

LA DIVISIÓN EN LA ESCUELA PRIMARIA

**Informe de situaciones de enseñanza realizadas con alumnos de
tercero, cuarto y quinto grado**

Universidad de Bordeaux I e IREM de Bordeaux

1985

Este cuadernillo fue realizado en el marco del I.R.E.M. de Bordeaux gracias a:

- la participación de los niños de la Escuela Jules Michelet¹ (establecimiento bajo la tutela del I.R.E.M.)

- la valiosa participación de los maestros de los maestros de tercero, cuarto y quinto grado en la organización de las observaciones.

- la colaboración estrecha entre los profesores de la Escuela Normal de la Academia² de Bordeaux y Guy Brousseau, profesor de la Universidad de Bordeaux I.

Joël Briand (PEN³ Mérignac)

Nadine Brousseau (Docente de la Escuela J. Michelet)

Marie-Françoise Gresillier (Docente de la Escuela J. Michelet)

Denise Greslard (Docente de la Escuela J. Michelet)

Marie-José Lacave-Luciani (Docente de la Escuela J. Michelet)

Pierre Teule-Sensacq (PEN Mont-de-Marsan)

Gérard Vinrich (PEN Agen)

Traducción realizada por Dilma Fregona con la colaboración de Mabel Aguilar, Córdoba, Argentina, junio de 2015.

¹ *NdT*: en el original “establecimiento experimental”. En dicho establecimiento, con el apoyo de académicos y autoridades del sistema educativo, Brousseau crea el Centre d’Observation et de Recherche pour l’Enseignement des Mathématiques, (COREM) y en 1974 se construye, con aportes del estado y en el predio del Grupo Escolar, el edificio que albergó al Centro hasta 1999. Ese edificio contaba con un salón de clases, una sala de observación, una de grabación y un espacio destinado a ordenar los documentos producidos durante las observaciones. Para una descripción más detallada, véase <http://guy-brousseau.com/le-corem/presentation/>

² *NdT*: instituciones desde las cuales se transmiten las directivas emanadas del Ministerio de Educación.

³ *NdT*: Profesor de Escuela Normal

INDICE**La división en tercer grado**

Preámbulo	p. 4
A propósito del dominio de la numeración	p. 5
Actividades	p. 6

La división en cuarto grado

Preámbulo	p. 15
Antecedentes	p. 15
Actividades	p. 19
Conclusión	p. 49

La división en quinto grado

Preámbulo	p. 50
Antecedentes	p. 50
Actividades	p. 53

Anexos

Uso de la calculadora	p. 62
Uso de una computadora	p. 63
Bibliografía	p. 65

LA DIVISIÓN EN TERCER GRADO

PREÁMBULO

La introducción a la división (euclidiana) en tercer grado se realiza generalmente al final del año escolar.

Recordemos

- el Programa de 1985:

Reconocimiento de problemas que pongan de manifiesto a la división; determinación del cociente y del resto por un método empírico de cálculo.

- las Instrucciones:

... Luego de la introducción de nociones nuevas, se coloca a los alumnos en situación de aprendizaje activo: descubren las nociones como respuestas a problemas.

Nos parece importante recordar dos principios básicos que garantizan la reproductibilidad de las actividades descriptas:

1. En el plano de la conducción de la clase: varias actividades son organizadas como juegos de comunicación. Es necesario que los alumnos tengan un cierto hábito para intercambiar informaciones, justificar sus afirmaciones para organizar “debates” que permitan la construcción de un saber que debe ser institucionalizado por el maestro.

2. En el plano de los saber-hacer: es indispensable que los alumnos tengan un cierto dominio del funcionamiento de la numeración y una práctica “correcta” de la suma, de la multiplicación y de la resta.

En este marco se podrá consultar varios fascículos del IREM de Bordeaux⁴:

- Ateliers mathématiques (1983)
- Math-C.P. (1984)
- Multiplication au C.E. (aparición a fines de 1985)
- Soustraction au C.E. (aparición a fines de 1985)

⁴ *NdT*: se desconoce si hay traducción al español de estos cuadernillos.

A PROPÓSITO DEL DOMINIO DE LA NUMERACIÓN

Un primer estudio organizado por el I.R.E.M. de Bordeaux permitió distinguir ciertas dificultades reconocidas en los niños de primer grado en los ejercicios de numeración.

- Dificultades para contar de 10 en 10 ó de 20 en 20.

- Dificultades para concebir al número como un polinomio, es decir, establecer la relación entre la escritura canónica de un número y sus diversas descomposiciones. Por ejemplo: $425 = 4 \times 100 + 2 \times 10 + 5 = 42 \times 10 + 5$

Este primer diagnóstico permitió iniciar un estudio más fino sobre los procedimientos utilizados por los niños en la resolución de problemas que ponen en juego la descomposición de números.

Aquí dos de esas situaciones:

Q_1 : Se quiere distribuir una goma de mascar a cada uno de los 245 niños de una colonia de vacaciones. Cada paquete contiene 11 gomitas de mascar. ¿Cuál es el número de paquetes que habrá que abrir?

Q_2 : Los lápices se venden en paquetes de a 10 ¿Cuántos paquetes se deben comprar para dar un lápiz a los 127 niños de una escuela?

Estos dos problemas dan cuenta desde un análisis matemático de un mismo modelo de división euclidiana, pero pueden ser resueltos por los niños de segundo o tercer grado con la ayuda de diferentes procedimientos:

- La solución a Q_2 se basa en la descomposición de 127, $127 = 12 \times 10 + 7$ y el encuadramiento entre dos múltiplos de 10, $12 \times 10 < 127 < 13 \times 10$, actividad que exige al alumno la búsqueda del “número de paquetes” de 10 en 127, tarea propia de las actividades de numeración.

- La solución a Q_1 requiere la puesta en marcha de una combinación de procedimientos aditivos, multiplicativos, sustractivos, solamente disponibles por los niños de tercer grado en la época del año (segundo cuatrimestre) en que se plantea la cuestión. Los comportamientos en situaciones análogas son el objeto de las primeras actividades de este documento.

Algunos resultados: 24 % de éxito a Q_2 , 16 % de éxito a Q_1 , 9 % de éxito a Q_1 y a Q_2 , 16 % sin respuesta a Q_1 y a Q_2 .

Al constatar el porcentaje de éxito poco elevado a la pregunta Q_2 y de la escasa diferencia con Q_1 , el estudio en detalle del cuestionario⁵ permitió confirmar las siguientes hipótesis:

- Tratamiento análogo para los números 10 y 11.

- Ausencia de estatuto particular del número 10.

- No identificación de los problemas de numeración como problemas de división.

Es importante antes de iniciar el estudio de la división euclidiana proponer a los alumnos, además de los ejercicios “clásicos” de numeración, cierto número de enunciados del tipo Q_2 con el fin de hacer funcionar simultáneamente una descomposición de un número (referencia a las decenas, centenas,...) y el sentido que tiene con respecto a la situación propuesta.

⁵ Los cuestionarios y los resultados están disponibles en el IREM de Bordeaux y el conjunto de trabajos dio lugar a la publicación de dos fascículos: Analyse des travaux sur la numération, Séminaire I.D.E.N. 1981.

LA DIVISIÓN: PRIMERA ACTIVIDAD

(Tres clases)

Intenciones pedagógicas:

Estas tres primeras clases tienen por objeto conducir a los alumnos a “determinar el cociente y el resto de una división euclidiana por un método empírico de cálculo”. Para esto, se propondrá a los alumnos situaciones de división para que las resuelvan utilizando eventualmente los procedimientos de los cuales disponen:

- procedimiento aditivo
- procedimiento multiplicativo
- procedimiento sustractivo

Material: para cada grupo de dos:

- el texto del problema a resolver,
- una hoja grande de papel y un marcador.

Situaciones de búsqueda

Situación 1 (primera clase):

Se quiere distribuir un alfajor⁶ a cada uno de los 245 niños de una colonia de vacaciones para la merienda. Cada paquete contiene 18 alfajores. ¿Cuántos paquetes hay que abrir?

Situación 2 (segunda clase):

El repostero preparó 310 bombones de chocolate. Para venderlos, quiere presentarlos en cajas de 16 bombones. Encuentra el número de cajas que deberá preparar para vender sus bombones.

Situación 3 y 4 (tercera clase):

Sit. 3: *El dueño de un comedor recibe 187 invitados. Quiere sentar 12 personas por mesa. ¿Cuántas mesas deberá colocar en el salón del restaurante?*

Sit. 4: *Carolina tiene una caja con 350 perlas, y fabrica collares de 28 perlas cada uno. ¿Cuántos collares podrá fabricar?*

Desarrollo: cada clase se desarrolla con la misma organización:

- Distribución del enunciado a cada grupo.
- Control de una buena comprensión del enunciado por parte de todos los alumnos (por ejemplo ocultando el enunciado y planteando preguntas).
- Tiempo de búsqueda y redacción de las producciones en cada grupo (40 minutos aproximadamente).

⁶ NdT: en el original *gateaux*.

- Fase de síntesis en el transcurso de la cual los alumnos van a presentar los distintos tipos de procedimientos (20 minutos aproximadamente).

Un niño va a presentar el trabajo de su grupo solo si el procedimiento utilizado está identificado como diferente de los presentados hasta ese momento.

Resultados:

1. Ejemplo de procedimiento aditivo (el usado más frecuentemente).

$$\begin{array}{r}
 18 \text{ ①} \\
 + 18 \text{ ②} \\
 \hline
 36 \\
 + 18 \text{ ③} \\
 \hline
 54 \\
 + 18 \text{ ④} \\
 \hline
 72 \\
 + 18 \text{ ⑤} \\
 \hline
 90 \\
 + 18 \text{ ⑥} \\
 \hline
 108 \\
 + 18 \text{ ⑦} \\
 \hline
 126 \\
 + 18 \text{ ⑧} \\
 \hline
 144 \\
 + 18 \text{ ⑨} \\
 \hline
 162 \\
 + 18 \text{ ⑩} \\
 \hline
 180 \\
 + 18 \text{ ⑪} \\
 \hline
 198
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 198 \\
 + 18 \text{ ⑫} \\
 \hline
 216 \\
 + 18 \text{ ⑬} \\
 \hline
 234 \\
 + 18 \text{ ⑭} \\
 \hline
 252 \\
 - 07 \\
 \hline
 245
 \end{array}$$

Hay que abrir 14 cajas de alfajores

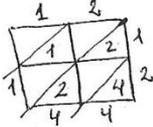
Carolina tiene una caja con 350 perlas, y fabrica collares de 28 perlas cada uno. ¿Cuántos collares podrá fabricar?

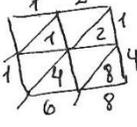
$$\begin{array}{r}
 28 \times 10 = 280 \\
 + 28 \\
 \hline
 308
 \end{array}$$

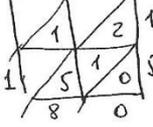
Podrá hacerle 12 collares.

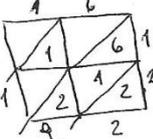
2. Ejemplo de procedimiento multiplicativo

El dueño de un comedor recibe 187 invitados. Quiere sentar 12 personas por mesa. ¿Cuántas mesas deberá colocar en el salón del restaurante?

$12 \times 12 = 144$


$12 \times 14 = 168$


$12 \times 15 = 180$


$12 \times 16 = 192$


Tiene que preparar
16 mesas.

3. Ejemplo de procedimiento sustractivo

El dueño de un comedor recibe 187 invitados. Quiere sentar 12 personas por mesa. ¿Cuántas mesas deberá colocar en el salón del restaurante?

$$\begin{array}{r} 187 \\ - 12 \\ \hline 175 \\ - 12 \\ \hline 163 \\ - 12 \\ \hline 151 \\ - 12 \\ \hline 139 \\ - 12 \\ \hline 127 \\ - 12 \\ \hline 115 \\ - 12 \\ \hline 103 \\ - 12 \\ \hline 91 \\ - 12 \\ \hline 79 \\ - 12 \\ \hline 67 \\ - 12 \\ \hline 55 \\ - 12 \\ \hline 43 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 043 \\ - 12 \\ \hline 031 \\ - 12 \\ \hline 019 \\ - 12 \\ \hline 07 \end{array}$$

Deberá preparar
16 mesas.

A modo indicativo vemos los resultados obtenidos en una clase de tercer grado de la escuela Michelet.

Histograma de respuestas correctas a las situaciones:

Situación 4	
Situación 2	
Situación 1	Situación 3

34 %

56 %

Distribución de los procedimientos utilizados para cada situación:

	Sit. 1.	Sit. 2.	Sit. 3.	Sit. 4.
Hacer cualquier cosa	13 %	9 %	9 %	9 %
Procedimiento aditivo	65 %	65 %	61 %	65 %
Procedimiento sustractivo	13 %	9 %	13 %	17 %
Procedimiento multiplicativo	9 %	17 %	17 %	9 %

Durante esta primera actividad, el maestro aunque valide los resultados correctos, no institucionalizará tal o cual procedimiento. Es necesario dar libertad a los alumnos de evolucionar en los diferentes procedimientos expuestos.

LA DIVISIÓN: SEGUNDA ACTIVIDAD

(Dos clases)

Intenciones pedagógicas: las dos clases que siguen también tienen por objeto resolver situaciones de división que, sin embargo, difieren de las precedentes. En realidad se apoyan sobre un material particularmente familiar a los niños: la cuadrícula... la que favorecerá la puesta en práctica de procedimientos multiplicativos y facilitará la justificación de los resultados (fase de validación).

Primera clase:

Material: para cada grupo de dos alumnos:

- una hoja de papel cuadriculado de 16 cuadrados de ancho, y como mínimo, 32 de largo,
- un marcador,
- tijeras.

Desarrollo: después de haber distribuido el material...

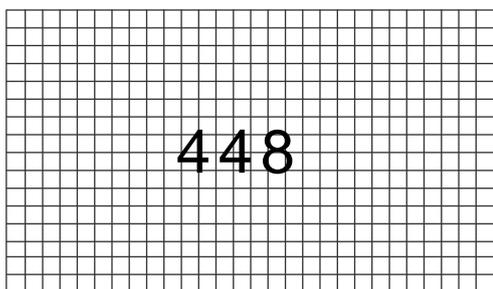
Consigna oral **Situación 5:**

“Uds. tienen una tira de 16 cuadrados de ancho. Se la quiere cortar de modo tal que se obtenga un rectángulo que siga teniendo 16 cuadrados de ancho y que no supere los 460 cuadrados en total, pero que se aproxime lo más posible.”

Los alumnos pueden escribir sobre el papel cuadriculado. El maestro debe exigir la escritura del largo del rectángulo que más se aproxima a los 460 cuadrados.

Algunos trabajos de los alumnos:

- Procedimiento aditivo en paquetes de 2 x 16



$$\begin{array}{r} 32 \\ + 32 \\ + 32 \\ + 32 \\ + 32 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ + 32 \\ \hline 192 \\ + 32 \\ \hline 224 \\ + 32 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ + 32 \\ \hline 288 \\ + 32 \\ \hline 320 \\ + 32 \\ \hline 352 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 352 \\ + 32 \\ \hline 384 \\ + 32 \\ \hline 416 \end{array}$$

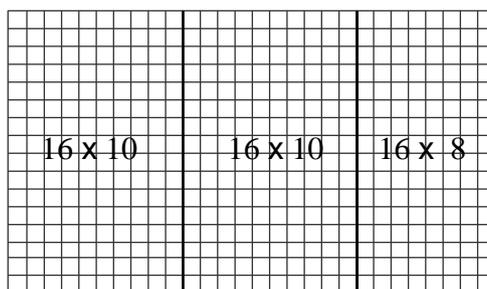
$$\begin{array}{r} 416 \\ + 16 \\ \hline 432 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 432 \\ + 16 \\ \hline 448 \end{array}$$

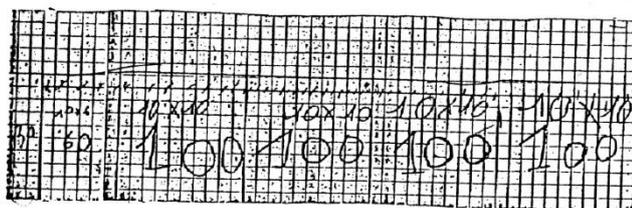
Después de haber intentado $448 + 16$, los alumnos tacharon la suma. (No se ve aparecer en este trabajo el número 28, longitud de la tira).

- Procedimiento aditivo en paquetes de 10 x 16

$$\begin{array}{r} 160 \\ + 160 \\ + 168 \\ \hline 448 \end{array}$$



- Ejemplo de error. Los alumnos “olvidan” que el rectángulo debe tener 16 cuadrados de ancho.



$$\begin{array}{r} 100 \\ + 100 \\ + 100 \\ + 100 \\ \hline 400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \times 10 = 30 \\ 2 \times 10 = 20 \\ 10 \\ + 0 \\ \hline 10 \end{array}$$

Segunda clase:

Se trata de afinar los métodos de cálculo proponiendo un número de cuadrados (“dividendo”) mucho más grande y suprimiendo, por supuesto, el soporte material de la cuadrícula.

Material: no hay cuadrícula pero durante la consigna oral se podrá hacer un dibujo en el pizarrón para concretizar lo que se está buscando.

Los alumnos, en grupos de a dos, disponen de una hoja grande y un marcador.

Desarrollo: después de recordar brevemente lo que se hizo el día anterior...

Consigna oral **Situación 6:**

“Hoy vamos a buscar la longitud de una tira que tiene también 16 cuadrados de ancho, pero quisiera acercarme lo más posible a 3300 cuadrados. No les doy tira porque no tengo una suficientemente grande, pero ustedes van a prever dónde es necesario que yo corte”.

Durante el trabajo, el maestro interviene en los grupos que habrán olvidado la consigna y el objetivo del trabajo (saber dónde se debe cortar a lo largo).

Algunos trabajos de los alumnos:

- Procedimiento multiplicativo

Los intentos: 16 x 35

16 x 95

16 x 124

16 x 174

16 x 195

16 x 225

16 x 206

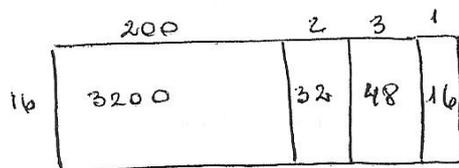
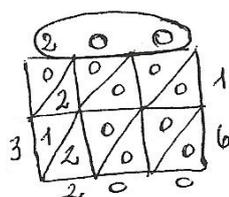
$16 \times 35 = 560$
 $95 \times 16 = 1520$
 $16 \times 124 = 1984$
 $16 \times 174 = 2784$
 $195 \times 16 = 3120$

3302

Controlan con $3296 + 16$. (Error en la suma.)

- Procedimiento aditivo por paquetes

$16 \times (2) = 32$
 $16 \times (3) = 48$
 $16 \times (1) = 16$



Esquematación de la cuadrícula

Aproximadamente quince minutos antes de finalizar la clase, se exponen algunos ejemplares del trabajo realizado. Los alumnos son conducidos a observar los métodos que han sido los más económicos y los más rápidos.

LA DIVISIÓN: TERCERA ACTIVIDAD

(Tres clases)

Intenciones pedagógicas: las tres clases que siguen van a permitir a los alumnos prever el resultado de una “división” estimando el orden de magnitud del cociente.

Esta previsión será acompañada de una justificación y seguida de una verificación.

Material: para cada grupo de dos (en las dos primeras clases) o para cada niño (tercera clase):

- El texto del problema por resolver,
- Una hoja blanca y un marcador.

Textos de los problemas:

Situación 7 (primera clase):

Tengo 2500 caramelos para repartir entre 23 niños. ¿Puedes prever cuántos va a recibir cada niño? Rodea el número que te parezca más conveniente y explica por qué lo elegiste.

15 - 75 - 95 - 108 - 305

Situación 8 (segunda clase):

Se acomodan 18 alfajores en un paquete. ¿Cuántos paquetes se pueden llenar con 1840 alfajores?

Prevé tu respuesta, rodea el número que corresponda y explica por qué lo elegiste.

85 - 100 - 102 - 250 - 272

Situación 9 (tercera clase):

Uds. tienen una tira de 15 cuadrados de ancho. Se quiere cortar de modo tal que se obtenga un rectángulo del mismo ancho y que no supere los 78 cuadrados pero que se aproxime lo más posible. ¿Cuántos cuadrados tendrá de largo?

10 - 5 - 73 - 83 - 15

Rodea la respuesta que te parece correcta, y verifica.

Desarrollo: las dos primeras clases se desarrollan según la misma organización:

- Distribución del enunciado a cada grupo de dos alumnos.
- Control de una buena comprensión del enunciado por todos los alumnos.
- Tiempo de búsqueda y producción (aproximadamente 10 minutos).

Es necesario exigir durante esta fase de búsqueda que los alumnos, después de haber rodeado el número previsto, redacten las razones de su elección. (Por ejemplo, explicaciones de tipo cálculo mental, por ejemplo.)

- Fase colectiva de puesta en común. Se hace el inventario de los distintos números elegidos en la anticipación, y luego los alumnos explican en cada caso a sus compañeros las razones de sus elecciones.

- Fase de verificación (se vuelve al trabajo en grupos). Se verifica efectuando los cálculos si la anticipación ha sido bien hecha.

La tercera clase se desarrolla individualmente a partir de la situación 9. La recolección de los resultados es el medio para que del maestro puntualice los conocimientos de cada alumno.

Resultados: presentamos solamente los resultados de la situación 7. En realidad, las observaciones que se pueden formular sobre las situaciones 8 y 9 son del mismo tipo.

- 60 % de los alumnos prevé la respuesta correcta: 108.
- Los otros alumnos no responden, o eligen otra respuesta entre 75 - 95 - 305 (la respuesta 15 no aparece).
- 65 % de los alumnos valida su anticipación utilizando una estructura correcta (x 23). (Algunos niños tienen una anticipación correcta que no saben validar).

LA DIVISIÓN: CUARTA ACTIVIDAD

Las siguientes situaciones propuestas permiten mejorar la presentación y ubicar el “número que se busca” (el cociente). Este cociente puede ser, según los casos, el número por defecto o por exceso. (Estas son solamente proposiciones que cada maestro puede libremente adaptar en su clase).

Situación A:

Tengo en la caja 948 cubos. Quiero repartirlos entre cuatro chicos. ¿Cuántos cubos tendrá cada niño?

Situación B:

La bibliotecaria ordena los libros durante el verano. Contó 987 libros. Los acomoda en cajas. Cada caja contiene 25 libros. ¿Cuántas cajas debe preparar?

Situación C:

En una fábrica de galletitas se deben embalar las galletitas en paquetes de 24. ¿Cuántos papeles de embalaje se necesitan para 6195 galletitas?

Situación D:

En la cantina de una fábrica 1347 obreros vienen a comer. Se instalan en mesas de a 9. ¿Cuántas mesas se deben preparar?

Situación E:

En un criadero, las gallinas han puesto 6870 huevos. Los empleados los embalan en cajas de 12. ¿Cuántas cajas podrán vender?

Situación F:

Emilio quiere ordenar su colección de estampillas. Tiene 2467 estampillas. Compra un álbum. En cada página puede pegar 14. ¿Cuántas páginas va a usar?

Situación G:

Se tiene una tira de papel de 27 cuadrados de ancho. Se la quiere cortar para obtener una del mismo ancho que no supere los 1176 cuadrados, pero que se aproxime lo más posible. ¿Cuántos cuadrados tendrá de largo?

A modo indicativo, aquí los resultados obtenidos en el mes de junio por dieciocho alumnos de tercer grado a las situaciones A, B, C, D, E, F y G.

2 → resultado correcto

0 → sin respuesta

1 → error (es)

A → alumno ausente.

	A	B	C	D	E	F	G	
BAN	2	1	1	1	1	1	1	FGDE: resta 1 a 1, no termina
CAN	1	2	1	1	1	0	1	B: ayuda del maestro, EC: incompleto, G: errores de cálculo en las restas,
COH	2	2	2	2	1	2	2	E: error en el conteo final
CRL	1	2	0	1	2	2	1	D: error en la cuenta final, G: no termina
DAZ	2	1	2	1	1	A	A	B: incompleto (encuadramiento por multiplicación), D: error en una resta ⁷ , E: sin terminar,
MAM	A	2	A	2	1	1	2	F: error de cálculo en una resta
MOZ	2	2	1	2	1	2	1	E: error de cálculo en el conteo final G: procedimiento por encuadramiento con ayuda de multiplicación,
PAS	2	1	1	1	1	1	1	B: error de cálculo, C: resta cualquier cosa
PEB	2	2	2	2	2	2	2	
OBO	1	1	1	0	1	1	1	B: incompleto, C: resta cualquier cosa, EF: resta 1 a 1, no llega al final
PIC	1	2	2	2	2	1	2	E: cálculo correcto pero no termina F: error en una resta (ver nota anterior),
RAD	2	1	1	1	0	1	1	B: confunde cociente y dividendo, D: resta números al azar
RIS	1	1	1	1	1	1	1	FG: no comprende el sentido de lo que hace
ROI	2	0	1	1	1	2	0	C: incompleto, quita de a 24 E: errores en los ceros (100 deviene 1000), D: demasiado largo: quita de a 90,
SEC	1	2	1	1	1	1	2	A: procedimiento por encuadramiento de mult. DE: cálculos al azar, F: incompleto,
VEC	1	1	1	A	A	1	1	A: intenta por encuadramiento de mult. C: confunde número de paquetes y número de galletitas
VIC	1	1	0	2	2	1	2	F: buen desarrollo, pero respuesta falsa
WIM	1	1	1	1	1	1	1	BFDC: pierde de vista el objetivo, resta cualquier cosa
	47%	45%	24%	35%	24%	29%	35%	

⁷ *NdT*: en el original “erreur de retenue”, es decir, cuando una cifra del sustraendo es mayor que la correspondiente en el minuendo.

LA DIVISIÓN EN CUARTO GRADO

PREÁMBULO

La construcción de la división euclidiana, cualquiera sea el número de cifras del dividendo, del divisor, del cociente, se efectúa en un número relativamente reducido de secuencias. Se reparten del siguiente modo:

- Un primer período de tres semanas en cuyo final los niños disponen de un procedimiento que les permita efectuar cualquier división euclidiana.

- Un segundo período que se extiende sobre el resto del año escolar, menos denso, que será la ocasión de utilizar ese procedimiento en situaciones problemas, de perfeccionarlo a fin de llegar a la división en su uso y presentación definitiva.

Queremos llamar la atención del lector sobre dos aspectos que nos parecen importantes. Las secuencias tales como las concebimos, suponen:

1º) que los alumnos tengan una cierta práctica del debate contradictorio y argumentado ante las actividades matemáticas.

- Varias lecciones están en efecto basadas en el principio de intercambio de información entre alumnos o grupos de alumnos.

- Si el alumno está habituado a resolver ejercicios en el único marco de ejercicios de aplicación, estará sorprendido ante un problema que no supone una respuesta inmediata. Esta ruptura de hábitos, si bien es deseable en el transcurso de las clases de matemática sería un estorbo si coincide con el inicio de las lecciones de este cuadernillo.

2º) Que los niños tengan una práctica las operaciones suma, resta y multiplicación que no se limite solamente a un único procedimiento de cálculo.

Por ejemplo, saber utilizar el orden de magnitud previsible de un resultado como medio de auto control, tener una idea clara de la relación entre la suma y la multiplicación, utilizar las escrituras horizontales nos parece que son requisitos indispensables.

Por eso iniciamos esta sección con una revisión rápida de las actividades llevadas a cabo en el transcurso del primer trimestre en cuarto grado.

LOS ANTECEDENTES

Llamamos la atención del lector sobre temas que corren el riesgo de ser descuidados durante el inicio del año lectivo y que son indispensables para construir posteriormente la división.

Con respecto a la numeración:

En cuarto grado los niños pueden no dominar bien la estructura de la escritura de un número. Toda actividad que permita este dominio es necesaria. Esto puede ser el objeto de secuencias de clases pero también de actividades más informales en los talleres.

Algunos ejemplos:

* Juego “La cuenta está bien”

Dada esta lista de números:

100 5 3 25 50 15 10 7 80 18

Eligiendo números de esta lista (cada número una sola vez) ¿cómo puedes encontrar a través de suma los siguientes números?

238 135 207 196

Respuesta:

$$238 = 100 + 80 + 50 + 5 + 3$$

$$135 = 100 + 25 + 10$$

$$207 = 100 + 80 + 15 + 5 + 7$$

$$196 = 80 + 50 + 25 + 15 + 8 + 5 + 3$$

Encontrarán una serie de actividades en los cuadernos “ateliers mathématiques” publicados por el IREM de Bordeaux⁸.

- Mirada sobre otras numeraciones en relación con el descubrimiento

Gracias a las codificaciones y decodificaciones los niños tienen otra percepción de las escrituras numéricas. Existen numerosos trabajos de ese tipo en los manuales escolares.

- Trabajo sobre escrituras horizontales que a menudo son una escritura funcional para plantear un problema

Ejemplo: aquí un enunciado de una situación-problema:

Tengo dos billetes de 100 francos. Tengo que comprar 25 lapiceras a 13,4 francos y 25 cuadernos a 5 francos. ¿Tengo suficiente dinero?

El problema puede ser analizado como sigue:

Comparar 2×100 y $(25 \times 13) + (25 \times 5)$, o bien

2×100 y $25 \times (13 + 5)$

Tales escrituras horizontales deben devenir procedimientos económicos que los niños utilizarán para resolver su problema.

- Dominio de la descomposición de números en potencias de diez

Sin caer en el ritual pedagógico del tipo siguiente:

Ejemplo: $3475 = 3 \times 1000 + 4 \times 100 + 7 \times 10 + 5$

Completa: $5752 = \bullet \times 1000 + \bullet \times 100 + \bullet \times 10 + \bullet$

$2345 = \bullet \times 1000 + \bullet \times 100 + \bullet \times 10 + \bullet$

que hace que el alumno pueda resolver bien el ejercicio sin tener que entender lo que el ejercicio quiere controlar (es suficiente poner sobre los puntos el número de la izquierda) se puede retomar ejercicios para completar variando la presentación:

Completa: $2345 = \bullet \times 100 + \bullet \times 1000 + \bullet \times 10 + \bullet$

y aceptando, por qué no, respuestas como:

$2345 = 23 \times 100 + 0 \times 1000 + 4 \times 10 + 5$

- Actividades más informales con escrituras horizontales

Ejemplo: se sabe que $15 \times 6 = 90$ y que $15 \times 2 = 30$. Calcular 15×4 .

⁸ *NdT*: no sabemos si existe traducción al español de esos cuadernillos “talleres matemáticos”.

En esta actividad no se trata de instituir reglas, ni de querer a cualquier precio dar los nombres de las propiedades sino solamente de escribir lo que el niño practica espontáneamente en el cálculo mental.

Con respecto a las prácticas operatorias:

A menudo pocos alumnos son capaces de pasar fácilmente de la escritura $87+87+87+87+87+87+87+87+87+87+87$

a la escritura 87×11 y entonces $870 + 87$ es decir 957.

Los alumnos no solamente deben hacer sumas, restas, multiplicaciones, sino también comprender las relaciones que existen entre estas operaciones. La construcción de la división necesita la comprensión de esas relaciones.

No detallaremos las actividades que podrían ilustrar estos propósitos que conciernen las prácticas operatorias a fin de que el tema principal de esta sección sea “la división en cuarto grado”.

CRONOLOGÍA EN CUARTO GRADO

Las secuencias de clases que están descritas en esta sección se distribuyen sobre el segundo y tercer trimestre del cuarto grado⁹⁹⁹. Damos un ejemplo del calendario seguido, a fin de que el lector pueda situar, en el tiempo, la densidad de las secuencias concernientes a este tema.

	E	F	M	A	M	J
1						
2		6 ^a	16 ^a		26 ^a	
3						
4			17 ^a			
5		7 ^a	18 ^a			
6						
7						
8			19 ^a			
9		8 ^a	20 ^a			
10						
11			21 ^a		27 ^a	
12			22 ^a		28 ^a	
13						
14	1 ^a	9 ^a	23 ^a			
15	2 ^a	10 ^a	24 ^a			
16	3 ^{aa}					
17	4 ^a					
18						
19						
20						
21						
22						
23				25 ^a		
24		11 ^a				
25		12 ^a				
26	5 ^a	13 ^a				
27		14 ^a				
28						
29		15 ^a			29 ^a	
30					30 ^a	
31						

⁹⁹⁹ NdT: el año lectivo comienza en setiembre, conservamos las iniciales de los meses correspondientes al segundo y tercer trimestre, para no interferir con la distribución en relación a los días de clases (en febrero están las vacaciones de invierno, luego las de Pascuas, etc.).

HACIA LA DIVISIÓN. PRIMERA CLASE

En esta primera clase proponemos a los alumnos una situación problema de división. Los niños que no hayan abordado esta operación este año, van a tratar esta situación como una situación de búsqueda. Pensamos que van a invertir las nociones revisadas durante el primer trimestre.

Material: • Durante el mes que precede a esta lección, los alumnos han aportado embalajes para huevos de formas diferentes (preparados para 6, 12, 24, etc.).

• Cada grupo dispone de una hoja grande de papel (70 x 50) y un marcador. Este material permite, en la fase de corrección, exponer rápidamente los trabajos y evita a los niños re-escribir sus respuestas.

Situación de búsqueda:

Texto del problema

Un criador de aves vende huevos, cada semana, en un supermercado. Esta semana, dispone de 369 huevos. Imagina como los puede despachar.

El problema está escrito en el pizarrón y es leído colectivamente. El material que habían llevado los alumnos durante el mes precedente está en la clase. Se trata de cajas para 24 huevos.

1º) Primera parte de la actividad (10 minutos)

a) **Consigna** oral: “*Lean este texto. Si hay palabras que no entienden, las explicaremos entre todos cuando lo hayan leído.*”

El objetivo de esta primera parte es: asegurar la comprensión de la situación, y ponerse de acuerdo sobre la manera de despachar los huevos.

b) **Desarrollo:** los alumnos leen el texto:

Pregunta: ¿qué quiere decir “despachar”?

Respuesta: Quiere decir “enviar”.

Pregunta: ¿Quién pone los huevos?

Respuesta: Gallinas, patas, codornices, etc.

El maestro: “¿*Quién puede decir de qué trata este texto?*”

Comentario: cada vez que se plantea un problema a los niños, dejamos 10 minutos de discusión donde, a veces, se supera ampliamente el simple enunciado propuesto.

Los alumnos observan esas cajas, se preguntan si sobre los bordes se podrían ubicar algunos huevos más. Para las cajas de 24, los niños cuentan las líneas y las columnas, 6 x 4 es 24.

El maestro: “*Vamos a utilizar simplemente cajas de 24.*”

2º) Segunda parte de la actividad (25 minutos)

El maestro organiza, por sorteo, cinco grupos de alumnos. Uno de esos grupos tendrá la tarea particular de realizar efectivamente, con el material, el embalaje de los huevos.

a) **Consigna** oral: *“Van a trabajar en grupos: un grupo de cuatro alumnos va a embalar los huevos y contará las cajas. Al final, si una caja no está completamente llena, nos avisan. Los otros cuatro grupos: van a prever, a través del cálculo, los resultados del primer grupo. Los alumnos a quienes les tocó la letra “B” son los que embalan.”*

Observaciones: - Es esencial que los niños de los grupos de cálculo tengan bien en claro que lo que resuelven es el mismo problema que el grupo de los que embalan.

- Sin embargo, el maestro sabrá que los que embalan producirán un resultado que no será obtenido por procedimientos comparables a los de los grupos de cálculo porque el tipo de tarea no es el mismo.

- En cada grupo, todos los niños deberán estar de acuerdo con lo que será escrito en la hoja. Para esto, durante la tercera fase (corrección) el maestro decide al azar qué niño pasa a exponer el trabajo del grupo.

- No se da una consigna sobre la disposición de los cálculos.

b) **Desarrollo**, balance:

(1) El grupo de los que embalan termina su trabajo en 10 minutos (ver las ilustraciones en la página siguiente).

(2) Con respecto a los otros grupos:

Un grupo hace 15 restas.

Tres grupos hicieron multiplicaciones para aproximarse a 369.

Algunos alumnos tienen dificultades para concluir. Son los que llegan difícilmente a relacionar su actividad numérica con el problema planteado. Para esos, será necesario el trabajo realizado por el grupo de los que embalan.

3º) Tercera parte de la actividad (20 minutos)

(1) Se trata de confrontar los resultados de los grupos que han calculado con los del grupo que hizo el embalaje.

(2) En un primer momento la maestra pide los resultados sin preocuparse por los métodos.

(3) Después de haber terminado con los resultados, cada grupo explicará su método.

a) **Consigna** oral: *“El grupo de los que embalan nos dirá lo que hizo.”*

Luego, más tarde: *“¿Cada grupo está de acuerdo con el resultado?”*

Luego: *“Un representante de cada grupo va al pizarrón para dar el resultado y explicar el método seguido.”*

Observación: es importante que los comentarios hechos a partir de los trabajos de los grupos traten los métodos empleados. Por eso pediremos primero los resultados. El niño que pasa al pizarrón sabe que no está allí para dar un resultado.

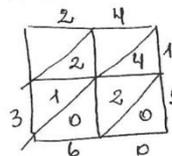
Restas sucesivas

Multiplicación (encuadre del número de huevos)

$$\begin{array}{r}
 369 \\
 - 24 \rightarrow 1 \\
 \hline
 345 \\
 - 24 \rightarrow 2 \\
 \hline
 321 \\
 - 24 \\
 \hline
 297 \\
 - 24 \rightarrow 4 \\
 \hline
 273 \\
 - 24 \rightarrow 5 \\
 \hline
 259 \\
 - 24 \rightarrow 6 \\
 \hline
 235 \\
 - 24 \rightarrow 7 \\
 \hline
 211 \\
 - 24 \rightarrow 8 \\
 \hline
 187 \\
 - 24 \rightarrow 9 \\
 \hline
 163 \\
 - 24 \rightarrow 10 \\
 \hline
 139 \\
 - 24 \rightarrow 11 \\
 \hline
 115 \\
 - 24 \rightarrow 12 \\
 \hline
 91
 \end{array}$$

Enciende 15 cajas
 y sobran
 9 huevos.

$$\begin{aligned}
 24 \times 10 &= 240 \\
 24 \times 20 &= 480 \\
 24 \times 15 &= 360
 \end{aligned}$$



Puede embalar
con 15 cajas y
sobran 9 huevos.

Resultado escrito por los “que embalan”

$$369 = (15 \times 24) + (1 \times 9)$$

Puede embalar 15 cajas de 24 huevos + una caja de 9 huevos

b) **Desarrollo:** El grupo que trabajó con restas sucesivas provocó sorpresa.

La maestra plantea algunas preguntas: ¿Cuáles son los métodos que les parecen “un poco al azar”? ¿Cuáles son los métodos que les parecen “menos al azar”? ¿Cuáles son los métodos que les parecen seguros? ¿Cuáles son los métodos que se podrían acortar? ¿Cuáles son los métodos difíciles de acortar?

Los niños hacen comentarios sobre los métodos y ya son capaces de aportar juicios argumentados. Por ejemplo: “Las restas es largo, pero se está seguro de llegar, si uno no se equivoca”. “Las multiplicaciones, puede ser corto, pero es al azar”. “Las restas se pueden acortar.”

Observación: esta tercera parte es más que una fase de corrección. Es por esto que, si la sesión duró más de lo previsto, es mejor dejar esta tercera parte para más tarde (a la vuelta del recreo) a fin de que los niños estén disponibles.

HACIA LA DIVISIÓN. SEGUNDA CLASE

Los alumnos van a reconocer en esta clase una situación que se parece a la de la primera clase. Además de la búsqueda del resultado, esperamos ver aparecer observaciones sobre los procedimientos de cálculo.

Material: • Varias hojas que tengan 2422 cuadrados pero que no tengan 23 cuadrados de lado,

- Una hoja grande para pegar las filas de 23 cuadrados,
- Varias tijeras, cinta adhesiva, hojas grandes de papel blanco y marcadores, imanes.

Situación de búsqueda:

Un colocador de baldosas dispone de 2422 baldosas. Debe colocarlas sobre un muro en filas de 23 baldosas. ¿Cuántas filas completas podrá hacer con las 2422 baldosas?

El texto está escrito en el pizarrón (oculto).

1º) Primera parte de la actividad (5 minutos)

El objetivo de esta primera parte es explicitar la situación de búsqueda.

a) Desarrollo: - La maestra muestra las hojas (ver el material) a toda la clase y pide a los alumnos que estimen el número de cuadrados que tienen en las hojas. Hemos obtenido: 350, 160, 3200, 2720, 3500, 950...

- Luego la maestra da el número exacto: 2422 y explica que esa es la cantidad de baldosas que el obrero tiene que colocar sobre un muro en filas de 23.

- Se muestra el texto de la situación escrito en el pizarrón, y se lee.

Consigna oral: “*Lean este texto en silencio. Si no comprenden algo, lo dicen después de que todo el mundo lo haya leído*”.

Un niño pasa al pizarrón y simula con un dibujo cómo serán colocadas las baldosas con el fin de que todos los niños estén de acuerdo sobre lo que es una fila.

23 b	1 fila
23 b	1 fila
23 b	1 fila
	.
	.

2º) Segunda parte de la actividad (40 minutos)

Un grupo de cinco niños va a realizar la colocación de las 2422 baldosas en filas de 23 mientras que los otros cuatro grupos van a prever a través de cálculos el número de filas realizadas por los colocadores con las 2422 baldosas.

a) **Consigna** oral: “- *Van a trabajar en equipos: cuatro equipos. Les voy a asignar una letra a cada uno de los miembros del equipo.*

- *Todos los que tengan la letra B, por ejemplo, se van a reunir, son los colocadores. Van a representar el muro embaldosado, recortando y pegando las 2422 baldosas colocadas en filas de 23 baldosas. Darán el número de filas completas que hayan podido hacer.*

- *Los cuatro grupos van a prever, a través del cálculo, cuántas filas encontraron el grupo de los colocadores.*

- *Todos los miembros de un grupo deben ponerse de acuerdo antes de escribir los cálculos en las hojas grandes.*”

b) **Desarrollo:** la maestra da la consigna asegurándose que el contrato sea bien claro. Hará repetir a un niño cuál es el trabajo de cada equipo.

Es importante que los niños sepan bien que los “colocadores” y los “calculadores” buscan la misma cosa.

Distribución del material: una hoja blanca grande y un marcador por equipo (el número del equipo se escribe allí inmediatamente). Las hojas cuadriculadas, tijeras, cinta adhesiva, marcadores, una hoja grande blanca, al grupo de colocadores.

Comienzo del trabajo: los “colocadores”, rápidamente, recortan las filas de 23 cuadrados, los pegan y cuentan agrupándolos de a 20 ($20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 5$). Cada niño verifica el conteo. Luego escriben la frase-respuesta y la verificación “el colocador hizo 105 filas de 23 baldosas. Le sobran 7 baldosas.

$$23 \times 105 = 2415 \qquad 2415 + 7 = 2422 \text{ “}$$

* El equipo 1 comienza por $19 \times 23 = 437$

Luego, por sumas a completar se dan cuenta que les faltan 1985 baldosas para colocar ($437 + \dots = 2422$).

Por encuadramientos sucesivos llegan a $23 \times 86 = 1978$. Se les presentan dificultades para ordenar los razonamientos. Escriben:

$$1978 + 437 = 2415$$

$$86 f + 19 f = 105 f \qquad 2415 + \dots 7 = 2422, \text{ sobran 7 baldosas}$$

* El equipo 2 intenta recordar lo que habían hecho la última vez pero dicen: “hay que hacerlo más grande”. Comienzan por $23 \times 100 = 2300$

Luego, en seis tanteos, llegan a $23 \times 105 = 2415$ Terminan rápidamente el trabajo. (ver el trabajo de los niños en la página 24).

* El equipo 3, después de haber escrito 23×23 hace sumas reiteradas mientras que antes no habían usado ni visto este método. (Ver el trabajo de los niños en la p. 25).

* En el equipo 4, los integrantes no se ponen de acuerdo. Perdieron de vista lo que había que calcular y buscan 23×2422 . Necesitarán unos 30 minutos para plantear una multiplicación a completar y concluir: “esto no funciona”. La maestra los ayuda a poner un poco de orden en sus cálculos, y luego de un largo tiempo, llegarán al resultado utilizando notablemente el mismo método que el del equipo 1.

3°) Tercera parte de la actividad

- Se trata de confrontar los resultados de los grupos que han calculado con los del grupo que puso las baldosas.

- Se podrá hacer notar que un método es más rápido o más seguro que otro, pero se evitará decir cuál es el mejor y pedirles que lo apliquen. La pluralidad de estrategias es aceptada, solo la experiencia conducirá a abandonar las peores.

a) **Consigna oral:** (1) *El equipo de los “colocadores” viene a exponer su trabajo y a informar el resultado encontrado.* (2) *Un representante de cada grupo (letra D) viene a exponer y comentar los cálculos efectuados y el resultado obtenido.*

b) **Desarrollo.** Observación: tener siempre presente que el objetivo no es explicar en detalle sino interrogarse constantemente sobre la seguridad, la fiabilidad de la solución.

El grupo de los colocadores pasa a exponer su trabajo y explica rápidamente su resultado.

- El equipo 1: resultado exacto. Se concluye con ellos que el método utilizado es un poco complicado.

- El equipo 2: explican por qué han elegido partir de $23 \times 100 = 2300$. “¡Es para aproximarse lo más posible a 2400, observan que hubieran podido ir más rápido!”.

- El equipo 3: explicitan rápidamente su método sin detalles. La maestra pregunta; *¿Por qué llegaron a un resultado falso?* Los alumnos observan que hay demasiadas operaciones y entonces mucho riesgo de errores. La maestra pregunta si *no sería posible acortar los cálculos*. Un niño del equipo 3 observa que ellos ya hicieron 23×2 , 23×6 para acortar y que se habían dado cuenta que 23×100 hubiera sido más rápido ¡pero que no habían querido recomenzar!

Trabajo del equipo 2:

$$\begin{aligned}
 23 \times 100 &= 2300 \\
 23 \times 150 &= 3220 \\
 23 \times 110 &= 2530 \\
 23 \times 108 &= 2484 \\
 23 \times 104 &= 2392 \\
 23 \times 106 &= 2300 + 238 = 2438 \\
 23 \times 105 &= 2300 + 115 = 2415 \\
 \text{Hay 105 filas de 23 baldosas} \\
 \text{Sóbran 57 baldosas}
 \end{aligned}$$

Trabajo del equipo 3: resultado falso, método correcto, el error ha sido analizado.

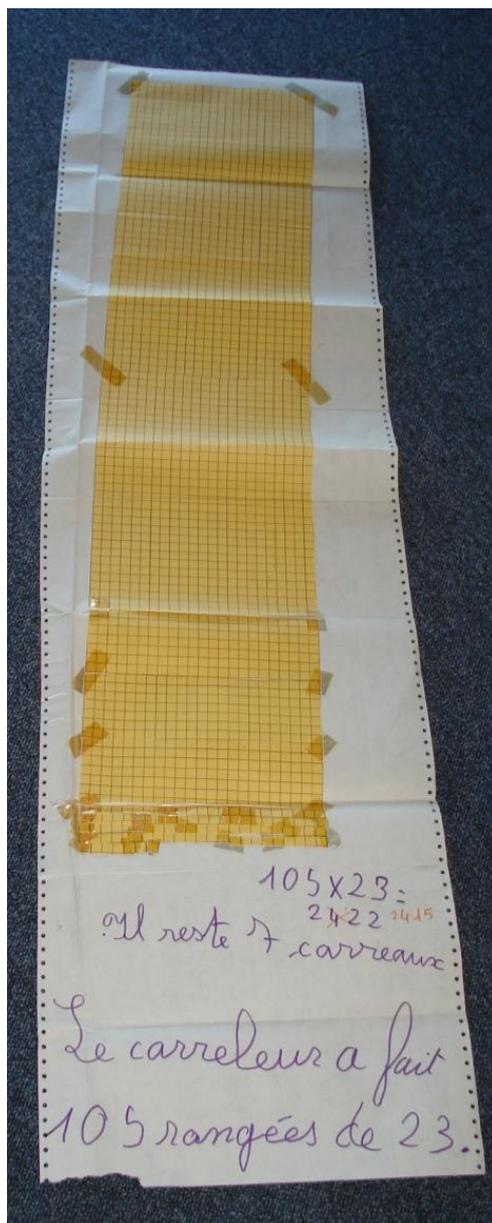
$23 \times 23 = 759$
 $2 \times 23 = 66 + 23$
 $3 \times 23 = 89$
 ~~$4 \times 23 = 118$~~
 $6 \times 23 = 178$

24
 25
 35
 4
 6
 79
 44
 8

El colocador
 hará 79 filas
 completas y
 le quedan
 15 baldosas

$23 \times 23 = 759$
 $2 \times 23 = 66 + 23$
 $3 \times 23 = 89$
 ~~$4 \times 23 = 118$~~
 $6 \times 23 = 178$
 $8 \times 23 = 205$
 $10 \times 23 = 230$
 $12 \times 23 = 276$
 $14 \times 23 = 322$
 $16 \times 23 = 368$
 $18 \times 23 = 414$
 $20 \times 23 = 460$
 $21 \times 23 = 483$
 $23 \times 23 = 529$
 $23 \times 23 = 529$
 $23 \times 23 = 529$

Producción del grupo de los colocadores (los cuadrados tienen en realidad 1 cm de lado).



UJI, CRDM, CM1, año 83-84.Caja 186.¹⁰

BALANCE DE LA PRIMERA Y SEGUNDA CLASE

Comentarios: en las dos primeras clases, vimos frecuentemente que los niños utilizan la multiplicación para resolver este problema. De allí que aparecen dos tipos de comportamientos:

- (1) Los alumnos que hacen $24 \times 10 = 240$, luego $24 \times 16 = 384$ y también 24×15 .

¹⁰ *NdT*: La imagen fue tomada en el año 2012 en el Centro de Recursos en Didáctica de la Matemática-Guy Brousseau ((CRDM), de la Universidad Jaume I (UJI). Mayor información sobre ese centro de documentación, disponible en <http://www.imac.uji.es/CRDM/>
La respuesta que da el grupo es: “Sobran 7 baldosas. El colocador hizo 105 filas de 23”

(2) Los alumnos que hacen 24×10 luego evalúan la distancia entre 240 y 369 (o sea 129) y que completan 24×5 . Concluyen que 24×10 y 24×5 es 24×15 .

- El primer comportamiento utiliza la multiplicación. Un alumno aproxima a 369 buscando x tal que $24 \times x$ esté próximo a 369.

- El segundo comportamiento utiliza la multiplicación munida de propiedades que la relacionan con la suma. Sin que sea explicitado, funciona el modelo de la distributividad:

$$24 \times 10 + 24 \times 5 = 24 \times 15$$

Es la disponibilidad de esta propiedad lo que hace que el alumno trabaje sobre la separación, y entonces sobre las restas. Este segundo modelo es más elaborado, más ágil. El primero sigue basado en el azar.

Las variables¹¹ sobre las cuales podemos ahora jugar para favorecer la aparición de este segundo modelo son las siguientes:

Variables numéricas: tamaño del dividendo, tamaño del divisor, tamaño del cociente (ligada a las dos primeras).

Variables didácticas: presencia de un repertorio de multiplicaciones que disminuye (ver página 28) el costo de los intentos en multiplicación haciendo utilizar la ley de los ceros. “Semejanza” entre el comienzo del dividendo y uno de los resultados del repertorio (por ejemplo en la lección 3, $171 \times 2 = 342$ y 34794).

Para la tercera clase elegiremos entonces números en función de estas observaciones y daremos un repertorio.

LA DIVISIÓN: TERCERA CLASE

Esta clase utiliza la misma situación, pero con números elegidos según las observaciones hechas en el balance de la primera y segunda clase. Introducimos un repertorio de multiplicaciones¹² para liberar a los niños de las dificultades de cálculo. Esperamos que se instale un debate sobre lo que caracteriza a una solución económica. Esta clase no involucra una validación asistida por el trabajo de un grupo de colocadores. Es, en esto muy diferente de las dos primeras.

Material: • 5 hojas grandes, marcadores.

- La tira con las filas de mosaicos pegados, confeccionada en la clase anterior.
- Imanes

¹¹ La noción de variable está definida más precisamente en otras publicaciones de didáctica de las matemáticas.

¹² NdT: en el original, un “repertorio”.

- 5 repertorios en hojas de cartulina.

$171 \times 2 = 342$
$171 \times 3 = 513$
$171 \times 4 = 684$
$171 \times 5 = 855$
$171 \times 6 = 1026$
$171 \times 7 = 1197$
$171 \times 8 = 1368$
$171 \times 9 = 1539$

Primera parte de la actividad (5 min)

El objetivo de esta fase es explicitar rápidamente la situación para que los alumnos se pongan a investigar sin demora.

Situación de búsqueda:

Un colocador de mosaicos debe cubrir el muro exterior de un inmueble. Dispone de 34794 mosaicos. Debe ponerlos en filas de 171. ¿Cuántas filas completas hará?

a) **Consigna** oral: *“Voy a hablarles otra vez del colocador de mosaicos. Esta vez, les leo el enunciado y ustedes me dirán cuáles son los datos importantes. Si no conocen ciertas palabras, las explicaremos.”*

b) **Desarrollo:** el maestro lee el texto. Los niños exclaman “¡Oh!” ante el tamaño de los números. Explicación de “inmueble” y “exterior”. Los niños extraen rápidamente los datos importantes que se escriben en el pizarrón. Observan que es el mismo cálculo que la última vez. Un niño, ausente en la clase anterior, es invitado a dibujar en el pizarrón lo que imagina de la situación. La maestra exhibe en el pizarrón el trabajo de los controladores realizado durante la segunda clase.

2º) Segunda parte de la actividad (25 min)

El objetivo de esta actividad es siempre encontrar a través de los cálculos un número de filas completas, pero esta vez el grupo de los “verificadores” no simulará totalmente el trabajo del colocador de mosaicos. Van a imaginar un dibujo que represente ese cubrimiento (sin dibujar los mosaicos uno por uno por supuesto, sino por filas).

a) **Consigna** oral: *“Hoy también vamos a trabajar en grupos. Todos los que tengan la letra A serán los “colocadores de mosaicos”. Aquí el trabajo que deben hacer: el martes, los colocadores de mosaicos habían cortado las filas de 23 mosaicos y las habían pegado una junto a la otra para representar el trabajo de los colocadores. Después habían contado el número de filas completas. (Mostrar la tira obtenida). Hoy van a dibujar el panel cubierto con los 34794 mosaicos puestos en filas de 171 e intentarán prever cómo terminará. (¿Sobrarán mosaicos o no?). Los otros grupos: van a prever calculando cuántas filas completas de 171 mosaicos los colocadores van a dibujar sobre la hoja. Les doy a cada grupo un repertorio que van a utilizar para los cálculos. Cuando hayan terminado, un alumno de cada grupo, elegido al azar vendrá a explicar lo que ha hecho el grupo. Van a presentar claramente los cálculos en las hojas que les di sin ponerlos en todos los sentidos.”*

b) **Objetivos:** se desea que aparezca el modelo de las restas sucesivas, que se tenga en cuenta el resultado precedente y que se mida la diferencia y se calcule después por otra multiplicación. Para esto, hemos elegido números tales donde el comienzo del dividendo se encuentra en uno de los números del repertorio.

c) **Desarrollo:** el docente debe asegurarse, haciendo repetir a varios alumnos al comenzar el trabajo, que la consigna ha sido bien comprendida.

- Un grupo utiliza enseguida la regla de los ceros ($\times 100$).

- Los otros grupos se desorientan ante el repertorio. Piensan utilizar el número más grande que ese repertorio les da: es decir $171 \times 9 = 1539$. Pero cinco minutos más tarde, dos grupos utilizan 171×2 , y 171×200 .

- Después de estos intentos, los niños buscan “para completar”. Hacen restas “de memoria”. La maestra pide que la resta forme parte del trabajo escrito.

- El grupo de los controladores, no tiene más el recurso del material. Su tarea es en realidad, la misma que la de los otros grupos, con la preocupación además de la representación. La tarea de este grupo deviene entonces delicada. La maestra les va a ayudar a dibujar. Esto es parte de las observaciones: el cálculo (precisión) resulta cada vez más rápido en relación con el trabajo real o simulado. El grupo de los controladores también utilizó 171×200 .

3º) Tercera parte de la actividad (20 min)

El objetivo de esta actividad es comparar los métodos utilizados -después de haberse asegurado que los resultados son correctos- a fin de distinguir las estrategias “económicas”.

a) **Consigna** oral: *“Cada grupo pasa a pegar sus hojas con sus resultados. Tienen algunos minutos para observar lo que se ha hecho.”*

Los niños observan los trabajos exhibidos.

“El grupo de los colocadores pasa a explicar el dibujo hecho y el resultado encontrado.”

Los grupos “cálculos”: el alumno elegido al azar explica rápidamente el método utilizado para llegar al resultado.

b) **Desarrollo:** durante la confrontación de los métodos, el docente tratará de que el niño que explica los cálculos hechos no se pierda en los detalles y sepa hacer la síntesis del método. Se preocupará igualmente de que se precise bien lo que representa cada número.

Resultados exhibidos

a) **Constataciones:** cuatro grupos encuentran el mismo resultado. Un grupo no terminó, pero iba por buen camino.

b) **Consigna:** *“Miren dos minutos el trabajo de los otros grupos para encontrar ideas.”*

c) Cada equipo explica su método.

Ejemplo 1: Se hace $171 \times 2 = 342$

$171 \times 200 = 34200$

Se hace $34794 - 34200$ para saber los mosaicos que sobran, etc.

Ejemplo 2: Tomé 342 porque comenzaba parecido a 34794.

Observación: el trabajo de los controladores permite a la maestra sostener un discurso que utiliza las palabras del problema: filas, mosaicos, etc. Es la primera clase en la cual no hay validación con la ayuda del material. Es la concordancia de los resultados así como una formulación de los métodos lo que hace que la clase adquiera la certeza de que los cuatro grupos que tienen el mismo resultado tienen el resultado exacto.

A partir de este momento la maestra debe invitar a los alumnos a poner a punto un modo de verificar su trabajo: multiplicar el número de filas por el número de mosaicos por fila y después agregar el número de mosaicos de la fila incompleta. Sería inútil querer desprenderse de estas palabras y querer introducir un vocabulario ligado a la división que no tendría ninguna razón de ser aquí.

La maestra termina preguntando: “¿Cuáles son las operaciones en las hojas de papel? ¿En cuántos pasos¹³ han hecho el trabajo?”

Esta última pregunta permitirá encadenar con la cuarta clase, los niños eligen los trabajos 1 y 4. El trabajo 1 quedará exhibido durante la cuarta clase.

Un ejemplo de producción escrita:

34794 enadradas

$$\begin{array}{r} 34794 \\ - 34200 \rightarrow 200 \text{ f} \\ \hline 00594 \\ - 513 \rightarrow 3 \text{ f} \\ \hline 81 \end{array}$$

$$10 \times 171 = 1710$$

$$21 \times 171 = 3591$$

$$3420 + 171 = 3591$$

$$171 \times 100 = 17100$$

$$120 \times 171 = 17100 + 3420 \\ = 20520$$

$$190 \times 171 = 17100 + 15390 \\ = 32490$$

$$200 \times 171 = 34200$$

$$215 \times 171 = 34200$$

$$1710 + 855 = 36765$$

Este es un ejemplo de producción escrita de un grupo durante la tercera clase.

Los niños están en una fase de búsqueda, no se trata de exigir una disposición próxima a la división. Sin embargo, los maestros tienen las exigencias habituales de presentación para que los niños presenten trabajos legibles. Es al mismo tiempo que la clase toma conciencia que elabora un nuevo algoritmo, que las exigencias concernientes a la disposición de los cálculos serán desarrolladas. El maestro aportará aquí las convenciones reconocidas en la práctica de la división. (Véase debate reproducido en la quinta clase).

LA DIVISIÓN: CUARTA CLASE

El objetivo de esta clase es hacer reflexionar a los alumnos sobre su estrategia, que se revelará, poco a poco, el algoritmo de la división. Para esto los hacemos hablar sobre el número de pasos. Esta clase no incluye validación material.

¹³ El número de pasos es en el estado de los conocimientos de los alumnos, el número de operaciones de ajuste para aproximarse al número que será, más adelante, el “dividendo”.

Material: • cinco hojas grandes blancas, marcadores, imanes
• cinco repertorios

1. Primera parte de la actividad (5 minutos)

Situación de búsqueda:

Esta vez nuestro colocador de mosaicos tiene un stock de 57896 mosaicos. Debe cubrir el piso de una gran sala y para esto hace filas de 1912 mosaicos cada una. ¿Puedes decir cuántas filas completas podrá hacer?

El objetivo de esta parte es explicitar la situación. Se podrá hacer dibujar a los alumnos el inicio de la representación del cubrimiento, ya que esta actividad no incluirá verificación experimental.

a) **Consigna** oral: el texto del problema está escrito en el pizarrón. *“Lean el problema, si hay palabras que no entienden, las explicaremos después que hayan leído.”* Y luego, *“¿Cuáles son los datos importantes dados en este texto? ¿Qué hay que buscar?”*

b) **Desarrollo:** los alumnos leen el problema en silencio. Explicar: “stock”. Buscar dato importantes, se los anota en el pizarrón así como la pregunta realizada. Después algunos alumnos están encargados de resumir la situación para que el docente se asegure que ha sido bien entendida, que todo el mundo sabe bien qué hay que buscar.

Segunda parte de la actividad (30 minutos)

El objetivo de esta actividad va a ser:

1. desafiar a los grupos sobre el número de “pasos” por medio de los cuales se encontrarán los cálculos para encontrar el cociente y el resto. Se inicia así la evaluación del orden de magnitud del cociente. Sin embargo los niños solo harán referencia solamente a los métodos utilizados y elegidos en la clase anterior,

- calcular el número de filas completas (cociente) y el número de mosaicos que sobran (el resto de la división).

a) **Consigna** oral: *“Vamos a trabajar en cinco equipos. A cada alumno se asignará una letra. Antes de calcular, van a apostar, por equipo, en cuántos pasos creen que pueden hacer este trabajo. La última vez habían elegido el trabajo del grupo 1.”*

La maestra pega el trabajo del grupo 1 de la tercera clase, y reexplica el número de pasos.

Van a apostar, el equipo ganador será el que haya previsto exactamente, o que lo haga en menos pasos que lo previsto.

b) **Desarrollo:** los alumnos trabajan en 5 equipos de 5. El docente da la consigna 1. Los alumnos tienen algunos minutos para discutir en el equipo. (Poseen el repertorio relacionado al problema: véase ejemplo del repertorio página 28). Las apuestas se escriben en el pizarrón.

Equipo	Pasos previstos	Pasos realizados	Resultados
Equipo 1			
Equipo 2			
Equipo 3			
Equipo 4			
Equipo 5			

Los niños calculan en su equipo, el maestro recuerda las exigencias de una presentación clara dando como ejemplo los trabajos del grupo 1 de la clase precedente.

Varios grupos continúan haciendo las restas mentalmente. Pensamos que se debe a:

- la presencia de un número “muy próximo” del dividendo en el repertorio (por ejemplo $192 \times 3 = 576$, y $57\ 896$). Una vez que llegaron a 57600 , los alumnos ven mentalmente que faltan 296 para llegar a 57896 . Hemos evocado más arriba las razones de esta elección.

- al hecho que hay que responder en el menor número de pasos posible. ¡Esto tiene el inconveniente de hacer que los niños sean mezquinos en escritura!

Pensamos sin embargo que los alumnos elaboraron una estrategia que prepara para la división. Modificaremos los números para hacer que las restas sean difíciles de hacer mentalmente.

Tercera parte de la actividad (20 minutos)

El objetivo de esta parte es formular un método general de cálculo utilizando procedimientos eficaces para encontrar el cociente y, finalmente optar por una disposición común de cálculos.

a) **Consigna** oral: *“Vamos a pegar en el pizarrón los resultados de cada equipo y compararlos. El alumno que tenga la letra C pasará a explicar los cálculos hechos. Luego discutiremos sobre los métodos utilizados. Finalmente veremos quienes ganaron las apuestas.”*

b) **Desarrollo:** durante la puesta en común, los alumnos tuvieron que precisar lo que significaba un paso (una multiplicación y la resta asociada).

El objeto de esta clase no era resolver el problema en el menor número de pasos posible sino, a través de esta consigna, precisar más claramente la naturaleza de la tarea: poner a punto un procedimiento de cálculo. Notemos que los alumnos no tienen un método que les permita prever el número de pasos. La idea misma de poder prever puede sorprender a los alumnos. (Es por eso que hablamos de “apuestas”).

Un equipo había previsto siete pasos, y realizó el cálculo en tres. Los otros equipos habían previsto cuatro pasos, y todos salvo uno lo realizaron en tres pasos.

BALANCE DE LA TERCERA Y CUARTA CLASE, OBJETIVOS

Comentarios: la implementación de un algoritmo está en curso. Los niños tienen una estrategia. Esta está facilitada por la existencia del repertorio y las elecciones numéricas que favorecen los descubrimientos. En la primera fase de la cuarta clase se trataba de acordar sobre una estrategia. Ahora, será necesario que esta estrategia se muestre utilizable en las situaciones menos favorables a priori.

Pero no vamos a seguir con esta progresión al mismo ritmo, las secuencias pueden espaciarse (con el riesgo de pérdida de interés).

Para las “variables numéricas”, vamos a proponer situaciones problemas en las cuales el resultado (que todavía no llamamos cociente) no sea del tipo de los obtenidos en la tercera y cuarta clase (203, 302).

Recordemos que estos resultados permitían que un renglón del repertorio esté próximo de la parte izquierda del dividendo. Pero continuar con ese tipo de ejemplos, daría lugar a hábitos no deseados a mediano plazo. Elegir un cociente como 754, hará más difícil la utilización de un repertorio, pero reinstalará la resta. Más adelante propondremos situaciones problemas sin repertorio.

Perspectivas: ahora hay que ver varios puntos:

(1) después de la tercera clase, no hay más verificación por una acción real hecha por un grupo. También habrá que proveerse de una verificación de otra naturaleza. Ésta será la oportunidad de introducir la escritura en línea: $a = b \cdot q + r$

(2) las situaciones que hemos propuesto son voluntariamente estereotipadas (huevos, cubrimientos). Tenían las cualidades deseadas para el inicio de un aprendizaje. Habrá que ampliar desde ahora el campo de uso de lo que será la división. La quinta clase responde en parte a este segundo punto.

(3) hasta ahora, no tomamos evaluaciones individuales. Esto hubiera perjudicado el contrato docente-alumno explicitando demasiado las expectativas del docente. Esperaremos aun dos o tres clases antes de evaluar. Prevemos que en esta etapa, los alumnos habrán explicitado mejor su reconocimiento de una “nueva” operación a la cual le daremos el nombre de división. En ese momento, una evaluación les parecerá lógica.

LA DIVISIÓN: QUINTA CLASE

En esta clase, nos proponemos una situación problema donde la división no es la única operación a realizar.

Material: • cinco hojas blancas grandes, marcadores
• cinco repertorios

Primera parte de la actividad (5 minutos)

Situación de búsqueda:

Un centro turístico organiza unas vacaciones de invierno durante el mes de febrero. Dispone de subsidios de: aportes empresariales 526 890 F¹⁴; del municipio 350 000 F, y 97 437 F, del Ministerio de Deportes. El monto de las vacaciones para un niño es de 2752 F.

El objetivo de esta actividad es explicitar el texto y discutir **lo que** se puede encontrar a partir de todos estos datos.

¹⁴ *NdeT.*: conservamos la moneda en francos, para no modificar las variables numéricas. En caso de trabajar esta secuencia, habrá que pensar en un problema que responda a las exigencias de esta clase.

a) **Consigna oral:**

“Cada uno lea el texto. Explicaremos después lo que no comprendan. ¿Qué piensan de esta situación?”

b) **Desarrollo:**

El texto escrito en el pizarrón es leído por los niños. Se dan las explicaciones: centro turístico, subsidios, aportes empresariales, Ministerio de Deportes, monto...

Rápidamente los alumnos observan que no hay preguntas en este problema y se preguntan qué se puede encontrar con estos datos: ¿De cuánto dinero dispone el centro turístico? ¿Cuántos niños pueden ir de vacaciones en el mes de febrero?

La maestra se asegura de que situación sea bien comprendida y que todo el mundo sepa qué es lo que se busca.

Segunda parte de la actividad

El objetivo de esta actividad es: (1) responder individualmente a la primera pregunta, (2) prever por los cálculos el número de niños que pueden partir de vacaciones. Los cálculos deseados serán: un mínimo de multiplicaciones y de restas. Habrá exigencias en la presentación.

a) **Consigna oral:**

(1) *“Van a calcular en su cuaderno borrador el total de los subsidios, después los corregiremos juntos.”*

(2) *“Por equipos van a prever en cuántos pasos (multiplicaciones-restas) podrán encontrar el número de niños que puedan partir de vacaciones en febrero. Después calcularán presentando muy claramente los cálculos y los resultados.”*

b) **Desarrollo:**

(1) Los niños encuentran muy rápidamente el total de los subsidios. Corrección colectiva. Se anota el resultado en el texto.

(2) El maestro pide prever en cuántas operaciones (multiplicaciones-restas) será posible encontrar el resultado. (Es importante ponerse de acuerdo sobre el sentido de “pasos”, es el número de “pares” multiplicaciones-restas).

Cada equipo, después de discutir, pide un repertorio que habiendo sido preparado en una cartulina es distribuido. Después el maestro releva las apuestas de cada equipo que son anotadas en una tabla idéntica a la de la clase precedente.

El maestro recuerda las exigencias de presentación de los cálculos exhibiendo los trabajos de un grupo de la clase precedente, estos trabajos han sido elegidos por los niños porque eran claros y rápidos.

Entonces, se inscribe claramente: a la izquierda las operaciones en un renglón (los intentos), a la derecha el número de niños. Todos los cálculos deben figurar, aún los realizados “mentalmente”. Se exige la oración respuesta.

Tercera parte de la actividad:

El objetivo de esta actividad es confrontar los métodos utilizados y concluir sobre el hecho que la estrategia de multiplicaciones-restas es la más rápida y la más segura. La maestra pregunta cómo se puede verificar un resultado obtenido, y precisará que se está vía de construir un procedimiento de cálculo de la división.

a) **Consigna** oral: “Cada equipo va a exhibir sus resultados. Tienen unos minutos para comparar los métodos utilizados. Un miembro de cada equipo va a explicar el método utilizado por su equipo. Se verá si las apuestas son verificadas.”

b) **Desarrollo:** en lo que concierne al número de niños, la mayoría de los equipos encontró el mismo resultado. Tres equipos encontraron el resultado correcto en tres pasos. El cociente ha sido obtenido por $\times 300$, seguido de $\times 50$ seguido de $\times 4$. Un equipo lo encontró en cuatro pasos: $\times 300$, $\times 5$, $\times 9$, $\times 40$. (Se dan cuenta enseguida que hubieran podido calcular en tres pasos). El quinto equipo comenzó con 2752×300 , luego dudó entre 2752×50 y 2752×60 , pero rápidamente perdió el sentido de los cálculos emprendidos. Durante la corrección, los niños de este equipo vieron su error y encontraron el camino correcto. Propusieron la multiplicación 2752×354 . Lo que permite al maestro introducir la noción de validación: “¿Cómo se puede ver si uno no se equivocó?”

Hay que insistir sobre la significación de cada número. La verificación es presentada así:

$$974\ 327 = 2752 \times 354 + 119$$

El maestro concluye la clase diciendo que a través de todos estos cálculos los niños están construyendo una división (por supuesto un poco diferente de la que conocen sus padres). Luego, el maestro pide a los niños que para la próxima clase inventen un problema en el cual haya una división.

LA DIVISIÓN: SEXTA CLASE

En esta clase vamos a pedir a cada niño que redacte un problema donde él crea que habrá que hacer una división.

Tal actividad es propuesta con el objetivo de: precisar bien que a un mismo tipo de problemas corresponde un tipo de resolución que se llama “división”, es una nueva operación; obtener nuevas situaciones; desarrollar el sentido de las responsabilidades en la gestión de la clase; los problemas producidos son presentados luego aquí; en el curso de esta clase un solo problema será tratado por el conjunto de la clase.

Primera parte de la actividad

Los problemas inventados por los niños son leídos por cada uno de ellos. Después de cada lectura, los niños comentan: “es un problema de división” (o no).

Observación: la mayoría de los niños encontró situaciones que se pueden resolver con una división; algunos exigen solamente una resta (por ejemplo: ¿cuánto falta para...?) o una multiplicación (Un libro cuesta \$ 35, ¿cuánto cuestan los 275 libros que tiene una librería? (Véase la lista de problemas al final de esta clase.)

Algunos problemas con números muy sencillos son revisados. Se elige una decena de situaciones, entre ellas, un problema es elegido por los niños. Con respecto a este problema, el número de autos del mecánico fue objeto de algunos comentarios.

Texto del problema seleccionado (Federico y Oliverio)

Un vendedor de autos necesita 952 752 F. Tiene en su taller 910 192 autos. Un auto cuesta 9999 F. ¿Cuántos autos deberá vender para obtener el dinero que necesita?¹⁵

Segunda parte de la actividad:

El problema es escrito en el pizarrón y leído silenciosamente. Los autores del problema responden a las preguntas de sus compañeros. Comienza el trabajo.

a) Preparación del material: hojas blancas grandes, distribución de marcadores, elaboración colectiva del repertorio pedido por los alumnos.

b) El maestro recuerda las consignas de presentación. Los roles de cada columna son encontrados colectivamente.

Intentos

Francos

Número de autos

c) Los alumnos trabajan en grupos (siempre los mismos que en las secuencias anteriores). Oliverio y Federico también hacen los cálculos.

Tercera parte de la actividad:

Los resultados son exhibidos en el pizarrón. Oliverio y Federico dan sus resultados, previamente verificados por el maestro. Después de haber observado los resultados y de ponerse de acuerdo sobre el resultado correcto, cada uno comenta los métodos utilizados.

Comentarios: (Véase el trabajo de los grupos al finalizar esta clase) tres grupos de cinco calcularon en dos operaciones: 9999×90 , 9999×5 . Un grupo lo hizo un poco más largo: $\times 90$, $\times 3$ y $\times 2$. Un grupo comenzó bien con 9999×90 , pero luego restaron 9999×1 cinco veces. Es tranquilizador sin embargo que no haya habido pérdida de sentido. Los cálculos fueron bien dispuestos, inmediatamente intervenimos para comparar los métodos. (Por ejemplo, cuáles son los que necesitan el menor número de cálculos.)

Trabajo del grupo 4:

Les essais

952 752

nombre de voitures

9999 x 90 = 899910

9999 x 2 = 19998

9999 x 3 = 29997

952 752	- 80 99 90 910	→ 90
052 842	- 10 99 90 998	→ 2
32 844	- 2 99 99 97	→ 3
02 847		95

Il a vendu 95 voitures pour avoir son argent.

6 ans

¹⁵ NdT: como en el caso anterior, conservamos el valor en francos.

Trabajo del grupo 5:

Los rebajas

9999 x 96 = 899940

952 752

9999 910

052 842

000 00 000 0

052 843

000 00 000 0

032 844

000 00 000 0

032 847

000 00 000 0

12845

000 00 000 0

12846

000 00 000 0

02847

90

1

1

1

1

1

95

952 752

moneda de ~~5000~~ 10000

95

5

El total 95 unidades el día con resto 2847.

Textos de los otros niños:

Sergio: Un aeropuerto necesita 3360000 F. Para tener este dinero el aeropuerto aumenta los precios 5600 F por persona. ¿Cuántas personas se necesitan para tener todo este dinero?

Cristóbal: Un jardinero tiene 24 399 rabanitos, quiere ponerlos en filas de 171. ¿Cuántas filas completas hará?

Silvia: En un negocio un vendedor dispone de 97352 cajas. Debe ponerlas en filas de 1312. ¿Cuántas filas hará?

Corina: Es un jardinero que quiere plantar 23284 frutillas. Solo puede plantar 600 por fila. ¿Cuántas filas hará?

Salin: Un panadero dispone de 25729 panes. Quiere saber si no le han robado, pero quiere contarlos en filas de 200 panes. ¿Cuántas filas completas hay? ¿Cuántos panes quedan? (Si quedan).

Miguel: Un florista tiene 8636 flores. No puede poner más que 20 en cada florero. ¿Cuántos floreros hay?

Lorenza: La bibliotecaria recibió 47982 libros. Debe ponerlos en filas de 78. ¿Cuántas filas completas habrá?

Sonia: Un vendedor tiene 23456 chupetines. Quiere acomodarlos en cajas, en una caja puede poner 24. ¿Cuántas cajas completas habrá?

Cristóbal: Mamá quiere comprar 10 perros. Los 10 perros cuestan 360 F. ¿Cuánto cuesta un perro?

Oliverio: Un granjero tiene heno para alimentar 8000 vacas durante 120 días. Compra 4 vacas más, con la misma reserva de heno, ¿cuántos días podrá alimentar al nuevo rebaño?

Valeria: un jardinero tiene que plantar árboles en su jardín, en filas de 9098. Hay 100080 árboles, ¿cuántas filas completas hará?

Sandra: un panadero dispone de antemano 2240 panes, los acomoda en la vitrina en filas de 85. ¿Cuántas filas completas hará?

Joel: Mamá quiere comprar camas para los niños. Ella lleva 2759,59 F al mercado. Una cama cuesta 150 F, ¿cuántas camas podrá comprar?

Gerónimo: En una colonia de vacaciones, un vendedor tiene 1986 chocolates. Quiere vender 8 por niño, ¿cuántos niños podrán comprar chocolates y cuántos le quedarán al vendedor?

Ludovico: una municipalidad tiene 100752 F y quiere hacer un equipo de fútbol. Da 5040 F al entrenador y 6500 F a cada jugador, ¿cuántos jugadores podrán ir a jugar?

Bernardo: Un encuestador hace 25775 encuestas en tres años. ¿Qué promedio de encuestas hizo por mes?

Valeria: en una escuela hay 45673 potes de plasticola. Somos 369 alumnos en la escuela. ¿Cuántos potes de plasticola tendremos cada uno? ¿Cuántos potes de plasticola quedarán?

Carina: el jardinero tiene 58510 flores, hace paquetes de 300 flores. ¿Cuántos paquetes hará? El jardinero hace 194 paquetes de flores. Le quedan 290 flores.

Virginia: fui al mercado, compré 10665 kg de peras para el mayorista. En un cajón había 25 kg de peras, ¿cuántos cajones había ahí?

Sandra: Un distribuidor de bananas va a llevar 300 bananas por escuela. Los alumnos son 1550, las bananas no alcanzan. ¿Cuántas bananas más va a tener que buscar?

LA DIVISIÓN: SÉPTIMA CLASE

Clase de balance para que el maestro se dé cuenta de lo que cada alumno es capaz de hacer individualmente (trabajo individual en el aprendizaje).

Hace dos clases se les pidió a los niños de inventar situaciones problemas que se puedan resolver con una división, a fin de dar nuevos sentidos a la operación.

El maestro para esta nueva clase, a partir de textos de los alumnos, eligió una situación que utilice un dividendo de cinco cifras, y que el futuro cociente sea de tres cifras cuyo número de centenas es 9, para favorecer el agrupamiento de las centenas.

Primera parte de la actividad:

El texto elegido es escrito en el pizarrón. Los alumnos lo copian en una hoja de la carpeta.

Situación de búsqueda:

Un vendedor tiene 23456 chupetines. Quiere acomodarlos en cajas, en una caja puede poner 24. ¿Cuántas cajas completas habrá?

a) **Consigna** oral: *“Lean el problema, si hay algo que no comprenden, lo explicaremos enseguida.”*

b) **Desarrollo:** lectura silenciosa del texto. Discusión: el maestro se asegura que cada niño “imagina” bien la situación. Hará precisar qué es lo que se busca.

Segunda parte de la actividad

a) **Consigna** oral: *“Van a trabajar solos. Todos juntos vamos a buscar qué operación hay que hacer para responder al problema de Sonia.”*

b) **Desarrollo:** los alumnos reconocen una situación de división. Todos juntos recuerdan las consignas en cuanto a la disposición de las tres columnas. Se las traza y se da sentido a cada una de ellas.

Los intentos

Número de
chupetines

Número de cajas

Los niños reclaman un repertorio. El maestro pide a cada uno calcular en el cuaderno borrador. Trabajo individual.

No habrá una corrección inmediata. El maestro retira las hojas y hará un balance personal.

c) **Resultados:** siete alumnos resolvieron correctamente el problema entre 3 y 8 pasos. Cinco no lograron terminar. Nueve no hicieron nada o se perdieron durante los cálculos. Tres solo comenzaron.

LA DIVISIÓN: OCTAVA CLASE

Después de la evaluación:

En esa evaluación, no dimos un repertorio. En realidad, si los alumnos toman el hábito de utilizar el repertorio sin haberlo concebido pierden de vista el sentido de la situación. La evaluación lo confirma para nueve alumnos. También retomamos esta situación bajo la forma de una secuencia.

Objetivos: con la situación-problema de la evaluación, cada alumno va a elaborar el repertorio. Los grupitos se arman de la siguiente manera: los cinco alumnos que pueden terminar el problema, trabajan solos; los nueve que no hicieron nada se asocian con los 7 alumnos que terminaron. (En grupos de 2 o 3).

Desarrollo

Primera fase (10 minutos): la maestra escribe la situación en el pizarrón. Los alumnos releen la situación.

Consigna: *“Van a fabricar el repertorio que permita resolver este problema.”*

Segunda fase (20 minutos): organización de los grupos según lo que se indicó más arriba.

Consigna: *cada grupo debe producir un resultado. Para esto utilicen una hoja de papel. Están en grupo para que cada uno entienda.*

Se explica cómo los grupos fueron organizados. La maestra no dio estatus al resultado. De modo que alumnos que terminaron suponen que encontraron el resultado exacto, pero no están seguros. No queremos hacer una corrección con producción del modelo exitoso. Nuestro objetivo era que los 7 alumnos que no habían terminado lo terminaran, y que los otros 9 que no habían hecho poco o nada, progresaran.

Resultados: 2 alumnos de 9 tienen dificultades. Nos parece importante que los alumnos se vuelvan a comprometer con el trabajo del día anterior. Para esto, no hay que decir cuál es el resultado exacto. El objetivo de esta clase sería, en ese caso, otro.

LA DIVISIÓN: NOVENA CLASE

Esta clase propone una situación en la cual no hay que hacer una división. Sin embargo esta situación puede conducir a una escritura del tipo $a = b \times c + d$. Este tipo de escritura en línea será retomado en las secuencias siguientes.

Primera parte de la actividad

El problema siguiente es escrito en el pizarrón.

Una fábrica de conservas de arvejas envía 216 cajas completas que contienen 48 latas cada una, y una caja incompleta que contiene 35 latas.

a) **Consigna** oral: “*Lean el texto, si hay algo que no entienden, lo explicaremos enseguida.*”

b) **Desarrollo:** los alumnos reexplican la situación. Se dan precisiones sobre la caja incompleta, algunos dicen que el supermercado no aceptará la caja incompleta: se indicará sobre la caja que hay solamente 35 latas. Los niños encuentran rápidamente qué pregunta hacer. La maestra la escribe en el pizarrón.

Encuentra el número de latas de arvejas que envía la fábrica.

Segunda parte de la actividad

a) **Consigna** oral: “*Van a trabajar de a dos, en una hoja borrador.*”

b) **Desarrollo:** los alumnos ven rápidamente que hay que hacer una multiplicación: 216×48 .

Tercera parte de la actividad

Un ejemplo del trabajo realizado:

$$216 \times 48 = 10368$$

	2	1	6	
1	8	4	4	4
0	6	8	8	8
	3	6	8	

$$10368 + 35 = 10403$$

La fábrica envía 10403 latas.

Corrección:

a) Un alumno pasa al pizarrón a hacer la corrección. (Multiplicación realizada “a la griega”.)

$$216 \times 48 = 10368$$

$$216 \times 48 + 35 = 10403$$

b) Comentarios

Un alumno propone otra forma de calcular:

$217 \times 48 = 10416$ “Hice como si la última caja estuviera completa lo que da 10416 latas enviadas. Luego resté las 13 latas que faltaban en la última caja, entonces: $10416 - 13 = 10403$ ”

La maestra propone trabajar sobre los encuadramientos para hacer la síntesis de estas dos observaciones:

?	<	10403	<	?
Sea 10 368	<	10403	<	10 416
216 x 48	<	10403	<	217 x 48

Cuarta parte de la actividad

El objetivo de esta parte es utilizar los resultados de la tercera fase.

a) **Consigna** oral: “Si comienzo el problema así: Una fábrica preparó 10 403 latas de arvejas para enviarlas a un supermercado. ¿Cómo puede continuar?”

b) **Desarrollo:** una alumna propone indicar que en una caja hay 48 latas de arvejas.

Otra pregunta: “¿Cuántas cajas completas va a enviar la fábrica?” Un alumno se queja: “¡Pero no es la misma pregunta de recién!” Otro le responde: “Por supuesto, se parte en el sentido contrario.”

Los niños ven rápidamente que ya conocen el resultado. ¿Cuál es?, pregunta la maestra. 216 cajas y sobran 35 latas.

Quinta parte de la actividad:

a) **Consigna** oral: “Van a intentar encontrar este resultado por el cálculo.”

b) **Desarrollo:** “Es una división” dicen los alumnos. La maestra distribuye otra hoja y los alumnos comienzan a trabajar de a dos. La mayoría de los niños rehacen totalmente el repertorio de 48.

Nuestro objetivo era que los niños descompusieran sus cálculos inmediatamente en 200, 10 y 6. Una corrección colectiva no será hecha porque la maestra pasó por cada grupo y se aseguró que cada grupo tuviera un desarrollo correcto.

LA DIVISIÓN: DÉCIMA CLASE

Durante esta clase, los niños serán conducidos a hacer divisiones por 10, 100, 1000. Los niños deben saber alejarse de las técnicas prefabricadas.

Material: • Hojas cuadriculadas (10 x 10) que materializan cajas de huevos,
• Marcadores. Hojas blancas grandes, para los grupos de cálculo.

Primera parte de la actividad (presentación de la situación)

Situación de búsqueda:

Aquí unas cajas de huevos. Se quiere enviar 2542 huevos a un supermercado. ¿Cuántas cajas hay que prever para embalarlos?

a) **Consigna** oral: “Cada hoja cuadriculada representa una caja de huevos (vista desde arriba). ¿Cuántas cajas hay? Van a representar los huevos con una cruz. ¿Cómo se puede embalar 2542 huevos?”

b) **Desarrollo:** la maestra propone la situación y hace simular la manipulación.

Segunda parte de la actividad: fase de cálculos/manipulación.

Se prevé que los niños propongan desarrollos que eviten plantear una división.

a) **Consigna** oral: “Vamos a trabajar en grupos, como otras veces. Un grupo va a embalar los huevos. Los otros deberán calcular. Todos deben prever el número de cajas necesarias para embalar los 2542 huevos.”

b) **Desarrollo:** los niños se agrupan como de costumbre. Los que tienen la letra B van a ser el grupo de los manipuladores. Se espera que el grupo de los manipuladores redescubrirá que 25 hojas de 100 casillas da 2500 casillas.

Tercera parte de la actividad: balance

a) **Consigna** oral

Los grupos de cálculo van a exhibir sus trabajos. Los grupos de manipulación dan los resultados explicando el método usado. Confrontación de los resultados con los del grupo manipulación (que tiene el lugar de verificadores).

“Tienen algunos minutos para comparar los métodos utilizados por los calculadores.”

Discusión.

b) Comentarios

Es deseable que durante la discusión surjan por supuesto los métodos más rápidos y más claros, pero sobre todo que los niños, sin dificultad, puedan:

- encuadrar el dividendo entre 25×100 y 26×100

$$25 \times 100 < 2542 < 26 \times 100$$

$$2500 < 2542 < 2600$$

- escribir la división bajo la forma $a = b \times q + r$, $2542 = 25 \times 100 + 42$

Cuarta parte: ejercicios de aplicación

Calcular el resto de la siguiente división

$$1572 = \dots \times 100 + r$$

$$2715 = \dots \times 10 + r$$

LA DIVISIÓN: DÉCIMA PRIMERA Y DÉCIMA SEGUNDA CLASES

El objetivo de estas clases es hacer una recapitulación el algoritmo precisando cómo: reconocer un problema de división; hacer los cálculos en el menor número de “pasos” posible; intentar no escribir todo el repertorio; dar un sentido a la igualdad $a = b \times q + r$; poder ubicar el dividendo en un encuadramiento cada vez más preciso.

Primera parte de la actividad: las tres situaciones siguientes son escritas en el pizarrón:

Para alimentar a los monos, Tarzán recogió 33 333 bananas. Las quiere acomodar en bolsas, que puede contener cada una 22 bananas. Un mono recibirá una bolsa. ¿Cuántos monos podrá alimentar Tarzán?

Un distribuidor de bananas va a llevar 300 bananas por escuela. Los alumnos son 1550, las bananas no alcanzan. ¿Cuántas bananas más va a tener que buscar?

En una colonia de vacaciones, un vendedor tiene 1986 chokolatines. Quiere vender 8 por niño, ¿cuántos niños podrán comprar chokolatines y cuántos le quedarán al vendedor?

Consigna: “*Lean estos tres enunciados, son situaciones elegidas entre las que Uds. habían inventado. Entre estos tres problemas, ¿cuál o cuáles se resuelven con una división?*”

Los problemas son leídos silenciosamente por cada alumno y explicados. Los niños eligen el que o los que se resuelven con una división. (Mentalmente.)

Segunda parte de la actividad:

Consigna: “*Entre los problemas que se resuelven con una división, elijan uno. Luego, calculen en el menor número de “pasos” posible. Intenten igualmente no escribir todo el repertorio, escriban la verificación.*”

Desarrollo: los alumnos trabajan individualmente. El maestro se asegura que todos saben lo que es calcular en el menor número de “pasos” posibles. Pide también efectuar una verificación (como en las clases precedentes). Todos eliminaron el tercer problema.

Tercera parte de la actividad: Los problemas son leídos por un alumno. Se reconocen los dos problemas que se resuelven con una división, dejando de lado el tercer problema. (Ese problema será corregido posteriormente).

Ejemplo para el primer problema:

$$22 \times 1000 < 33\ 333 < 22 \times 2000$$

$$22 \times 1500 < 33\ 333 < 22 \times 1600$$

$$22 \times 1510 < 33\ 333 < 22 \times 1520$$

$$22 \times 1515 < 33\ 333 < 22 \times 1516$$

Resultados: el tercer problema exigió una corrección más profunda que los otros. (Problema 1: sin dificultades para quienes lo eligieron). (Problema 2: corrección muy rápida.)

Un alumno, que tuvo dificultades pasa a corregirlo al pizarrón. Después de un primer intento $8 \times 200 = 1\ 600$, el alumno se propone “aproximarse” más y da:

$$8 \times 300 = 2400$$

luego: 8×220

$$8 \times 250$$

$$8 \times 240$$

luego: 8×242 8×247 8×249

$$8 \times 245$$
 8×248

El mismo alumno pide el encuadramiento

$$1600 < 1986 < 2400$$

$$8 \times 200 < 1986 < 8 \times 300$$

$$8 \times 240 < 1986 < 8 \times 250$$

$$8 \times 248 < 1986 < 8 \times 249$$

Comentario: insistir mucho en la escritura de la verificación y explicar bien a qué corresponde cada número. Sin institucionalizar, pedir los encuadramientos del dividendo cada vez más precisos.

LA DIVISIÓN: DÉCIMA TERCERA CLASE

Se trata, a través de una evaluación, de observar si, luego de la décima tercera actividad, los niños pueden reinvertir una técnica de cálculo “en el menor número de pasos posible” a partir del encuadramiento del dividendo.

Primera parte de la actividad

La situación siguiente está escrita en el pizarrón.

Esta situación ha sido inventada por un alumno. Los números han sido modificados a fin de evitar problemas de cálculo. (Por ejemplo: las dos primeras cifras del dividendo constituyen un número superior que el divisor.)

Los padres han hecho 9728 panqueques para la fiesta de la escuela. Colocan 36 por plato. ¿Cuántos platos completos habrá?

1) Escribirás la operación utilizada en un renglón. 2) Calcularás “en el menor número de pasos posible” y sin escribir el repertorio.

a) **Consigna oral:** “*Lean este texto y cópienlo en una hoja del cuaderno.*”

b) **Desarrollo:** el maestro se asegurará que las preguntas planteadas sean entendidas por todos.

Segunda parte de la actividad:

Resultados: los niños trabajan individualmente. Trece niños resolvieron rápidamente el problema. Cuatro niños utilizaron un procedimiento correcto (aproximando lo más posible al dividendo, por un número encontrado multiplicando al divisor $\times 100$, ...) pero hicieron: ya sea errores en el cálculo de las multiplicaciones, ya sea deteniéndose antes de lograrlo. Cuatro alumnos hicieron numerosos intentos (multiplicaciones) buscando encontrar el dividendo en un solo paso. Vuelven entonces al modelo de encuadramientos por multiplicaciones, pero la mayoría de los niños cometió errores en las operaciones (multiplicaciones – restas).

Finalmente, cuatro alumnos fracasaron. Dos hicieron una confusión de este tipo

$$\begin{array}{r|l}
 36 \times 130 = & \begin{array}{r} 9728 \\ -130 \\ \hline 9598 \end{array} & \begin{array}{l} 130 \text{ tomado como} \\ \text{cociente} \end{array}
 \end{array}$$

Un niño usó un modelo más primitivo ($\times 7$, $\times 4$, ...); un niño finalmente, comenzó con intentos coherentes, después perdió el sentido. Estos cuatro alumnos trabajarán con el maestro en clases de apoyo.

Tercera parte de la actividad

Corrección: se hace una corrección individual.

LA DIVISIÓN: DÉCIMA CUARTA CLASE

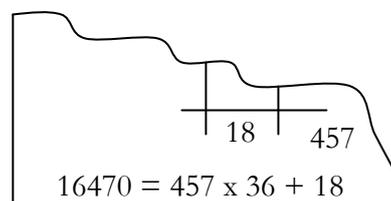
Objetivos: 1º) a partir de la escritura $a = b.q + r$, ser capaz de reconstruir la división, 2º) consolidación del sentido de la división por el desarrollo inverso al que se siguió anteriormente: hasta ahora, el trabajo sobre la división se hacía a partir de una situación determinada. Esta vez, se pide a los niños que inventen una situación-problema que se adapte a una división dada.

Material: • se distribuye a cada alumno una hoja de cuaderno y una fotocopia como la que sigue:

La hoja de Nicolás ha sido rota...

¿Puedes ayudarlo a reconstruir la división que había hecho? Escríbela en un renglón.

Inventa una historia que pueda corresponder a esta división.



$$\begin{array}{r}
 18 \\
 \hline
 457
 \end{array}$$

$$16470 = 457 \times 36 + 18$$

Primera parte de la actividad

Explicitación de la situación de búsqueda. (10 minutos)

Cada niño tiene un ejemplar de la copia. La maestra representó en el pizarrón “el dibujo” que figura en la fotocopia.

Consigna 1: “*Lean el texto silenciosamente y busquen lo que representa el dibujo. Los que quieran podrán explicar después a sus compañeros lo que creen reconocer.*”

Un alumno lee el texto en voz alta, luego todos intentan interpretar el “dibujo”. Se discute y la maestra se asegura que todos entendieron bien que se trata de una hoja de cuaderno rota.

Rápidamente los niños notan que se trata del final de una división. Uno de ellos explica que, según la disposición de los números, 18 es el resto y 457 el resultado de la división. La escritura $16\ 470 = 457 \times 36 + 18$ se reconoce como siendo la verificación de la división.

Segunda parte de la actividad (50 minutos)

Consigna 2: “*Ahora todos tienen lo necesario para encontrar la división que Nicolás había hecho. No olviden escribir la operación en un renglón. E inventen una historia que podría corresponder a esta división.*”

Durante esta parte de la actividad, cada alumno está en situación de búsqueda individual. El rol de la maestra es sobre todo ayudar a quienes están bloqueados (hubo dos alumnos) en el inicio de su actividad. Luego, la maestra se limitará a responder a cuestiones puntuales, pero estará atenta de no influenciar a los niños en la progresión de su búsqueda. Se cuidará mucho de decir “es correcto” o “es falso”. Sobre 24 alumnos presentes, 15 se ponen a trabajar inmediatamente en la reconstitución de la división, 9 prefieren empezar con la situación - problema.

Análisis de los resultados: hay 24 alumnos presentes.

a) Reconstitución de la división

Primer análisis:

23 alumnos escribieron 16 470 en el dividendo, 36 en el divisor;

1 alumno escribió 16 470 en el dividendo, 18 en el divisor.

Segundo análisis:

21 encontraron la división;

3 no encontraron la división.

Tercer análisis:

Sobre los 21 alumnos que reconstituyeron la división,

17, como habían previsto, lo hicieron en tres pasos, (a saber: $400 \times 36 + 50 \times 36 + 7 \times 36$);

2 lo hicieron en dos pasos ($36 \times 450 + 36 \times 7$) y ($36 \times 400 + 36 \times 57$);

1 lo hizo en tres pasos, pero de forma sorprendente: $36 \times 300 + 36 \times 140 + 13 \times 17$;

1 alumno lo hizo en cinco pasos

b) Escritura en un renglón de la división

Primer análisis:

15 alumnos encontraron la escritura esperada, a saber:

$$16\,470 : 36 = 457 \text{ (resto } 18\text{)};$$

9 no encontraron esta escritura.

Segundo análisis:

De los 9 que no encontraron la escritura en un renglón:

4 olvidaron escribirla pero habían reconstituido la división correctamente;

2 escribieron en un renglón en forma incorrecta, pero habían reconstituido bien la división;

3 no encontraron la escritura en un renglón y no habían sabido reconstituir la división.

c) Historias inventadas:

10 encontraron historias coherentes, por ejemplo: “Unos pescadores pescan 16 470 peces. Ponen 36 en un paquete. ¿Cuántos paquetes serán necesarios y cuántos peces sobrarán?”;

1 comenzó una historia coherente, pero no formuló la pregunta;

5 encontraron una historia coherente cuya pregunta apuntaba al resto, por ejemplo: “Un almacenero tiene 16 470 sobrecitos de azúcar, quiere guardarlos en cajas de a 36. ¿Cuántos sobrecitos le van a sobrar?”;

6 escribieron historias incoherentes, por ejemplo: “Un vendedor tiene 16 470 frutillas. Va a una fábrica y compra nueces. Se le caen todas las nueces en el camino. Las junta, pero se preocupa. Quiere ponerlas de a 36. ¿Cuántas filas completas hará?”;

2 no escribieron nada.

La corrección se hizo en una clase colectiva, en el transcurso de la cual: un alumno reconstituye la división en el pizarrón; los problemas redactados son leídos y comentados a fin de apreciar si son compatibles o no con el trabajo de Nicolás.

LA DIVISIÓN: DÉCIMA QUINTA CLASE

El fin de esta clase es llevar a los niños a encontrar el número de cifras del cociente por medio del encuadramiento del dividendo.

Primera parte de la actividad:

Problema a:

Aquí una división, $8543 : 72 =$

¿Puedes decir si el intento utilizado para el “primer paso” puede escribirse;

$$\left. \begin{array}{l} 72 \times 10 \\ 72 \times 100 \\ 72 \times 1000 \\ 72 \times 10\,000 \end{array} \right\} ?$$

Desarrollo: los alumnos trabajan de a dos en el cuaderno borrador. Corrección inmediata en el pizarrón. Justificación de la corrección: 72×100

$$72 \times 100 < 8543 < 72 \times 1000$$

Problema b¹⁶: *¿Puedes decir ahora si el resultado de la división (se llama el cociente) se encuentra entre 10 y 100, entre 100 y 1000, entre 1000 y 10000.*

Desarrollo - corrección: si el intento del primer paso es 72×100 , el cociente q será superior a 100,

¹⁶¹⁶ Este problema puede ser abordado inmediatamente.

$100 < q < 1000$. Será un número de tres cifras.

Para probar que no es “mágico”, los niños hacen la división.

$$8543 : 72 = 118 \text{ resto } 47$$

El mismo desarrollo y la misma consigna para:

$$12\ 548 : 57 = 220 \text{ y resto } 8$$

$$53\ 821 : 23 = 2340 \text{ y resto } 1$$

Segunda parte de la actividad: sistematización - ejercicios

¿De cuántas cifras se compone el resultado (el cociente) de estas divisiones? Justifica tu respuesta (es la parte buscada).

$$253 : 18 \text{ (dos cifras)}$$

$$7019 : 64 \text{ (tres cifras)}$$

$$6238 : 85 \text{ (dos cifras)}$$

$$54\ 703 : 295 \text{ (tres cifras)}$$

$$35\ 143 : 4819 \text{ (una cifra)}$$

Corrección después de cada operación. Las observaciones serán hechas en cuanto al número de cifras del cociente en relación con el número de cifras del divisor y del dividendo.

CONCLUSIÓN

Las quince primeras clases permitieron descubrir una nueva clase de problemas cuya resolución se acompañaba de la elaboración del algoritmo de la división euclidea.

En etapas de la progresión, las producciones escritas del algoritmo de la división son, por ejemplo:

$$5584 = 32 \times (100 + 70 + 4) + 16$$

T I P O I

$$\begin{array}{r} 5584 \\ - 3200 \\ \hline 2384 \\ - 2240 \\ \hline 0144 \\ - 128 \\ \hline 016 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ \hline 100 \\ 70 \\ 4 \end{array}$$

T I P O II

$$\begin{array}{r} 5584 \\ - 3200 \\ \hline 2384 \\ - 1600 \\ \hline 0784 \\ - 320 \\ \hline 464 \\ - 320 \\ \hline 144 \\ - 128 \\ \hline 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ \hline 100 \\ 50 \\ 10 \\ 10 \\ 4 \end{array}$$

T I P O III

$$\begin{array}{r} 5584 \\ - 3200 \\ \hline 2384 \\ - 2240 \\ \hline 0144 \\ - 128 \\ \hline 016 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ \hline 174 \end{array}$$

T I P O IV

$$\begin{array}{r} 5584 \\ - 3200 \\ \hline 2384 \\ - 2240 \\ \hline 144 \\ - 128 \\ \hline 016 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ \hline 100 + 70 + 4 \end{array}$$

Algunos alumnos tienen todavía tendencia a no realizar la división en el mínimo de pasos (Tipo II). La mayoría conserva las restas escritas.

Las secuencias 15 a 30, incluidas en la planificación indicativa a comienzos de la sección destinada a cuarto grado son secuencias (no descriptas en este documento) en las cuales la división ha sido abordada en situaciones problemas y que permiten trabajar definitivamente una presentación del Tipo III. Pero estas últimas secuencias ya no tienen por objeto primero instalar la división.

LA DIVISIÓN EN QUINTO GRADO

PREÁMBULO

Desde el fin del tercer grado, y particularmente en cuarto grado, los niños han construido, utilizado y perfeccionado procedimientos que permiten resolver cualquier división euclidiana.

Para los alumnos de quinto grado se trata de:

- afianzar las nociones de cociente y resto;
- manipular “una y otra vez” el orden de magnitud del cociente;
- llegar a una presentación económica y eventualmente “definitiva” de una técnica de cálculo;
- poner en marcha esta técnica en el momento oportuno con una fiabilidad razonable a lo largo del año escolar.

Observación: no se encontrará, en las actividades descritas que siguen ni la elaboración ni la puesta en práctica de una técnica de cálculo de cocientes decimales aproximados. En realidad, este trabajo en la escuela Jules Michelet está íntimamente relacionado con las actividades sobre los números decimales que son objeto de otro documento que se está redactando en el IREM de Bordeaux¹⁷.

Como en el preámbulo de tercero y de cuarto grado, nos parece importante recordar dos principios de base que garantizan la reproductibilidad de las actividades descritas aquí:

1. En el plano de la conducción de la clase: varias actividades están organizadas en forma de juego de comunicación, es necesario que los alumnos tengan cierto hábito de intercambio de informaciones, de justificación de sus afirmaciones para organizar “debates” que permitan construir un saber que deba ser institucionalizado.

2. En el plano de los saber - hacer: es indispensable que los alumnos tengan: un “buen” dominio del funcionamiento de la numeración; una práctica fiable de la suma, de la multiplicación y de la resta; una cierta práctica de la estimación del orden de magnitud de un resultado (sin resolver la operación).

ANTECEDENTES

Podemos retomar aquí integralmente los ANTECEDENTES descritos en la sección de cuarto grado. El lector deberá revisarlos adaptando eventualmente los ejemplos al nivel de su clase. Agregaremos aquí solamente el resultado de un estudio realizado en torno a los dos ejercicios siguientes:

A ¿Cuál es el número de decenas del número 458?

B. Un equipo de carreras de postas tiene 10 alumnos. ¿Cuántos equipos se pueden formar con los 458 alumnos de la escuela?

¹⁷ NdT: en ese momento en redacción, véase: Brousseau N., Brousseau G. (1987) *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. Bordeaux: IREM de Bordeaux.

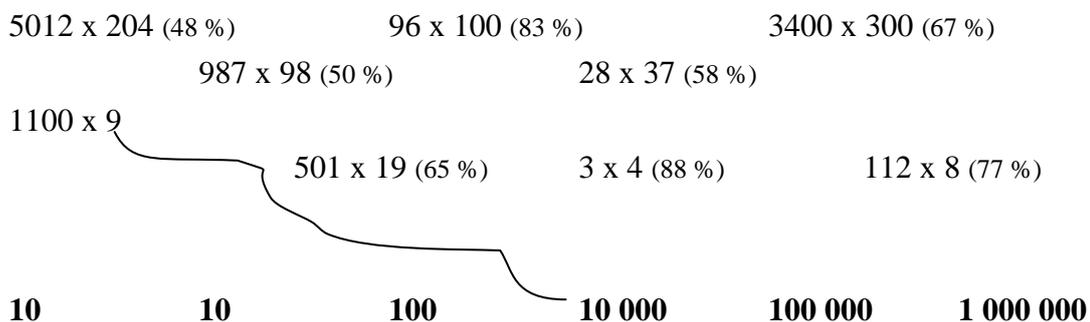
Independientemente del “eterno” problema del vocabulario CIFRA de las decenas (aquí 5) y NÚMERO de decenas (aquí 45), el examen del comportamiento de los alumnos de cuarto y quinto grado ante estos ejercicios muestra que la mayoría no relaciona el ejercicio A con el B... De allí el interés en manipular, después de segundo grado, no sólo las descomposiciones del tipo $458 = 4 \times 100 + 5 \times 10 + 8$ sino también $458 = 45 \times 10 + 8$ (45 paquetes de 10 más 8).

Describimos ahora algunos ejercicios sobre la estimación del orden de magnitud del resultado (sin resolver las operaciones). A título indicativo damos algunos porcentajes obtenidos en los quintos grados de la escuela Jules Michelet durante el segundo mes de clases.

Rodea la respuesta que te parezca más próxima al resultado, sin resolver la operación.						
$1052+857+8149$	5000	6 %	10000	80 %	20000	13 %
$42500+24+39284$	80000	71 %	50000	9 %	100000	19 %
$4528 - 3719$	800	25 %	1200	72 %	200	2 %
$9999 - 1001$	7000	4 %	8000	24 %	9000	71 %
387×7	2100	29 %	1500	10 %	2800	60 %
53×18	1000	71 %	2000	12 %	3000	16 %

La tercera fila plantea problemas a los niños... sin embargo es importante a nivel de la sustracción (¡para la división!) tener un comportamiento fiable sobre el orden de magnitud. La quinta fila muestra que muchos alumnos (casi 1 de 3) redondearon 387 por 300!! Se observa que el 27 % de los niños comete al menos un error (5 o 6 respuestas exactas).

II. Sin resolver la multiplicación, relaciona cada producto con los números que indican el orden de magnitud del resultado (ver el ejemplo).



El 39 % de los alumnos comete al menos un error (7 u 8 respuestas correctas). ¡Todos los errores constatados son por un cero!!

III. Para cada producto, uno solo de los resultados es exacto. Sin hacer la multiplicación, rodea el resultado correcto.

34 x 9	2736	12 %	377	2 %	306	85 %
24 x 11	2604	2 %	264	90 %	604	8 %
79 x 23	1817	70 %	14321	18 %	3427	12 %
48 x 35	1680	65 %	590	2 %	1250	32 %
56 x 189	10585	15 %	5624	15 %	10584	70 %

El 65 % de los alumnos comete al menos un error (5 o 6 respuestas exactas).

Otros ejercicios

<p>Sabiendo que $336 \times 18 = 6048$, completa (sin resolver la operación):</p> <p>$336 \times 19 = 6048 + \dots$</p> <p>$337 \times 18 = 6048 + \dots$</p> <p>$335 \times 18 = 6048 - \dots$</p> <p>$336 \times 17 = 6048 - \dots$</p> <p>$3360 \times 18 = \dots$</p> <p>$336 \times 180 = \dots$</p>	<p>Sabiendo que $36 \times 28 = 1008$, da los resultados de las multiplicaciones (sin resolver la operación):</p> <p>$18 \times 28 = \dots$</p> <p>$36 \times 56 = \dots$</p> <p>$18 \times 56 = \dots$</p> <p>$72 \times 14 = \dots$</p> <p>$12 \times 56 = \dots$</p> <p>$14 \times 18 = \dots$</p>
--	--

Completa reemplazando el punto por una cifra:

80	<	21	x	•	<	100
900	<	325	x	•	<	1000
500	<	301	x	•	<	600
450	<	68	x	•	<	550
80	<	4	x	•5	<	110
800	<	9	x	9•	<	850

En el último partido de fútbol, se registró en el estadio municipal 10 783 entradas a 48 F y 1987 a 105 F. Da un orden de magnitud del monto total (sin resolver las operaciones).

LA DIVISIÓN: PRIMERA ACTIVIDAD

En esta primera clase, nos proponemos una “situación – problema” (como en 4º) que debería permitir a cada niño obtener un resultado... Reinvirtiendo las nociones adquiridas los años precedentes durante las clases sobre la división, o utilizando otros procedimientos. (Es importante precisar que no se dijo a los alumnos que se trata de un problema de “división”).

Material: • el texto del problema fotocopiado para cada alumno. (Si el maestro no tiene posibilidad de fotocopiar el texto, puede escribirlo en el pizarrón). Hojas de papel afiche (aproximadamente 65 x 50) y marcadores.

Situación de búsqueda: texto del problema

45 países participaron en una reunión internacional. Cada país envió una delegación. Treinta de ellos enviaron una delegación de cincuenta personas, los otros, una delegación de veinticinco personas. Durante la reunión se organizó una excursión en ómnibus. ¿Cuántos ómnibus se necesitan sabiendo que cada uno transporta 56 personas?

Primera parte de la actividad (25 a 30 minutos)

a) **Consigna** oral: *“Lean este texto varias veces, de modo que lo entiendan bien. Si hay palabras que no conocen o que les plantean dudas, las explicaremos juntos, una vez que hayan leído.”*

Para el texto del problema propuesto “Reunión internacional” y “delegación” han sido el objeto de explicaciones colectivas. La pregunta: ¿qué se debe saber para poder encontrar el número de ómnibus? puede ser formulada después de estas explicaciones colectivas.

b) **Desarrollo:** durante esta primera parte, los niños buscan solamente el número de participantes, trabajando individualmente en su cuaderno borrador.

Al cabo del tiempo que juzgue razonable, el docente dirigirá una fase colectiva para ayudar a los niños en dificultades en esta primera etapa de resolución del problema.

Segunda parte de la actividad (30 minutos)

a) **Consigna** oral: *“Todos Uds. conocen el número de participantes que anoto en el pizarrón. Van a buscar ahora el número de ómnibus necesario para llevar a estas personas a la excursión. Van a hacer esta búsqueda en grupos de dos o tres en hojas de papel que voy a distribuirles con marcadores. Todos los cálculos que hagan deben estar escritos sobre en hoja.”*

b) **Desarrollo:** los alumnos se organizan en grupos (2 o 3) y buscan el número de ómnibus.

El maestro no interviene en esta actividad salvo para alentar o dar información que no puede en ningún caso, inducir a los alumnos hacia tal o cual procedimiento (por ejemplo dar una tabla de multiplicación). Al final de la actividad, el docente retira las hojas sobre las cuales han trabajado los niños y que serán examinadas durante la clase siguiente. (El maestro no emite juicio sobre los resultados o el trabajo realizado).

Resultados: todos los grupos encontraron un procedimiento y un resultado (véase segunda actividad).

LA DIVISIÓN: SEGUNDA ACTIVIDAD

Esta clase tiene por finalidad analizar y comparar los diferentes procedimientos puestos en marcha por los alumnos durante la actividad precedente y poner en evidencia el algoritmo más económico... Se desarrolla en dos partes.

Primera parte de la actividad

Examen colectivo de los procedimientos y de los resultados (30 minutos aproximadamente).

a) **Consigna:** “Ayer hicimos un problema. ¿Se acuerdan lo que pasó? (El maestro hace una revisión rápida de la actividad precedente). Voy a poner todas las hojas en el pizarrón. Las van a mirar atentamente y podrán luego hacer observaciones. Luego cada grupo vendrá a explicar cómo procedió”.

Después de exhibir todas las hojas, el docente deja algunos minutos a los niños para observar sus producciones. La consigna dada, muy “abierta” puede parecer vaga y poco rigurosa (“mirar... hacer observaciones”) sin embargo la existencia de un contrato implícito entre el docente y los niños conduce a estos a debatir sobre la pertinencia, la economía y la validación de los diferentes trabajos.

b) **Desarrollo:** según los procedimientos utilizados (siempre hay al menos dos) los niños hacen observaciones o proposiciones tales como: “Habría que ordenar las hojas de otro modo. Se deberían poner juntas todas en las que hay multiplicaciones, y después todas en las que hay divisiones... etc.”.

Después de dejarlos que se expresen espontáneamente, el maestro pide a los niños que expliquen el método que utilizaron. Cada grupo pasa entonces al pizarrón uno después de otro para exponer su procedimiento, responder eventualmente a las preguntas de los otros grupos, aportar precisiones, probar la veracidad de un cálculo, ...

Un debate entre los niños se instala a menudo con respecto a una situación como esta, debate que conviene que el maestro gestione discretamente –sin emitir juicio definitivo- pero de una manera constructiva, conservando las observaciones pertinentes que podrán ser retomadas en una fase posterior, y dejando de lado las que no tienen interés.

c) **Resultados:** 53 alumnos – 22 grupos de trabajo (dos divisiones de 5° grado)

Aparecen tres procedimientos:

Primer tipo. Búsqueda del resultado

por sustracciones (un grupo).

Procedimiento eliminado por los niños porque se lo consideró demasiado largo.

Handwritten student work showing a complex subtraction problem and a multiplication problem. The subtraction part shows $4875 - 156 = 4719$. Another subtraction shows $1819 - 1560 = 259$. A third subtraction shows $1259 - 1120 = 139$. The multiplication part shows $56 \times 10 = 560$, $56 \times 20 = 1120$, and $56 \times 4 = 224$, which are summed to get 1680 . The final conclusion is "Se necesitan 34 autos, sobran 10 huecos".

Segundo tipo. Búsqueda del resultado por encuadramiento con multiplicaciones (seis grupos). Procedimiento también eliminado porque supone tanteos que

Handwritten student work showing a multiplication problem. It shows $56 \times 30 = 1680$, $56 \times 4 = 224$, and $1680 + 224 = 1904$. The final conclusion is "Se necesitan 34 autos".

pueden ser muy largos.

Los niños de este grupo, dijeron después de haber explicado sus cálculos: “sabíamos que había que hacer una división, la habíamos planteado pero no supimos terminarla: habíamos encontrado 30, pero después habíamos puesto 4, era demasiado grande y no llegamos. Entonces ¡hicimos multiplicaciones!”

Tercer tipo. Búsqueda del resultado por un algoritmo de división (más o menos económico, quince grupos).

Número de personas que van a la excursión: 1875

Número de autos para la excursión:
 $1875 : 56 = 33$ sobran 27 personas

Hay que pedir 34 autos, habrá uno en el que sobran 29 lugares

56	1875
56x20=	1120
	0755
56x10=	560
	195
56x3=	168
	27

56
-27
29

$56 : 1875 = 33$ sobran 27

56	1875
56x30=	1680
	0195
56x3=	168
	0027

Hicimos una división para obtener cuántos autos se necesitan: se necesitan 34

$1875 \div 56 = 33$ y sobran

	33	
56	1875	
	168	
	0195	
	168	
	027	

Segunda parte de la actividad

Comparación de las diferentes divisiones (20 minutos).

a) Desarrollo: los niños observan las hojas que quedaron exhibidas. (Están en el pizarrón los trabajos que muestran un algoritmo de división: tercer tipo de procedimiento). Los alumnos deben buscar el algoritmo más económico.

El algoritmo de tipo 2 fue conservado. Una comparación con el tipo 3 se realizó... (trabajo de una repitente). Dificultades fueron encontradas ya que ciertos alumnos aceptan con mucha reticencia el hecho de escribir directamente 33 en el cociente (es precisamente esta técnica la que se busca instalar al final del aprendizaje, véase la tercera actividad.)

Tercera parte de la actividad (10 minutos aproximadamente)

El maestro propone entonces otra división en el pizarrón, precisando que va a tener que hacerse con el menor número de “pasos” posible.

Esta división es hecha colectivamente. Los alumnos proponen procedimientos, solamente los más rápidos son conservados e implementados. El maestro o un alumno anota uno a uno los resultados obtenidos en el pizarrón.

LA DIVISIÓN: TERCERA ACTIVIDAD

Esta clase está consagrada a la implementación del algoritmo definitivo. Para que este estudio no sea demasiado fastidioso, hemos organizado las fases siguientes: previsiones del orden de magnitud del cociente, verificación de las previsiones, implementación del algoritmo, prueba de la división, aplicación.

I) Previsiones del orden de magnitud del cociente (5 mn)

El docente escribe en el pizarrón la operación siguiente, y pide a un alumno que la lea:

$$34\ 728 : 327$$

a) **Consigna** oral: *¿Pueden intentar adivinar cuántas cifras habrá en el cociente? Cuando tengan una idea, escriban su respuesta en el cuaderno borrador.*

b) **Desarrollo:** después de unos instantes de reflexión, los alumnos anotan sus previsiones en su cuaderno borrador. Se anotan luego en el pizarrón, y se plantea el problema siguiente: *“¿Cómo saber entre todas las previsiones que han hecho cuál es la “correcta”?”*

Inmediatamente, los niños proponen “hacer” la cuenta. Efectúan el cálculo y comparan el resultado obtenido con sus previsiones.

II) Verificación de las previsiones: (10 mn)

a) **Consigna** oral: *“¿Quién adivinó bien? ¿Quién sabría explicar el razonamiento que ha hecho para prever?”*

b) **Desarrollo:** esta fase se desarrolla bajo la forma de un debate entre los niños. Por turno, formulan el razonamiento efectuado para poder prever. Es importante que aquellos que han elaborado un pronóstico erróneo expliciten su procedimiento, lo que permite al maestro hacer avanzar la discusión.

Todos los niños de la clase no pueden intervenir porque sería demasiado largo. Cuando una estrategia ha sido expuesta, el maestro enumera señala a los niños que han utilizado este método. Luego, intervienen solamente aquellos niños que elaboraron un razonamiento diferente.

c) Algunos razonamientos hechos por los niños

- “Ví que si hacía 327×100 , daba 32700 y podía quitar 32700 a 34728 una sola vez. Entonces pensé que encontraría centenas, lo que da tres cifras.”

- “Yo, miré el número de cifras: ví que en 34728, hay 5 cifras, en 327, hay 3. Si agrego dos ceros a 327, da también 5 cifras y encuentro un número más chico que 34728 pero no mucho más chico. Entonces ví que esto daba 3 cifras en el cociente”.

- Un niño interviene: “a veces el número de cifras puede hacer equivocar porque 5 cifras en este número (muestra el dividendo) y 4 en este (muestra el divisor) puede dar una cifra o 2 en el cociente. Y da un ejemplo de este tipo: $12432 : 9872$, da 1 cifra en el cociente; y $75204 : 3241$, da 2 cifras en el cociente. Esto depende de los números.”

III) Presentación del algoritmo definitivo (20 minutos):

El maestro se apoya en la discusión precedente para hacer entender el algoritmo definitivo a los niños.

a) **Consigna** oral: “*Vamos a corregir esta división, pero vamos a intentar encontrar el resultado lo más rápidamente posible, con el menor número de “pasos” posible*”.

b) **Desarrollo:** la operación está escrita en el pizarrón:

$$327 \quad \boxed{34\ 728}$$

El maestro toma en cuenta las búsquedas de los niños y vuelve sobre el significado de la actividad que consiste en restar 32700 a 34728: “¿Cómo se pasa de 327 a 32700? ¿Cómo continuar el cálculo?”

El maestro aprovecha la respuesta a la primera pregunta para introducir una nueva convención de escritura. En lugar de escribir 100 como se lo hacía antes, se escribirá una centena. El problema de la disposición es resuelto rápidamente por los niños: “se ubica el 1 arriba del 7 porque en 34728 hay 347 centenas”.

Los niños continúan entonces su cálculo, prevén cuántas veces se puede sacar 327 a 2028 ($34728 - 32700$) y ponen el 6 encima del 8 porque 10 veces es demasiado grande. Esto conduce a las disposiciones siguientes:

Primera etapa

$$\begin{array}{r}
 \\
 327 \\
 \hline
 34\ 728 \\
 32\ 700 \\
 \hline
 02\ 028
 \end{array}$$

Segunda etapa

$$\begin{array}{r}
 \\
 327 \\
 \hline
 34\ 728 \\
 32\ 700 \\
 \hline
 02\ 028 \\
 1\ 962 \\
 \hline
 0\ 066
 \end{array}$$

Los niños observan inmediatamente que la escritura es incorrecta y que hay que ubicar un cero encima de las cifras de las decenas.

		106
	327	34 728
327 x 100		32 700
		02 028
327 x 6		1 962
		0 066

Esta fase es desarrollada rápidamente y fue ampliamente facilitada por el dominio que tenían los alumnos del sistema de numeración así como por su capacidad para apreciar los órdenes de magnitud.

Veamos a título indicativo el tipo de razonamiento que han utilizado para la segunda etapa del cálculo.

La maestra pregunta: *¿Pueden prever cuántas veces se puede restar 327 de 2028?* “No se puede restar 10 veces porque $327 \times 10 = 3270$, es demasiado. La mitad de 3270 está en los 1600 porque $2 \times 16 = 32$ que es más chico que 2028 pero puede ser que con lo que me llevo alcance”. Intentan entonces sucesivamente $327 \times 5 = 1635$ y $327 \times 6 = 1962$. “Para estar realmente seguro que es 6 veces, hay que intentar 7 veces: $327 \times 7 = 2289$, es demasiado grande.”

El docente plantea: *“¿La operación está terminada? ¿Por qué?”* Hace que los niños formulen: el resto es menor que el divisor.

a) Aquí, por razones de comodidad, puede introducir las palabras “dividendo” y “divisor” (los niños ya conocen “cociente” y “resto”).

b) Pide luego a los niños que miren si la operación que ellos habían hecho estaba bien o no. Si era correcta, les pregunta si lo hicieron de la misma manera (comparación del número de “pasos”). Si era incorrecta, les pregunta por qué y los invita a encontrar su error (en las tablas de multiplicar, en las restas, etc.)

IV) Prueba de la división

a) **Consigna:** *“Todos los que habían previsto tres cifras en el cociente acertaron. Sin embargo, a pesar de esto, algunos se equivocaron en la cuenta. ¿Cómo hubieran podido darse cuenta de que estaba mal? ¿Quién sabría probar que la cuenta que acabamos de corregir es correcta?”*

b) **Desarrollo:** el maestro pregunta qué significa el resultado que se encontró.

Respuesta de los niños: “se pudo restar 106 veces 327 a 34728 y sobran 66”.

Los alumnos entienden rápidamente lo que hay que hacer y uno de ellos pasa a escribir al pizarrón: $106 \times 327 + 66$. Cada uno hace el cálculo en su cuaderno borrador y constata que efectivamente encuentra 34728. El maestro escribe entonces en el pizarrón: $106 \times 327 + 66 = 34728$.

V) Ejercicio de aplicación (10 minutos)

El maestro propone otra división: $4573 : 78$.

“Antes de hacerla, ¿pueden adivinar cuántas cifras habrá en el cociente?”

Los niños hacen propuestas que son escritas en el pizarrón. Después calculan en el cuaderno borrador. La corrección se hace en el pizarrón por un niño con dificultades ayudado por el maestro.

VI) Resultados

En general todos los alumnos entendieron. Pero no hay que esperar que ahora todos sean capaces de resolver la operación con el procedimiento más rápido. Habrá todavía tanteos, ensayos... no hay que olvidar que esta técnica (qué será definitiva) debe reemplazar a otra que ya era dominada por muchos niños.

Para que el algoritmo se implemente progresivamente, el maestro puede dar durante un tiempo (una o dos semanas) una división para hacer rápidamente al comienzo de la clase de matemáticas.

Los alumnos prevén el orden de magnitud del resultado. Resuelven la operación.

La corrección es inmediata. El maestro puede así ubicar a los niños que progresan, los que están en dificultades... e intervenir según convenga.

Reduce progresivamente el tiempo (de 10 minutos, pasa a 8, luego a 5...) con el consenso de los niños y, como un juego (una carrera contra el reloj, por ejemplo). Simultáneamente el maestro hace una revisión de las tablas de multiplicación y del cálculo mental.

Primera división: $227\ 825 : 2536$

80% encuentra el número de cifras del cociente, 65% hace los cálculos correctos

Segunda división: $35\ 728 : 29$

88% encuentra el número de cifras del cociente, 65% hace los cálculos correctos. Estos resultados parecen ilustrar que no es el número de cifras del divisor (¡idea difundida por largo tiempo!) sino al contrario, el del cociente, una “buena” variable discriminante en cuanto a la “dificultad” de una división.

LA DIVISIÓN: CUARTA ACTIVIDAD

En el transcurso de esta actividad, los alumnos inventan enunciados de problemas a partir de una división dada. Uno de estos enunciados será elegido y comunicado a otra clase, lo que es una actividad importante para los niños.

I) Redacción de la situación (20 minutos)

El maestro pide a los niños que propongan una división. Se elige una de ellas y se escribe en el pizarrón: $453\ 532 : 3524$

El maestro apoya la elección de una división con números grandes (de hecho son las que casi siempre proponen los niños).

a) **Consigna:** *“Van a inventar una situación que corresponda a esta división. Cuando la hayan redactado, van a calcular el resultado. Después, elegiremos una que llevaremos a los compañeros de la otra clase que deberán hacerla. Uds. mismos van a recibir una que ellos van a preparar y enviarles.”*

b) **Desarrollo:** los niños trabajan en grupo de 2 o 3: tienen una hoja blanca en la cual tienen que redactar el texto de la situación y luego efectuar el cálculo en su cuaderno borrador. El maestro reúne luego todos los textos propuestos por los niños.

II) Análisis de los textos (30 minutos)

a) **Consigna:** “*Voy a leer estos textos, uno tras otro, y Uds. dirán lo que piensan.*”

b) **Desarrollo:** cada texto es leído en voz alta y lentamente por el maestro. Los niños dan sus impresiones: “este va, este no”. El maestro les pide entonces que precisen por qué “no va” y así los conduce progresivamente a darse cuenta de la plausibilidad de una situación y a eliminar todas las que no son plausibles.

En realidad, para los niños, desde el momento en que el enunciado corresponde a la división propuesta, es correcto.

Poco a poco, los textos son repartidos en tres montones.

Primer montón: textos que no corresponden a una división (hay solo uno).

En 1980 había 453 532 ratas, y ahora en 1982 quedan 3524. ¿Cuántas ratas desaparecieron de 1980 a 1982?

Segundo montón: los textos corresponden a una situación de división y no son plausibles (los más numerosos)

Un ganadero tiene 453 532 vacas, y las pone de a 3524 en cada parcela. ¿Cuántas parcelas necesitará?

Pedro tiene 453 532 bolitas, quiere hacer paquetes de 3524. ¿Cuántos paquetes deberá hacer?

Tercer montón: los textos corresponden a una situación de división y son plausibles (hay muy pocos)

Una editorial imprime 453 532 libros en el transcurso de varios años. 3524 bibliotecas compraron estos libros. ¿Cuántos libros compró cada biblioteca, sabiendo que cada una compró el mismo número?

Un buque cisterna puede contener 944 toneladas de petróleo. Se necesita transportar 378784 toneladas, ¿cuántos viajes deberá hacer?

Solo los textos del tercer montón son conservados. Uno de ellos, elegido por los niños (bajo la conducción del maestro) es objeto de una redacción común para ser transmitido a la clase paralela.

Los últimos dos textos fueron objeto de la comunicación entre las dos clases paralelas.

III) Intercambio de textos

El maestro escribe en el pizarrón el texto de la otra clase. Es leído y comentado por los niños.

a) **Consigna:** “*Busquen rápido la solución en el cuaderno borrador.*”

b) **Desarrollo:** los niños buscan individualmente. Cuando terminaron, el maestro reúne los resultados que serán verificados en el pizarrón, y luego comunicados a la otra clase.

El maestro puede organizar la misma actividad haciendo dos grupos en la clase (cada grupo jugando el rol de una clase). En este caso, es evidente que son los niños de un mismo grupo los que deberán ponerse de acuerdo para elegir un texto y que serán analizados después del intercambio.

IV) Resultados

En el transcurso de esta clase, los alumnos inventaron situaciones que fueron analizadas y realizaron dos divisiones de las cuales controlaron su exactitud.

Esta actividad fue muy interesante para los niños.

LA DIVISIÓN: QUINTA ACTIVIDAD

La “última” clase dedicada a la división en naturales, puede ser la resolución de un problema clásico en el cual hay una o varias divisiones.

Es evidente que el estudio de la división en naturales no está terminado de una vez y para siempre. Solo haciendo regularmente operaciones, los mecanismos se implementarán. Estas operaciones pueden ser dadas de una manera sistemática o utilizadas en el estudio de otras nociones (las dos soluciones son deseables).

Este problema puede ser: elaborado por el maestro (en función de las nociones ya estudiadas) o elegido de un manual escolar para quinto grado (siempre teniendo en cuenta los conocimientos y adquisiciones de los niños). Ejemplo de problema planteado:

El Sr. Durand quiere rodear una parcela que tiene la forma de un rectángulo de 352 m por 283 m con un alambre electricado. Este alambre se vende en rollos de 75 m cada uno. 1) ¿Cuántos rollos deberá comprar el Sr. Durand? 2) Cada rollo cuesta 95 \$. Necesita también comprar 130 postes que valen 18 \$ cada uno. ¿Cuál será el gasto total del Sr. Durand para cerrar su parcela?

Resultados (a título indicativo, en los dos quintos grados de la Escuela Jules Michelet (51 alumnos): 24 % lo resolvió completo. Con respecto a la primera pregunta: 76 % de los alumnos proponen una división por 75; 63 % hace un cálculo correcto (cociente 16 resto 70); 57 % da como respuesta 17.

ANEXO

1. Uso de la calculadora

2. Uso de la computadora

A lo largo de estas progresiones y particularmente en cuarto grado, hemos intentado poner en evidencia el rol del maestro en la gestión de variables didácticas, por ejemplo:

- el maestro decide si los niños tienen o no a su disposición el repertorio,
- el maestro sabe que el número de cifras del cociente determina las acciones de los niños. Decide entonces el número de cifras del cociente.
- El maestro decide si los niños deben prever el número de pasos o no.

Pero hay otras variables que podrían permitir una mejor aproximación, por ejemplo:

- Las sustracciones sucesivas podrían ser efectuadas automáticamente, a fin de liberar momentáneamente a los niños de estas operaciones,
- La suma final podría ser efectuada, también, automáticamente.

1. El uso de las calculadoras permite ventajosamente el tratamiento de las restas sucesivas a condición que tengan el factor constante en segunda posición para la resta (este es el caso para la mayoría de las calculadoras “baratas”).

Aquí dos ejemplos de actividades posibles:

A partir de tercer grado:

Noventa obreros se presentan en la cantina de la empresa para almorzar. Deben instarse en mesas de doce personas...

Resolución con la máquina...

Siete mesas completas

Teclado	9	0	-	1	2	=	=	=	=	=	=	=
Visor	9	90	90	1	12	78	66	54	42	30	18	6

Una mesa para
los últimos 6

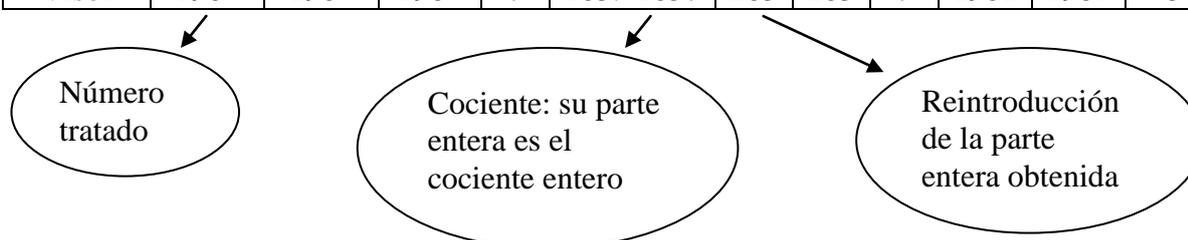
En quinto grado:

Si se clasifican los números en una tabla, de la forma indicada abajo, ¿en qué columna se encontrarán los números 1984? ¿10 000? ¿3 333 333?

0	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15
...

Resolución con la máquina

Teclado	1984	M+	:	7	=	283	x	7	=	M-	MRC
Visor	1984	1984	1984	7	283.42857	283	283	7	1981	1981	3



2. La Escuela Normal Superior de Mégnac produjo un programa que utiliza las ideas desarrolladas en este enfoque de la división.

El programa se compone de dos partes.

- 1/ Una parte destinada al maestro que le solicita fijar ciertas variables.

PARA EL MAESTRO	
Para la escritura del cociente:	
suma automática o no...	: Sí/No
para la escritura del resto:	
resto automático o no...	: Sí/No
utilización posible del repertorio	
para el alumno o no	: Sí/No
El niño deberá prever el número	
de pasos...	: Sí/No
Número de cifras máximo del dividendo	4
Número de cifras mínimo del dividendo	4
Número de cifras máximo del cociente	3
Número de cifras mínimo del cociente	-

Primera página pantalla: entrada de los datos que participan en la caracterización de la situación.

- 2/ Una parte destinada al alumno

Se trata de la página de trabajo propiamente dicha. La división por resolver es exhibida y el niño usa el lápiz óptico tanto como el teclado

13494	17	¿Cuántas veces quieres tomar 17?			
- 10200	600	1	10	100	1000
3294	10	2	20	200	2000
- 170		3	30	300	3000
3		4	40	400	4000
		5	50	500	5000
		6	60	600	6000
		7	70	700	7000
		8	80	800	8000
		9	90	900	9000
Si terminaste, haz click aquí		----- <input type="text"/>			

Página de trabajo: el alumno decide el número de veces 17 usando el lápiz óptico. Aquí apoyó sobre 600, luego, después de haber efectuado la resta (versión manual) apoyó sobre 10.

El alumno puede trabajar de acuerdo a sus propias decisiones. El número de restas posibles no está limitado. Al final de su actividad, si el maestro eligió esta opción, el niño tiene el balance de su trabajo.

13494	17	Necesitaste 8 pasos
- 10200		
3294	600	Habías previsto 5 pasos
- 170	10	
3124	100	Intenta mejorar
- 1700	80	
1424	3	
- 1360		
64		Lápiz
- 51		
13		

Página pantalla: balance de la actividad

Posibilidad de conservar el trabajo del niño imprimiendo las páginas-pantallas con una impresora.

BIBLIOGRAFÍA

<i>Título del documento</i>	<i>Algunas precisiones</i>	<i>¿Dónde encontrarlos?</i>
Recherches sur l'enseignement du calcul numérique. Brousseau, G. (1974)	Sugerencias teóricas relativas al conocimiento de los procesos de aprendizaje del cálculo numérico (economía, incertidumbre, costo).	<i>Cahier 15</i> , IREM de Bordeaux
Processus de mathématisation Brousseau, G. (1972)	Descripción de «modelos» que aparecen en un proceso dialéctico de apropiación del conocimiento (acción, formulación, validación).	<i>La mathématique à l'école élémentaire</i> , A.P.M.E.P. (p. 428)
La division euclidienne Brousseau, G. (1972)	Explicitación de una elección didáctica a través de una serie de lecciones.	<i>La mathématique à l'école élémentaire</i> , A.P.M.E.P. (p. 267)
L'observation des activités didactiques Brousseau, G. (1982)	Estudio metodológico de las condiciones y de las restricciones de una observación. (Desarrollo de una teoría de investigación en didáctica).	Revue Française de Pédagogie (n° 45)
A propos d'ingénierie didactique Brousseau, G. (1982)	Estudio de situaciones problemáticas como situaciones de aprendizaje. Identificación de las variables de comando que permiten la superación de un salto informacional. Funcionamiento del contrato didáctico a través de situaciones de comunicación, de prueba, de institucionalización.	Compte rendu de la 2ème Ecole d'Eté
Etude locale des processus d'acquisition en milieu scolaire Brousseau, G. (1978)	Ilustración del proceso de matematización a partir de un ejemplo de lección. (La carrera a 20).	<i>Cahier 18</i> (p. 7). IREM de Bordeaux

La division Briand, J. (1979)	Archivo que comprende tres módulos: presentación del proyecto; información; observación de secuencia.	Compte rendu du 6ème Colloque des PEN-APM-IREM (p. 33) IREM de Bordeaux
Résolution de problèmes de division au Cycle Élémentaire dans deux types de situations didactiques Teule-Sensacq, P. – Vinrich, G. (1982)	Estudio comparativo de los comportamientos de los alumnos ante situaciones que surgen de un aprendizaje ya sea empírico, ya sea dialéctico.	Educational Studies in Mathematics (n° 13)
Etude de l'influence des communications sur les acquisitions dans les groups d'enfants Restes, M. (1974)	Tesina de psicología educativa (la carrera a 20, situación problemática).	IREM de Bordeaux
La division à l'école élémentaire Elem Math III	Fascículo que reagrupa algunas preguntas relativas a la práctica de la división euclideana y a las modalidades de puesta en marcha. (Técnicas operatorias)	A.P.M.E.P.
"Qui dira vingt?" (Film 30 mn) Brousseau, G. (1973)	Una situación didáctica: punto de partida posible a la implementación de la división.	Radio-Télévision scolaire C.N.D.P.
"Algorithme de la division" (Film 30 mn) Brousseau, G. - Faucon, E. (1974)	Serie de secuencias (4º grado) que muestra la implementación de un algoritmo cada vez más económico de división euclideana.	Radio-Télévision scolaire C.N.D.P.

Direcciones de los organismos citados¹⁸:

- Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (I.R.E.M.)
351, cours de la Libération – 33405 Talences cedex
- Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Publica (A.P.M.E.P.)
29, rue d'Ulm – Paris cedex 05
- Centre National de Documentation Pédagogique
29, rue d'Ulm – Paris cedex 05
- Educational Studies in Mathematics
Editeur A. Bishop, Dpto. Of Education, Université de Cambridge
17 Trumpington Street – Cambridge CB2 APT, U.K.

¹⁸ *NdT*: direcciones no actualizadas.