triángulos. Siendo la base de cada triángulo igual a la diagonal mayor del rombo (D) y la altura de cada triángulo igual a la mitad de la diagonal menor del rombo (d/2), por tanto quedará de la siguiente manera:

$$A = 2 \times \text{área_triángulo} = 2 \times \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = 2 \times \frac{D \times (d/2)}{2} = \frac{D \times d}{2}$$



- Se toma un prisma y una pirámide pentagonal, y un dodecaedro. Se les muestra el pentágono que forma la base o una de las caras del dodecaedro y se les pregunta:

¿De qué figura se trata?

¿Características de los lados (medir dimensiones), los ángulos (medir ángulos)?

NOTÉSE: Su nombre proviene del número de lados (penta=5, polígono de 5 lados)

¿Se puede descomponer en otros polígonos? Sí, en 5 triángulos

¿Perímetro?

¿Área?

Como el pentágono se puede descomponer en 5 triángulos, el área será la suma del área de esos cinco triángulos. Siendo la base de cada triángulo igual al lado del pentágono (l) y la altura de cada triángulo igual a la apotema del pentágono (a), y sabiendo que el perímetro del pentágono (P) es 5 veces el lado del mismo, por tanto quedará de la siguiente manera:

$$A = 5 \times \text{área_triángulo} = 5 \times \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = 5 \times \frac{l \times a}{2} = \frac{P \times a}{2}$$

- Se toma un prisma y una pirámide hexagonal. Se les muestra el hexágono que forma la base y se les pregunta:

¿De qué figura se trata?

¿Características de los lados (medir dimensiones), los ángulos (medir ángulos)?

NOTÉSE: Su nombre proviene del número de lados (hexa=6, polígono de 6 lados)

¿Se puede descomponer en otros polígonos? Sí, en 6 triángulos

¿Perímetro?

¿Área?

Como el hexágono se puede descomponer en 6 triángulos, el área será la suma del área de esos seis triángulos. Siendo la base de cada triángulo igual al lado del hexágono (l) y la altura de

cada triángulo igual a la apotema del hexágono (a), y sabiendo que el perímetro del hexágono (P) es 6 veces el lado del mismo, por tanto quedará de la siguiente manera:

$$A = 6 \times \text{área_triángulo} = 6 \times \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = 6 \times \frac{l \times a}{2} = \frac{P \times a}{2}$$

- Se les indica que observen el área del pentágono y del hexágono. Se podría generalizar que para polígonos regulares de 5 lados o más:

¿Nombre del polígono?

¿Lados iguales?

¿Ángulos iguales?

¿Perímetro y área?

$$\text{PERÍMETRO: } P = N \times l$$

$$\text{ÁREA: } A = \frac{P \times a}{2}$$

N: número de lados del polígono

l: longitud del lado

a: apotema del polígono (distancia del centro del polígono al punto medio de un lado). **NÓTESE** que coincide con la altura de los triángulos que componen los polígonos regulares.

- Por tanto, ¿qué es un polígono?

Los polígonos son formas bidimensionales. Están hechos con líneas rectas, y su forma es "cerrada" (todas las líneas están conectadas).

Duración aproximada 45'

NOTA 1: El papel del profesor es el de conductor, supervisor y asesor de la tarea a realizar. De esta manera se vela porque todos los grupos vayan por el buen camino, prestando más atención a los que presenten mayores dificultades.

NOTA 2: Las sesiones y tiempos de duración son una previsión, se recomienda ajustarlos al ritmo de trabajo del alumnado. Lo realmente importante es que asimilen los conceptos y sean unas sesiones productivas.

3.1.- Actividad 2º ESO y 3º ESO Aplicadas

En 2º ESO y 3º ESO Matemáticas Aplicadas, la actividad consta de 2 sesiones que se realizan en el aula habitual. . Y es la siguiente:

1. La primera sesión: el docente debe preparar previamente los poliedros de madera, agruparlos en cuerpos de revolución y poliedros. Y los poliedros colocarlos de manera que queden por un lado los regulares (sólidos platónicos), y por otro los irregulares. A su vez estos últimos agruparlos en prismas y pirámides.

- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
- Se explica lo que se va a realizar. Diferenciación entre poliedros y no poliedros, y clasificación de los poliedros. Se colocan todos los alumnos rodeando todo el repertorio de figuras de madera, de manera que puedan acceder a ellas y cogerlas si es necesario para observarlas mejor y contestar a las siguientes preguntas del docente:
 - Señalando los conjuntos de no poliedros y poliedros se les pregunta que diferencia observan entre ambos grupos:
POLIEDROS: figuras limitada por caras planas (polígonos).
NO POLIEDROS: figuras con al menos alguna superficie curva.
Ejemplo: cono, esfera, cilindro.
 - Señalando los conjuntos de poliedros (primero los regulares y luego los irregulares), ¿qué tienen en común estos poliedros? Se les indicará que se fijen en las caras (forma poligonal)
REGULARES: Todas las caras son iguales (mismo polígono). Se les indicará que a esos 5 poliedros se les denomina también sólidos platónicos: tetraedro, cubo o hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.
IRREGULARES: No todas las caras son iguales.

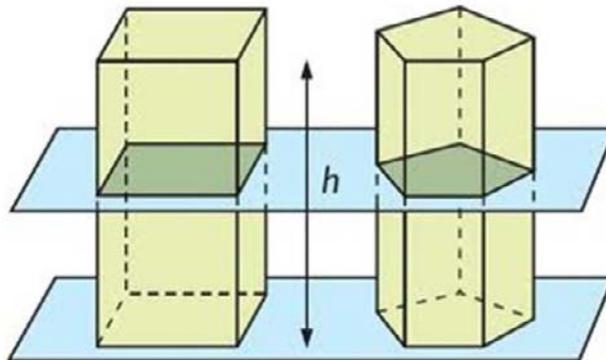
- Señalando los conjuntos de poliedros (primero prismas, luego las pirámides), ¿qué tienen en común estos poliedros? Se les indicará que se fijen en las caras (forma poligonal y el número)
PRISMAS: 2 caras iguales (bases) y el lateral, cuadriláteros (rectángulos)
PIRÁMIDES: 1 base y el resto triángulos. Cúspide.
- CONVEXO/CÓNCAVO: Si prolongamos cualquiera de las caras de estos poliedros, ¿ésta corta (atraviesa) al poliedro? NO (convexo) /SI (cóncavo)

Duración aproximada 15'

- Se divide la clase en tres grandes grupos, tratando de buscar la diversidad en cuanto a nivel de conocimiento. **Duración aproximada 5'**
 - Se facilita por grupos, un conjunto de figuras y la tabla correspondiente (poliedros regulares, poliedros irregulares prismas y poliedros irregulares pirámides) de acuerdo a las que se muestran en el punto 2.2. Actividad 2º ESO y 3º ESO Aplicadas (caras, vértices y aristas, comprobación Teorema de Euler y deducir el área, y algunas cuestiones para reflexionar). Deben completarlas con la observación de las figuras una a una. **Duración aproximada 15'**
 - Una vez finalizado el trabajo con ese conjunto de figuras, se les intercambia los conjuntos y se les facilita su correspondiente tabla. **Duración aproximada 15'**
 - Se recuerda que traigan las tablas para continuar trabajando con ellas en la sesión siguiente y se hace hincapié en que seguirán trabajando con el mismo grupo que en esta sesión, por tanto que se agrupen de esa manera al llegar. **Duración aproximada 2'**
2. La segunda sesión: el docente debe preparar previamente los poliedros de madera nuevamente, agruparlos en poliedros regulares (sólidos platónicos), poliedros irregulares prismas y poliedros irregulares pirámides. Y deja cada conjunto en la zona donde se va a sentar el

grupo correspondiente. **IMPORTANTE:** asegurarse previamente de que funciona Internet y se dispone de proyector y pantalla, en caso contrario prever otra aula y comunicarlo al alumnado previamente a esta sesión.

- Puesta a punto del alumnado. **Duración aproximada 3'**
- Se les facilita a cada grupo un conjunto diferente al que han estudiado, con su correspondiente tabla. **Duración aproximada 15'**
- Una vez finalizado el trabajo con ese conjunto de figuras, se les intercambia los conjuntos y se les facilita su correspondiente tabla. **Duración aproximada 15'**
- Habiendo analizado los tres conjuntos de figuras y completado las tablas excepto el volumen de los prismas y las pirámides:
 - Se muestra como hallar el volumen de un prisma a través de una imagen ilustrativa:



El volumen de un prisma con altura h y área de la base A_B , es:

$$V_{PRISMA} = A_B \cdot h$$

Imagen tomada de W5.7

Los alumnos deben rellenar la columna de volúmenes de los prismas, después de visualizar la imagen y observando las figuras de madera.

- se muestra la relación entre el volumen de un prisma y una pirámide
 - una imagen ilustrativa:

Esta pirámide y este prisma tienen la misma altura, h , e igual base, B .

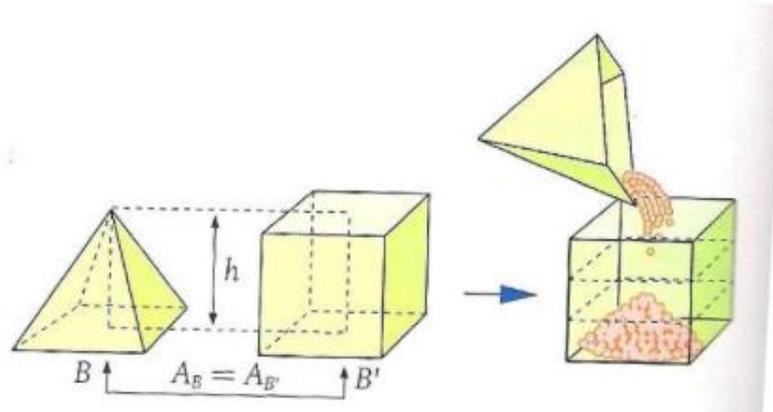


Imagen tomada de W5.7

➤ a través de un vídeo (llenado de agua): **W5.8**

El volumen de una pirámide es un tercio del volumen del prisma que tiene la misma base poligonal y la misma altura que la pirámide en cuestión.

Los alumnos deben rellenar la columna de volúmenes de las pirámides, después de visualizar el vídeo y observando las figuras de madera.

Duración aproximada 17'

NOTA 1: El papel del profesor es el de supervisor y asesor de la tarea a realizar. De esta manera se vela porque todos los grupos vayan por el buen camino, prestando más atención a los que presenten mayores dificultades.

NOTA 2: Las sesiones y tiempos de duración son una previsión, se recomienda ajustarlos al ritmo de trabajo del alumnado. Lo realmente importante es que asimilen.

4.- CONTENIDOS PROPUESTOS

En la presente actividad los contenidos propuestos abarcan la geometría del plano (polígonos) en el caso de 1º ESO y la geometría espacial (poliedros) por lo que se refiere a 2º ESO y 3º ESO Aplicadas.

En 1º ESO, la actividad en sí pretende trabajar los polígonos: concepto, características de los diferentes polígonos (cuadrado, rectángulo, triángulo, rombo, pentágono, hexágono y generalización para polígonos regulares de 5 o más lados) , perímetro y área.

Ahora bien, las actividades complementarias también proponen una introducción a la clasificación convexo/cóncavo, clasificación de triángulos, Teorema de Pitágoras y cuadriláteros: paralelogramo ,trapecio, trapezoide y romboide. Además de alguna cuestión para pensar.

En 2º ESO y 3º ESO Aplicadas, la actividad se va a trabajar:

- Poliedros (concepto, elementos característicos, regular/irregular y convexo/cóncavo)
- Poliedros regulares (cuáles son y características de los mismos, áreas)
- Poliedros irregulares (prismas y pirámides, características de los mismos, áreas y volúmenes)

Y al igual que en el otro nivel educativo, las actividades complementarias también proponen es estudio de la clasificación rectos/oblicuos y regulares/irregulares de los prismas y pirámides. Además se plantean unas cuestiones para pensar en las que intervienen los sólidos arquimedianos y cuerpos de revolución.

5.- ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Las actividades complementarias se pueden realizar en las sesiones siguientes bien para ampliar conocimientos (sólidos arquimedianos-truncamientos y antiprismas). Sin embargo, también son de gran utilidad cuando se dispone de alumnos de alto rendimiento que finalizan sus tareas antes que el resto del alumnado como elemento de motivación.

5.1.- Actividad 1º ESO

- **¿Cuál es el centro del polígono?** Es el centro de la circunferencia en la que se encuentra inscrito el polígono en cuestión.
- Polígono convexo/cóncavo
- Clasificación triángulos atendiendo a la longitud de sus lados y a sus ángulos, y Teorema de Pitágoras
- Cuadriláteros: paralelogramo ,trapecio, trapezoide y romboide.

5.2.- Actividad 2º ESO y 3º ESO Aplicadas

- Prismas y pirámides: clasificación rectos/oblicuos y regulares/irregulares
- **Mostrando los sólidos arquimedianos de material troquelado (ya que en figuras de madera no se dispone): ¿es un poliedro regular o irregular?** IRREGULAR, ya que está compuesto de polígonos diferentes.
- **¿Se puede construir un prisma y un cilindro con el mismo volumen?** Sí. Según el Principio de Cavalieri, sus alturas deben ser iguales y sus bases tener la misma área.
- **¿Y una pirámide y un cono con el mismo volumen?** Sí. Según el Principio de Cavalieri, sus alturas deben ser iguales y sus bases tener la misma área.

6.- REFERENCIAS

- **W5.1:**
http://www.manipapel.es/index.php?link=articulos&buscar=buscar_categoria&cod_categoria=509&orden=precio&offset=1
- **W5.2:**
<http://laurasebastianmatematicas.blogspot.com.es/2014/04/tema-11-geometria-del-plano.html>
- **W5.3:**
<http://www.vitutor.net/2/1/4.html>
- **W5.4:**
<http://derlyminugeometria.blogspot.com.es/2015/08/cuerpos-una-figura-geometrica-es-un.html>
- **W5.5:**
<http://www.mvblog.cl/2015/05/01/maqueteria-poliedros-y-su-construccion/?print=print>
- **W5.6:**
<http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/tipos-piramide/>
- **W5.7:**
<http://slideplayer.es/slide/1467020/>
- **W5.8:**
<https://www.youtube.com/watch?v=DIKG8tDvaT8>