

**MÀSTER PROFESSOR/A D'EDUCACIÓ SECUNDÀRIA  
OBLIGATÒRIA I BATXILLERAT, FORMACIÓ PROFESSIONAL I  
ENSENYAMENTS D'IDIOMES**

**(2017/2018)**

**ESPECIALITAT EN MATEMÀTIQUES**

**SAP509:  
TREBALL  
FINAL DE  
MÀSTER**

**MILLORA EDUCATIVA:  
COM INTRODUIR EL  
CONCEPTE DE DERIVADA PER  
PRIMERA VEGADA**



**AUTORA: María Jesús Flores Compañ  
TUTOR: Julio José Moyano Fernández**



## RESUM

En aquest document que es presenta a continuació es redacta la memòria corresponent al Treball Final de Màster (TFM) del Màster Universitari de Professor/a d'Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat, Formació Professional i Ensenyament d'Idiomes, en l'especialitat de Matemàtiques, que ha impartit la Universitat Jaume I durant el curs acadèmic 2017/2018. Ha estat realitzat per l'alumna María Jesús Flores Compañ i dirigit pel professor Julio José Moyano Fernández.

Tenint en compte les tipologies establertes en la normativa general per als TFM, aquest treball està basat en una millora educativa en què es fa ús de Tecnologies de la Informació i la Comunicació (TIC) i s'investiga sobre l'Aprenentatge Cooperatiu (AC). En particular, en aquest document s'exposa una unitat didàctica millorada implementada als alumnes de primer de batxillerat de l'Institut d'Educació Secundària Leopoldo Querol de Vinaròs (Castelló) durant el període de pràctiques d'aquest Màster. Concretament, la unitat didàctica té com a títol "Derivada d'una funció" i s'ha impartit a les dues modalitats de matemàtiques existents en aquest nivell educatiu (Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials I i Matemàtiques I) tenint en compte algunes petites diferències en la metodologia, les quals són analitzades.

Els objectius principals d'aquesta millora educativa estan centrats en augmentar la motivació de l'alumnat, fomentar l'aprofitament del temps en classe i fer front a les dificultats que existeixen a l'hora de comprendre el concepte de derivada d'una funció. A més, utilitzant diferents metodologies (treball cooperatiu o treball individual) per a cadascun dels grups estadísticament comparables, tracta de concloure quina metodologia obté major rendiment acadèmic en aquesta unitat didàctica.

Quant a les noves propostes de millora, tan els resultats acadèmics obtinguts per l'alumnat en aquesta unitat didàctica, com els qüestionaris d'avaluació docent emplenats per aquest, donen les principals idees per millorar l'actuació docent i, com a conseqüència, el rendiment acadèmic de l'alumnat. En aquest cas, els resultats mostren que el treball individual es relaciona amb major rendiment acadèmic que el treball en grup. A més, encara que, en general, l'alumnat prefereix treballar en grup, tan abans com després de l'experiència, només aquells que treballen individualment es donen compte dels avantatges que proporciona el treballar d'aquesta manera.



# ÍNDEX

<b>1. INTRODUCCIÓ</b>	<b>1</b>
1.1. Justificació	1
1.2. Marc teòric i objectius	2
1.3. Descripció dels apartats	4
<b>2. UNITAT DIDÀCTICA: Derivada d'una funció</b>	<b>5</b>
2.1. Destinataris	5
2.2. Objectius Didàctics	5
2.3. Competències clau	7
2.4. Continguts	7
2.5. Temporització	8
2.6. Metodologia i Activitats	12
2.7. Materials i recursos didàctics	19
2.8. Avaluació del alumnat	19
2.9. Avaluació docent	21
<b>3. RESULTATS</b>	<b>22</b>
3.1. Resultats de l'avaluació docent	22
3.2. Resultats del rendiment acadèmic	27
<b>4. PROPOSTES DE MILLORA</b>	<b>31</b>
<b>5. CONCLUSIONS</b>	<b>32</b>
<b>6. VALORACIÓ PERSONAL</b>	<b>34</b>
<b>7. BIBLIOGRAFIA I WEBGRAFIA</b>	<b>35</b>
<b>ANNEXOS</b>	<b>1</b>
ANNEX 1: Avaluació Inicial	1
ANNEX 2: Activitat proposada	3
ANNEX 3: Taula Derivades	7
ANNEX 4: Exàmens	8
ANNEX 5: Rúbrica de l'avaluació de l'alumnat	11
ANNEX 6: Qüestionari avaluació docent	12
ANNEX 7: Presentació Power Point	13



# 1. INTRODUCCIÓ

## 1.1. Justificació

Com serà sabut pel lector d'aquest treball, l'assignatura de pràctiques d'aquest Màster en aquesta universitat conté dues fases. En la primera d'elles l'alumne disposa de tres setmanes destinades a l'observació de l'activitat docent del seu tutor de l'IES, de manera que li permet plantejar-se propostes de millora a aquesta actuació docent. Durant la segona fase, en què l'alumne disposa de cinc setmanes, es dona l'opció de que aquest imparteixi, de la manera que cregui convenient (revisada i aprovada pel seu tutor de l'IES) alguns dels continguts de la seva especialitat, normalment una unitat didàctica completa. Aquest va ser exactament el meu cas.

Durant el període d'observació de la primera fase d'aquestes pràctiques em van cridar l'atenció diverses coses.

En primer lloc, vaig observar que el meu tutor de l'IES afrontava les classes de manera tradicional, és a dir, només amb l'ús de la pissarra. La rutina general utilitzada per aquest professor era, en primer lloc, fer les explicacions teòriques a la pissarra. A continuació, donar alguns exemples d'aquesta teoria. Seguidament, resoldre alguns dels exercicis del llibre de text i, per acabar, demanar a l'alumnat que en fes d'altres com a deures. En la següent sessió, es corregien els exercicis fets a casa i es tornava a començar amb aquesta rutina.

Per tant, en relació a aquest tema, la meua proposta de millora es va centrar en canviar aquesta mecànica de les classes introduint una nova metodologia.

Una altra característica que em va cridar molt l'atenció va ser el poc interès que mostraven la majoria dels alumnes de primer de batxillerat als quals el meu tutor de l'IES impartia les classes. Encara que, en major o menor mesura depenent de la modalitat de batxillerat, em va sorprendre que, en aquest nivell d'educació, el qual no és obligatori, els alumnes estiguessin molt distrets i poc interessats amb allò que s'explicava.

Per tant, respecte a aquesta característica, la idea principal de millora es va centrar en motivar més a l'alumnat amb allò que s'anava a explicar. Aquesta motivació es podia aconseguir introduint algun tipus d'estratègies relacionades amb l'entorn proper a l'alumnat, com per exemple l'ús de TICS o introduint exemples de la vida quotidiana relacionats amb allò que s'imparteix.

Una vegada fetes aquestes observacions i tenint les idees generals de com poder millorar aquesta docència cal plasmar-les dintre de la unitat didàctica concreta. En aquest cas, les dades establertes per a la segona fase del pràcticum van indicar que la unitat didàctica que s'impartiria en aquell moment seria "Derivada d'una funció".

Després d'identificar la unitat didàctica que havia d'impartir, el repte principal de fomentar la motivació de l'alumnat en aquesta, es va complicar ja que diversos professors/es de Matemàtiques, els quals porten molts d'anys treballant en la docència, van comentar que, precisament el concepte de derivada és un dels conceptes que més li costa a l'alumnat de primer de batxillerat. La raó principal d'aquesta dificultat és que és un concepte que el veuen per primera vegada. No només, no el comprenen sinó que veuen que allò que fan no serveix per a res.

Encara que sembla difícil donar un toc d'originalitat quan s'ha d'explicar un concepte tan complicat d'entendre com és el cas de la derivada d'una funció en un punt, un bon docent ha de ser capaç de, en la mesura del possible, poder convertir un concepte tan enrevessat amb un altre més

atractiu. Per tant, fent ús de la meua memòria fotogràfica vaig recordar que, durant la primera fase del pràcticum, vaig observar que en totes les aules de primer de batxillerat i havia un lloc destinat a deixar els cascos de l'alumnat que va a l'institut en moto. D'aquesta idea, sorgeix la manera de plantejar la introducció a aquesta unitat didàctica.

La estratègia emprada per motivar a l'alumnat és, crear un Power Point en el qual es recorren tots els conceptes principals relacionats amb la derivada d'una funció utilitzant les gràfiques de funcions que representen les velocitats que assoleixen diferents motoristes a mesura que transcorre el temps. Per a cada concepte que es mostra en aquest Power Point, es realitzen les seues interpretacions reals per a cadascun dels motoristes. A més, les gràfiques d'aquest Power Point es realitzen utilitzant GeoGebra Classic (2001), una ferramenta que atrau i facilita de manera visual l'explicació del conceptes teòrics. D'aquesta manera s'aconsegueix, no només contextualitzar els continguts de la unitat didàctica amb els interessos que tenen els estudiants, captant l'atenció i incrementant la motivació per entendre allò que explica el/la docent, sinó que també, introduir ferramentes TIC, com és l'ús de material digital en format Power Point i un software molt recomanable per a l'educació matemàtica.

A més, per tal de que l'alumnat sigui més participatiu i s'aprofiti el temps de les hores de classe, part de la metodologia que es planteja en aquesta millora educativa introdueix un sistema de puntuació extra que queda reflectit en la nota final. Utilitzant aquesta metodologia es podrà investigar si per a aquesta unitat didàctica en concret i, per aquest alumnat específic, és millor l'aprenentatge cooperatiu o el treball individual.

## **1.2. Marc teòric i objectius**

La majoria dels professors/es de matemàtiques, després d'anys d'experiència docent, opten per ensenyar les matemàtiques als seus alumnes de manera mecànica. És cert, que hi ha continguts que s'han d'aprendre i memoritzar per tal d'adquirir coneixements, però no s'hauria de deixar de banda la comprensió satisfactòria d'aquells conceptes que s'expliquen per tal de que l'aprenentatge sigui significatiu. És per això que, com diu Skemp (1980), cal saber distingir entre dos tipus d'aprenentatge: l'aprenentatge habitual o memorístic que és aquell que es basa en memoritzar i reproduir i l'aprenentatge intel·ligent o significatiu, aquell que implica comprensió i el qual els humans tenim la capacitat de desenvolupar.

Amb molta freqüència, i més en el cas de les matemàtiques, es sent dir que els alumnes no estan motivats i que no els interessa res d'allò que el/la docent tracta d'explicar. Tot i això, és evident que si que estan motivats, però per altres temes no escolars que els resulten més gratificants (Vaello Orts, 2011). És per això que cal treure partit d'aquestes situacions. A més, en un estudi on es fa el símil de la piràmide de l'alimentació amb la piràmide de l'educació matemàtica (Alsina, 2010), es descriu que la base d'aquesta última són les situacions quotidianes, la matematització de l'entorn i les vivències amb el propi cos. Per tant, per tal de desenvolupar l'aprenentatge intel·ligent és realment important motivar l'alumnat amb el per què s'estudia el que s'estudia i relacionar-ho amb una problemàtica de la vida real. Un dels primer objectius d'aquest treball és implementar aquesta idea en la metodologia didàctica desenvolupada utilitzant alguna ferramenta considerada TIC. Això es porta a terme amb una primera part, que serà introductòria a la unitat didàctica tractada, en aquest cas, "Derivada d'una funció".



Respecte a l'aprenentatge relacionat amb el càlcul de derivades, Artigue (1995) menciona que, encara que alguns càlculs i problemes estàndard es poden ensenyar amb procediments mes o menys mecànics, existeixen dificultats a l'hora d'interpretar la noció de derivada quan es veu el concepte per primera vegada. Per exemple, a aquestes edats el joves experimenten dificultats a l'hora de gestionar el significat, ja sigui mitjançant la seua expressió analítica (límit d'un quocient incremental) o mitjançant la interpretació geomètrica (pendent de la recta tangent) (Sánchez-Matamoros, García, & Llinares, 2008).

Aquestes dificultats poden ser degudes a diverses raons. D'una banda, podria estar relacionat amb que el propi docent no té els coneixements necessaris per a poder transmetre a l'alumnat allò que explica. Alguns autors com Pino-Fan, Godino, & Font, (2013a, 2013b), han considerat necessari l'estudi dels coneixements didàctic-matemàtics sobre la derivada que tenen els futurs professors/es de matemàtiques i que a més, Godino (2009), els classifica de manera general en sis categories diferents. La primera d'elles, l'epistèmica, la qual aborda els coneixements matemàtics relacionats amb el context institucional on es realitza l'estudi i la distribució en el temps. La segona, la cognitiva, relacionada amb els coneixements personals de l'alumnat i l'evolució de l'aprenentatge d'aquest. En tercer lloc, l'afectiva, que estudia la relació afectiva de l'alumnat respecte als objectes matemàtics i al procés d'estudi. La quarta, la mediacional, relacionada amb els recursos tecnològics i amb l'assignació del temps a les diferent accions i processos. La cinquena, la interaccional, que té en compte els patrons d'interacció entre el/la docent i l'alumnat i la seva seqüenciació orientada a la fixació i negociació de significats. Per últim, l'ecològica, on s'estudia els sistema de relacions amb l'entorn social, polític, econòmic, ... que condiciona el procés d'estudi. Per tant, per tal de tenir informació sobre l'actuació docent, en aquest treball es proposa a l'alumnat que al finalitzar la unitat didàctica empleni un formulari dedicat a l'avaluació docent. Aquest formulari ens servirà per poder fer propostes de millora a la realització d'aquesta unitat didàctica millorada.

Una altre motiu que podria estar directament relacionat amb aquestes dificultats podria ser que la metodologia emprada no és la correcta. Per exemple, des de temps immemorables ha existit allò que es denomina aprenentatge cooperatiu, però ha sigut durant els últims anys que aquesta tècnica a començat a evolucionar de manera significativa. Molts investigadors han treballat per obtenir models teòrics que expliquen per què l'aprenentatge és superior quan es treballa de manera cooperativa (Slavin, 1999). Dintre de les dues categories en què es divideixen aquestes teories, s'inclou la teoria motivacional, aquella que es centra fonamentalment en les estructures de recompensa. Per tant, un dels objectius principals d'aquest treball és, introduir en la metodologia un sistema de puntuació extra (estructura de recompensa) i després de realitzar la pràctica docent, saber amb quina metodologia s'obtenen millors resultats, si treballant de manera grupal o treballant de manera individual. A més, amb aquest sistema de puntuació extra també s'intenta fomentar l'aprofitament del temps a l'aula.

Tenint en compte tot l'anterior, i després d'haver tingut l'oportunitat en el pràcticum de poder tractar aquests aspectes a diferent grups del mateix curs acadèmic, el document que es presenta a continuació té com a objectius principals, d'una banda, desenvolupar la unitat didàctica que s'ha emprat, i d'altra, analitzar mitjançant les ferramentes d'avaluació utilitzades si la metodologia proposada és adequada per tal de millorar les dificultats que existeixen quan s'explica el concepte de derivada per primera vegada.

### **1.3. Descripció dels apartats**

El contingut d'aquest treball està dividit en les següents parts:

En primer lloc, es descriu de manera detallada tot allò relacionat amb la unitat didàctica millorada, des dels destinataris als que se n'ha impartit i els objectius que persegueix fins a la metodologia i tipus d'avaluació emprades, entre altres.

En segon lloc, es detallen els resultats obtinguts d'aquest procés didàctic després d'haver realitzat una anàlisi de les dades, tan qualitatiu com quantitatiu.

A continuació, es detallen les noves propostes de millora que es podrien implementar després d'observar i analitzar els resultats obtinguts en l'apartat anterior.

Seguidament, ja en la part final d'aquest treball, es donen algunes conclusions respecte al procés d'investigació docent experimentat i d'aquesta manera, poder donar una valoració personal d'aquest.

L'últim apartat està destinat als recursos bibliogràfics emprats per a la realització d'aquest treball de fi de màster.

A més, les últimes pàgines d'aquest document contenen els Annexos on estan alguns dels recursos materials que utilitzen el paper com a suport i que s'han utilitzat a l'hora de realitzar la unitat didàctica.

## 2. UNITAT DIDÀCTICA: Derivada d'una funció

### 2.1. Destinataris

Aquesta unitat didàctica amb el títol de “Derivada d'una funció” i que està emmarcada dins dels continguts del bloc d'Anàlisi, es va impartir a l'alumnat de primer de Batxillerat de l' I.E.S Leopoldo Querol durant el tercer trimestre del curs acadèmic 2017-2018. Aquest institut està situat en la localitat costera de Vinaròs, en la província de Castelló i es caracteritza per ser un dels més nombrosos de la comarca del Baix Maestrat.

A més, aquesta unitat didàctica s'ha impartit tant l'alumnat que està cursant primer de batxillerat de la modalitat de Ciències Socials-Humanitats com a l'alumnat que està cursant primer de batxillerat de la modalitat de Ciències-Tecnologia. D'una banda, l'assignatura Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials I està desdoblada en dos grups, el Grup 1, que conté 22 alumnes, dels quals 15 són homes i 7 són dones, i el Grup 2, que conté 12 alumnes, dels quals 6 són homes i 6 són dones. D'altra banda, l'assignatura Matemàtiques I està també desdoblada en dos grups més, el Grup 1 (G1), que conté 19 alumnes, dels quals 10 són homes i 9 són dones, i el Grup 2 (G2), que conté 18 alumnes, dels quals 6 són homes i 12 són dones.

La unitat didàctica que es detallarà a continuació correspon al Tema 7 del llibre de text que s'utilitza per a l'assignatura Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials (de la Prida Almansa et al., 2015a), i al Tema 11 del llibre de text que s'utilitza per a l'assignatura Matemàtiques I (de la Prida Almansa et al., 2015b). A més, aquesta unitat didàctica s'ha desenvolupat en tres dels quatre grups que s'han comentat en el paràgraf anterior, és dir, en el Grup 1 de primer de batxillerat Social-Humanístic i en els dos grups de primer de batxillerat Ciències-Tecnologia. En cadascun dels casos s'han tractat metodologies diferents i que es diferencien principalment a l'hora de realitzar algunes activitats proposades. En el grup de batxillerat Social-Humanístic i en el grup G2 de batxillerat Ciències-Tecnologia s'han treballat les activitats de manera individual mentre que en el grup G1 de batxillerat Ciències-Tecnologia s'han treballat de manera cooperativa (3-4 persones per grup). S'especificarà amb més detall en l'apartat **2.6. Metodologia i Activitats**.

### 2.2. Objectius Didàctics

Per tal de poder aconseguir un aprenentatge profund sobre un tema, és necessari establir uns objectius. Es divideixen en: objectius generals, marcats per la legislació estatal i autonòmica i que són de caràcter general; objectius específics generals, marcats també per la legislació estatal i autonòmica però determinats per la matèria didàctica que s'imparteix i al curs al que va adreçada i objectius didàctics, determinats per la/el docent tenint en compte els continguts específics que es tracten dintre de la unitat didàctica determinada.

#### **OBJECTIUS GENERALS**

D'acord als objectius generals d'etapa establerts en l'article 25 del “Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato” (2015), aquesta unitat didàctica té la intenció d'aconseguir els següents objectius:

- Consolidar els hàbits de lectura, estudi i disciplina, com a condicions necessàries per a l'aprofitament eficaç de l'aprenentatge, i com a mitjà de desenvolupament personal.

- Accedir als coneixements científics i tecnològics fonamentals i dominar les habilitats bàsiques pròpies de la modalitat elegida.
- Comprendre els elements i els procediments fonamentals de la recerca i dels mètodes científics. Conèixer i valorar de manera crítica la contribució de la ciència i la tecnologia en el canvi de les condicions de vida, així com consolidar la sensibilitat i el respecte cap al medi ambient.
- Consolidar l'esperit emprenedor amb actituds de creativitat, flexibilitat, iniciativa, treball en equip, confiança en un mateix i sentit crític.

Considerant l'article 32 del "DECRET 87/2015, de 5 de juny, del Consell, pel qual estableix el currículum i desplega l'ordenació general de l'Educació Secundària Obligatòria i del Batxillerat a la Comunitat Valenciana (2015/5410)" (2015), s'afegeixen els següents objectius:

- Capacitar l'alumnat per a accedir a l'educació superior.
- Dotar l'alumnat d'una formació i uns coneixements generals en relació amb les competències de caràcter mes transversal; junt amb una preparació especialitzada, en el marc de la modalitat, i si és el cas via, de Batxillerat triada.
- Potenciar la participació activa i democràtica de l'alumnat en l'aula i en el centre, així com en l'exercici de drets i obligacions.
- Desenvolupar metodologies didàctiques actives i innovadores que incloguin l'ús de mètodes i tècniques d'investigació per part de l'alumnat per a aprendre per si mateix, el treball autònom i en equip, l'aplicació dels aprenentatges en contextos reals, i l'ús sistemàtic de les tecnologies de la informació i la comunicació.
- Basar la pràctica docent en la formació permanent del professorat, en la innovació educativa i en l'avaluació de la pròpia pràctica docent.
- Elaborar materials didàctics orientats a l'ensenyança i l'aprenentatge basats en l'adquisició de competències.

## **OBJECTIUS ESPECÍFICS GENERALS**

Com ja s'ha comentat, la unitat didàctica està emmarcada dintre del bloc d'Anàlisi, tan en l'assignatura Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials I com en l'assignatura Matemàtiques I, i s'imparteix a l'alumnat de primer de Batxillerat. En aquest cas i a partir dels continguts que contempla l'Annex I del "Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato" (2015), es poden identificar els següents objectius específics per a l'assignatura Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials I:

- Interpretar i representar gràfiques de funcions reals tenint en compte les seves característiques i la relació amb fenòmens socials (**OEG1**).
- Conèixer i interpretar geomètricament la taxa de variació mitjana en un punt com aproximació al concepte de derivada i utilitzar les regles de derivació per obtenir la derivada de funcions senzilles i de les seues operacions (**OEG2**).

Per a l'assignatura Matemàtiques I, es poden identificar els següents objectius específics:

- Identificar funcions elementals, donades a través d'enunciats, taules o expressions algebraïques, que descriuen una situació real i, analitzar, qualitativa i quantitativament, les seues propietats, per a representar-les gràficament i extraure informació pràctica que ajudi a interpretar el fenomen del que deriven (**OEG3**).
- Aplicar el concepte de derivada d'una funció en un punt, la seua interpretació geomètrica i el càlcul de derivades a l'estudi de fenòmens naturals, socials o tecnològics i la resolució de problemes geomètrics (**OEG4**).

## OBJECTIUS DIDÀCTICS

Dintre dels objectius didàctics concrets de la unitat didàctica que es descriu en aquest document estarien el següents:

- Interioritzar els conceptes previs que estan directament relacionats amb el concepte de derivada d'una funció en un punt i que deurien de ser coneguts **(OD1)**.
- Construir el concepte de derivada d'una funció en un punt **(OD2)**.
- Saber interpretar el concepte de derivada d'una funció en un punt en una gràfica que representa una situació de la vida quotidiana, com és la velocitat a la que es mou una moto en funció del temps transcorregut **(OD3)**.
- Ser capaç d'extrapol·lar la interpretació del concepte de derivada d'una funció en un punt a qualsevol gràfica que pugui representar qualsevol situació de la vida quotidiana **(OD4)**.

A més, fora dels continguts específics d'aquesta unitat didàctica es pretén:

- Incrementar la motivació de l'alumnat, mostrant perquè s'estudia el que s'estudia **(OD5)**.
- Incentivar a l'alumnat l'aprofitament del temps a classe **(OD6)**.
- Fomentar la participació en classe **(OD7)**.
- Investigar quina metodologia és més eficaç, el treball en grup o el treball individual **(OD8)**.

## 2.3. Competències clau

De les set competències clau que s'estableixen en el "Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato" (2015), aquesta unitat didàctica contribueix al desenvolupament de les següents:

- Competència en comunicació lingüística (CCLI).
- Competència matemàtica i competències bàsiques en ciència i tecnologia (CMCT).
- Competència digital (CD).
- Competències per aprendre a aprendre (CAA).
- Competència social i cívica (CSC).

## 2.4. Continguts

En relació als continguts que aquesta unitat didàctica contempla i que estan establerts a l'Annex I del "Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato" (2015), tenim els següents:

- Taxa de variació mitjana i taxa de variació instantània.
- Derivada d'una funció en un punt.
- Interpretació geomètrica de la derivada d'una funció en un punt
- Recta tangent i normal d'una funció en un punt.
- Funció derivada.
- Càlcul de derivades: Regles de derivació de funcions elementals senzilles que siguin suma, producte, quocient i composició de funcions polinòmiques, exponencials i logarítmiques (Regla de la cadena).

## 2.5. Temporització

Per a dur a terme aquesta unitat didàctica han segut necessàries 14 sessions per al grup de Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials i 12 sessions per als dos grups de Matemàtiques I. La distribució d'aquestes i la relació amb continguts que s'han treballat en cadascuna d'elles i en cadascun dels grups es veu reflectida en la **Taula 1**.

<b>SESSIÓ 1</b> (55 minuts)	<b>PRESENTACIÓ I AVALUACIÓ INICIAL</b>  <b>Conèixer l'alumnat personalment i avaluar els seus coneixements inicials respecte a la unitat didàctica.</b>	<b>10 min.</b>	Tant el/la docent com l'alumnat es presenten a la resta de la classe.
1r Batx. CCSS 1r Batx. CIÈNCIES (G1) 1r Batx. CIÈNCIES (G2)		<b>20 min.</b>	El/La docent reparteix la fitxa d'avaluació inicial ( <b>ANNEX 1: Avaluació Inicial</b> ). L'alumnat realitza el primer intent d'aquesta avaluació inicial.
		<b>5 min.</b>	El/La docent escriu a la pissarra les definicions corresponents a les preguntes 6, 10 i 14 de la fitxa devaluació inicial ( <b>ANNEX 1: Avaluació Inicial</b> ).
		<b>20 min.</b>	Segon intent per a realitzar la resta de preguntes de l'avaluació inicial per part de l'alumnat.
<b>SESSIÓ 2</b> (55 minuts)	<b>EXPLICACIÓ TEÒRICA POWER POINT</b>  <b>Repassar conceptes previs, introduir-ne de nous i pràctica d'exercicis per part de l'alumnat.</b>	<b>40 min.</b>	Repàs per part de la/el docent del concepte de <b>representació d'una gràfica i pendent d'una recta</b> mitjançant la interpretació en l'exemple guia. Explicació per part de la/el docent del concepte de la <b>taxa de variació mitjana</b> i les interpretacions en l'exemple guia.
1r Batx. CCSS		<b>15 min.</b>	Realització per part de l'alumnat dels exercicis continguts en l'exemple guia.
1r Batx. CIÈNCIES (G1) 1r Batx. CIÈNCIES (G2)	<b>EXPLICACIÓ TEÒRICA POWER POINT</b>  <b>Repassar conceptes previs, introduir-ne de nous i pràctica d'exercicis per part de l'alumnat.</b>	<b>45 min.</b>	Repàs per part de la/el docent del concepte de <b>representació d'una gràfica i pendent d'una recta</b> mitjançant la interpretació en l'exemple guia. Explicació per part de la/el docent del concepte de la <b>taxa de variació mitjana, taxa de variació instantània, derivada d'una funció en un punt, expressió de la recta tangent i la recta normal a una funció en un punt, funció derivada i derivades successives</b> amb les corresponents interpretacions en l'exemple guia.
		<b>10 min.</b>	Realització per part de l'alumnat dels exercicis continguts en l'exemple guia.
<b>SESSIÓ 3</b> (55 minuts)	<b>EXPLICACIÓ TEÒRICA POWER POINT</b>  <b>Introduir conceptes nous i pràctica d'exercicis per part de l'alumnat.</b>	<b>40 min.</b>	Explicació per part de la/el docent del concepte de la <b>taxa de variació instantània, derivada d'una funció en un punt, expressió de la recta tangent i la recta normal a una funció en un punt, funció derivada i derivades successives</b> amb les corresponents interpretacions en l'exemple guia.
1r Batx. CCSS		<b>15 min.</b>	Realització per part de l'alumnat dels exercicis continguts en l'exemple guia.

1r Batx. CIÈNCIES (G1) 1r Batx. CIÈNCIES (G2)	<b>ACTIVITAT PUNTUACIÓ EXTRA (ALUMNAT)</b>  <b>Practicar amb l'activitat proposada de manera que l'alumnat interioritzi els conceptes introduïts en la sessió anterior.</b>	55 min.	Realització per part de l'alumnat del màxim nombre d'exercicis possible dels proposats en l'activitat proposada per a la sessió ( <b>ANNEX 2: Activitat proposada</b> ). El grup G1 realitza aquestes activitats de manera grupal, mentre que el grup G2 les realitza de manera individual.
<b>SESSIÓ 4</b> (55 minuts)	<b>EXERCICIS DEL LLIBRE DE TEXT A LA PISSARRA (DOCENT)</b>  <b>Practicar amb exercicis del llibre de text (Docent).</b>	55 min.	Per a <b>1r Batx. CIÈNCIES G1 i G2</b> es reparteixen les activitats realitzades en la sessió anterior corregides i puntuades segons correspongui a la seua resolució.
1r Batx. CCSS 1r Batx. CIÈNCIES (G1) 1r Batx. CIÈNCIES (G2)			Realització per part de la/el docent d'exercicis del llibre de text relacionats amb els conceptes vists en la teoria de les sessions anteriors.
<b>SESSIÓ 5</b> (55 minuts)	<b>ACTIVITATS PUNTUACIÓ EXTRA (ALUMNAT)</b>  <b>Practicar amb exercicis del llibre de text de manera que l'alumnat aprofiti el temps en classe.</b>	55 min.	De manera individual, l'alumnat intenta resoldre el màxim nombre d'exercicis possible en relació als conceptes vists en les sessions anteriors. Aquests exercicis tenen diferent tipus de puntuació segons el nivell de dificultat (1, 2 o 3 punts) i l'alumne pot elegir de quin tipus agafar. La manera de presentar aquests exercicis es pot veure en l'apartat <b>2.6. Metodologia i Activitats</b> .
1r Batx. CCSS			
1r Batx. CIÈNCIES (G1) 1r Batx. CIÈNCIES (G2)	<b>EXERCICIS DEL LLIBRE DE TEXT A LA PISSARRA (DOCENT)</b>  <b>Practicar amb exercicis del llibre de text (Docent).</b>	55 min.	Continuació de la realització per part de la/el docent d'exercicis del llibre de text relacionats amb els conceptes vists en la teoria de les sessions anteriors.
<b>SESSIÓ 6</b> (55 minuts)	<b>EXPLICACIÓ TEÒRICA PISSARRA</b>  <b>Introduir les derivades de funcions elementals i algunes operacions amb derivades.</b>	55 min.	Es reparteixen les activitats realitzades en la sessió anterior corregides i puntuades segons correspongui a la seua resolució.
1r Batx. CCSS			El/La docent reparteix a l'alumnat el full que conté la taula de les derivades immediates ( <b>ANNEX 3: Taula Derivades</b> ).
			Explicació teòrica per part de la/el docent de les <b>derivades de funcions elementals</b> , fent les demostracions d'algunes d'aquestes regles més senzilles i donant exemples per a cada una d'elles. Explicació teòrica per part de la/el docent de les <b>operacions amb derivades (suma i resta de funcions)</b> donant exemples de cadascuna d'elles.
1r Batx. CIÈNCIES (G1) 1r Batx. CIÈNCIES (G2)	<b>ACTIVITATS PUNTUACIÓ EXTRA (ALUMNAT)</b>  <b>Practicar amb exercicis del llibre de text de manera que l'alumnat aprofiti el temps en classe.</b>	55 min.	L'alumnat intenta resoldre el màxim nombre d'exercicis possible en relació als conceptes vists en les sessions anteriors. Aquests exercicis tenen diferent tipus de puntuació segons el nivell de dificultat (1, 2 o 3 punts) i l'alumne pot elegir de quin tipus agafar. La manera de presentar aquests exercicis es pot veure en l'apartat <b>2.6. Metodologia i Activitats</b> . El grup G1 realitza aquestes activitats de manera grupal, mentre que el grup G2 les realitza de manera individual.

<b>SESSIÓ 7</b> (55 minuts)	<b>EXPLICACIÓ TEÒRICA PISSARRA</b>  Continuació de les operacions amb derivades.	55 min.	Continuació de l'explicació teòrica per part de la/el docent de les <b>operacions amb derivades (producte d'un nombre per una funció, producte i quocient de funcions)</b> donant exemples per a cadascuna d'elles.
1r Batx. CCSS			
1r Batx. CIÈNCIES (G1) 1r Batx. CIÈNCIES (G2)	<b>EXPLICACIÓ TEÒRICA PISSARRA</b>  Introduir les derivades de funcions elementals i algunes operacions amb derivades.	55 min.	Es reparteixen les activitats realitzades en la sessió anterior corregides i puntuades segons correspongui a la seua resolució.  El/La docent reparteix a l'alumnat el full que conté la taula de les derivades immediates ( <b>ANNEX 3: Taula Derivades</b> ).  Explicació teòrica per part de la/el docent de les <b>derivades de funcions elementals</b> , fent les demostracions d'algunes d'aquestes regles més senzilles i donant exemples per a cada una d'elles.  Explicació teòrica per part de la/el docent de les <b>operacions amb derivades (suma i resta de funcions)</b> , fent les demostracions i donant exemples de cadascuna d'elles.
<b>SESSIÓ 8</b> (55 minuts)	<b>ACTIVITATS PUNTUACIÓ EXTRA (ALUMNAT)</b>  Practicar amb exercicis del llibre de text de manera que l'alumnat aprofiti el temps en classe.	55 min.	De manera individual, l'alumnat intenta resoldre el màxim nombre d'exercicis possible en relació als conceptes vists en les sessions anteriors. Aquests exercicis tenen diferent tipus de puntuació segons el nivell de dificultat (1, 2 o 3 punts) i l'alumne pot elegir de quin tipus agafar. La manera de presentar aquests exercicis es pot veure en l'apartat <b>2.6. Metodologia i Activitats</b> .
1r Batx. CCSS			
1r Batx. CIÈNCIES (G1) 1r Batx. CIÈNCIES (G2)	<b>EXPLICACIÓ TEÒRICA PISSARRA</b>  Continuació de les operacions amb derivades.	55 min.	Continuació de l'explicació teòrica per part de la/el docent de les <b>operacions amb derivades (producte d'un nombre per una funció, producte i quocient de funcions)</b> , fent alguna de les demostracions més fàcils i donant exemples per a cadascuna d'elles.
<b>SESSIÓ 9</b> (55 minuts)	<b>EXPLICACIÓ TEÒRICA PISSARRA</b>  Introduir la Regla de la Cadena.	55 min.	Es reparteixen les activitats realitzades en la sessió anterior corregides i puntuades segons correspongui a la seua resolució.  Explicació teòrica per part de la/el docent de la <b>Regla de la Cadena</b> , deducció de les regles de funcions que són composició d'una funció elemental i una altra funció $g(x)$ i donant exemples d'aquestes.
1r Batx. CCSS			
1r Batx. CIÈNCIES (G1) 1r Batx. CIÈNCIES (G2)	<b>ACTIVITATS PUNTUACIÓ EXTRA (ALUMNAT)</b>  Practicar amb exercicis del llibre de text de manera que l'alumnat aprofiti el temps en classe.	55 min.	L'alumnat intenta resoldre el màxim nombre d'exercicis possible en relació als conceptes vists en les sessions anteriors. Aquests exercicis tenen diferent tipus de puntuació segons el nivell de dificultat (1, 2 o 3 punts) i l'alumne pot elegir de quin tipus agafar. La manera de presentar aquests exercicis es pot veure en l'apartat <b>2.6. Metodologia i Activitats</b> .  El grup G1 realitza aquestes activitats de manera grupal, mentre que el grup G2 les realitza de manera individual.



<b>SESSIÓ 10</b> (55 minuts)	<b>ACTIVITATS PUNTUACIÓ EXTRA (ALUMNAT)</b>		De manera individual, l'alumnat intenta resoldre el màxim nombre d'exercicis possible en relació als conceptes vists en la sessió anterior. Aquests exercicis tenen diferent tipus de puntuació segons el nivell de dificultat (1, 2 o 3 punts) i l'alumne pot elegir de quin tipus agafar. La manera de presentar aquests exercicis es pot veure en l'apartat 2.6. <b>Metodologia i Activitats.</b>
1r Batx. CCSS	<b>Practicar amb exercicis del llibre de text de manera que l'alumnat aprofiti el temps en classe.</b>	55 min.	
1r Batx. CIÈNCIES (G1) 1r Batx. CIÈNCIES (G2)	<b>EXPLICACIÓ TEÒRICA PISSARRA</b> <b>Introduir la Regla de la Cadena.</b>	55 min.	Es reparteixen les activitats realitzades en la sessió anterior corregides i puntuades segons correspongui a la seua resolució. Explicació teòrica per part de la/el docent de la <b>Regla de la Cadena</b> , deducció de les regles de funcions que són composició d'una funció elemental i una altra funció $g(x)$ i donant exemples d'aquestes. Explicació teòrica de resolució de la derivada d'una funció que és del tipus $f(x) = g(x)^{h(x)}$ donant algun exemple d'aquesta.
<b>SESSIÓ 11</b> (55 minuts)	<b>ACTIVITATS PUNTUACIÓ EXTRA (ALUMNAT)</b>		Es reparteixen les activitats realitzades en la sessió anterior corregides i puntuades segons correspongui a la seua resolució.
1r Batx. CCSS	<b>Practicar amb exercicis del llibre de text de manera que l'alumnat aprofiti el temps en classe.</b>	55 min.	De manera individual, l'alumnat intenta resoldre el màxim nombre d'exercicis possible en relació a tots els conceptes vists durant tota la unitat didàctica. Aquests exercicis tenen diferent tipus de puntuació segons el nivell de dificultat (1, 2 o 3 punts) i l'alumne pot elegir de quin tipus agafar. La manera de presentar aquests exercicis es pot veure en l'apartat 2.6. <b>Metodologia i Activitats.</b>
1r Batx. CIÈNCIES (G1) 1r Batx. CIÈNCIES (G2)	<b>ACTIVITATS PUNTUACIÓ EXTRA (ALUMNAT)</b> <b>Practicar amb exercicis del llibre de text de manera que l'alumnat aprofiti el temps en classe.</b>	55 min.	L'alumnat intenta resoldre el màxim nombre d'exercicis possible en relació als conceptes vists en la sessió anterior. Aquests exercicis tenen diferent tipus de puntuació segons el nivell de dificultat (1, 2 o 3 punts) i l'alumne pot elegir de quin tipus agafar. La manera de presentar aquests exercicis es pot veure en l'apartat 2.6. <b>Metodologia i Activitats.</b> El grup G1 realitza aquestes activitats de manera grupal, mentre que el grup G2 les realitza de manera individual.
<b>SESSIÓ 12</b> (55 minuts)	<b>ACTIVITATS DE REPÀS</b>	55 min.	Tant el/la docent com l'alumnat proposen activitats de repàs per a l'examen.
1r Batx. CCSS			
1r Batx. CIÈNCIES (G1) 1r Batx. CIÈNCIES (G2)	<b>EXAMEN</b> <b>Avaluació dels coneixements adquirits per l'alumnat.</b>	55 min.	Realització de l'examen ( <b>ANNEX 4: Exàmens</b> ) per part de l'alumnat.
<b>SESSIÓ 13</b> (55 minuts)	<b>ACTIVITATS DE REPÀS</b>	55 min.	Tant el/la docent com l'alumnat proposen activitats de repàs per a l'examen.
1r Batx. CCSS			
<b>SESSIÓ 14</b> (55 minuts)	<b>EXAMEN</b> <b>Avaluació dels coneixements adquirits per l'alumnat.</b>	55 min.	Realització de l'examen ( <b>ANNEX 4: Exàmens</b> ) per part de l'alumnat.
1r Batx. CCSS			

Taula 1. Temporització.

## 2.6. Metodologia i Activitats

La metodologia emprada en aquesta unitat didàctica està basada en tres parts diferenciades. La primera part està enfocada a la introducció a la unitat didàctica i correspon a la motivació pel tema que es tracta en ella. La segona i tercera part es combinen al llarg de la unitat didàctica de manera que, en la primera d'elles, és on el/la docent aporta els coneixements a l'alumnat i, la segona, tracta de que el propi alumnat sigui el que consolidi aquests coneixements mitjançant la realització d'activitats. A continuació es detallen cada una d'aquestes parts.

### PART I: INTRODUCCIÓ I MOTIVACIÓ DE LA UNITAT DIDÀCTICA

En aquesta part, corresponent a les sessions 2 i 3 en el cas del grup de primer de batxillerat Social-Humanístic i a la sessió 2 en el cas dels dos grups de primer de batxillerat Científic-Tecnològic, s'utilitza un Power Point per a motivar el tema de la unitat didàctica. Mitjançant aquest Power Point (**ANNEX 7: Presentació Power Point**), el/la docent és l'encarregat d'introduir tots els conceptes teòrics d'aquesta unitat didàctica. A més, per a cadascun d'aquests conceptes es fa una interpretació real del significat d'aquest, mitjançant un exemple guia que mostra una situació de la vida real directament relacionada amb els interessos dels propis estudiants (**Figura 1.**). Aquest exemple relaciona el temps transcorregut, amb la velocitat que assoleixen 3 motoristes que es desplacen a velocitats diferents. D'aquesta manera es pot aconseguir que l'alumnat sigui capaç de relacionar els continguts que es defineixen amb situacions de la vida real i, per tant, aconseguir que l'aprenentatge sigui significatiu. A més, per tal d'intensificar aquest tipus d'aprenentatge, es fa ús del software d'accés lliure "GeoGebra Classic" (2001) per a la creació de les gràfiques que representen els conceptes en l'exemple guia, i d'aquesta manera, poder aconseguir que tot allò que ha segut explicat per la/el docent arribi a l'alumnat d'una manera més visual i motivadora.

The slide features a background of various mathematical formulas and diagrams. At the top center, the title "ENUNCIAT EXEMPLE" is written in bold purple letters. Below the title, a bullet point states: "Suposem que tenim 3 motoristes que en l' instant  $t = 0$  comencen a desplaçar-se cada un a una velocitat diferent, però al passar 8 segons els 3 motoristes igualen les seues velocitats." At the bottom of the slide, there are three illustrations of motorcyclists: a black one on the left, a red one in the center, and a blue one on the right. Below the illustrations, the text "0.1. REPRESENTACIÓ D'UNA GRÀFICA" is visible.

Figura 1. Enunciat de l'exemple guia (elaboració pròpia).

El recorregut que fa aquest Power Point és el següent: en primer lloc, s'intenta fer un repàs del conceptes previs que són necessaris per a comprendre bé el concepte de derivada d'una funció i es relacionen amb l'exemple guia (**Figura 2.** i **Figura 3.**). Seguidament, s'introdueixen tots els conceptes nous de la unitat didàctica, que també són interpretats utilitzant l'exemple guia. Alguns d'aquests conceptes que es veuen per primera vegada són: taxa de variació mitjana (**Figura 4.,Figura 5.** i **Figura 6.**), taxa de variació instantània (**Figura 7.**), derivada d'una funció en un punt (**Figura 8.**), la interpretació geomètrica de la derivada (**Figura 9.**), l'equació de la recta tangent a una funció en un punt (**Figura 10.**) i l'equació de la recta tangent a una funció en un punt (**Figura**

11.).A més, al llarg del Power Point també es proposen exercicis del llibre de text (de la Prida Almansa et al., 2015a, 2015b), per a què l'alumne practiqui els conceptes a casa.

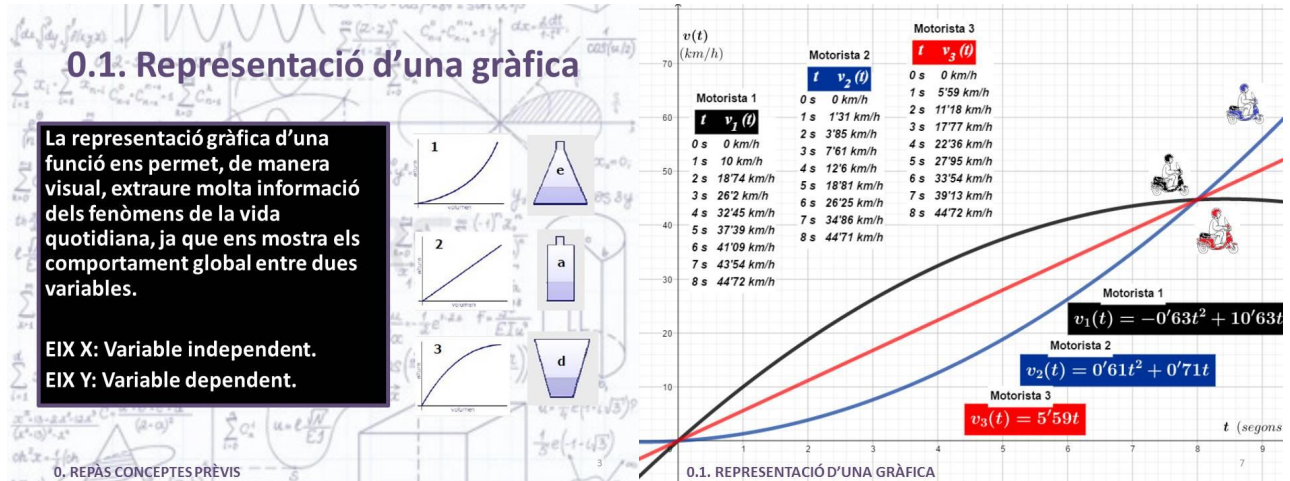


Figura 2. A l'esquerra, definició de la representació d'una gràfica (elaboració pròpia i gràfica dels recipients presa de García, n.d.). A la dreta, interpretació de les tres funcions de l'exemple guia i que representen la velocitat de tres motoristes diferents a mesura que transcorre el temps (elaboració pròpia).

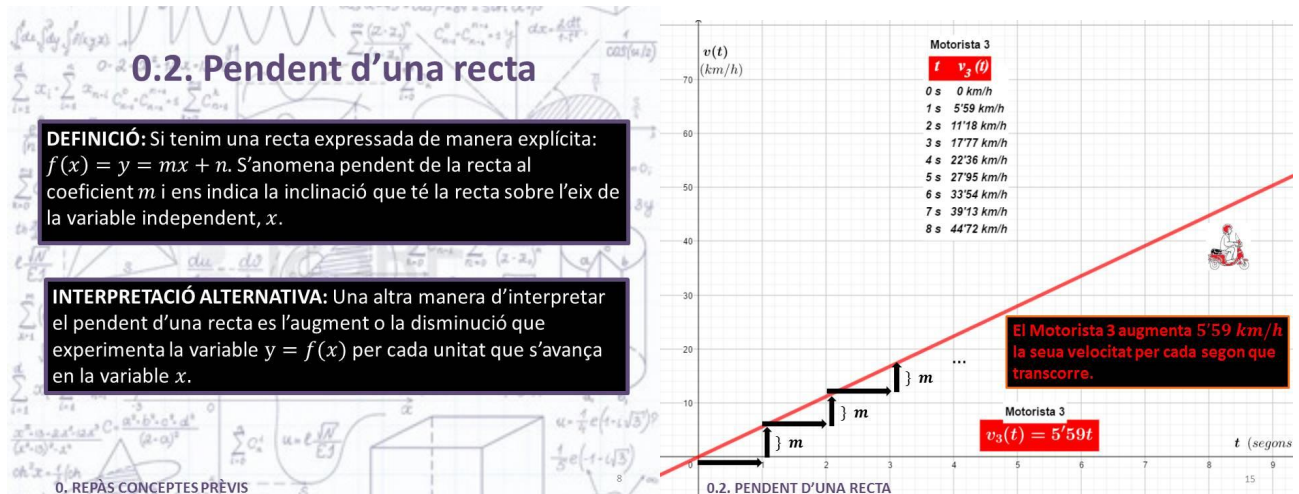


Figura 3. A l'esquerra, definició del pendent d'una recta. A la dreta, interpretació del pendent de la recta que descriu la velocitat del motorista 3 a mesura que transcorre el temps. Elaboració pròpia.

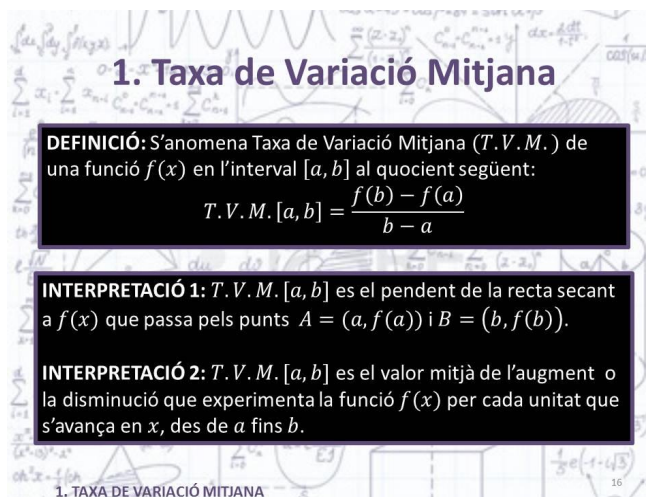


Figura 4. Definició de taxa de variació mitjana. Elaboració pròpia.

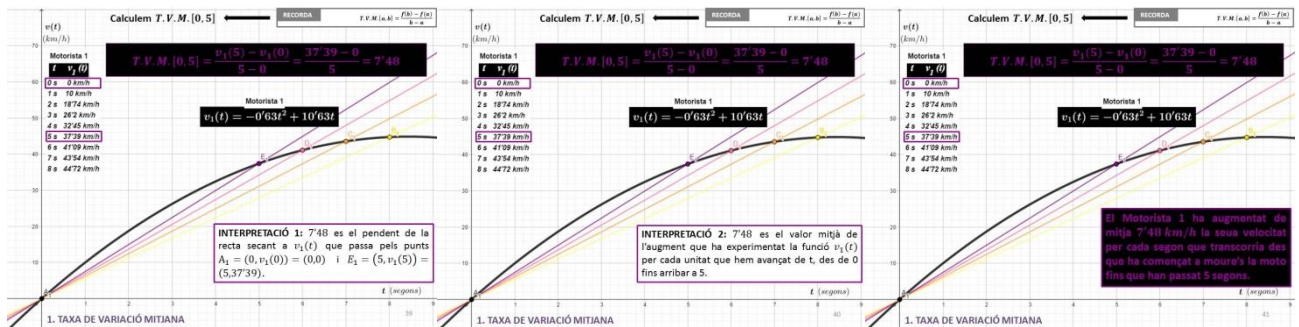


Figura 5. A l'esquerra, interpretació 1 del concepte de taxa de variació mitjana en l'interval  $[0,5]$  on la funció és la que descriu la velocitat del motorista 1 a mesura que transcorre el temps. Al centre, interpretació 2 del concepte de taxa de variació mitjana en l'interval  $[0,5]$  on la funció és la que descriu la velocitat del motorista 1 a mesura que transcorre el temps. A la dreta, interpretació real al cas del concepte de taxa de variació mitjana. Elaboració pròpia.

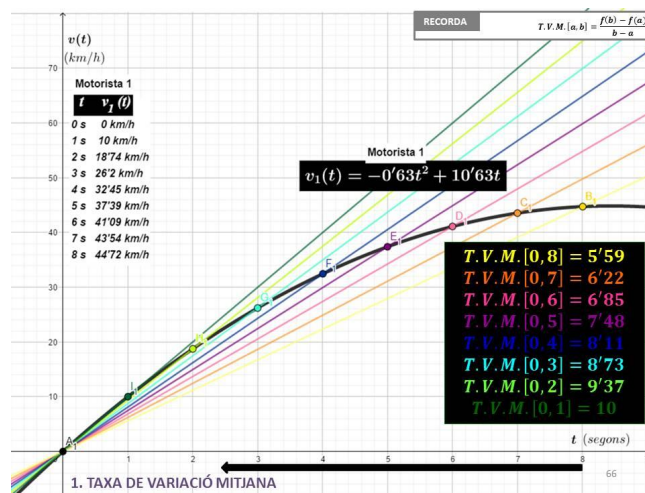


Figura 6. Interpretació gràfica de diferents taxes de variació mitjana (en els intervals  $[0,1]$ ,  $[0,2]$ ,  $[0,3]$ ,  $[0,4]$ ,  $[0,5]$ ,  $[0,6]$ ,  $[0,7]$  i  $[0,8]$ ) on la funció és la que descriu la velocitat del motorista 1 a mesura que transcorre el temps. Elaboració pròpia.

## 2. Taxa de Variació Instantània

**DEFINIÇÃO:** La Taxa de Variació Instantània en  $a$  es la Taxa de Variació Mitjana en  $a$ , quan aquest increment tendeix a 0:

$$T.V.I. [a] = \lim_{h \rightarrow 0} T.V.M. [a] = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

2. TAXA DE VARIACIÓ INSTANTÀNIA

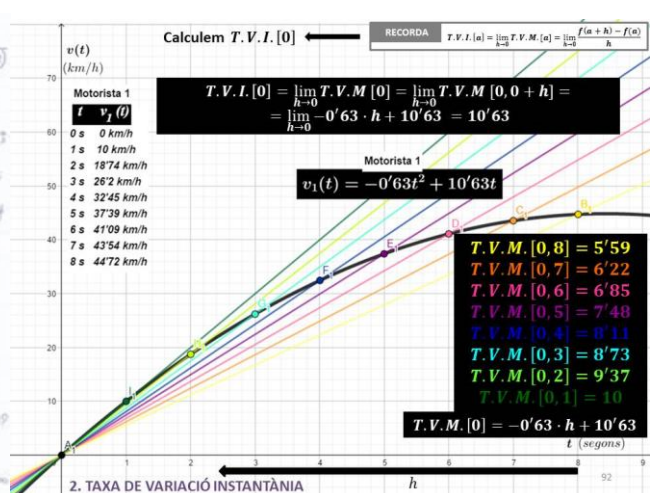


Figura 7. A l'esquerra, definició de taxa de variació instantània. A la dreta, taxa de variació instantània de la funció és la que descriu la velocitat del motorista 1 a mesura que transcorre el temps en  $t = 0$ . Elaboració pròpia.

### 3. Derivada d'una funció en un punt

- DEFINICIÓ:** S'anomena derivada de la funció  $f(x)$  en el punt  $a$  i es designa per  $f'(a)$  a:
 
$$f'(a) = T.V.I.[a] = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

3. DERIVADA D'UNA FUNCió EN UN PUNT

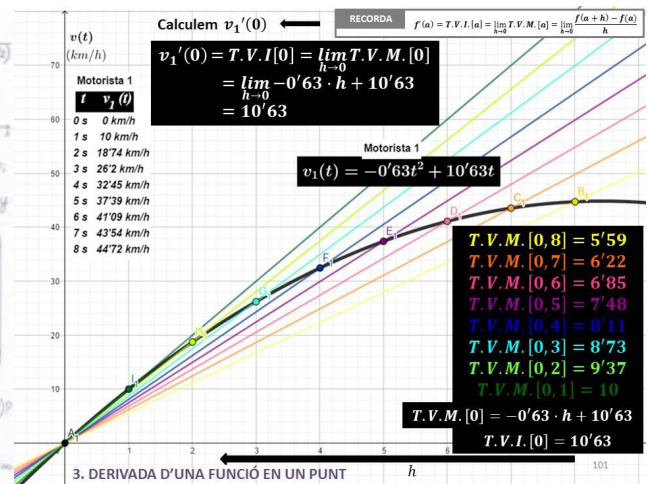


Figura 8. A l'esquerra, definició de derivada d'una funció en un punt. A la dreta, derivada de la funció que representa la velocitat del motorista 1 a mesura que transcorre el temps en l'instant  $t = 0$ . Elaboració pròpia.

### 4. Interpretació geomètrica de la derivada

**INTERPRETACIÓ 1:**  $f'(a) = T.V.I.[a]$  representa el pendent de la recta secant a  $f(x)$  que passa pels punts  $A = (a, f(a))$  i  $B = (a+h, f(a+h))$  quan l'increment  $h$  tendeix a 0.

**INTERPRETACIÓ 2:** Com que  $h$  es fa 0, aquesta recta secant serà la recta que talla a la funció  $f(x)$  únicament en el punt  $A = (a, f(a))$  i per tant, aquesta recta es converteix en la recta tangent a  $f(x)$  en el punt  $A = (a, f(a))$ .

**INTERPRETACIÓ GRÀFICA:** La derivada de  $f$  en el punt  $a$ , es a dir,  $f'(a)$ , es el pendent de la recta tangent a la funció  $f$  en el punt  $A = (a, f(a))$ .

4. INTERPRETACIÓ GEOMÈTRICA DE LA DERIVADA

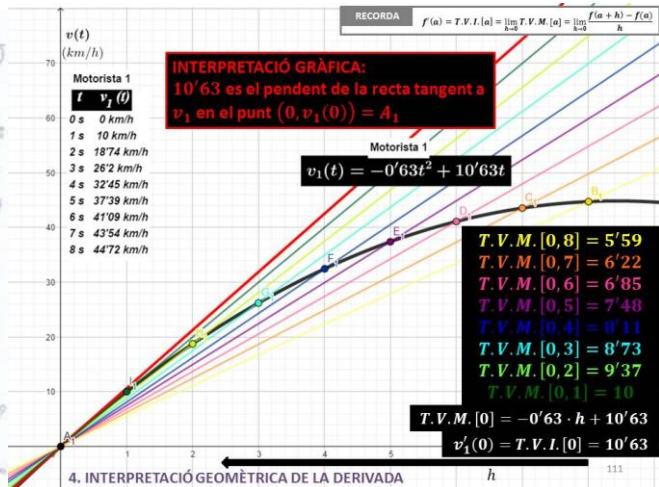


Figura 9. A l'esquerra, diferents interpretacions del concepte de derivada d'una funció en un punt. A la dreta, interpretació de la derivada de la funció que representa la velocitat del motorista 1 en l'instant  $t = 0$ . Elaboració pròpia.

### 4.1. Equació de la recta tangent a una funció en un punt.

L'equació de la **recta tangent** a la funció  $f$  en el punt  $(a, f(a))$  vindrà determinada per l'expressió:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

4. INTERPRETACIÓ GEOMÈTRICA DE LA DERIVADA

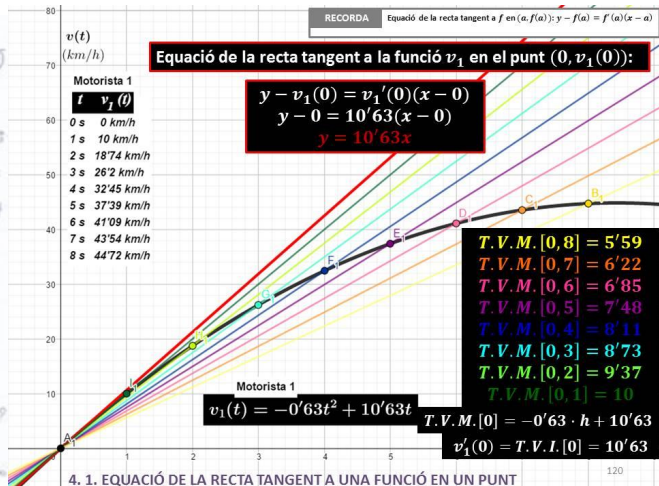
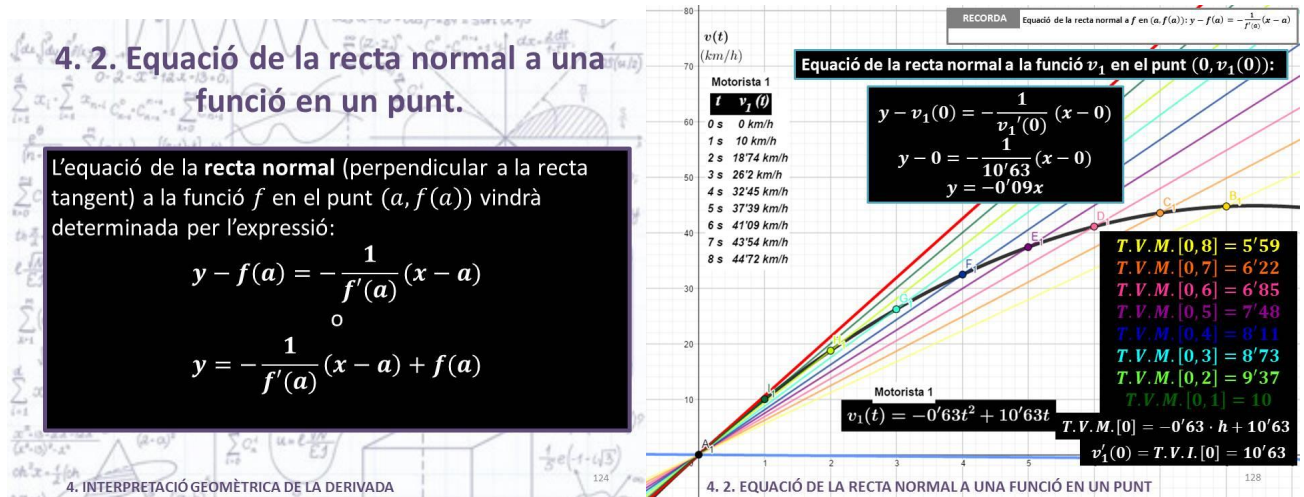


Figura 10. A l'esquerra, definició de l'equació de la recta tangent a una funció en un punt. A la dreta, expressió de la recta tangent a la funció que representa la velocitat del motorista 1 a mesura que transcorre el temps en l'instant  $t = 0$ . Elaboració pròpia.



**Figura 11.** A l'esquerra, definició de l'equació de la recta normal a una funció en un punt. A la dreta, expressió de la recta normal a la funció que representa la velocitat del motorista 1 a mesura que transcorre el temps en l'instant  $t = 0$ . Elaboració pròpia.

## PART II: EXPLICACIONS TEÒRIQUES I EXERCICIS

En aquesta segona part, corresponent a les sessions 4, 6, 7 i 9 en el cas del grup de primer de batxillerat Social-Humanístic i a les sessions 4, 5, 7, 8 i 10 en el cas dels dos grups de primer de batxillerat Científic-Tecnològic, el/la docent utilitza la pissarra per fer les explicacions teòriques de la unitat didàctica. Conjuntament amb la teoria, el/la docent és l'encarregat de fer exercicis relacionats amb aquesta. Aquests exercicis seran els que estan inclosos en el llibre de text que s'utilitza per a cada modalitat (de la Prida Almansa et al., 2015a, 2015b).

Els continguts que es tracten en aquestes sessions són els següents: en les sessions 4, i 4 i 5 per a cada modalitat respectivament, el/la docent realitza a la pissarra exercicis relacionats amb els continguts que s'han vist en el Power Point de la **PART I**. En les sessions 6 i 7, i 7 i 8 per a cada modalitat respectivament, el/la docent comença amb la teoria relacionada amb les regles de derivació, concretament, amb les derivades de funcions elementals i les operacions amb derivades. Les sessions 9 i 10 per a cada modalitat respectivament, es dediquen a donar la teoria relacionada amb la Regla de la Cadena. El docent, a mesura que es va desenvolupant la teoria, complementarà amb exemples cadascuna de les regles de derivació. A més, realitzarà les demostracions d'algunes de les regles més senzilles per a què l'alumnat tingui clar que totes aquestes provenen de la definició de derivada.

## PART III: ACTIVITATS PUNTUABLES

En aquesta darrera part, corresponent a les sessions 5, 8, 10 i 11 en el cas del grup de primer de batxillerat Social-Humanístic i a les sessions 3, 6, 9 i 11 en el cas dels dos grups de primer de batxillerat Científic-Tecnològic, és l'alumnat l'encarregat de realitzar el màxim nombre d'exercicis que es proposen en relació a les sessions de la **PART II** immediatament anteriors a aquestes, respectivament. En aquestes sessions l'alumnat disposa de tot el material que necessiti per a la realització de les activitats i, a més, el/la docent podrà prestar ajuda en el cas de ser necessària. A més, en aquestes activitats s'estableix un sistema de puntuació extra de manera que la puntuació obtinguda es sumarà a la nota de l'examen final de la unitat didàctica (s'explica amb més detall en

l'apartat **2.8. Avaluació del alumnat**). D'aquesta manera s'intenta fomentar que l'alumnat aprofiti més el temps a classe ja que veu que el temps emprat queda reflectit en la nota final.

Hi ha un total de 4 sessions dedicades a aquestes activitats per a cada un dels grups als quals s'imparteix aquesta unitat didàctica, encara que es presenten i es realitzen tenint en compte algunes diferències depenent del grup al qual van adreçades.

La primera d'aquestes diferències és quant a de quina manera realitza l'alumnat les activitats, individual o en grup. Després de donar l'opció a l'alumnat d'escollir com treballa aquest tipus d'activitats, el grup de primer de batxillerat Social-Humanístic, va escollir treballar individualment. En canvi, el grup G1 de primer de batxillerat Científic-Tecnològic va escollir treballar de manera grupal. Per tant, com que aquest grup està format per 19 alumnes es van formar 6 grups heterogenis, dels quals 5 contenien 3 membres i 1 contenia 4 membres. A més, amb l'objectiu d'estudiar les diferències existents entre aquestes dues maneres de treballar dintre d'un mateix nivell acadèmic i tipus de batxillerat, el/la docent va decidir que la manera de treballar del grup G2 de primer de batxillerat Científic-Tecnològic seria individual.

Una altra diferència és en relació a la sessió 3 dels dos grups de primer de batxillerat Científic-Tecnològic, que només la realitza el seu alumnat. En aquesta sessió, el/la docent proposa una sèrie d'exercicis (**ANNEX 2: Activitat proposada**) on l'alumnat tractarà de resoldre'ls fent el mateix recorregut que va fer el/la docent en la sessió anterior detallada en la **PART I** d'aquest apartat.

Per a la resta de sessions, els exercicis que proposa el docent, són tots aquells que inclou, al final de la unitat didàctica, el llibre de text amb que treballen cada modalitat de l'assignatura (de la Prida Almansa et al., 2015a, 2015b), i que es classifiquen per nivell de dificultat. La manera de presentar aquest tipus d'activitats a l'alumnat es mostra en la **Figura 12**. Com es pot observar, es proposen exercicis de tres tipus, valorats amb un, dos i tres punts respectivament. Aquesta valoració es fixa a partir del nivell de dificultat que té cada un d'ells. En aquestes sessions és l'alumnat el que decideix en quin tipus d'exercicis vol treballar, i escull un d'aquests exercicis a l'atzar. La condició necessària per poder agafar un altre exercici és haver resolt l'exercici o, almenys, haver-ho intentat (amb l'ajuda del professor/a en cas de ser necessària). Amb aquesta condició s'intenta evitar que l'alumnat descarti l'exercici una vegada escollit i llegit a causa de no saber resoldre'l. D'aquesta manera, abans de començar aquestes sessions, el/la docent avisa a l'alumnat que sigui conscient dels seus coneixements abans d'escollir el tipus d'activitats que volen treballar. A més, al acabar les sessions, l'alumnat entrega al docent els exercicis que han resolt i aquest els corregeix i valora segons les puntuacions dels exercicis escollits.



**Figura 12.** Material utilitzat per a la realització de les activitats puntuables. Elaboració pròpia.

Per tant, utilitzant aquesta metodologia, els continguts que es treballen en cada una de les sessions destinades a aquestes activitats puntuables són els següents: en les sessions 5 i 6 per a cada modalitat respectivament, es treballen exercicis relacionats amb els conceptes de taxa de variació mitjana, definició de derivada d'una funció en un punt, interpretació geomètrica de la derivada, equacions de les rectes tangent i normal a una funció en un punt i derivades successives (**Taula 2.**). En les sessions 8 i 9 per a cada modalitat respectivament, es treballen exercicis relacionats amb les regles de derivació, concretament, amb les regles de derivades de funcions elementals i operacions (**Taula 3.**). En les sessions 10 i 11 per a cada modalitat respectivament, es treballen exercicis relacionats amb la regla de la cadena (**Taula 4.**). Per últim, en la sessió 11 del grup de primer de batxillerat Social-Humanístic, i sols en aquest, es treballen exercicis relacionats amb tots els continguts anteriors.

SESSIÓ 5 (CCSS)	1 PUNT	<b>ACTIVITAT 15 (1 punt)</b> A partir de la definició calcula la derivada de la funció $f(x) = 2x^2 - 3x$ .
	2 PUNTS	<b>ACTIVITAT 6 (2 punts)</b> Troba la taxa de variació mitjana de la funció $f(x) = 2x^2 - x$ en l'interval $[2, 2 + h]$ . Utilitza el resultat per determinar la taxa de variació mitjana de la funció en els intervals que hi ha a continuació: a) $[2,3]$ b) $[2,5]$ c) $[2,8]$ d) $[2,10]$
	3 PUNTS	<b>ACTIVITAT 47 (3 punts)</b> Determina l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x) = x^3$ paral·lela a la recta $y = x + 1$ .

Taula 2. Exemples d'activitats puntuables per a la sessió 5 (CCSS) i la sessió 6 (CIÈNCIES).

SESSIÓ 8 (CCSS)	1 PUNT	<b>ACTIVITAT 97 (1 punt)</b> Calcula la derivada de la funció $f(x) = \sqrt[3]{x^7}$ .
	2 PUNTS	<b>ACTIVITAT 86 (2 punts)</b> Calcula la derivada de la funció $f(x) = \frac{3x^2 - 5x}{x+1}$ .
SESSIÓ 9 (CIÈNCIES)	3 PUNTS	<b>ACTIVITAT 129 (3 punts)</b> Determina els valors de $a$ , $b$ i $c$ per a què la funció $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ passi per $(3,0)$ i les rectes tangents a la seva gràfica en $x = 2$ i $x = 4$ siguin paral·leles a l'eix $X$ .

Taula 3. Exemples d'activitats puntuables per a la sessió 8 (CCSS) i la sessió 9 (CIÈNCIES).

SESSIÓ 10 (CCSS)	1 PUNT	<b>ACTIVITAT 254 (1 punt)</b> Calcula la derivada de la funció $f(x) = e^{-5x^3 + 4x - 1}$ .
	2 PUNTS	<b>ACTIVITAT 184 (2 punts)</b> Calcula la derivada de la funció $f(x) = \log_2 \frac{2x^2}{x-7}$ .
SESSIÓ 11 (CIÈNCIES)	3 PUNTS	<b>ACTIVITAT 234 (3 punts)</b> Calcula la derivada de la funció $f(x) = \operatorname{tg}^4 \left( \frac{\sqrt{4x^2 + 10x - 1}}{x - 16} \right)$ .

Taula 4. Exemples d'activitats puntuables per a la sessió 10 (CCSS) i la sessió 11 (CIÈNCIES).



## 2.7. Materials i recursos didàctics

Per al correcte desenvolupament de totes les parts de la unitat didàctica seran necessaris els recursos que es mostren en la **Taula 5**.

<b>RECURSOS HUMANS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Docent.</li> <li>- Alumnat.</li> </ul>	
<b>RECURSOS MATERIALS</b>	<p><b>Utilitzen el paper com a suport</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fulls de l'avaluació inicial (<b>ANNEX 1: Avaluació Inicial</b>).</li> <li>- Fulls de l'activitat proposada (<b>ANNEX 2: Activitat proposada</b>).</li> <li>- Fulls de la taula de derivades (<b>ANNEX 3: Taula Derivades</b>).</li> <li>- Fulls dels exàmens de la unitat didàctica (<b>ANNEX 4: Exàmens</b>).</li> <li>- Llibres de text de les assignatures corresponents (de la Prida Almansa et al., 2015a, 2015b).</li> </ul>
	<p><b>Utilitzen suports diferents al paper</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Clarió.</li> <li>- Ordinador i projector.</li> <li>- Presentació Power Point per a l'explicació teòrica per part de la/el docent (<b>ANNEX 7: Presentació Power Point</b>).</li> <li>- Connexió a la xarxa i dispositius electrònics personals per a poder realitzar l'avaluació docent, i les pròpies auto-avaluacions i co-avaluacions.</li> </ul>
<b>RECURSOS ESPACIALS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aula que disposi d'ordinador i projector per a que el/la docent pugui impartir la part teòrica inicial amb l'ús del Power Point.</li> <li>- Aula que disposi de pissarra per a que el/la docent pugui impartir la teoria de la <b>PART II</b> desenvolupada en l'apartat <b>2.6. Metodologia i Activitats</b>.</li> </ul>	
<b>RECURSOS ORGANIZATIUS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aula que ens permeti canviar l'organització de les taules per al treball individual o en grup.</li> </ul>	

Taula 5. Materials i recursos.

## 2.8. Avaluació del alumnat

La importància de fer un seguiment continu en el procés d'ensenyança-aprenentatge de l'alumnat fa que l'avaluació d'aquest inclogui una avaluació inicial, una avaluació continua i una avaluació final. A més, també es considera una avaluació global, és a dir, contempla tots els elements del currículum. Aquesta avaluació de la unitat didàctica està emmarcada dintre de l'avaluació final del 3r trimestre. Els criteris d'avaluació queden recollits en la **Taula 6**.

Quan no es coneix clarament el nivell de coneixements que tenen els alumnes als que has d'impartir docència, es recomana fer una avaluació inicial relacionada amb els continguts que haurien de saber en el curs al que va adreçada aquesta docència. Per aquesta raó i com s'ha especificat en l'apartat **2.5. Temporització** la primera sessió de la unitat didàctica està destinada a fer aquesta avaluació inicial. Els objectius d'aquesta sessió són, principalment, proporcionar al docent informació dels coneixements que té l'alumnat sobre la unitat didàctica i orientar-lo per a saber en quins conceptes previs ha de posar més l'accent en les explicacions dels continguts a tractar. A més, també serveix per a què l'alumnat entri en contacte amb els conceptes que es tracten. Aquesta avaluació inicial (**ANNEX 1: Avaluació Inicial**) conté 16 preguntes, les quals estan distribuïdes en 5 blocs. Els 2 primers estan relacionats amb els 2 conceptes previs que s'haurien de conèixer per a començar els continguts d'aquesta unitat didàctica (representació d'una gràfica i el pendent d'una recta). La resta de blocs estan relacionats amb els conceptes nous d'aquesta unitat didàctica (taxa de variació mitjana, taxa de variació instantània i derivada d'una funció en un punt).

La metodologia emprada per a que els alumnes realitzen aquesta avaluació inicial consta de dues parts. En la primera d'elles es reparteix el full que conté l'avaluació inicial i l'alumne té un màxim de 20 minuts per a omplir allò que sàpiga. Una vegada transcorreguts els 20 minuts, en la segona part, el/la docent escriu a la pissarra les definicions de tots els conceptes que conté l'avaluació inicial (preguntes 6, 10 i 14) i es demana a l'alumne que utilitzi un altre color de bolígraf per a escriure tot allò que sàpiga fer amb les definicions que hi ha disponibles a la pissarra. En aquesta part l'alumne disposa de 20 minuts més. D'aquesta manera s'aconsegueix obtenir més informació sobre el que l'alumne sap o no sap i quina podria ser la raó.

<b>NOTA FINAL UNITAT DIDÀCTICA: Derivada d'una funció</b>			
$N_F = N_E + N_{PE}$			
<b>NOTA EXAMEN</b>  $N_E$  (Màxim 10 punts)	<b>NOTA de la PUNTUACIÓ EXTRA individual obtinguda en les activitats proposades</b>  $N_{PE} = \frac{P_{AP} + P_{AV}}{100}$  (Màxim 0,5 punts)		
	<b>20% PUNTUACIÓ de l'AVALUACIÓ de les actituds en les activitats puntuables</b>  $P_{AV} = P_{AVpa} + P_{AVaa}$  (Màxim 10 punts)	<b>80% PUNTUACIÓ de les ACTIVITATS PUNTUABLES</b>  $P_{AP} = \sum_{i=1}^4 P_{S_i}$  (Màxim 40 punts)	
<b>70% PUNTUACIÓ de l'AVALUACIÓ Professor/a-Alumne</b>  $P_{AVpa}$  (Màxim 7 punts)	<b>30% PUNTUACIÓ de l'AVALUACIÓ Alumne-Alumne</b>  $P_{AVaa}$  (Màxim 3 punts)	<b>PUNTUACIÓ de les ACTIVITATS PUNTUABLES de la Primera Sessió</b>	<b>PUNTUACIÓ de les ACTIVITATS PUNTUABLES de la Segona Sessió</b>
		<b>PUNTUACIÓ de les ACTIVITATS PUNTUABLES de la Tercera Sessió</b>	<b>PUNTUACIÓ de les ACTIVITATS PUNTUABLES de la Quarta Sessió</b>
		<b>TREBALL INDIVIDUAL</b>	<b>TREBALL INDIVIDUAL</b>
		$P_{S_1}$	$P_{S_2}$
		<b>TREBALL GRUP</b>	<b>TREBALL GRUP</b>
		$P_{S_1} = \frac{PG_{S_1}}{n^{\circ} alu.}$	$P_{S_2} = \frac{PG_{S_2}}{n^{\circ} alu.}$
		$P_{S_3} = \frac{PG_{S_3}}{n^{\circ} alu.}$	$P_{S_4} = \frac{PG_{S_4}}{n^{\circ} alu.}$
	<b>TREBALL INDIVIDUAL</b>		
	<b>100% Auto-Avaluació</b>		
	<b>TREBALL GRUP</b>		
<b>66% Auto-Avaluació</b>		<b>33% Co-Avaluacions dels companys de grup</b>	

Taula 6. Resum Avaluació Alumnat.

Quant a l'avaluació continua, cal tenir en compte dos factors.

El primer d'ells està relacionat amb un seguiment observacional individual per a cada alumne durant totes les sessions destinades a la unitat didàctica.

A més, com ja s'ha comentat en la **PART III** de l'apartat **2.6. Metodologia i Activitats**, per a dur a terme l'avaluació continua s'introdueix un sistema de puntuació extra per a fomentar l'aprofitament del temps en classe. Mitjançant aquest sistema de puntuació cada alumne pot obtenir un màxim de 50 punts, de manera que equivalen a 0,5 punts extra en la nota de l'examen final.

D'aquest màxim de 50 punts, 40 punts, és a dir, el 80%, es poden obtenir a l'aula, realitzant les activitats puntuables en les diferents sessions destinades per això. En el cas del grups que treballen individualment (CCSS i G2 Ciències), aquesta puntuació és la suma de les puntuacions obtingudes pel propi alumne en cada una de les sessions destinades per això. En el cas del grup que treballa de manera grupal (G1 Ciències), aquesta puntuació és la suma de les puntuacions individuals obtingudes per cada alumne en cada sessió i aquestes es calculen sumant la puntuació total del grup i dividint pel nombre de membres que hi ha a la sessió concreta.

Els 10 punts restants (20%) s'obtenen a partir de l'avaluació del comportament i la implicació individual de cada alumne. El 30% d'aquesta última puntuació té en compte la pròpia auto-avaluació que l'alumne/a fa de si mateix (en el cas de que treballen les activitats individualment) i a més, la co-avaluació de la resta de companys de grup (en el cas de que treballen les activitat de manera grupal). El 70% restant té en compte l'avaluació que el/la docent fa a cada alumne/a. Tant l'alumne com el/la docent realitzen aquesta avaluació mitjançant la ferramenta CoRubrics (Feliu, n.d.). Aquesta ferramenta, és un complement del que disposen els fulls de càlcul de Google Drive per fer un procediment complet d'avaluació basat en rúbriques. A partir de la plantilla que ofereix per aquesta rúbrica, es generen els formularis per a què puguin ser emplenats online, no només per la/el docent sinó que també per l'alumne. En aquest cas s'ha utilitzat una rúbrica (**ANNEX 5: Rúbrica de l'avaluació de l'alumnat**) que és una modificació de la proporcionada per Lapenya (n.d.).

A més d'aquest sistema de puntuació extra, al finalitzar la unitat didàctica es realitza un examen, activitat que correspon a l'avaluació final.

Tenint en compte aquestes consideracions la nota final d'aquesta unitat didàctica és la nota del examen, més la nota de la puntuació extra individual obtinguda en les activitats puntuables.

Finalment, aquesta nota es pot arrodonir o modificar a l'alça, si la informació que es recull en l'observació de l'alumne i que té en compte la implicació, el comportament i l'aprofitament dels temps en classe és, en termes generals, favorable o, a la baixa, si aquesta és desfavorable.

## 2.9. Avaluació docent

Com que l'avaluació no sols deuria de ser per a l'alumnat, sinó que, també per al docent, al final la unitat didàctica es fa que l'alumnat empleni un formulari Google (enllaç disponible a l'**ANNEX 6: Qüestionari avaluació docent**). Aquest formulari conté una sèrie de qüestions relacionades amb la metodologia emprada, el tipus d'avaluació i la satisfacció amb l'activitat docent emprada. L'alumnat avalua la majoria d'aquestes qüestions utilitzant una escala de l'1 al 5, on l'1 representa "Completament en desacord", el 2 representa "En desacord", el 3 representa "Regular", el 4 representa "D'acord" i el 5 representa "Completament d'acord" (**ANNEX 6: Qüestionari avaluació docent**). Els resultats que es poden obtenir de qüestionaris d'aquest tipus poden ajudar en gran mesura a millorar la pràctica docent futura.

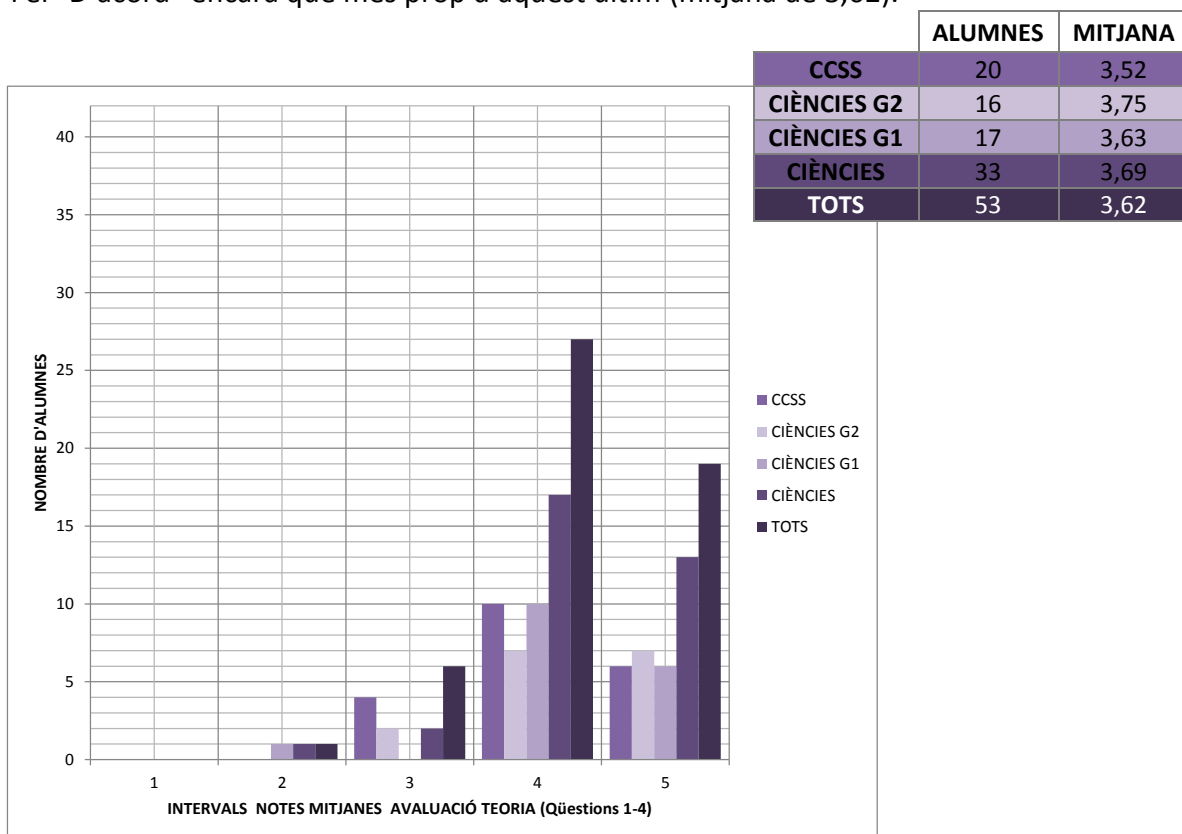
### 3. RESULTATS

Aquest apartat està dividit en dues parts. La primera d'elles ens mostra els resultats obtinguts pel que respecta al qüestionari (**ANNEX 6: Qüestionari avaluació docent**) que va emplenar l'alumnat valorant l'activitat docent. La segona part analitza les notes obtingudes per cada grup tenint en compte totes les diferències respecte a la metodologia.

#### 3.1. Resultats de l'avaluació docent

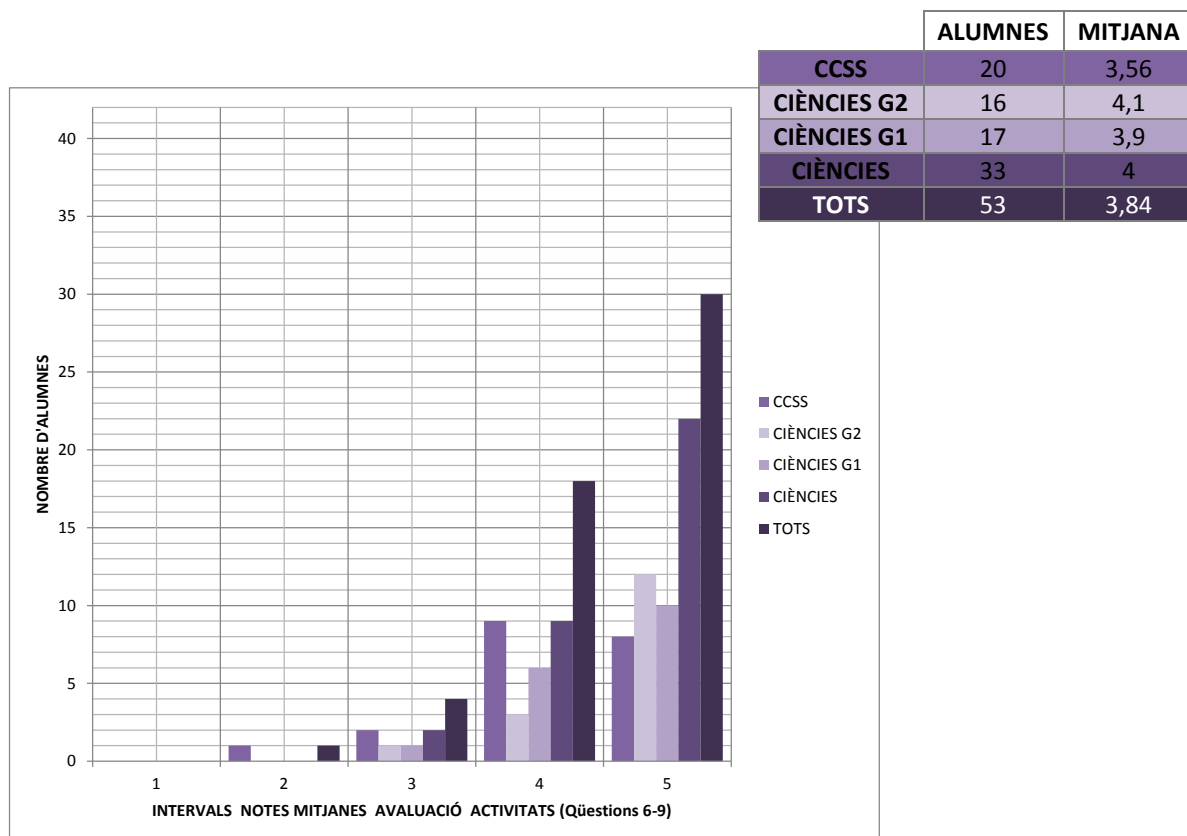
Per a mostrar els resultats obtinguts en les respostes de l'avaluació docent que va fer l'alumnat respecte a la metodologia, utilitzarem histogrames per a cadascuna de les parts en què consta el qüestionari. En aquests histogrames es representa la quantitat d'alumnes que, la mitjana de la seva puntuació en totes les qüestions que determinen cadascuna de les parts, està continguda en els intervals corresponents ([0,1[, [1,2[, [2,3[, [3,4[ i [4,5]). Recordem que aquestes puntuacions van de l'1 al 5 on l'1 representa "Completament en desacord" i el 5 representa "Completament d'acord". Recordem també que la quantitat total d'alumnes als quals se n'ha impartit aquesta unitat didàctica és de 59. D'aquests 59 només 53 alumnes van participar en aquest formulari, 20 eren del grup de primer de batxillerat Social-Humanístic i 33 de primer de batxillerat Científic-Tecnològic. D'aquests 33, 16 eren del grup G2 i 17 del grup G1.

En la **Figura 13**, tenim l'histograma pel que respecta a les qüestions relacionades amb la part teòrica de la unitat didàctica (de la qüestió 1 fins la qüestió 4 del **ANNEX 6: Qüestionari avaluació docent**). Com es pot observar, en tots els grups l'interval més nombrós és el comprès entre el 3 i el 4, excepte per al grup de Ciències G2 on la mateixa quantitat d'alumnes tenen la mitjana compresa entre el 3 i el 4 i entre el 4 i el 5. Per tant, en general, la valoració d'aquesta part està entre el "Regular" i el "D'acord" encara que més prop d'aquest últim (mitjana de 3,62).



**Figura 13.** Relació del nombre d'alumnes i les mitjanes obtingudes de considerar les qualificacions a les qüestions de l'avaluació docent relacionades amb la part de teoria per als diferents grups.

En la **Figura 14**, tenim l'histograma pel que respecta a les qüestions relacionades amb la part de les activitats puntuables realitzades en la unitat didàctica (de la qüestió 6 fins la qüestió 9 del **ANNEX 6: Qüestionari avaluació docent**). Com es pot observar, en tots els grups l'interval més nombrós és el comprés entre el 4 i el 5, excepte per al grup de CCSS on aquest és el comprés entre el 3 i el 4. En termes generals, la valoració d'aquesta part està entre el "Regular" i el "D'acord" encara que més molt més prop d'aquest últim (mitjana de 3,84).



**Figura 14.** Relació del nombre d'alumnes i les mitjanes obtingudes de considerar les qualificacions a les qüestions de l'avaluació docent relacionades amb la part de les activitats per als diferents grups.

En la **Figura 15**, tenim l'histograma pel que respecta a les qüestions relacionades amb el grau de satisfacció que té l'alumnat amb l'activitat docent realitzada per la professora (de la qüestió 11 fins la qüestió 23 del **ANNEX 6: Qüestionari avaluació docent**). Com es pot observar, en tots els grups l'interval més nombrós és el comprés entre el 4 i el 5, excepte per al grup de Ciències G2 on la mateixa quantitat d'alumnes tenen la mitjana compresa entre el 3 i el 4 i entre el 4 i el 5. En termes generals, i de la mateixa manera que en els casos anteriors, la valoració d'aquesta part està entre el "Regular" i el "D'acord" encara que més molt més prop d'aquest últim (mitjana de 3,86).

L'últim histograma que es mostra en la **Figura 16**, representa la distribució de les notes (sobre 10) quan l'alumnat ha valorat, en general, a la professora (qüestió 24 del **ANNEX 6: Qüestionari avaluació docent**). S'observa que gran part de l'alumnat puntua aquesta qüestió amb un 7 o un 8. D'una banda, el 8 és més nombrós en el grup de Ciències G2, en canvi, en el grup de Ciències G1 és més nombrós el 7. D'altra banda, en el grup de CCSS, hi ha la mateixa quantitat d'alumnes que opten pel 7 que pel 8. En termes generals, considerant a tots els alumnes com a conjunt, hi ha més alumnes que es decanten pel 8 que pel 7, encara que la mitjana que s'obté és d'un 7,08.

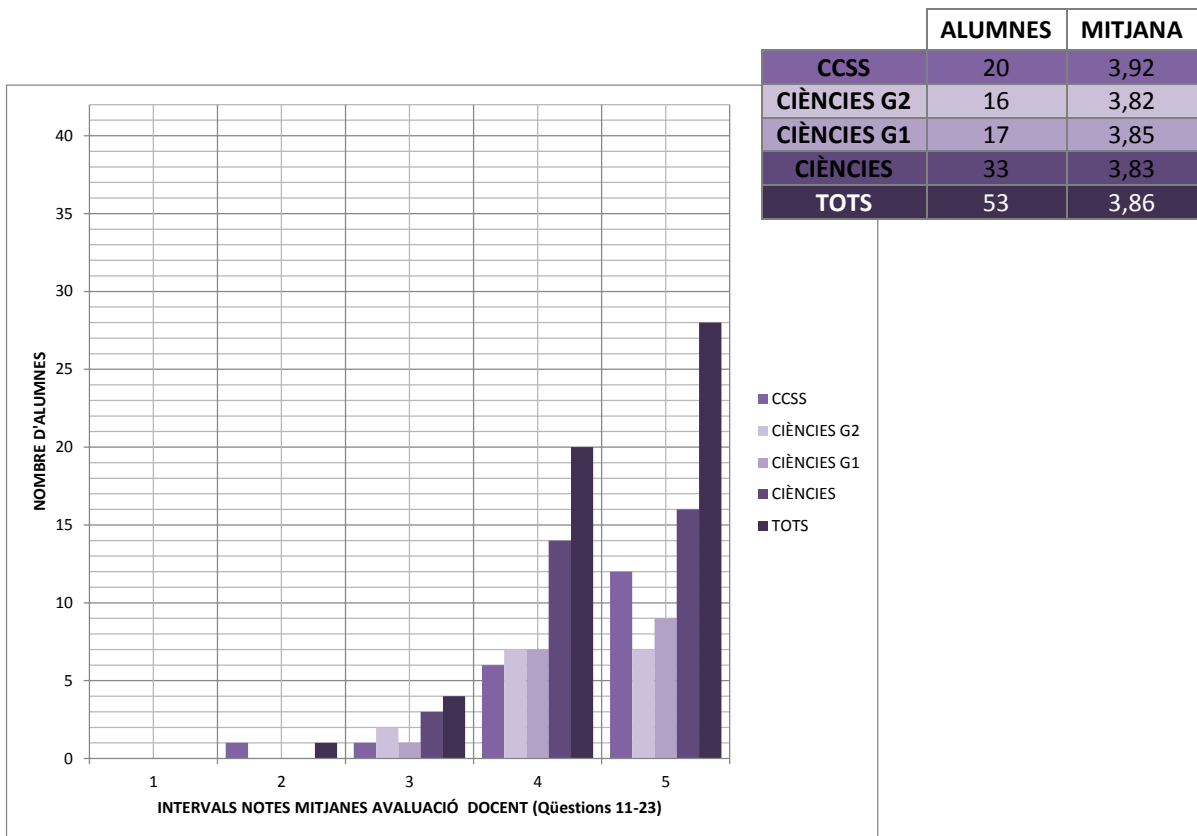


Figura 15. Relació del nombre d'alumnes i les mitjanes obtingudes de considerar les qualificacions a les qüestions de l'avaluació docent relacionades amb la part de l'activitat docent per als diferents grups.

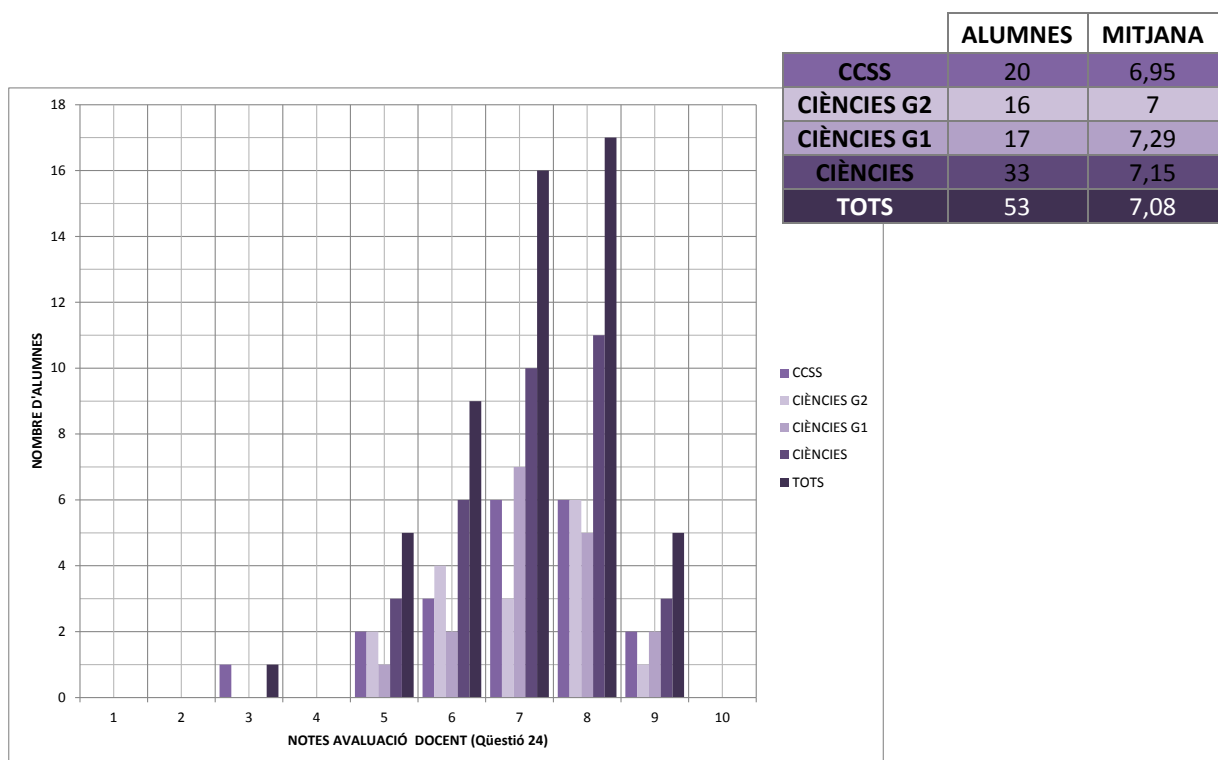


Figura 16. Relació del nombre d'alumnes i les mitjanes obtingudes de considerar les qualificacions a les qüestions de l'avaluació docent relacionades amb la part de les activitats per als diferents grups.

Respecte a l'opinió de l'alumnat en relació a com van treballar les activitats puntuables (de la qüestió 26 fins la qüestió 33 del **ANNEX 6: Qüestionari avaluació docent**) es pot extraure la informació que es detalla a continuació.

Inicialment, quan es va formular la pregunta de com volien treballar les activitats, el grup de primer de batxillerat Social-Humanístic va escollir treballar individualment ja que, 10 dels alumnes que van respondre al formulari preferien treballar individualment i 10 en grup. Després d'haver experimentat la manera en què han treballat les activitats, només 2 alumnes han canviat aquesta opinió. Aquests 2 alumnes són dels que inicialment preferien treballar individualment i després de l'experiència, preferien en grup. Per tant, finalment, 8 alumnes responen que si es tornés a emprar aquesta metodologia, preferien treballar individualment, mentre que 12 alumnes preferien treballar en grup. A més, la manera de treballar que prefereixen tots els alumnes coincideix amb la que creuen que és la millor forma de fer-ho, exceptuant un alumne que, prefereix treballar-les en grup, encara que afirma que és millor fer-ho individualment. La justificació que dona és la següent: "en grup ens distrauríem". Per tant, en aquest grup en general s'observa que encara que inicialment no hi havia ninguna predominança en la manera de treballar les activitats, després de l'experiència l'alumnat es decanta lleugerament per treballar en grup.

Pel que fa al grup G1 de primer de batxillerat Científic-Tecnològic, inicialment, quan es va formular la pregunta de com volien treballar les activitats, va escollir treballar en grup ja que, 5 dels alumnes que van respondre al formulari preferien treballar individualment i 12 en grup. Després d'haver experimentat la manera en què han treballat les activitats, només 2 alumnes han canviat aquesta opinió. Aquests 2 alumnes són dels que inicialment preferien treballar en grup i després de l'experiència, preferien individualment. Per tant, finalment, 7 alumnes responen que si es tornés a emprar aquesta metodologia, preferien treballar individualment, mentre que 10 alumnes preferien treballar en grup. A més, la manera de treballar que prefereixen tots els alumnes coincideix amb la que creuen que és la millor forma de fer-ho, exceptuant 4 alumnes dels quals, 1 prefereix treballar-les en grup, encara que afirma que és millor fer-ho individualment i 3 al contrari. Les justificacions d'aquests últims giren al voltant de la possibilitat d'ajudar-se i resoldre dubtes entre companys. Per tant, en aquest grup en general s'observa que la predominança en la manera de treballar les activitats és el treball en grup, tan inicialment com després de l'experiència encara que en un percentatge menor en aquest últim cas.

En relació al grup G2 de primer de batxillerat Científic-Tecnològic, el qual va treballar individualment ja que no es va donar l'opció d'escollir com fer-ho, inicialment, 7 dels alumnes que van respondre al formulari preferien treballar individualment i 9 en grup. Després d'haver experimentat la manera en què han treballat les activitats, només 3 alumnes han canviat aquesta opinió. D'aquests 3, 1 és dels que inicialment preferien treballar individualment i després de l'experiència, preferien treballar en grup i 2 són dels que inicialment preferien treballar en grup i després individualment. Per tant, finalment, 8 alumnes responen que si es tornés a emprar aquesta metodologia, preferien treballar individualment, mentre que 8 alumnes preferien treballar en grup. A més, la manera de treballar que prefereixen tots els alumnes coincideix amb la que creuen que és la millor forma de fer-ho, exceptuant 2 alumnes que prefereixen treballar-les en grup, encara que afirmen que és millor fer-ho individualment. Una de les justificacions que donen és que amb el treball individual s'obté més nota. Per tant, en aquest grup en general s'observa que encara que inicialment la predominança que hi havia en la manera de treballar les activitats és en grup, després de l'experiència l'alumnat iguala aquestes opinions, inclús es decanta lleugerament per l'opció de que la millor manera de treballar és de manera individual.

En general, si es comparen els dos grups de ciències, s'observa que, el 36% dels alumnes que van respondre al formulari preferien treballar individualment i el 64% en grup. Després d'haver experimentat la manera en què han treballat les activitats, 5 dels alumnes han canviat aquesta opinió. D'aquests 5, 1 és dels que inicialment preferien treballar individualment i després de l'experiència, preferirien treballar en grup i 4 són dels que inicialment preferien treballar en grup i després individualment. Per tant, finalment, el 45% dels alumnes responen que si es tornés a emprar aquesta metodologia, preferirien treballar individualment, mentre que el 56% del alumnes preferirien treballar en grup. A més, la manera de treballar que prefereixen tots els alumnes coincideix amb la que creuen que és la millor forma de fer-ho, exceptuant 6 alumnes dels quals el 50% prefereix treballar-les en grup, encara que afirma que és millor fer-ho individualment i l'altre 50% al contrari. Per tant, en aquesta modalitat de batxillerat en general s'observa que, tan inicialment com després de l'experiència, l'alumnat prefereix treballar en grup encara que hi ha un petit increment entre la quantitat d'alumnes que preferia individual a l'inici que al final.

Si es comparen els dos grups que van treballar individualment, les diferències observades són, en primer lloc, en relació a la preferència que tenien inicialment de com treballar les activitats. Un grup va escollir treballar individualment i en l'altre les dades ens mostren que haguessin preferit treballar en grup. En segon lloc, les persones que canvien d'opinió quant a aquesta preferència després d'haver experimentat el treball individual, en un grup hi ha més alumnes que canvien de grup a individual i en l'altre els alumnes canvien d'individual a grup. Aquesta última diferència podria ser deguda al estar tractant grups de diferents modalitats de matemàtiques (el primer és un dels grups de Ciències i el segon el grup de CCSS).

Quant a les semblances, només s'observa que els alumnes que la seua preferència de com treballar no coincideix amb l'opció de quina creuen que és millor per fer-ho, són aquells que prefereixen treballar en grup encara que pensen que és millor fer-ho individualment.

Per tant, es podria deduir que el treball individual fa veure a l'alumnat les avantatges que té treballar d'aquesta manera i adonar-se de que és la millor forma de treballar aquestes activitats encara que la seua preferència sigui treballar en grup.

En comparar els grups que van poder elegir com treballar, les diferències percebudes són, en primer lloc, aquesta opinió, és a dir, un grup va elegir treballar individualment i l'altre de manera grupal. En segon lloc, passa el mateix que quan es comparen els dos grups que van treballar individualment, és a dir, els alumnes que canvien d'opinió quant a la preferència de com treballar després d'haver experimentat l'experiència, en un grup canvien d'individual a grup i en l'altre de grup a individual. Per tant, no només aquesta diferència sinó que, també la primera, podrien ser degudes al estar tractant grups de diferents modalitats de matemàtiques (el primer és el grup de CCSS i el segon, un dels grups de Ciències).

L'única semblança observada és que, després d'haver viscut la experiència, tots dos prefereixen treballar aquest tipus d'activitats en grup.

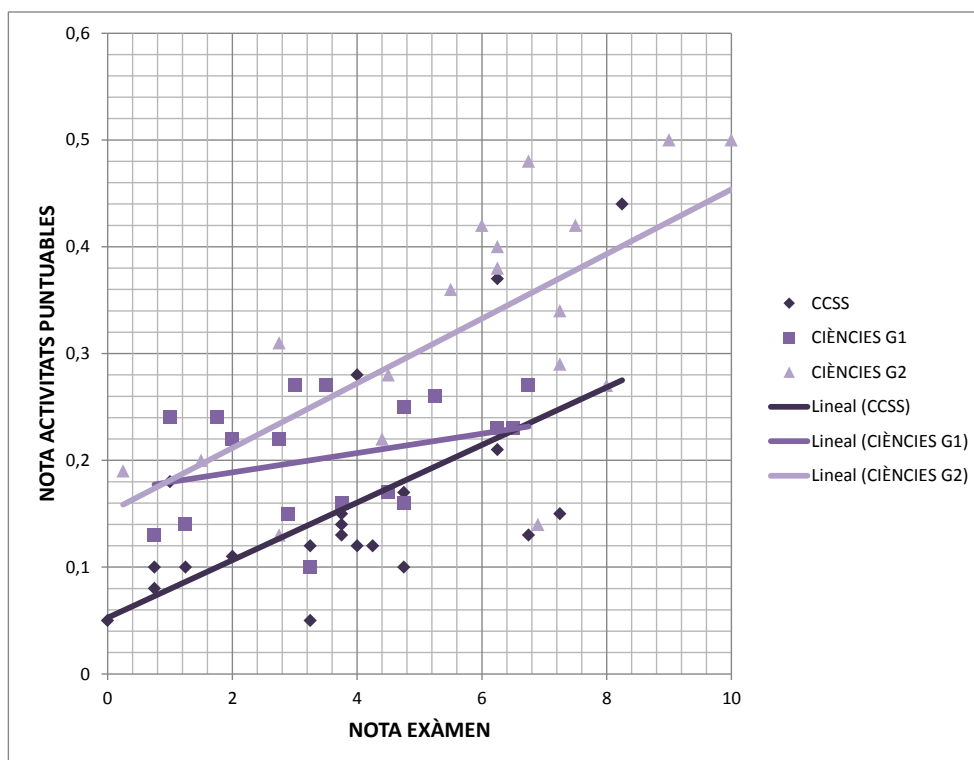
Per tant, tenint a tots els grups en compte, s'observa que, tan inicialment com després d'experimentar aquesta metodologia respecte a les activitats, l'alumnat prefereix treballar les activitats en grup (58% i 57% respectivament). Encara així, hi ha més alumnes que canvien aquesta opinió de grup a individual, cosa que fa que el percentatge d'alumnes que prefereixen treballar individualment augmenti lleugerament de 42% a 43%.



### 3.2. Resultats del rendiment acadèmic

Per a mostrar els resultats del rendiment acadèmic de l'alumnat utilitzarem diagrames de dispersió per a cadascuna de les característiques de la metodologia que es pot analitzar. En aquests diagrames de dispersió es representen les notes obtingudes amb el sistema de puntuació extra per a les activitats puntuables i les notes del examen de la unitat didàctica. Recordem que el màxim de puntuació que es podia obtenir és, 0,5 en les activitats puntuables, i 10 en l'examen. Recordem també que, la quantitat total d'alumnes als quals se n'ha impartit aquesta unitat didàctica és de 59. D'aquests 59, 22 són del grup de primer de batxillerat Social-Humanístic i 37 de primer de batxillerat Científic-Tecnològic. D'aquests 37, 18 són del grup Ciències G2 i 19 del grup Ciències G1.

En la **Figura 17**, tenim el diagrama on cadascun dels colors representa un grup distint. En els tres casos es pot observar que la relació que existeix de les notes de l'examen amb les notes de les activitats puntuables és lineal i directa, és a dir, per a notes més altes en les activitats puntuables, s'obtenen notes més altes en l'examen. Aquest diagrama també ens mostra que el rendiment acadèmic del grup de CCSS és inferior als dos grups de Ciències. Concretament, el grup Ciències G1 ha obtingut pitjors notes que el grup Ciències G2. A més, aquest últim grup conté els alumnes que han obtingut el màxim de les notes que es podien obtenir, un 10 en l'examen i un 0,5 en les activitats puntuables. El grup de CCSS a banda de tenir les notes més baixes, conté els alumnes que han obtingut el mínim de les notes, un 0 en l'examen i un 0,05 en la puntuació de les activitats puntuables (**Taula 7**). Aleshores, amb aquestes dades es pot fer una primera predicció de que el grup que ha treballat les activitats de manera individual, és a dir el grup Ciències G2 ha obtingut millors qualificacions que el grup Ciències G1, que han treballat de manera cooperativa.



**Figura 17.** Relació de les notes obtingudes per l'alumnat, tan en l'examen com en les activitats puntuables distingint l'alumnat per grups.

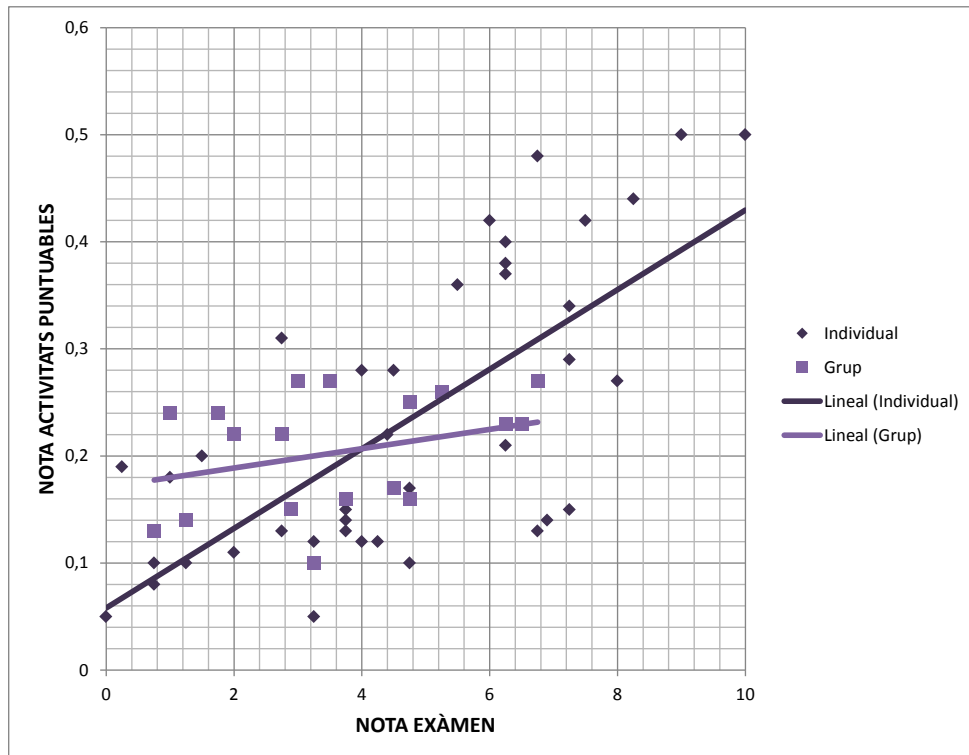
	ALUMNES	MITJANA		MÍNIM		MÀXIM	
		Examen	Activitats Puntuables	Examen	Activitats Puntuables	Examen	Activitats Puntuables
CCSS	22	3,78	0,15	0	0,05	8,25	0,44
CIÈNCIES G1	19	3,65	0,2	0,75	0,1	6,75	0,27
CIÈNCIES G2	18	5,71	0,32	0,25	0,13	10	0,5
CIÈNCIES	37	4,65	0,26	0,25	0,1	10	0,5
TOTS	59	4,33	0,22	0	0,05	10	0,5

Taula 7. Dades numèriques relacionades amb la Figura 17.

Com s'ha comentat en el paràgraf anterior, quan comparem el dos grups de la mateixa modalitat de matemàtiques, és a dir, els dos grups de primer de batxillerat Científic-Tecnològic, es pot observar que el grup que ha treballat individualment té major rendiment acadèmic que el que ho ha fet de manera grupal. Aquests dos grup són comparables estadísticament, ja que pertanyen a la mateixa modalitat. A més, els dos grups tenen la mateixa quantitat d'alumnes.

En la **Figura 18**, s'estudia la situació anterior afegint el grup de CCSS, és a dir, tenint en compte les dues modalitats. Per tant, els colors del diagrama representen les dues maneres en què s'ha treballat les activitats puntuables. Com en l'anterior gràfic, en els dos casos la relació que existeix de les notes de l'examen amb les notes de les activitats puntuables és lineal i directa. A més, es pot observar que, l'alumnat que treballa de manera individual obté notes més disperses, és a dir, els rangs de puntuació tan de l'examen com de les activitats puntuables, és molt més ampli. En canvi, per a l'alumnat que treballa en grup aquesta dispersió no es nota tant, sobre tot en el rang que correspon a les notes de les activitats puntuables. Aquest fet explica que, com que treballar de manera grupal implica dividir la puntuació total per la quantitat de membres que conté el grup, les notes estan més prop de la mitjana d'aquestes puntuacions. Per aquesta raó, el pendent de la recta que aproxima les dades de l'alumnat que ha treballat en grup és menor que el pendent de la recta que aproxima les dades de l'alumnat que ha treballat individualment. En general, les dades estadístiques de la **Taula 8**, ens indiquen que els alumnes que han treballat individualment obtenen qualificacions més altes que els que treballen de manera grupal, amb mitjanes de 4,77 i 3,65 respectivament. Tot i això, tan el màxim com el mínim de les puntuacions que es podien obtenir en l'examen (10 i 0 respectivament) i en les activitats puntuables (0,5 i 0,05) es localitzen en alumnes que han treballat de manera individual.

En la **Figura 19**, tenim el diagrama on cadascun dels colors indica l'opció d'escollir de quina manera treballar les activitats puntuables. Una vegada més, en els dos casos, la relació que existeix de les notes de l'examen amb les notes de les activitats puntuables és lineal i directa. Es pot observar que, l'alumnat que no ha escollit com treballar obté notes més elevades que l'alumne que va escollir. Cal esmentar que aquesta dada no és estadísticament rellevant ja que, hi ha dos grups que van poder escollir com treballar i només ú que no va tenir l'opció. Per tant, aquesta característica podria ser deguda a allò que caracteritza aquest grup, és a dir, a com s'han treballat les activitats o la modalitat de matemàtiques que li correspon. A més, la quantitat d'alumnes que si que ha escollit és molt més gran que la d'alumnes que no han escollit.



**Figura 18.** Relació de les notes obtingudes per l'alumnat, tan en l'examen com en les activitats puntuables distingint l'alumnat que va treballar-les de manera individual i l'alumnat que va treballar-les en grup.

	ALUMNES	MITJANA		MÍNIM		MÀXIM	
		Examen	Activitats Puntuables	Examen	Activitats Puntuables	Examen	Activitats Puntuables
<b>Individual</b>	40	4,77	0,23	0	0,05	10	0,5
<b>Grup</b>	19	3,65	0,2	0,75	0,1	6,75	0,27

**Taula 8.** Dades numèriques relacionades amb la Figura 18.

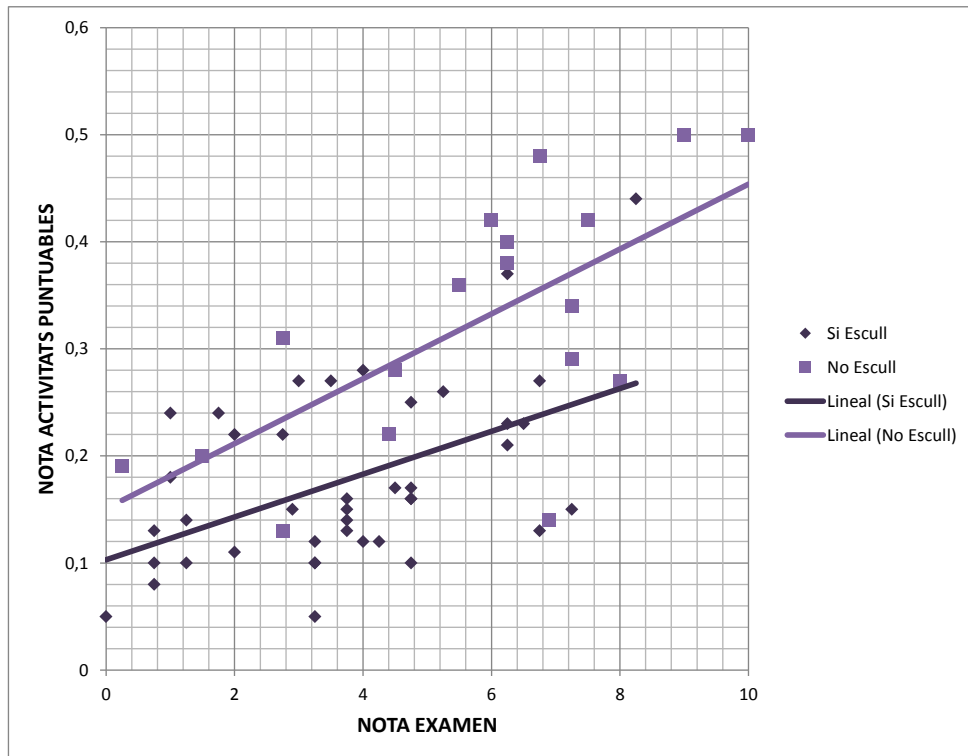


Figura 19. Relació de les notes obtingudes per l'alumnat, tan en l'examen com en les activitats puntuables distingint l'alumnat que va poder escollir com treballar-les i l'alumnat que no.

ALUMNES	MITJANA		MÍNIM		MÀXIM		
	Examen	Activitats Puntuables	Examen	Activitats Puntuables	Examen	Activitats Puntuables	
<b>Si Escull</b>	41	3,82	0,18	0	0,05	8,25	0,44
<b>No Escull</b>	18	5,71	0,32	0,25	0,13	10	0,5

Taula 9. Dades numèriques relacionades amb la Figura 19.

## 4. PROPOSTES DE MILLORA

Com ja s'ha comentat en diverses ocasions en aquest treball, aquesta unitat didàctica plantejava una metodologia, alguns dels objectius de la qual eren, incrementar la motivació de l'alumnat (OD5), incentivar l'alumnat l'aprofitament del temps a classe (OD6), fomentar la participació (OD7) . Tot i que no es pot fer la comparació amb els resultats obtinguts si aquesta unitat didàctica s'hagués impartit de manera tradicional, les notes finals ens poden donar una lleugera idea de si s'han complit aquests objectius.

D'una banda i malauradament, per al col·lectiu de CCSS, m'he adonat que, en primer lloc, la manera d'introduir aquesta unitat didàctica, no reflecteix una millora en la motivació pels continguts d'aquesta. Només un 27% dels alumnes d'aquesta modalitat ha superat el 5 en la nota d'aquesta unitat didàctica. A més, en general, l'alumnat no aprofitava el temps en classe durant les sessions destinades a fer activitats puntuables. De la puntuació màxima que es podia obtenir durant totes les sessions destinades a això (40 punts), s'ha obtingut una mitjana de 9'4 punts. A més, en més d'una ocasió he observat que el seu objectiu era aconseguir el màxim nombre de punts, encara que fos copiant-se els exercicis d'uns a altres. Per tant, tampoc s'ha aconseguit involucrar a l'alumnat quant a participació.

Amb totes aquestes dades obtingudes, s'haurien de plantejar propostes didàctiques noves que poguessin millorar el rendiment acadèmic d'aquest grup. A continuació s'enumeren algunes d'elles.

- Canviar l'exemple guia per algun exemple de gràfica que representi algun fenomen social, ja que és allò que caracteritza aquesta modalitat.
- Afegir, per al grup d'aquesta modalitat, l'activitat proposada que realitzen només els grups de Ciències, però fent els canvis corresponents d'acord a l'exemple guia.

A més, escoltar l'opinió que tenen aquests alumnes sobre com s'ha enfocada aquesta unitat didàctica també ens podria donar idees per a solucionar aquest problema. Amb aquesta finalitat es van proposar les qüestions 5 i 10 del formulari d'avaluació docent (**ANNEX 6: Qüestionari avaluació docent**). Algunes de les idees constructives que va donar l'alumnat són les següents.

- Explicar el Power Point més lentament per a tenir més temps per interioritzar el conceptes.
- Utilitzar Kahoot en alguna de les sessions d'activitats, ferramenta que pareix que els mantindria més atents i motivats durant les classes.
- Fer les activitats com si fos un examen, és a dir, sense apunts. Aquesta proposta els obligaria a repassar els conceptes que s'han vist en la sessió anterior a la dels exercicis puntuables.

D'altra banda, aquests aspectes han funcionat millor en el cas del col·lectiu de Ciències considerants conjuntament. El percentatge d'aprovat ascendeix a un 47%. A més, en aquest cas, l'alumnat si que aprofitava el temps en classe a l'hora de realitzar les sessions de les activitats puntuables. Del màxim de 40 punts que es podia obtenir, la mitjana ha estat de 20 punts. Aquestes dades també reflecteixen que l'alumne a participat en aquestes sessions.

Encara així, com que tot es pot millorar, algunes noves propostes per a aquests grups podrien ser les següents.

- Augmentar la temporització 1 sessió per poder fer repàs per a l'examen.
- Augmentar la temporització 1 sessió per desenvolupar el Power Point més pausadament.

- Reduir l'extensió de l'activitat proposada (**ANNEX 2: Activitat proposada**) de manera l'alumnat no es quedi fent taxes de variació mitjana durant tota la sessió.

Quant a les opinions dels alumnes algunes de les idees constructives proposades són les següents.

- Fer les activitats com si fos un examen, és a dir, sense apunts. Aquesta proposta els obligaria a repassar els conceptes que s'han vist en la sessió anterior a la dels exercicis puntuables.

## 5. CONCLUSIONS

Quant als objectius específics generals, l'**OEG1** i l'**OEG3**, per a cadascuna de les modalitats de matemàtiques respectivament, s'aconsegueixen amb la introducció de l'exemple guia dintre del contingut de la **PART I** d'aquesta metodologia. La millora proposada en l'apartat anterior per a la modalitat de CCSS, podria afavorir la interpretació de casos relacionats amb aquesta modalitat concreta. En relació als objectius **OEG2** i **OEG4**, per a cadascuna de les modalitats respectivament, s'aconsegueixen, d'una banda també amb la **PART I** de la metodologia i d'altra, amb les explicacions teòriques que fa el/la docent i les classes pràctiques on l'alumnat experimenta el càlcul de derivades mitjançant les regles de derivació (**PART II**).

Respecte als objectius didàctics d'aquesta unitat didàctica, l'**OD1** s'aconsegueix per a les dues modalitats amb la primera part del Power Point on es repassen els conceptes previs. Aquest Power Point també està enfocat a fer la construcció del concepte de derivada d'una funció, aleshores, amb el procediment que s'utilitza s'aconsegueix l'objectiu **OD2** només per al col·lectiu de Ciències. En el cas del grup de CCSS no es pot afirmar el mateix, ja que com s'ha comentat en l'apartat anterior les notes obtingudes no demostren que hagin comprés la construcció d'aquest concepte. Respecte als objectius **OD3** i **OD4**, i en cas de l'alumnat que pertany a la modalitat de Ciències, s'assoleixen exitosament gràcies l'activitat proposada (**ANNEX 2: Activitat proposada**), en què l'alumne extrapola els continguts, vists en la sessió immediatament anterior, a un nou exemple proposat dintre del mateix context. En el cas de l'alumnat de la modalitat de CCSS no s'aconsegueixen exitosament aquests dos objectius, pel que una de les propostes de millora és afegir una d'aquestes activitats.

Una vegada analitzat el compliment dels objectius que plantejava aquesta unitat didàctica, es descriuen tot seguit les principals conclusions.

En relació a les conclusions obtingudes analitzant les respostes de l'alumnat al formulari d'avaluació docent destacar que:

- Tant la part de teoria com la de les activitats puntuables està millor valorada pel col·lectiu de Ciències (mitjana de 3,69 i 4 respectivament) que pel col·lectiu de CCSS (mitjana de 3,52 i 3,56 respectivament). A més, dintre dels dos grups de Ciències les activitats puntuables són millor valorades pel grup que va treballar individualment.
- En canvi, la part de la valoració a la professora, són els alumnes del grup de CCSS els que la valoren millor (mitjana de 3'92) que els alumnes del col·lectiu de Ciències (mitjana de 3,83).
- En general, i amb una nota del 0 al 10, la valoració del grup de CCSS és menor (mitjana de 6,95) que la que fan els alumnes dels dos grups de Ciències (mitjana de 7,15).

Per tant, d'aquestes dades es pot concloure que, de manera global, les valoracions que ha fet l'alumnat respecte al docent es situen entre el "Regular" i el "D'acord", però més prop d'aquest últim. Aleshores, es podria concloure que el/la docent té els coneixements necessaris per impartir aquesta unitat didàctica i per tant, les dificultats que té l'alumnat amb el concepte de derivada d'una funció no estarien relacionades amb els coneixements d'aquest.

Quant a les conclusions obtingudes analitzant les respostes de l'alumnat a la part del formulari d'avaluació docent relacionada amb la metodologia emprada s'extrauen les següents conclusions:

- Per al grup de CCSS, encara que inicialment no hi havia ninguna predominança en la manera de treballar les activitats, després de l'experiència l'alumnat es decanta lleugerament per treballar-les en grup.
- Per al grup G1 de Ciències, el qual va treballar en grup, s'observa que la predominança en la manera de treballar les activitats és el treball en grup, tan inicialment com després de l'experiència, encara que en un percentatge menor en aquest últim cas.
- Per al grup G2 de Ciències, el qual va treballar individualment, s'observa que encara que inicialment la predominança que hi havia en la manera de treballar les activitats era en grup, després de l'experiència l'alumnat iguala aquestes opinions, inclús es decanta lleugerament per l'opció de que la millor manera de treballar-les és de manera individual.
- Per al col·lectiu de Ciències en general, s'observa que, tan inicialment com després de l'experiència, l'alumnat prefereix treballar en grup encara que hi ha un petit increment entre la quantitat d'alumnes que preferia individual a l'inici que al final.
- Sense haver experimentat el treball en grup, el col·lectiu que ha treballat de manera individual s'adona de les avantatges que té treballar d'aquesta manera i, per tant, de que és la millor forma de treballar aquestes activitats encara que la seua preferència sigui treballar en grup.
- Els canvis d'opinió respecte a com treballar les activitats es veuen diferenciats per modalitat de l'assignatura. El col·lectiu de CCSS ha fet més canvis d'opinió de individual a grup i el de Ciències ha fet més canvis d'opinió de grup a individual.
- En general, i tenint en compte a tot l'alumnat, tan inicialment com després d'experimentar aquesta metodologia, la preferència que predomina és el treball en grup.

Aleshores, es pot concloure que en general l'alumnat prefereix treballar en grup encara que després de l'experiència els canvis d'opinió que predominen són canvis de treballar en grup a treballar individualment. Tot i això, en aquest últim cas, es segueix preferint treballar de manera cooperativa.

Respecte a les conclusions obtingudes analitzant les puntuacions de l'alumnat tan en les activitats puntuables com en l'examen, es destaquen les següents:

- Dintre dels dos grups que són estadísticament comparables, és a dir, el col·lectiu format pels dos grups de Ciències, el grup que ha treballat les activitats de manera individual (G2) ha obtingut millors qualificacions que el grup que han treballat de manera cooperativa (G1).
- En general, l'alumnat que ha treballat de manera individual experimenta un major rendiment acadèmic que l'alumnat que ha treballat en grup.
- En general, l'alumnat que no que escull com treballar també experimenta notes més altes que l'alumnat que si va escollir, tan en les notes de les activitats puntuables com en les de l'examen.

Per tant, pel que fa a l'objectiu principal d'aquest treball (**OD8**) i considerant totes aquestes conclusions obtingudes a partir dels resultats, es pot concloure que, treballar de manera individual aquestes activitats proposades en aquesta metodologia, comporta un major rendiment acadèmic

que treballar amb grups heterogenis. Aleshores, la metodologia que recomana l'anàlisi d'aquests resultats per tal de aconseguir major rendiment acadèmic és treballar individualment.

Tot i això, és a dir, encara que l'aprenentatge cooperatiu no ha funcionat tan bé com el individual per aquest alumnat i amb aquesta metodologia, és probable que aquesta metodologia necessiti un temps d'acomodació per a l'alumnat. El fet de no estar acostumats a treballar en grup, podria fer que aquest alumnat necessiti un temps per habitar-se a aquesta mecànica de treball.

## 6. VALORACIÓ PERSONAL

Per a concloure aquesta memòria i, des d'un punt de vista general, estic molt satisfeta amb aquesta primera experiència que m'obri les portes a la docència. Tot i que inicialment aquest era un camí que no hem cridava gens l'atenció, l'experiència que m'han donat tant, les assignatures, com les pràctiques d'aquest Màster han fet que canviï aquesta opinió radicalment.

En primer lloc, m'he adonat que, la docència no és allò que pensava fa uns quants anys, és a dir, que era una professió monòtona en què tots els dies es feia el mateix. Aquesta experiència m'ha fet veure que, cada dia que transcorre a l'aula és diferent, que hi ha nous reptes a aconseguir i que cada any i cada grup mai serà el mateix. El fet de tenir sempre el mateix objectiu, és a dir, transmetre coneixements als alumnes, en situacions tan diferents, em fa molt motivadora la professió docent.

A més, crec que la valoració general que han fet els alumnes en relació a la meua pràctica docent ha segut molt positiva, tenint en compte que aquesta ha segut la primera vegada que m'exposava a aquest tipus d'escenaris. Aquesta valoració em dona un gran impuls a seguir millorant la meua manera d'impartir les classes com a professora de matemàtiques.

Personalment crec que una persona que es dediqui a la docència ha de tenir, els coneixements necessaris per transmetre la seua matèria i, a més, passió per aquesta. Aquesta passió fa que el/la docent gaudeixi de tot allò que és necessari per poder arribar a tot l'alumnat. En el meu cas i durant aquesta experiència, he gaudit moltíssim pensant de quina manera poder transmetre el concepte de derivada a l'alumnat. Tot i que no ha segut fàcil i ha implicat moltes hores de treball, aquest gaudi m'ha servit d'indicatiu per adonar-me que tinc passió per la docència. D'ara endavant, m'agradaria seguir gaudint de les noves experiències que estan per vindre. A més, m'agradaria poder transmetre aquesta passió que ha de tenir un bon docent ja que, com cita Elena Escribano, "Els alumnes son un reflex de la passió del professor" (Escribano, 2016).



## 7. BIBLIOGRAFIA I WEBGRAFIA

- Alsina, À. (2010). La «pirámide de la educación matemática» Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12–16. Recuperat de: <https://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/9481/PiramideEducacion.pdf?sequence=1>
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: Problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. In P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (1st ed., pp. 97–135). Grupo Editorial Iberoamérica.
- de la Prida Almansa, C., Gaztelu Villoria, A. M., González García, A., Lorenzo Blanco, J., Pérez Saavedra, C., & Sánchez Figueroa, D. (2015a). *Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials I*. (N. Grinyó Martorell, C. de la Prida Almansa, V. Nieto Barrera, & C. Pérez Saavedra, Eds.). Santillana.
- de la Prida Almansa, C., Gaztelu Villoria, A. M., González García, A., Lorenzo Blanco, J., Pérez Saavedra, C., & Sánchez Figueroa, D. (2015b). *Matemàtiques I*. (N. Grinyó Martorell, C. de la Prida Almansa, V. Nieto Barrera, & C. Pérez Saavedra, Eds.). Santillana.
- DECRET 87/2015, de 5 de juny, del Consell, pel qual establix el currículum i desplega l'ordenació general de l'Educació Secundària Obligatoria i del Batxillerat a la Comunitat Valenciana (2015/5410). (2015). Diari Oficial de la Comunitat Valenciana. Recuperat de: [http://www.gva.es/downloads/publicados/2015\\_5410.pdf](http://www.gva.es/downloads/publicados/2015_5410.pdf)
- Escribano, E. (2016). Elena Escribano: “Los alumnos son un reflejo de la pasión del profesor.” Recuperat el 3 de Juliol de 2018 de: <http://blog.tiching.com/elena-escribano-los-alumnos-son-un-reflejo-de-la-pasion-del-profesor/>
- Feliu, J. (n.d.). CoRubrics. Recuperat de: <http://corubrics-es.tecnocentres.org/>
- García, M. J. (n.d.). 8. Funciones y gráficas. Recuperat el 23 de Febrer de 2018 de: <http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esomatematicasB/funciones1/impresos/quincena8.pdf>
- GeoGebra Classic. (2001). Recuperat de: <https://www.geogebra.org/>
- Godino, J. D. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *UNION Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13–31.
- Lapenya, S. (n.d.). Mostra Avaluació xarrada UJI (Rúbrica). Recuperat el 22 de Març de 2018 de: [https://docs.google.com/spreadsheets/d/1gyploqVOzURbR6GUCb3dcN4FN4\\_y0eX-yBFd9lgX6t0/edit#gid=1364061807](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1gyploqVOzURbR6GUCb3dcN4FN4_y0eX-yBFd9lgX6t0/edit#gid=1364061807)
- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, V. (2013a). Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (Primera parte). *REVEMAT*, 8(2), 1–49. <http://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n2p1>

- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, V. (2013b). Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (Segunda parte). *REVEMAT*, 8(Ed. Especial), 1–47. <http://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8nespp1>
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. (2015). Boletín oficial del estado. Recuperat de: <https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>
- Sánchez-Matamoros, G., García, M., & Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 11(2), 267–296.
- Skemp, R. R. (1993). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* (3rd ed.). Ediciones Morata.
- Slavin, R. (1999). *Aprendizaje cooperativo: teoría, investigación y práctica*. Buenos Aires: Aique. Recuperat de: <http://ecoasturias.com/images/PDF/slavin-el-aprendizaje-cooperativo.pdf>
- Vaello Orts, J. (2011). *Cómo dar clase a los que no quieren*. Graó.

# ANNEXOS

## ANNEX 1: Avaluació Inicial

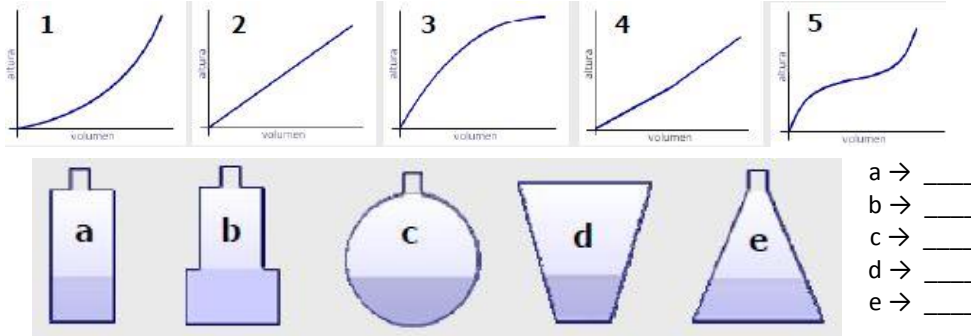
### AVALUACIÓ INICIAL Tema 11: Derivada d'una funció

NOM I COGNOMS: \_\_\_\_\_

GRUP: \_\_\_\_\_

#### Representació d'una gràfica

1. Les següents gràfiques representen l'ompliment de diferents recipients, quina gràfica correspon a cada un?



2. Sabries escriure amb les teues paraules que és la representació d'una gràfica?

SI \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

NO.

#### El pendent d'una recta

3. Si una recta ve representada de manera explícita, és a dir, de la forma  $y = mx + n$ , quina lletra representa el seu pendent?

- y.
- m.
- x.
- n.

4. Sabries escriure amb les teues paraules que representa el pendent d'una recta?

SI \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

NO.

#### Taxa de Variació Mitjana

5. Has sentit parlar de la Taxa de Variació Mitjana d'una funció  $f$  en un interval  $[a, b]$  ?

- SI.
- NO.

6. Sabries definir el concepte?

SI. Es defineix Taxa de Variació mitjana d'una funció  $f$  en un interval  $[a, b]$  com: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

NO.

7. Calcula la Taxa de Variació Mitjana de la funció  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  en els intervals  $[2,4]$  i  $[0,3]$ .

Per a  $[2,4]$ :

Per a  $[0,3]$ :

8. Sabries donar-li una interpretació als valors obtinguts, és a dir, al concepte de Taxa de Variació Mitjana d'una funció  $f$  en un interval  $[a, b]$ ?

SI \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

NO.

#### Taxa de Variació Instantània

9. Has sentit parlar de la Taxa de Variació Instantània d'una funció  $f$  en un punt  $a$ ?

SI.

NO.

10. Sabries definir el concepte?

SI. Es defineix Taxa de Variació Instantània d'una funció  $f$  en un punt  $a$  com: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

NO.

11. Calcula la Taxa de Variació Instantània de la funció  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  en els punts  $a = 2$  i  $a = 0$ .

Per a  $a = 2$ :

Per a  $a = 0$ :

12. Sabries donar-li una interpretació als valors obtinguts, és a dir, al concepte de Taxa de Variació Instantània d'una funció  $f$  en un punt  $a$ ?

SI \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

NO.

#### Derivada d'una funció en un punt

13. Has sentit parlar de la Derivada d'una funció  $f$  en un punt  $a$ ?

SI.

NO.

14. Sabries definir el concepte?

SI. Es defineix Derivada d'una funció  $f$  en un punt  $a$  com: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

NO.

15. Calcula la Derivada de la funció  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  en els punts  $a = 2$  i  $a = 0$ .

Per a  $a = 2$ :

Per a  $a = 0$ :

16. Sabries donar-li una interpretació als valors obtinguts, és a dir, al concepte de Derivada d'una funció  $f$  en un punt  $a$ ?

SI \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

NO

## ANNEX 2: Activitat proposada

NOM I COGNOMS o GRUP DE TREBALL: \_\_\_\_\_

### ACTIVITAT PROPOSADA (20 punts)

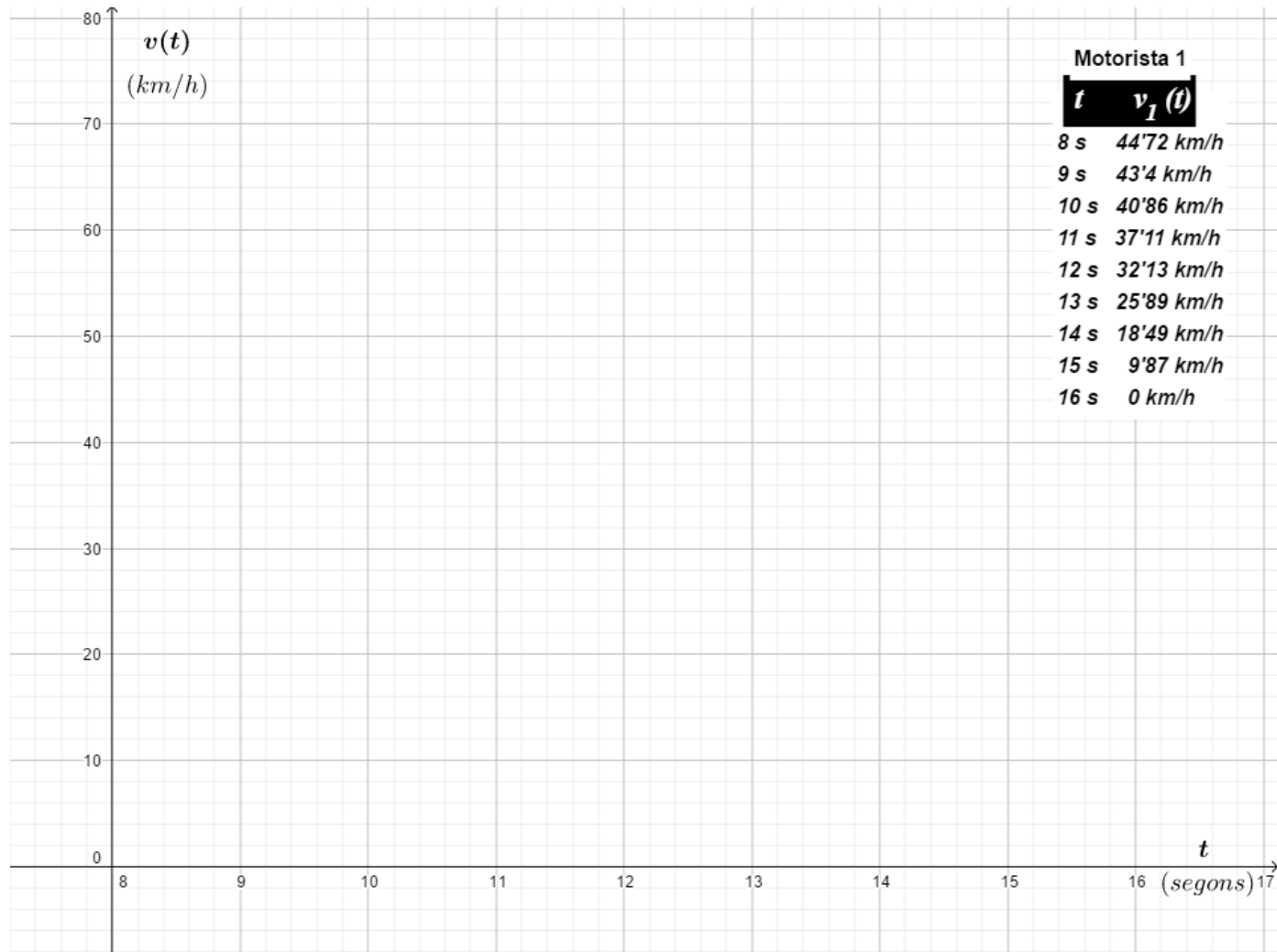
Suposem que hi ha 3 motoristes que en l'instant  $t = 8$  comencen a reduir la velocitat de formes diferents de manera que al passar 8 segons els 3 motoristes es queden parats.

1. A partir de les dades proporcionades en els fulls de darrere, representa gràficament les funcions que descriuen les velocitats dels tres motoristes al llarg del temps. (1 punt, 0,33 per cada gràfica)
2. Per al motorista 3: (2 punts)
  - a) Calcula el increment o decrement de velocitat que realitza per cada segon que transcorre. (0,5 punts)
  - b) És increment o decrement? Justifica la resposta. (0,5 punts)
  - c) Quina diferència observes fent la comparació del motorista 3 entre l'exercici fet en classe i aquest? (1 punt)
3. Per als motoristes 1 i 2: (16 punts)
  - a) Calcula la Taxa de Variació Mitjana per als intervals  $[8,16]$ ,  $[8,15]$ ,  $[8,14]$ ,  $[8,13]$ ,  $[8,12]$ ,  $[8,11]$ ,  $[8,10]$  i  $[8,9]$ . (4 punts, 2 punts per cada motorista, 0'25 per cada interval)
  - b) Explica de la mateixa manera que s'ha fet en classe les diferents interpretacions que tenen cada un dels valors anteriors al cas concret. (4 punts, 2 punts per cada motorista, 0'25 punts per les tres interpretacions en cada interval)
  - c) Siguin  $v_1(t) = -0'61t^2 + 9'05t + 11'36$  i  $v_2(t) = 0'63t^2 - 20'71t + 170'07$  les expressions analítiques dels motoristes 1 i 2 respectivament, calcula la Taxa de Variació Mitjana en  $t = 8$  és a dir,  $T.V.M. [8,8 + h]$ , per a cada un d'ells. (2 punts, 1 punt per cada motorista)
  - d) Utilitzant el resultat obtingut en l'apartat anterior, calcula la Taxa Variació Instantània en  $t = 8$  per a cada un dels motoristes. (1 punt, 0'5 punts per cada motorista)
  - e) Utilitzant el resultat obtingut en l'apartat anterior, calcula la derivada de les funcions  $v_1(t)$  i  $v_2(t)$ , en l'instant  $t = 8$ , és a dir, calcula  $v_1'(8)$  i  $v_2'(8)$ . (1 punt, 0'5 punts per cada motorista)
  - f) Què ens indiquen els valors de l'apartat anterior? (1 punt, 0'5 punts per cada motorista)
  - g) Calcula l'expressió de les rectes tangents a les funcions  $v_1(t)$  i  $v_2(t)$  en l'instant  $t = 8$ . (1 punt, 0'5 punts per cada motorista)
  - h) Calcula, mitjançant la definició de derivada, les derivades de les funcions  $v_1(t)$  i  $v_2(t)$ , és a dir, calcula  $v_1'(t)$  i  $v_2'(t)$ . (2 punts, 1 punt per cada motorista)
4. Quina informació ens dona i de quina variable, tenir una Taxa de Variació Mitjana amb signe positiu? (0'5 punts)
5. Quina informació ens dona i de quina variable, tenir una Taxa de Variació Mitjana amb signe negatiu? (0'5 punts)

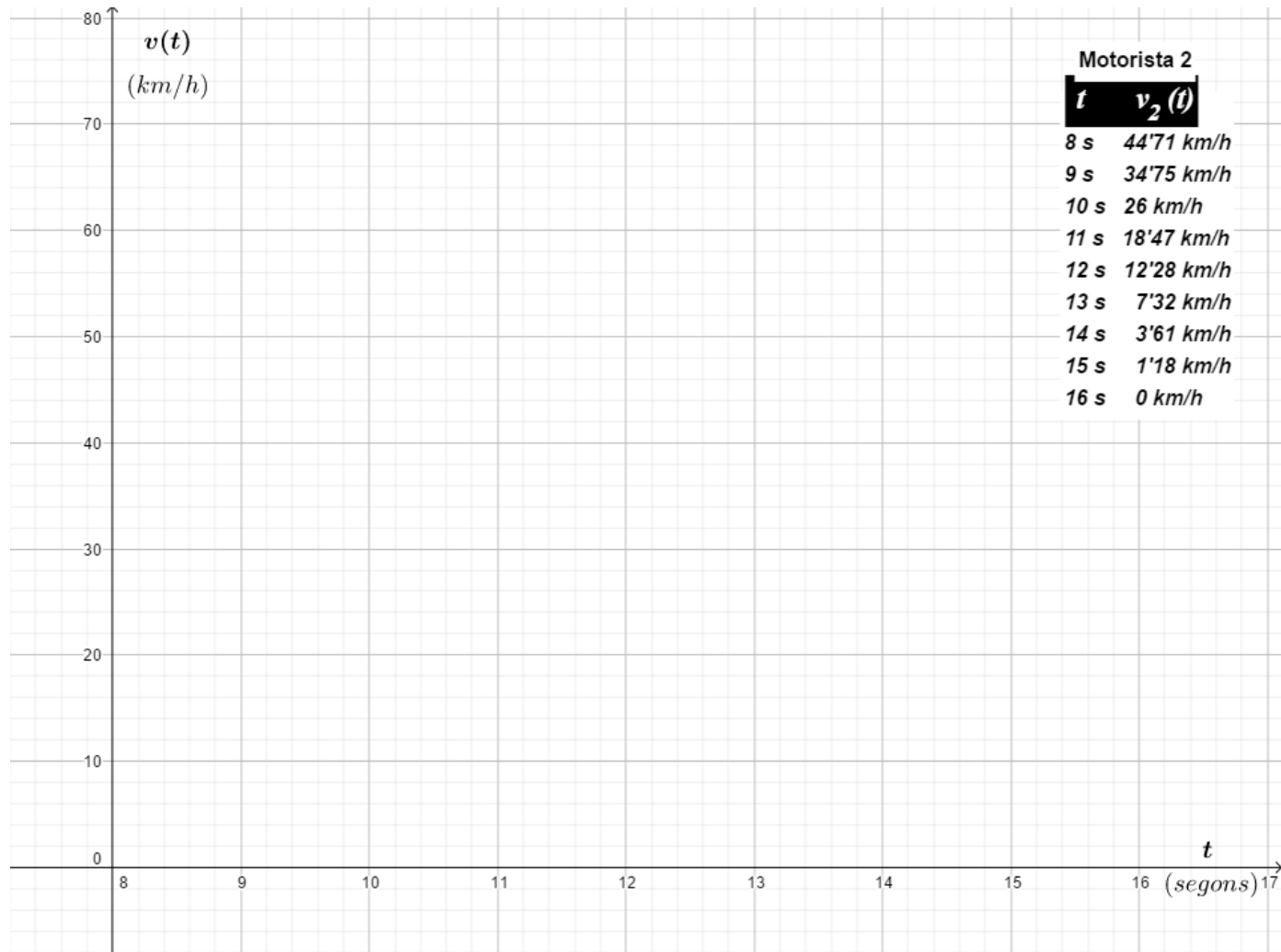
#### RECORDA:

- Taxa de Variació Mitjana d'una funció  $f$  en l'interval  $[a, b]$ :  $T.V.M. [a, b] = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$
- Taxa de Variació Mitjana d'una funció  $f$  en el punt  $a$ :  $T.V.M. [a] = T.V.M. [a, a + h] = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$
- Taxa de Variació Instantània d'una funció  $f$  en el punt  $a$ :  $T.V.I. [a] = \lim_{h \rightarrow 0} T.V.M. [a]$
- Derivada d'una funció  $f$  en un punt  $a$ :  $f'(a) = T.V.I. [a]$ .
- Expressió de la recta tangent a una funció  $f$  en un punt  $a$ :  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$
- Derivada d'una funció:  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

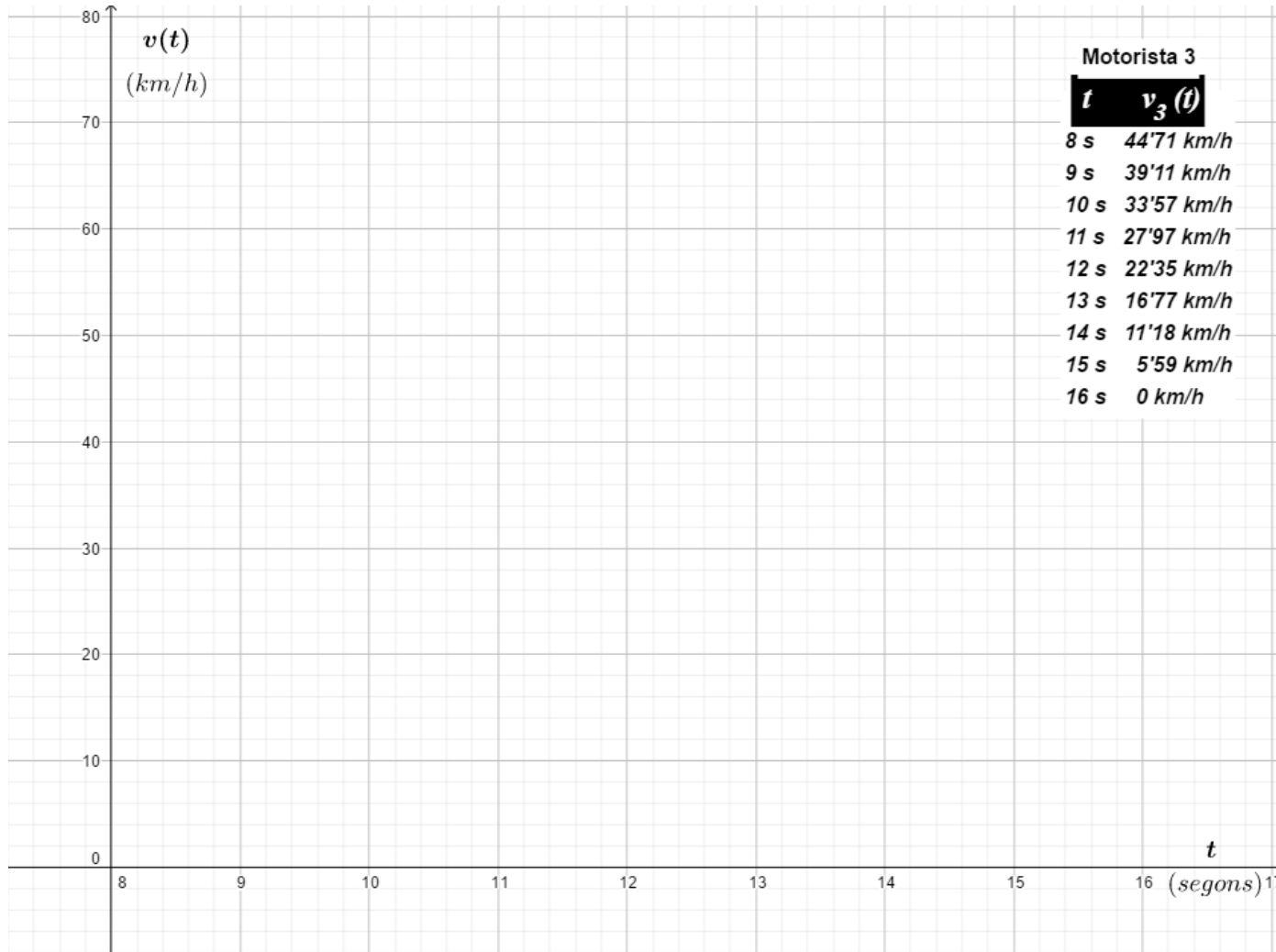
# MOTORISTA 1



## MOTORISTA 2



# MOTORISTA 3





### ANNEX 3: Taula Derivades

#### TAULA DE DERIVADES INMEDIATES

SUMA	RESTA	PRODUCTE	QUOCIENT
$(f + g)' = f' + g'$	$(f - g)' = f' - g'$	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$
REGLA DE LA CADENA			
$y = (f \circ g)(x) = f(g(x)) \rightarrow y' = (f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$			

FUNCIÓ	FUNCIÓ DERIVADA	FUNCIÓ	FUNCIÓ DERIVADA
$y = k$	$y' = 0$	$y = k \cdot f(x)$	$y' = k \cdot f'(x)$
$y = x^n$	$y' = n \cdot x^{n-1}$	$y = f^n(x)$	$y' = n \cdot f(x)^{n-1} \cdot f'(x)$
$y = \sqrt{x}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$y = \sqrt{f(x)}$	$y' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$y = \sqrt[n]{x}$	$y' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$y = \sqrt[n]{f(x)}$	$y' = \frac{f'(x)}{n\sqrt[n]{f(x)^{n-1}}}$
$y = \operatorname{sen} x$	$y' = \cos x$	$y = \operatorname{sen} f(x)$	$y' = f'(x) \cdot \cos f(x)$
$y = \operatorname{cos} x$	$y' = -\operatorname{sen} x$	$y = \operatorname{cos} f(x)$	$y' = -f'(x) \cdot \operatorname{sen} f(x)$
$y = \operatorname{tg} x$	$y' = 1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$y = \operatorname{tg} f(x)$	$y' = (1 + \operatorname{tg}^2 f(x)) \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)}$
$y = \operatorname{cot} x$	$y' = -(1 + \operatorname{cot}^2 x) = \frac{-1}{\operatorname{sen}^2 x}$	$y = \operatorname{cot} f(x)$	$y' = -(1 + \operatorname{cot}^2 f(x)) \cdot f'(x) = \frac{-f'(x)}{\operatorname{sen}^2 f(x)}$
$y = \operatorname{arcsen} x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \operatorname{arcsen} f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$
$y = \operatorname{arccos} x$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \operatorname{arccos} f(x)$	$y' = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$
$y = \operatorname{arctg} x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$	$y = \operatorname{arctg} f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$
$y = \operatorname{arccot} x$	$y' = \frac{-1}{1+x^2}$	$y = \operatorname{arccot} f(x)$	$y' = \frac{-f'(x)}{1+f^2(x)}$
$y = \log_a x$	$y' = \frac{1}{x} \cdot \log_a e = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	$y = \log_a f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{f(x)} \cdot \log_a e = \frac{f'(x)}{f(x) \cdot \ln a}$
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$	$y = \ln f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$
$y = a^x$	$y' = a^x \cdot \ln a$	$y = a^{f(x)}$	$y' = f'(x) \cdot a^{f(x)} \cdot \ln a$
$y = e^x$	$y' = e^x$	$y = e^{f(x)}$	$y' = f'(x) \cdot e^{f(x)}$

## ANNEX 4: Exàmens

<b>Nom i cognoms:</b> .....	<b>NOTA:</b>    
<b>Data:</b> 15 de Maig de 2018. <b>1r Batxillerat:</b> C	
<b>TEMA 7 DERIVADES</b> <b>3ª AVALUACIÓ</b>	

### MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS I HUMANES.

1.- Calcula:

a) la taxa de variació mitjana de la funció  $f(x) = \frac{4}{3}x^2 - 5$  en l'interval  $[-1, 3]$ .

b) la derivada de la funció  $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$  utilitzant la definició de derivada.

**2 Punts.**

2.- Sigui la funció  $f(x) = \frac{1}{x+3}$ , calcula:

a) el pendent de la recta tangent a la gràfica de la funció en el punt d'abscissa  $x = 1$  utilitzant la definició de derivada.

b) l'equació de la recta tangent de l'apartat anterior.

**2'5 Punts.**

3.- Calcula les derivades de les funcions següents:

a)  $f(x) = e^{\left(\frac{x^2-1}{x-1}\right)^2}$

b)  $f(x) = \cos^2(x \cdot \ln x)$

c)  $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+\cos x}{\sin x}}$  (Simplificar)

**3'5 Punts.**

4.- Troba  $a$ ,  $b$  i  $c$  en la funció  $f(x) = ax^3 + bx + c$ , sabent que la gràfica d'aquesta funció passa pel punt  $(1, -1)$ , el pendent de la recta tangent en  $x = -1$  s'anul·la i la recta tangent en  $x = 0$  és paral·lela a la recta  $y = 3x$ .

**2 Punts.**

<b>Nom i cognoms:</b> .....	<b>NOTA:</b>
<b>Data:</b> 4 de Juny de 2018. <b>1r Batxillerat: A</b>	
<b>TEMA 11 DERIVADES</b> <b>3ª AVALUACIÓ</b>	

**MATEMÀTIQUES I (Grup 1).**

1.- Calcula la derivada de la funció  $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$  utilitzant la definició de derivada. **1 Punt.**

2.- Sigui la funció  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ . Calcula:

- a) el pendent de la recta tangent a la gràfica de la funció en el punt d'abscissa  $x = -2$  utilitzant la definició de derivada. **(1'5 Punts)**
- b) l'equació de la recta tangent a la funció  $f$  en  $x = -2$ . **(0'75 Punts)**
- c) l'equació de la recta normal a la funció  $f$  en  $x = -2$ . **(0'75 Punts)**

**3 Punts.**

3.- Calcula les derivades de les funcions següents:

- a)  $f(x) = \arctg^4(\sqrt[3]{x^5} + \log_2 x)$  **(0'75 Punts)**
- b)  $f(x) = e^{\left(\frac{x^2-1}{x-1}\right)^2}$  **(0'75 Punts)**
- c)  $f(x) = (x^2 + 1)^{x^3}$  **(1'25 Punts)**
- d)  $f(x) = \ln \left(\frac{1+\sin x}{1-\sin x}\right)$  **(Simplificar) (1'25 Punts)**

**4 Punts.**

4.- Troba  $a$ ,  $b$  i  $c$  en la funció  $f(x) = ax^3 + bx + c - 1$ , sabent que la gràfica d'aquesta funció passa pel punt  $(1, -1)$ , la recta tangent en  $x = -1$  és horitzontal i el pendent de la recta tangent en  $x = 0$  és el mateix que el pendent de la recta  $y = -3x + 2$ .

**2 Punts.**

<b>Nom i cognoms:</b> .....	<b>NOTA:</b>    
<b>Data:</b> 4 de Juny de 2018. <b>1r Batxillerat: A</b>	
<b>TEMA 11 DERIVADES</b> <b>3ª AVALUACIÓ</b>	

**MATEMÀTIQUES I (Grup 2).**

1.- Calcula la derivada de la funció  $f(x) = -4x^2 + 2x + 5$  utilitzant la definició de derivada. **1 Punt.**

2.- Sigui la funció  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ . Calcula:

- a) el pendent de la recta tangent a la gràfica de la funció en el punt d'abscissa  $x = 1$  utilitzant la definició de derivada. **(1'5 Punts)**
- b) l'equació de la recta tangent a la funció  $f$  en  $x = 1$ . **(0'75 Punts)**
- c) l'equació de la recta normal a la funció  $f$  en  $x = 1$ . **(0'75 Punts)**

**3 Punts.**

3.- Calcula les derivades de les funcions següents:

- a)  $f(x) = \ln \left( \frac{1+\sin x}{1-\sin x} \right)$  **(Simplificar) (1'25 Punts)**
- b)  $f(x) = (x^3 + 1)^{x^2}$  **(1'25 Punts)**
- c)  $f(x) = \arctg^4(\sqrt[5]{x^3} + \log_2 x)$  **(0'75 Punts)**
- d)  $f(x) = e^{\left(\frac{x^2-1}{x-1}\right)^2}$  **(0'75 Punts)**

**4 Punts.**

4.- Troba  $a$ ,  $b$  i  $c$  en la funció  $f(x) = ax^3 + bx^2 + c - 1$ , sabent que la gràfica d'aquesta funció passa pel punt  $(1,1)$ , la recta tangent en  $x = -2$  és horitzontal i el pendent de la recta tangent en  $x = -1$  és el mateix que el pendent de la recta  $y = -3x - 2$ .

**2 Punts.**

## ANNEX 5: Rúbrica de l'avaluació de l'alumnat

	<b>MOLT (5)</b>	<b>FORÇA (4)</b>	<b>ADEQUAT (3)</b>	<b>POC (2)</b>	<b>GENS (1)</b>	
<b>1. Explica als altres</b>	S'esforça molt en explicar les coses i se l'entén molt bé	Explica bé i es fa entendre prou	De vegades explica alguna cosa i se l'entén	Explica poc i costa d'entendre'l	No explica gairebé mai i quan ho fa no se l'entén	<b>15%</b>
<b>2. Escolta als altres</b>	Sempre està pendent del que es diu i escolta amb atenció i respecte als altres	La majoria de vegades escolta als altres quan parlen	Normalment escolta als altres quan parlen	Escolta poc. Es despista sovint i no atén.	No escolta gairebé mai. Està sempre despistat o va a la seua.	<b>15%</b>
<b>3. Es qüestiona coses</b>	Sempre s'està fent preguntes sobre el per què de les coses	Prou vegades es pregunta sobre el per què de les coses	Algunes vegades es pregunta sobre el per què de les coses	Poques vegades es fa preguntes sobre el per què de les coses	Mai es fa preguntes sobre el per què de les coses	<b>15%</b>
<b>4. Té pensament crític</b>	Mai s'ho creu tot de primeres, sempre s'ho qüestiona tot	Normalment, abans de creure's alguna cosa es qüestiona	Algunes vegades és crític, però no és la tònica general	Poques vegades es qüestiona les coses. Normalment s'ho creu.	No és gens crític. S'ho creu tot i avant.	<b>15%</b>
<b>5. Treballa en equip</b>	Sempre col·labora amb els companys del grup	Normalment col·labora amb els companys del grup	De vegades col·labora amb els companys del grup però altres no. És irregular.	Poques vegades col·labora amb els companys del grup	Mai col·labora amb els companys del grup	<b>15%</b>
<b>6. Aprofita el temps en classe</b>	Aprofita més del 90% del temps que dura la classe	Aprofita aproximadament entre el 80% i el 90% del temps que dura la classe	Aprofita aproximadament entre el 70% i el 80% del temps que dura la classe	Aprofita aproximadament entre el 70% i el 50% del temps que dura la classe	Aprofita menys del 50% del temps que dura la classe	<b>25%</b>

## ANNEX 6: Qüestionari avaluació docent

Si l'escala de mesura que hi ha a continuació representa: 1 = Completament en desacord, 2 = En desacord, 3 = Regular, 4 = D'acord, 5 = Completament d'acord, NS/NC= No ho sé/ No es vol contestar. Es demana que avalues cada un dels següents ítems pel que respecta a:						
<b>TEORIA:</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>NS/NC</b>
1. Em pareix adequada la presentació dels continguts teòrics.						
2. La manera de presentar els continguts teòrics m'han seguit d'utilitat a l'hora de comprendre els conceptes explicats.						
3. La manera de presentar els continguts teòrics m'han seguit d'utilitat a l'hora d'estudiar per a l'examen.						
4. Creus que la manera de presentar els continguts teòrics es podria millorar?	<b>SI</b>		<b>NO</b>			
5. Proposa una manera de millorar-ho:						
<b>ACTIVITATS:</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>NS/NC</b>
6. Em pareix adequada la proposta de les activitats puntuables.						
7. Em pareix adequada la manera de valorar les activitats puntuables.						
8. Aquestes activitats m'han permès avançar més ràpidament en el meu ritme d'estudi.						
9. Creus que aquesta proposta d'activitats puntuables es podria millorar?	<b>SI</b>		<b>NO</b>			
10. Proposa una manera de millorar-la:						
<b>PROFESSORA:</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>NS/NC</b>
11. Domina els continguts de la matèria que imparteix.						
12. Explica de forma ordenada i clara les seues classes.						
13. Motiva constantment la participació a classe.						
14. Propicia que el meu interès per l'assignatura augmenti.						
15. La quantitat de treball i tasques les considero adequades.						
16. Si li he fet alguna pregunta m'ha prestat atenció individual al meu dubte.						
17. Es respectuosa amb els estudiants.						
18. Utilitza esquemes, gràfiques, mitjans audiovisuals per al desenvolupament de la classe.						
19. Relaciona el tema amb activitats de la vida quotidiana.						
20. Els materials que ha utilitzat a classe són d'utilitat.						
21. El grau d'exigència en l'examen es correspon als continguts impartits.						
22. Estic satisfet amb la labor d'aquesta professora.						
23. M'agradaria que aquesta professora em tornara a donar classe.						
24. Si tingueres que valorar del 0 al 10 a aquesta professora, quina nota ficaries?						
25. Pots fer qualsevol comentari respecte a la professora:						
<b>METODOLOGIA:</b>						
26. De quina manera ha treballat les activitats puntuables la teua classe?	<b>Grup</b>			<b>Individual</b>		
27. La teua classe ha pogut elegir com treballar les activitats puntuables?	<b>SI</b>		<b>NO</b>			
28. Si la resposta a la pregunta 27. és SI, com volies tu treballar aquestes activitats quan es va formular la pregunta?	<b>Grup</b>			<b>Individual</b>		
29. Si la resposta a la pregunta 27. és NO, com t'haguera agradat treballar aquestes activitats si se t'haguera plantejat l'opció en aquell moment?	<b>Grup</b>			<b>Individual</b>		
30. Una vegada has experimentat la manera en què has treballat aquestes activitats, has canviat d'opinió?	<b>SI</b>		<b>NO</b>			
31. Una vegada viscuda aquesta experiència, com t'agradaria treballar aquest tipus d'activitats en un futur?	<b>Grup</b>			<b>Individual</b>		
32. De quina manera de treballar aquestes activitats creus que l'aprenentatge és major?	<b>Grup</b>			<b>Individual</b>		
33. Per què?						

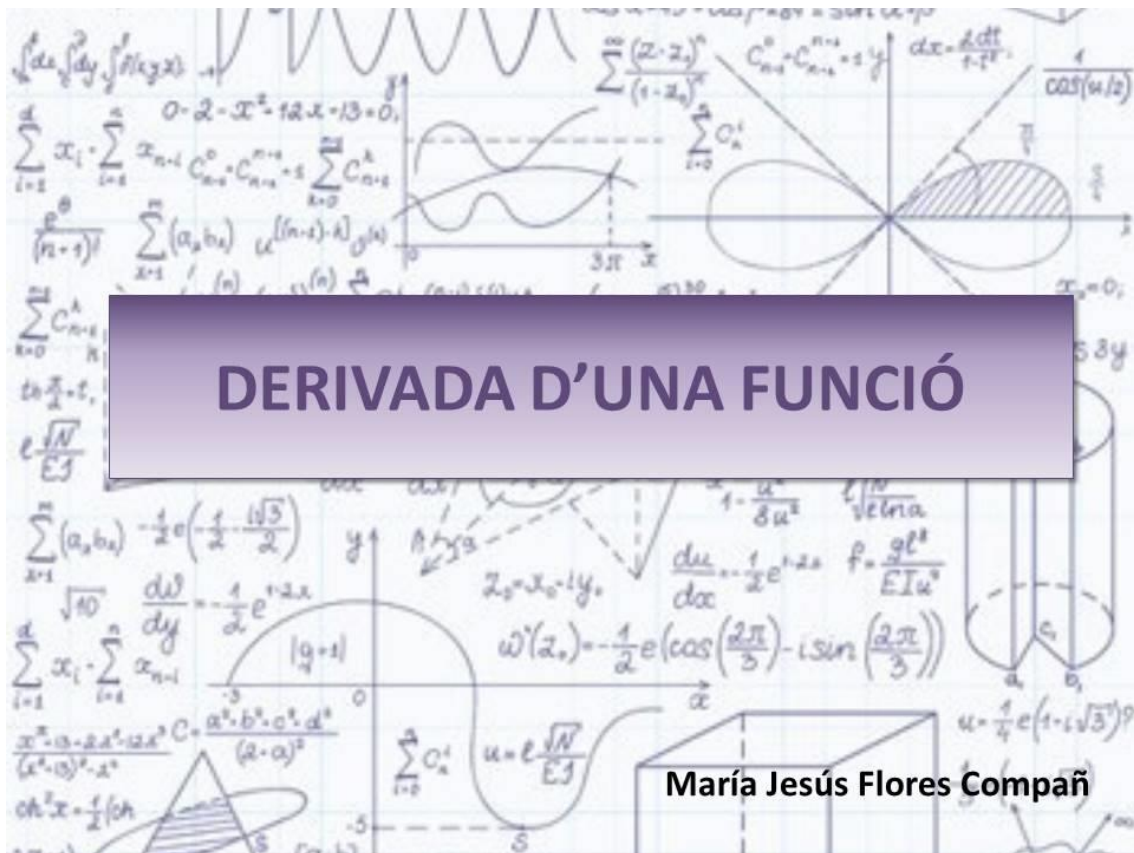
El formulari Google es pot consultar en: <https://goo.gl/forms/QiOnzZ1htFC1YiM2>

## ANNEX 7: Presentació Power Point

L'enllaç per accedir al Power Point és el següent:

<https://drive.google.com/file/d/1BQL-jlMh3oDQhpgX1cswRRST43PI6ndU/view?usp=sharing>

Les diapositives que conté aquest Power Point es mostren a continuació:



**María Jesús Flores Compañ**

## 0. REPÀS CONCEPTES PRÈVIS

0. 1. Representació gràfica

0. 2. Pendent d'una recta

1. TAXA DE VARIACIÓ MITJANA

2. TAXA DE VARIACIÓ INSTANTÀNIA

3. DERIVADA D'UNA FUNCIÓ EN UN PUNT

4. INTERPRETACIÓ GEOMÈTRICA DE LA DERIVADA

4. 1. Equació de la recta tangent a una funció en un punt.

4. 2. Equació de la recta normal a una funció en un punt.

5. FUNCIÓ DERIVADA

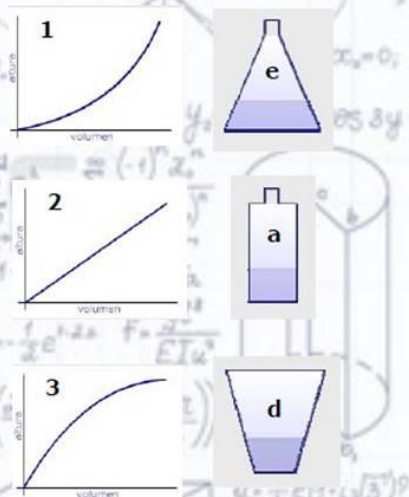
5. 1. Derivades successives

## 0.1. Representació d'una gràfica

La representació gràfica d'una funció ens permet, de manera visual, extraure molta informació dels fenòmens de la vida quotidiana, ja que ens mostra els comportament global entre dues variables.

EIX X: Variable independent.

EIX Y: Variable dependent.



0. REPÀS CONCEPTES PRÈVIS

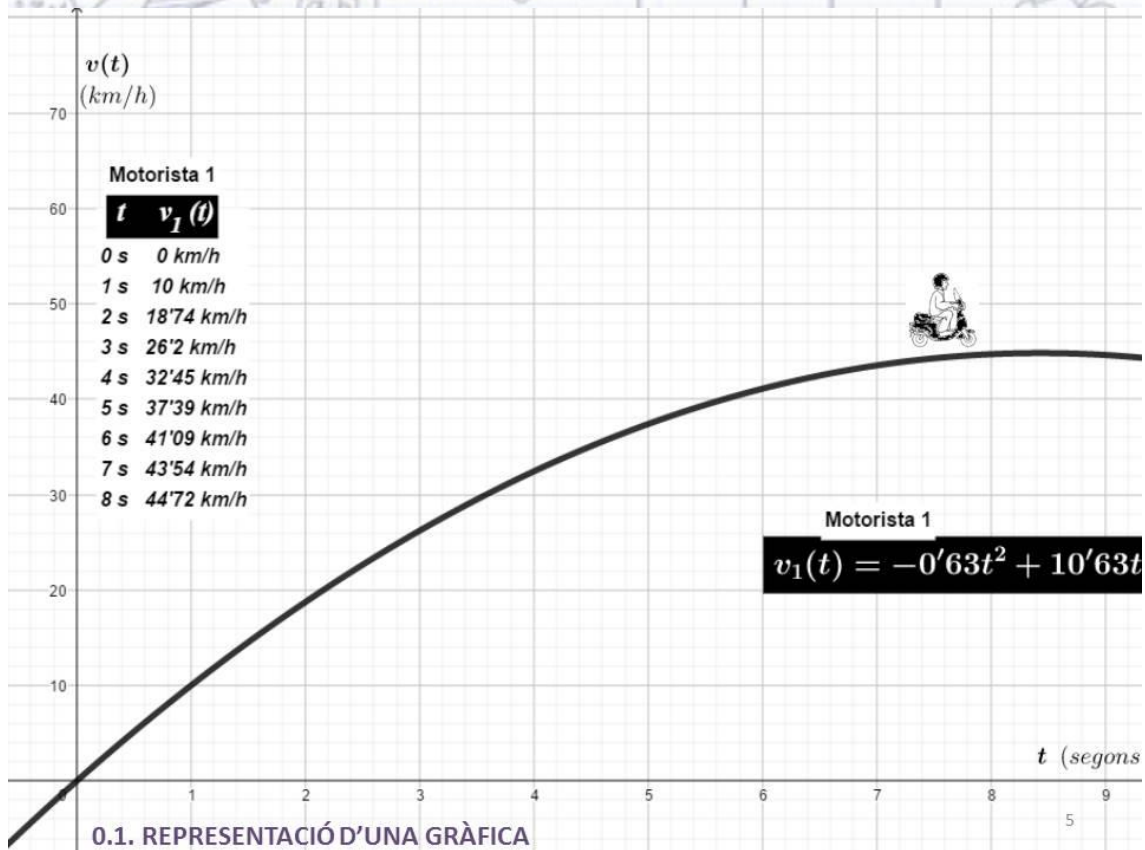


# ENUNCIAT EXEMPLE

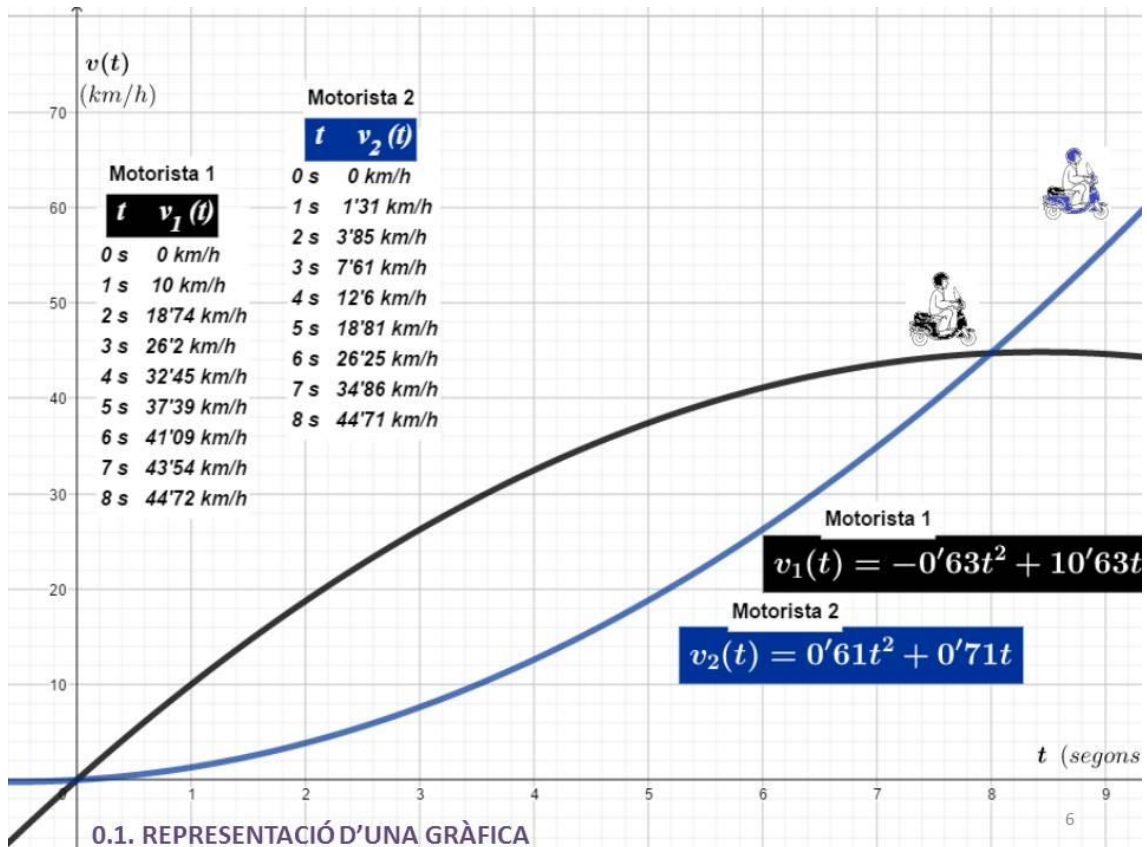
- Suposem que tenim 3 motoristes que en l' instant  $t = 0$  comencen a desplaçar-se cada un a una velocitat diferent, però al passar 8 segons els 3 motoristes igualen les seues velocitats.



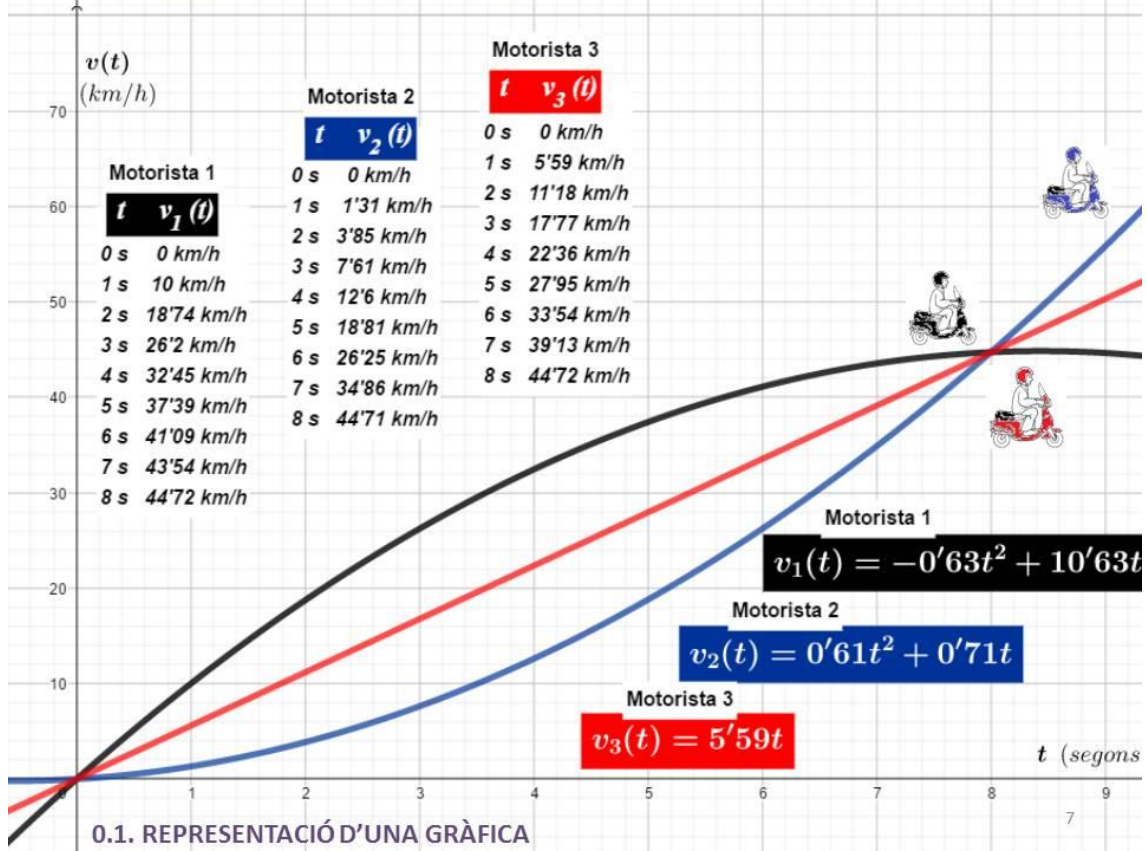
0.1. REPRESENTACIÓ D'UNA GRÀFICA



0.1. REPRESENTACIÓ D'UNA GRÀFICA



0.1. REPRESENTACIÓ D'UNA GRÀFICA



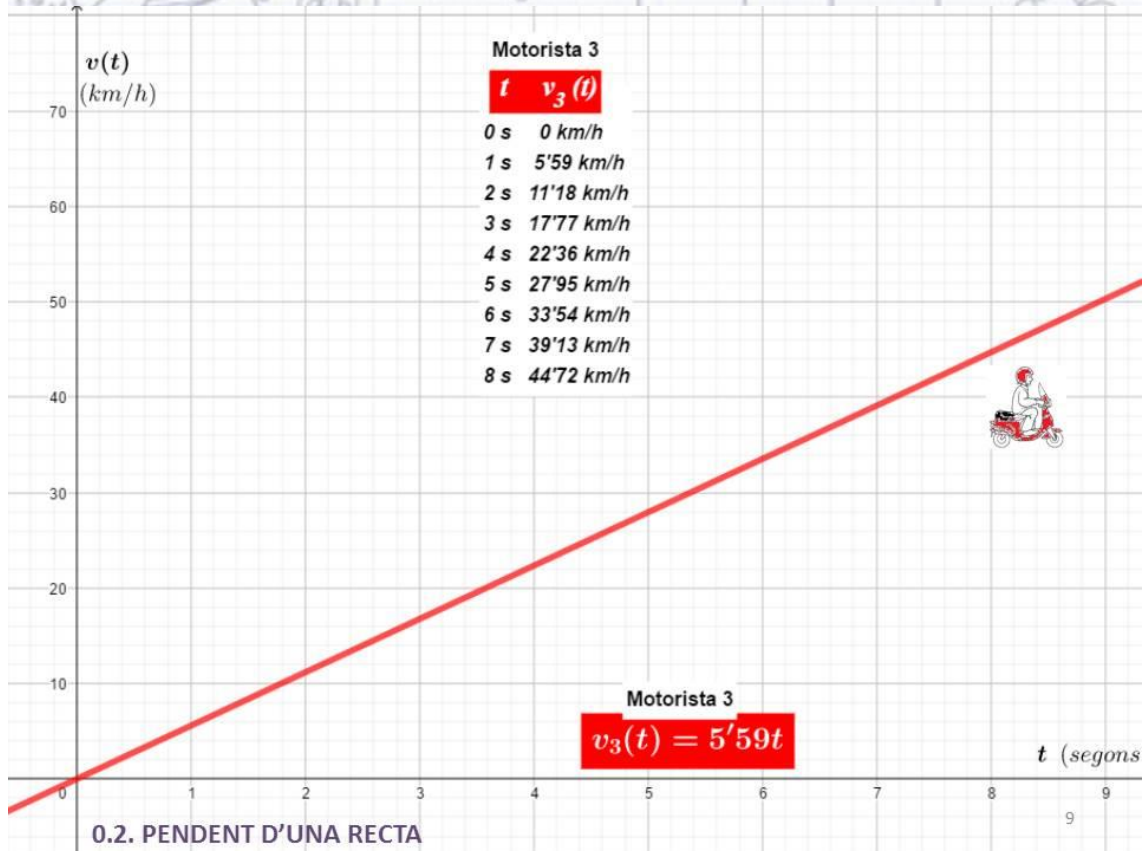
0.1. REPRESENTACIÓ D'UNA GRÀFICA

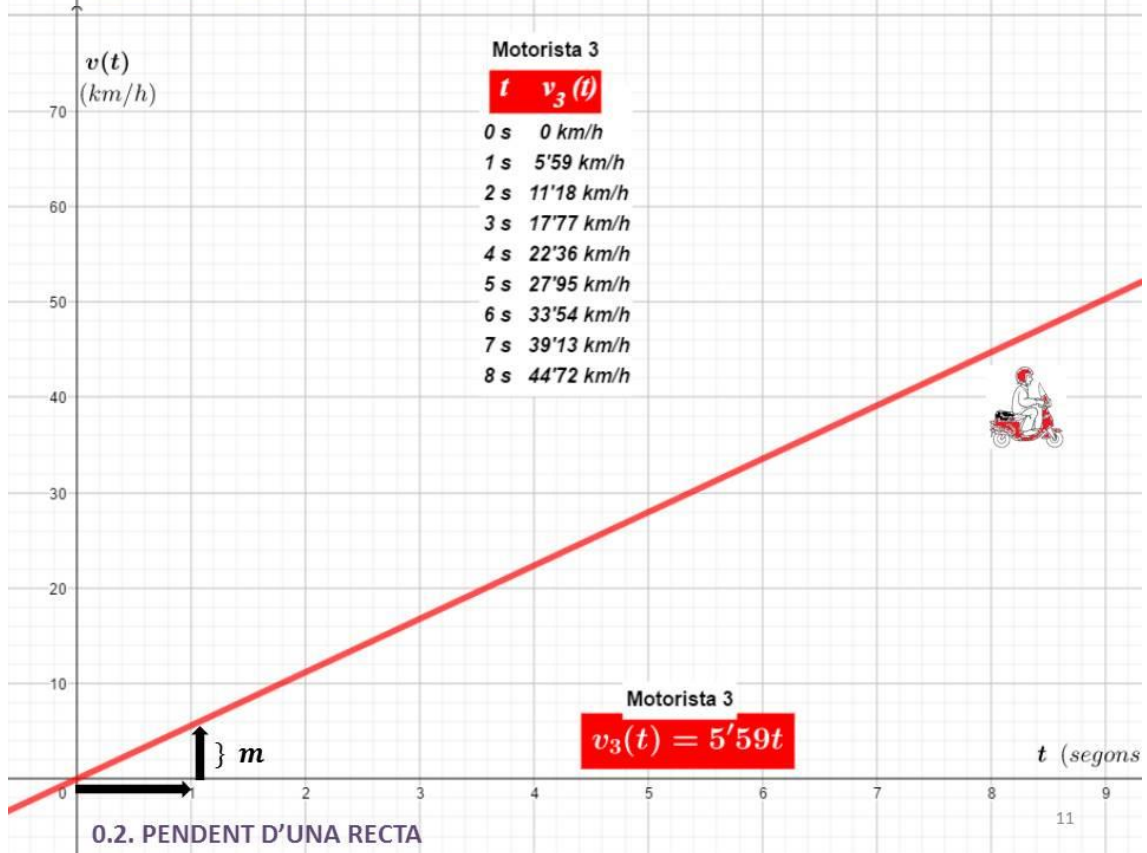
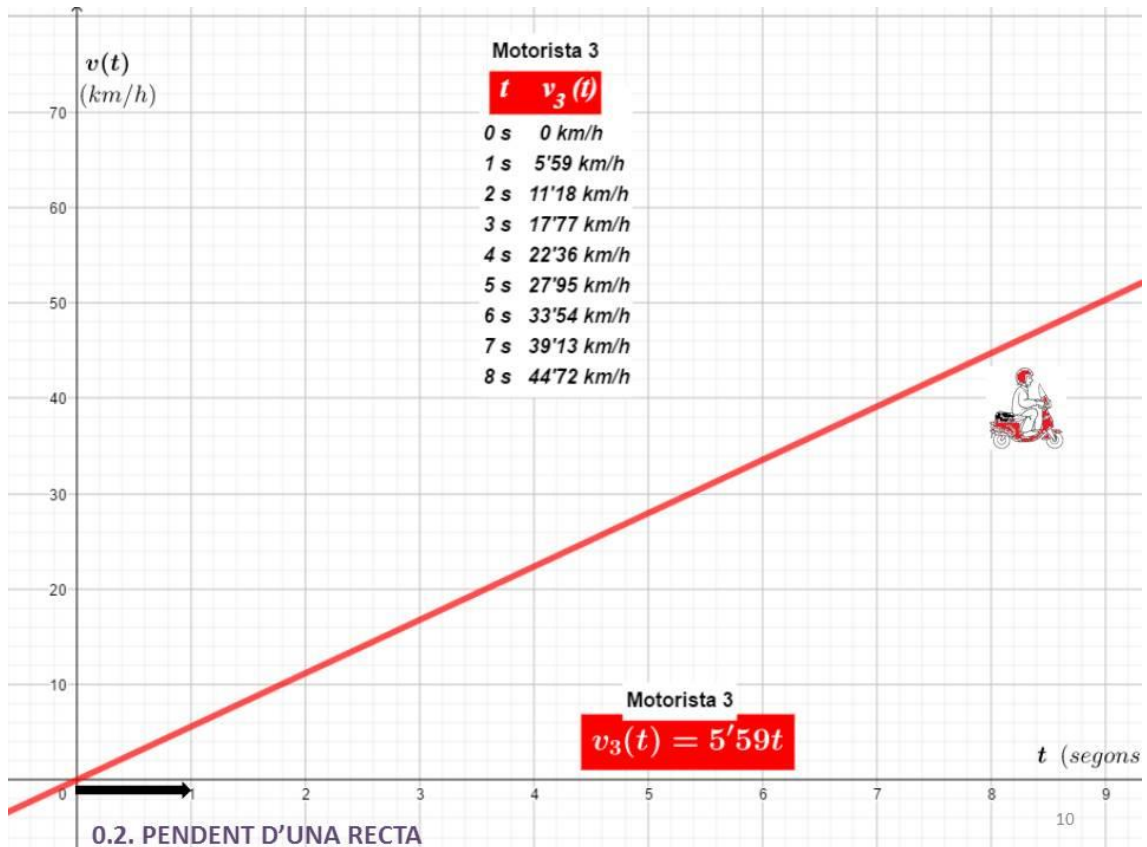
## 0.2. Pendent d'una recta

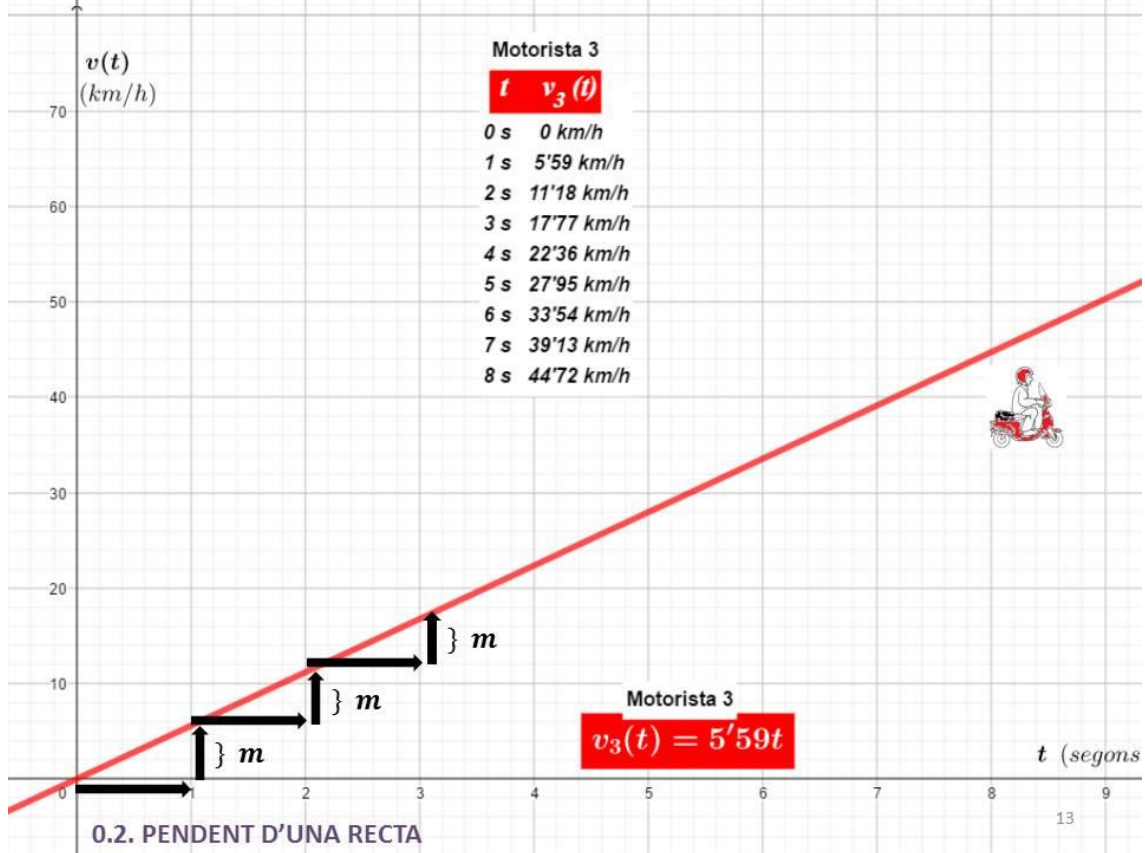
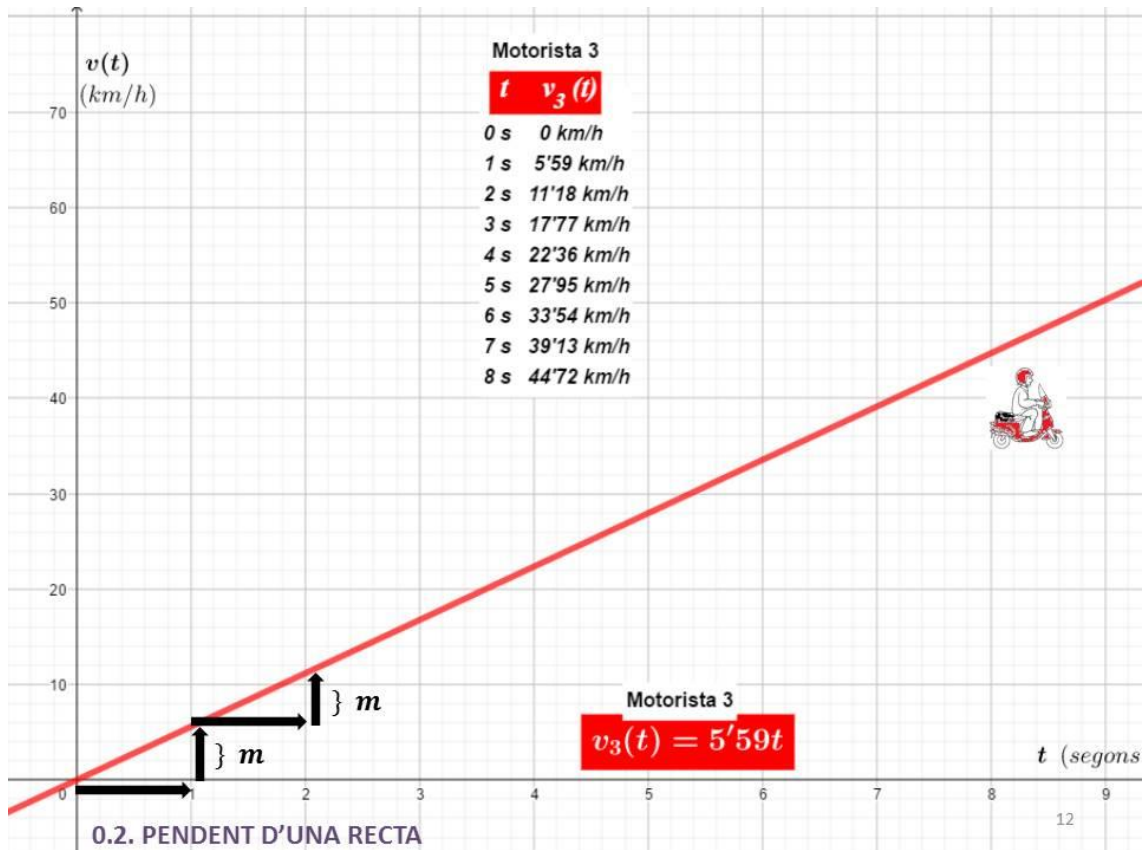
**DEFINICIÓ:** Si tenim una recta expressada de manera explícita:  $f(x) = y = mx + n$ . S'anomena pendent de la recta al coeficient  $m$  i ens indica la inclinació que té la recta sobre l'eix de la variable independent,  $x$ .

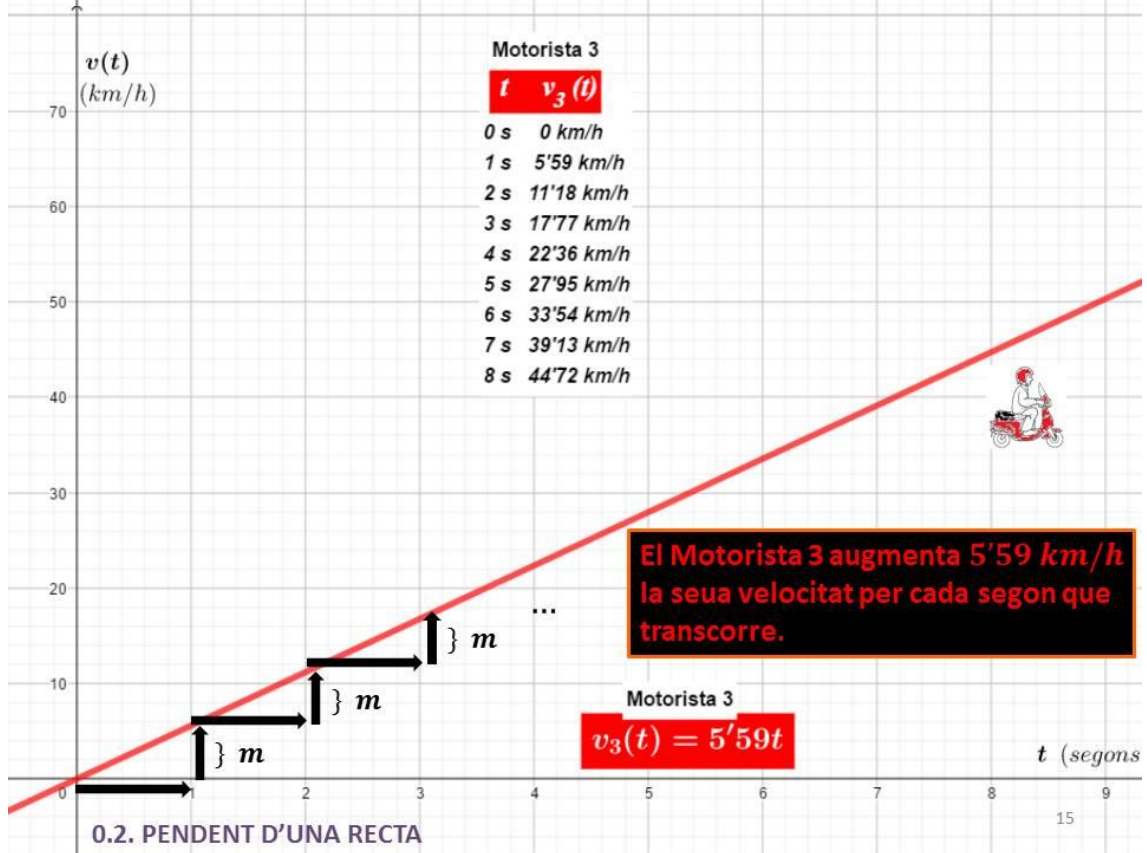
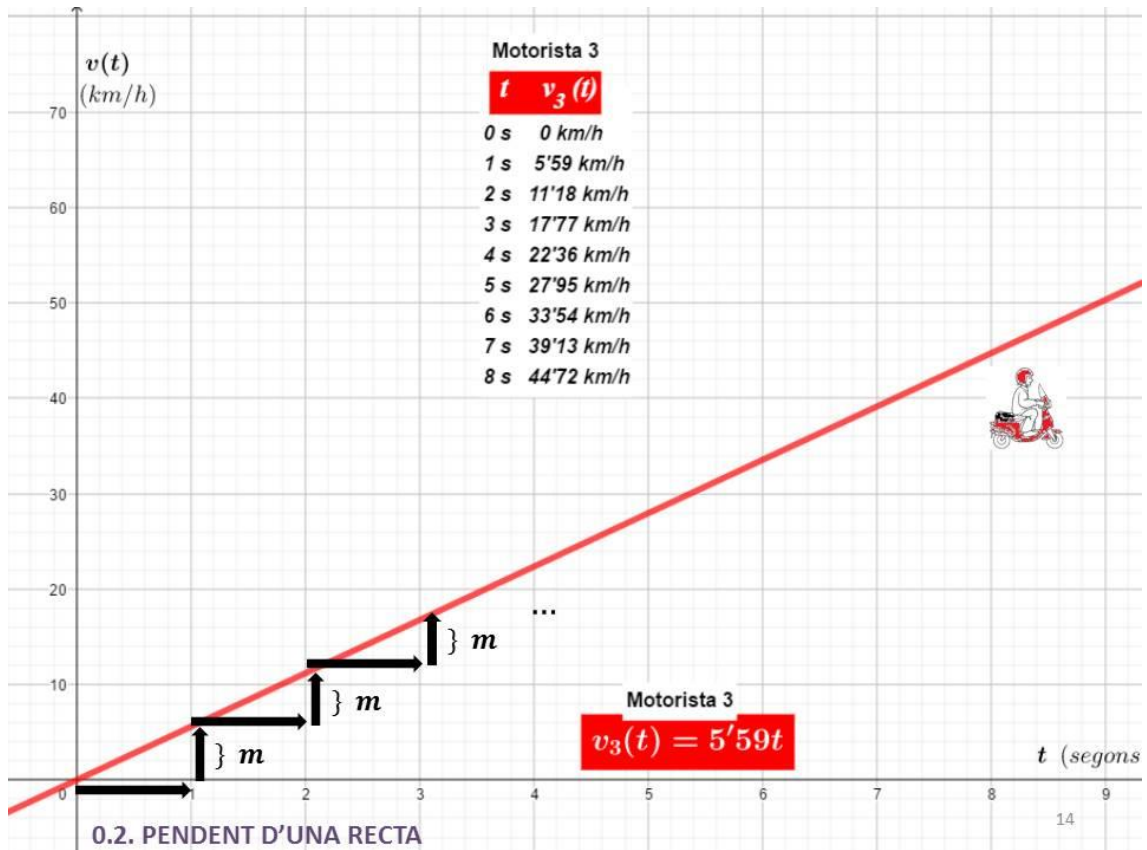
**INTERPRETACIÓ ALTERNATIVA:** Una altra manera d'interpretar el pendent d'una recta es l'augment o la disminució que experimenta la variable  $y = f(x)$  per cada unitat que s'avança en la variable  $x$ .

### 0. REPÀS CONCEPTES PRÈVIS









# 1. Taxa de Variació Mitjana

**DEFINICIÓ:** S'anomena Taxa de Variació Mitjana (*T.V.M.*) de una funció  $f(x)$  en l'interval  $[a, b]$  al quocient següent:

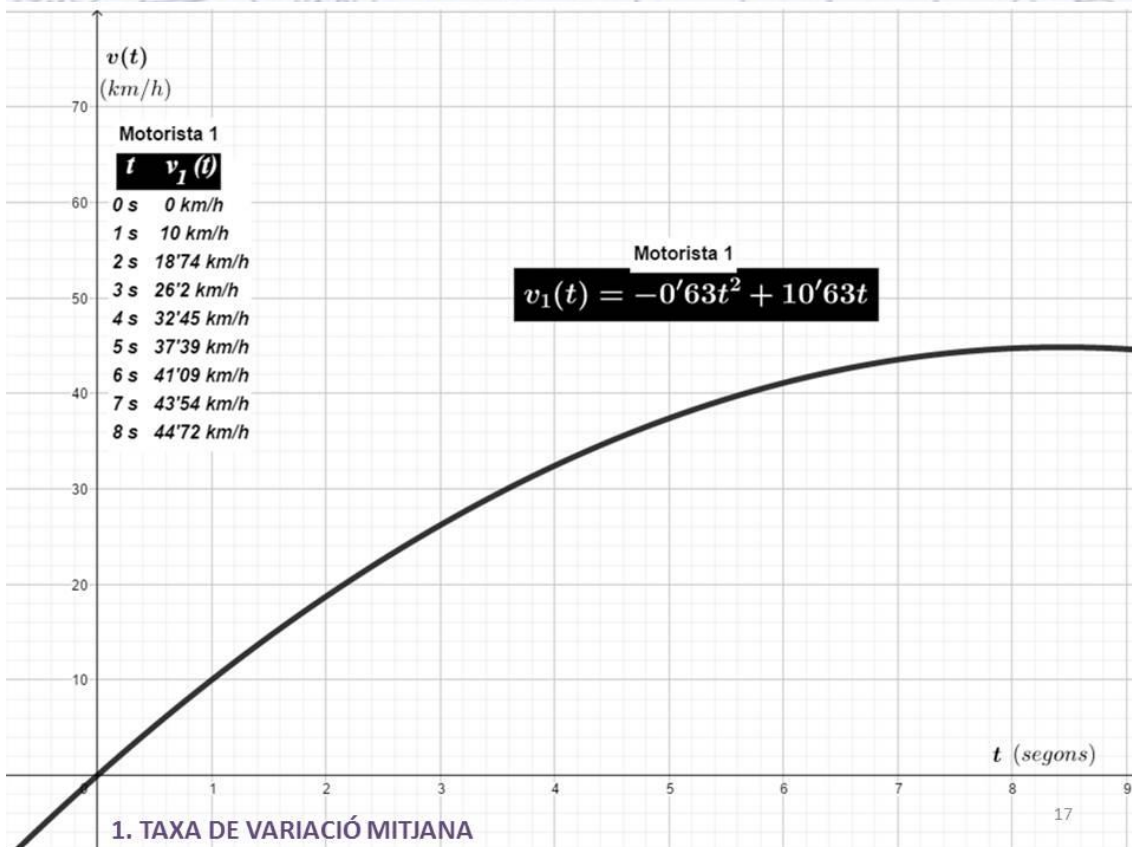
$$T.V.M. [a, b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

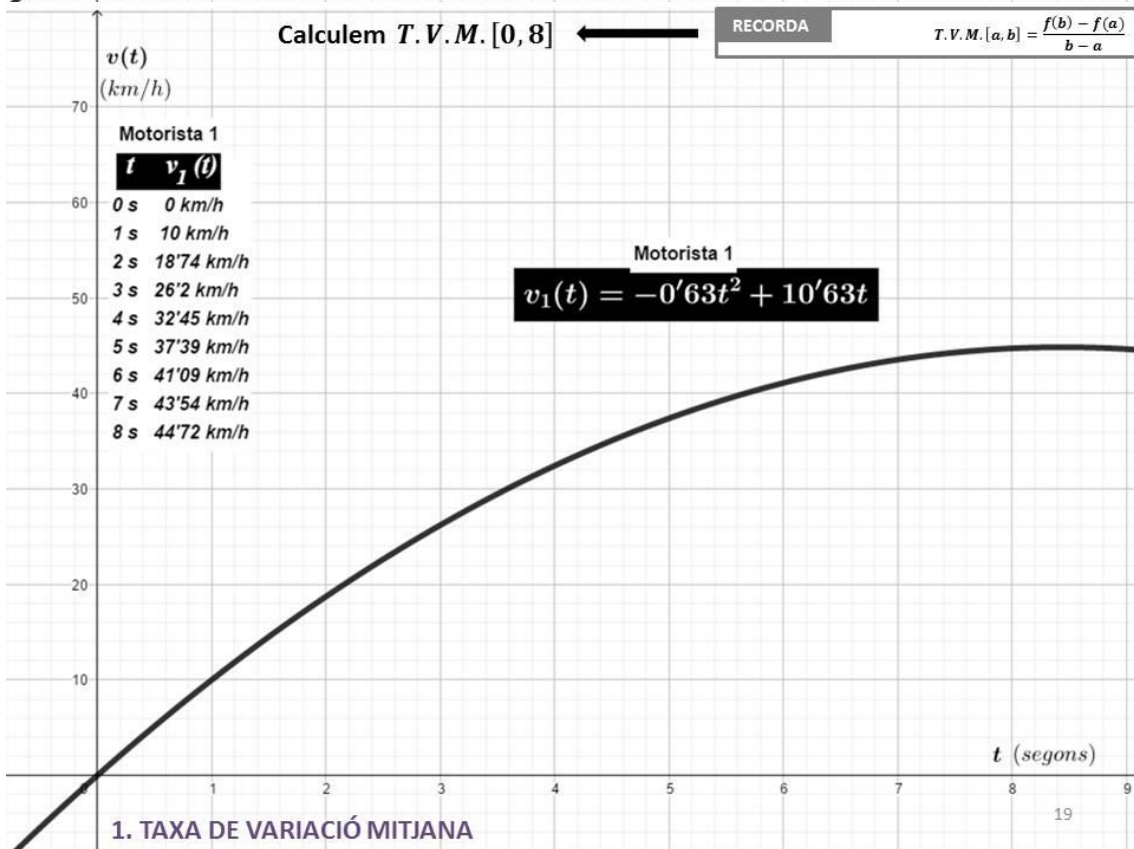
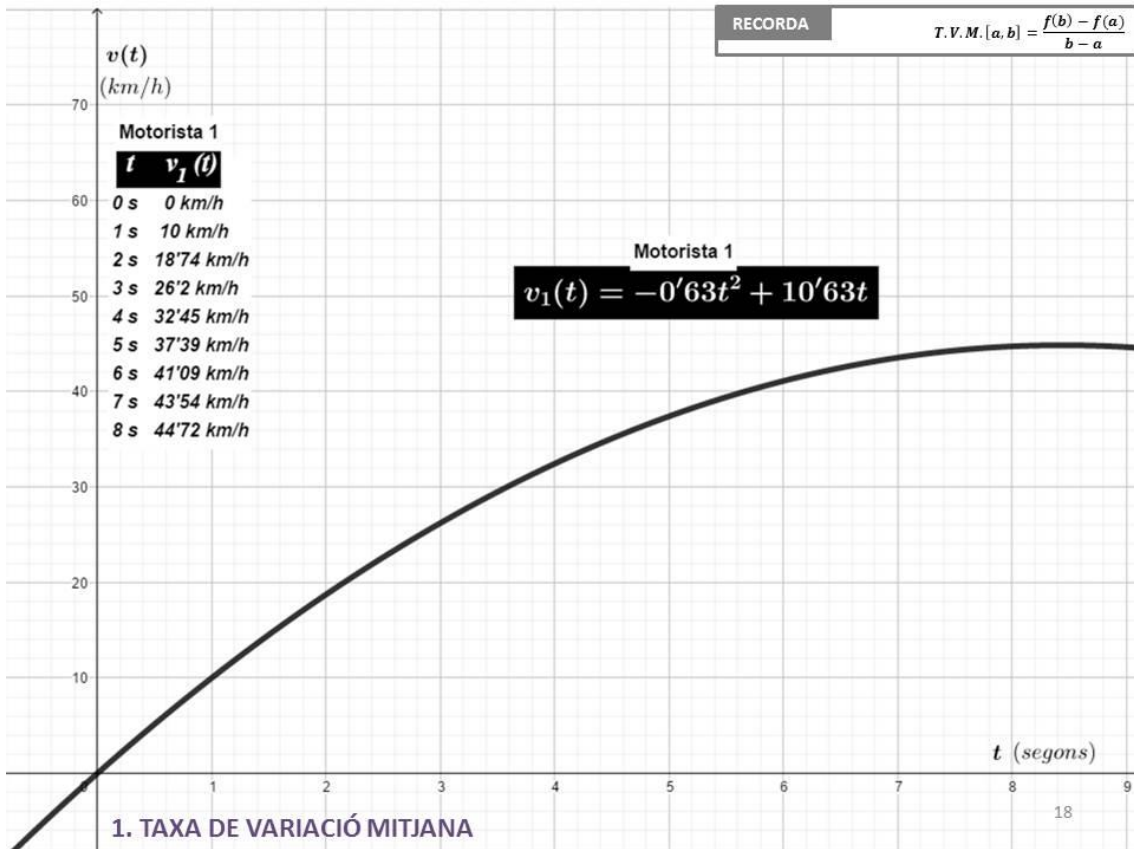
**INTERPRETACIÓ 1:**  $T.V.M. [a, b]$  es el pendent de la recta secant a  $f(x)$  que passa pels punts  $A = (a, f(a))$  i  $B = (b, f(b))$ .

**INTERPRETACIÓ 2:**  $T.V.M. [a, b]$  es el valor mitjà de l'augment o la disminució que experimenta la funció  $f(x)$  per cada unitat que s'avança en  $x$ , des de  $a$  fins  $b$ .

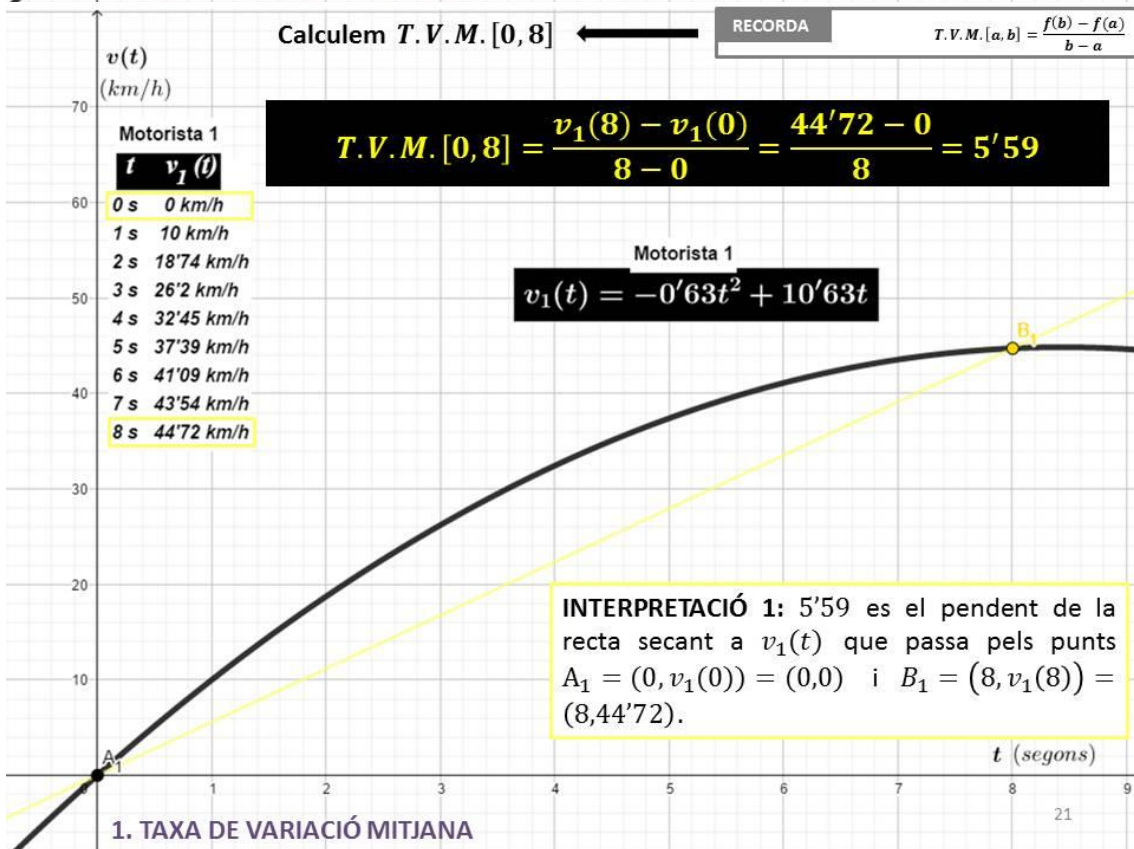
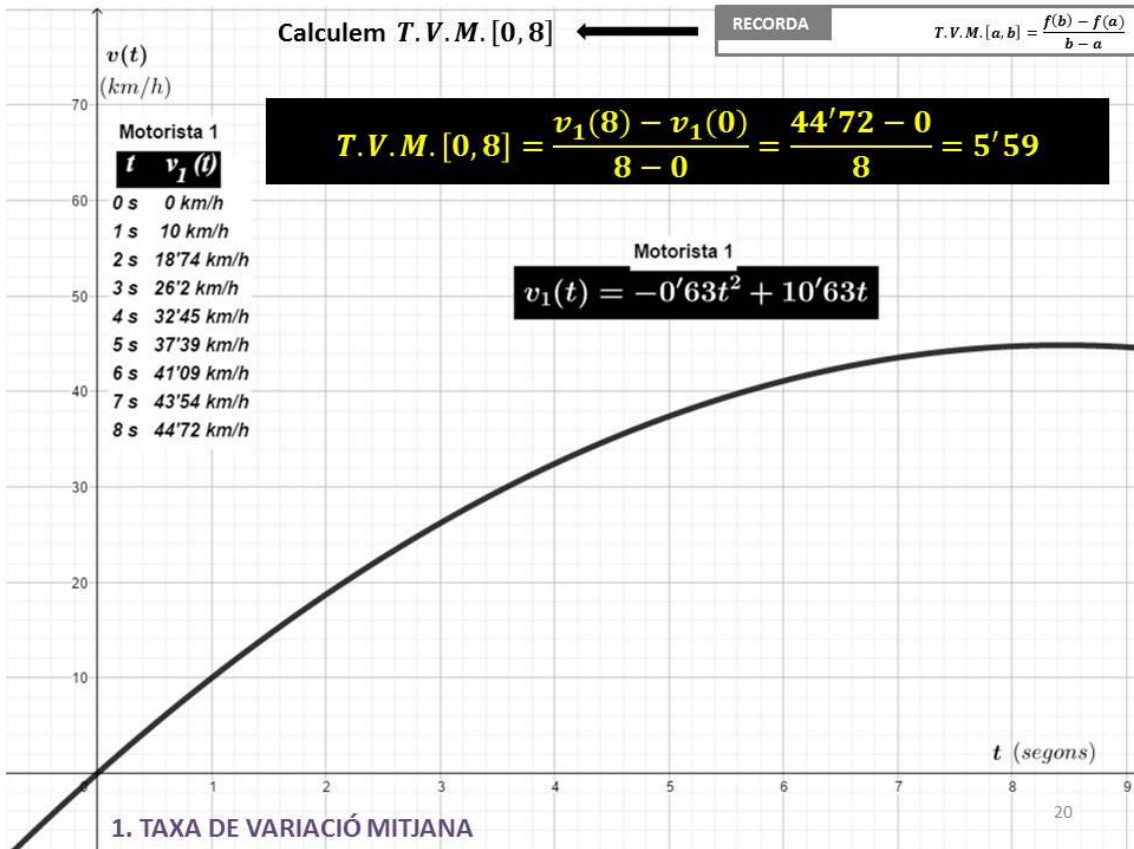
## 1. TAXA DE VARIACIÓ MITJANA

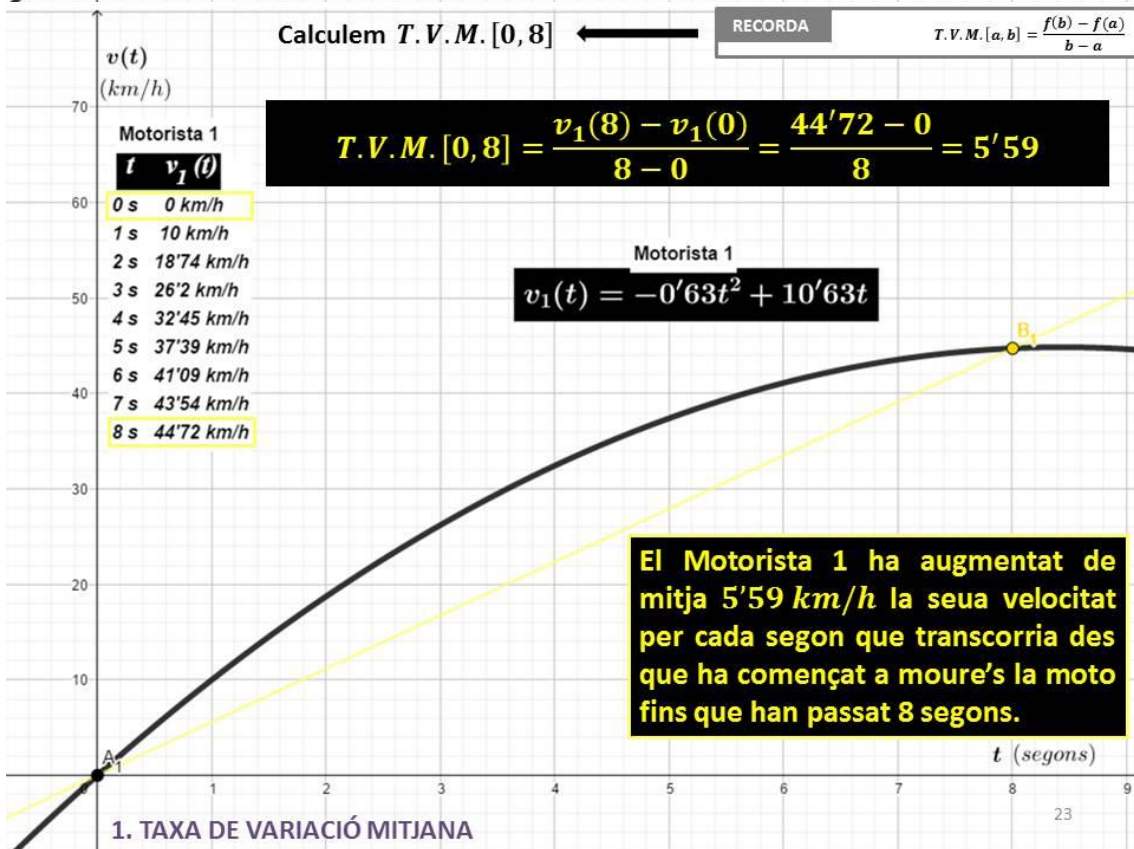
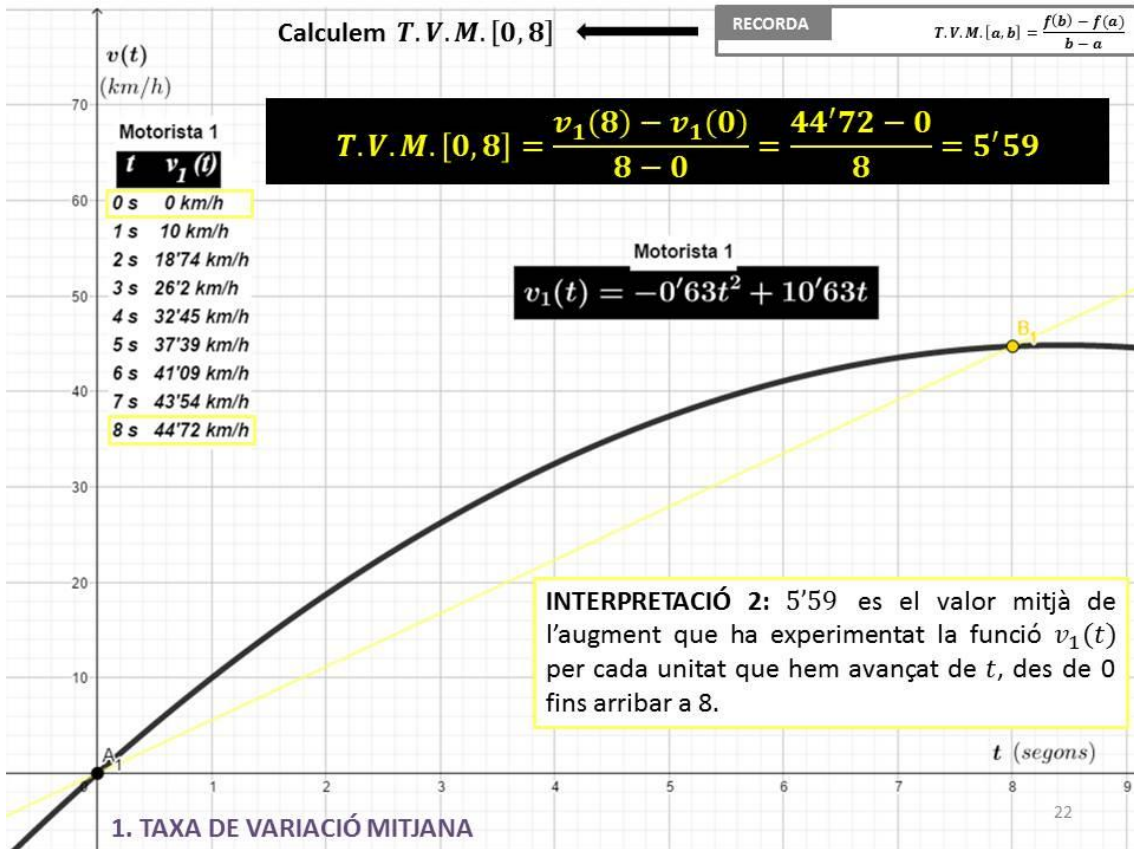
16

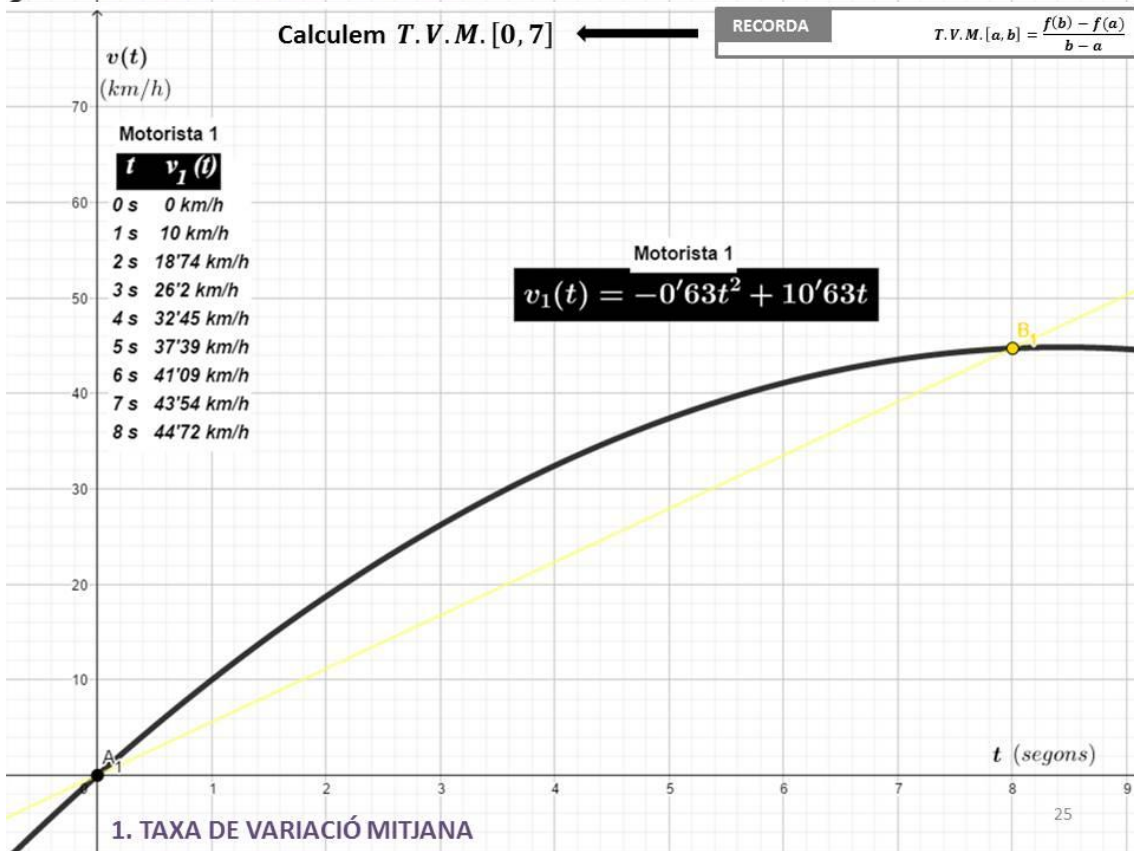
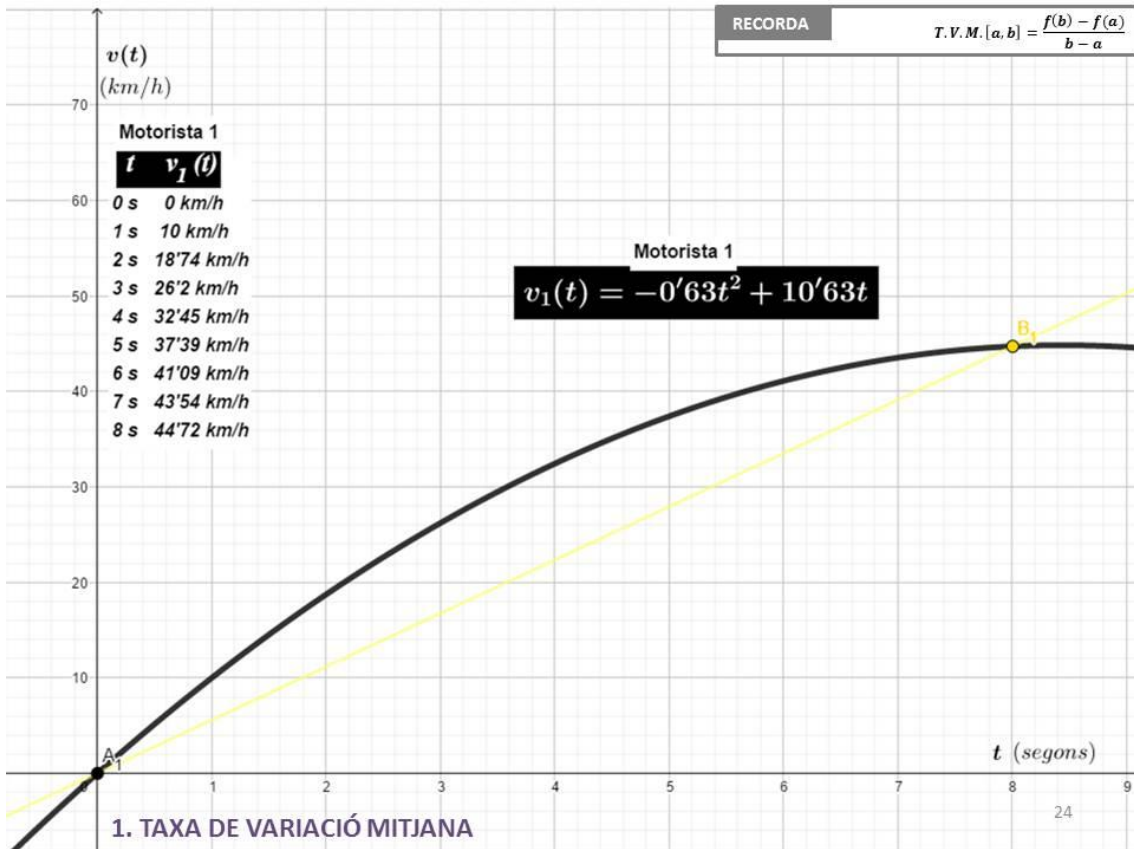


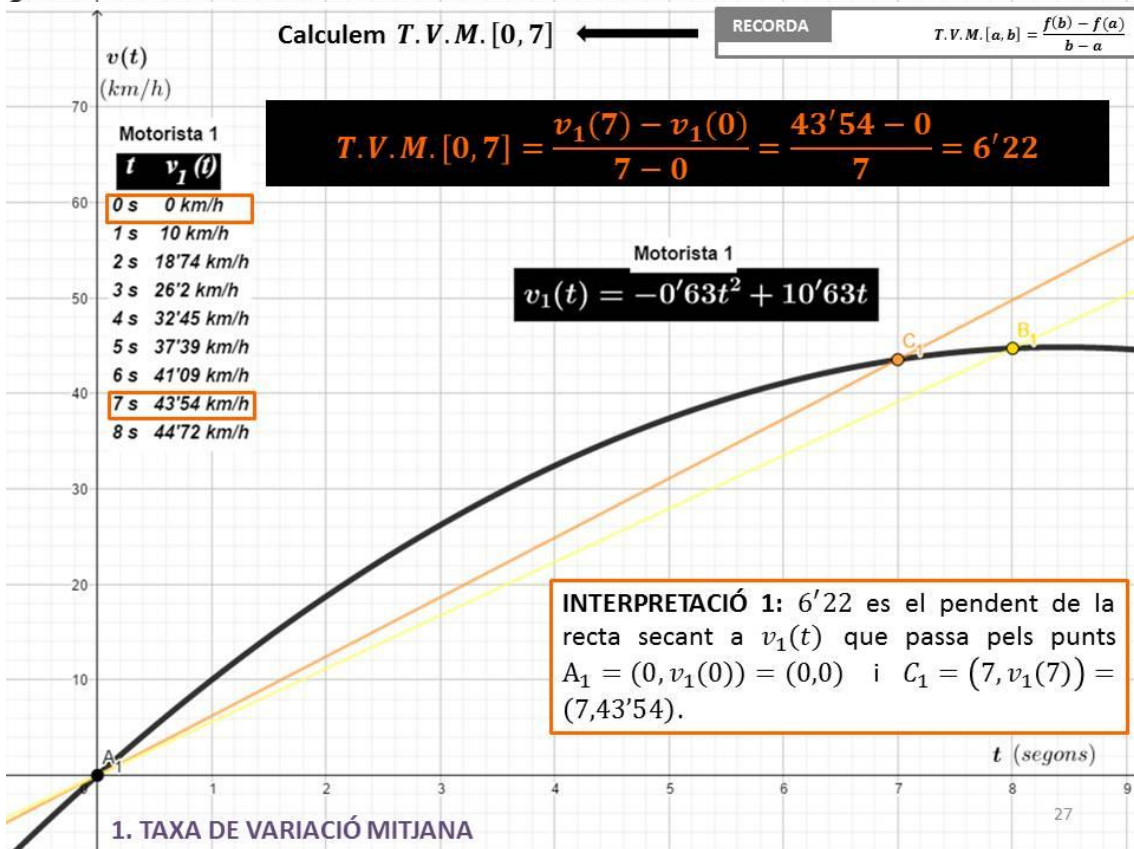
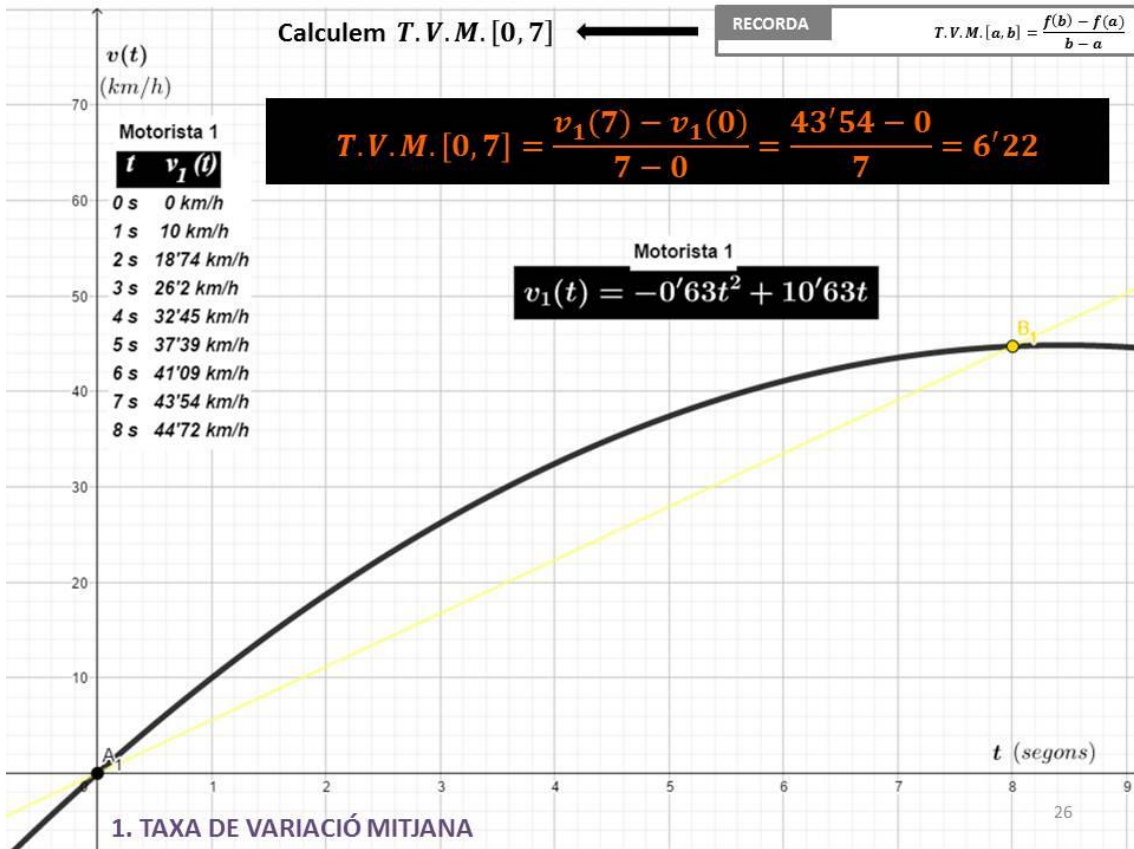


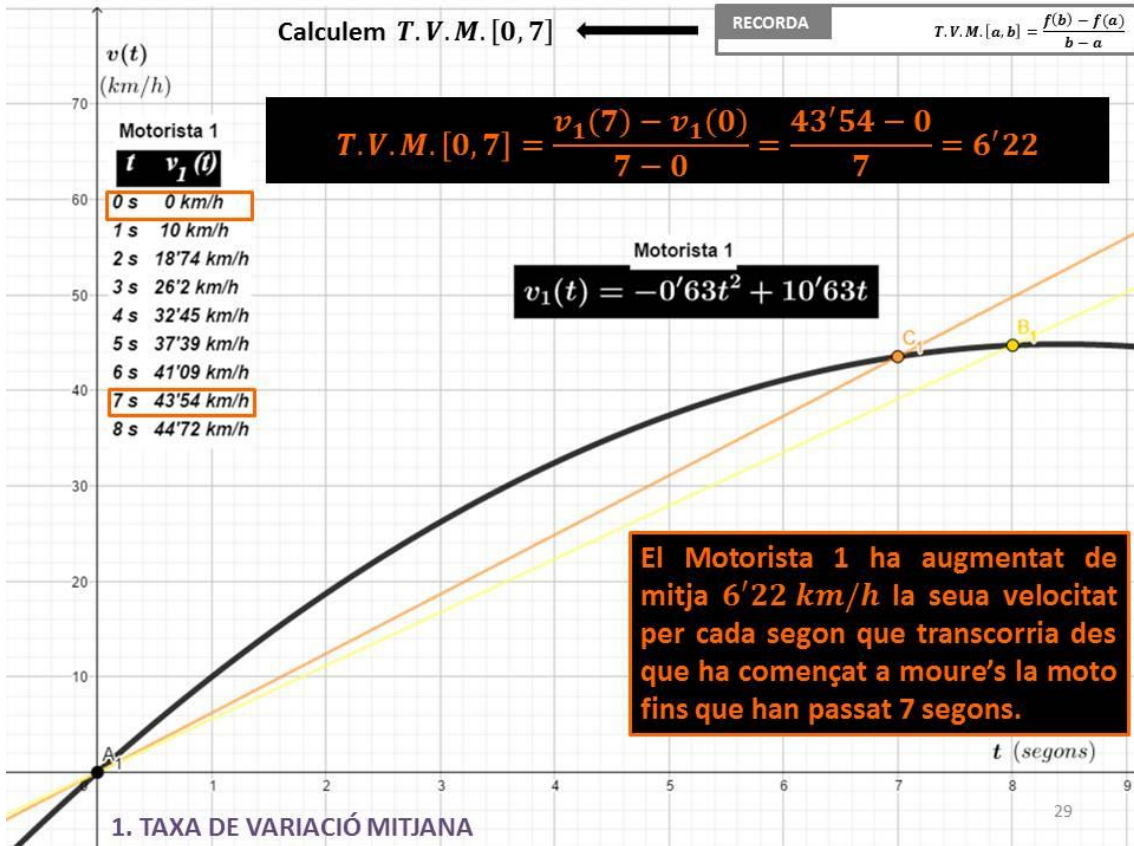
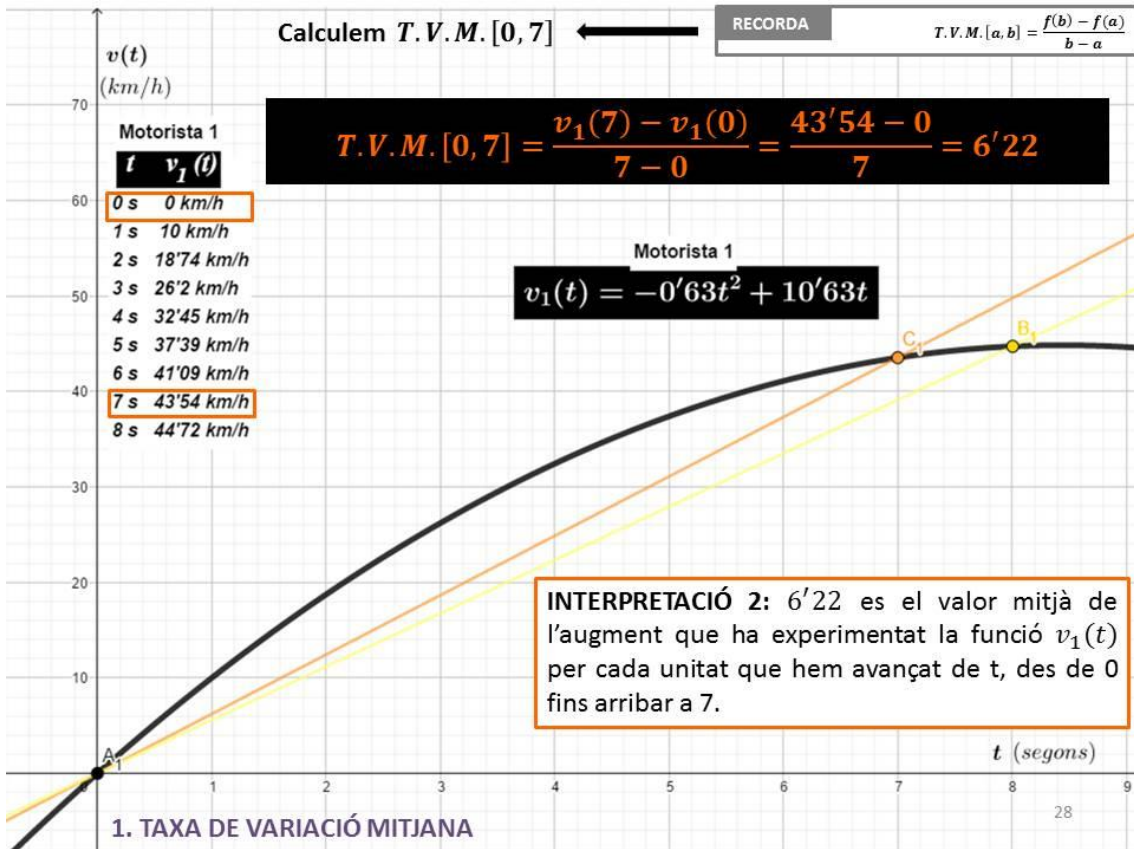


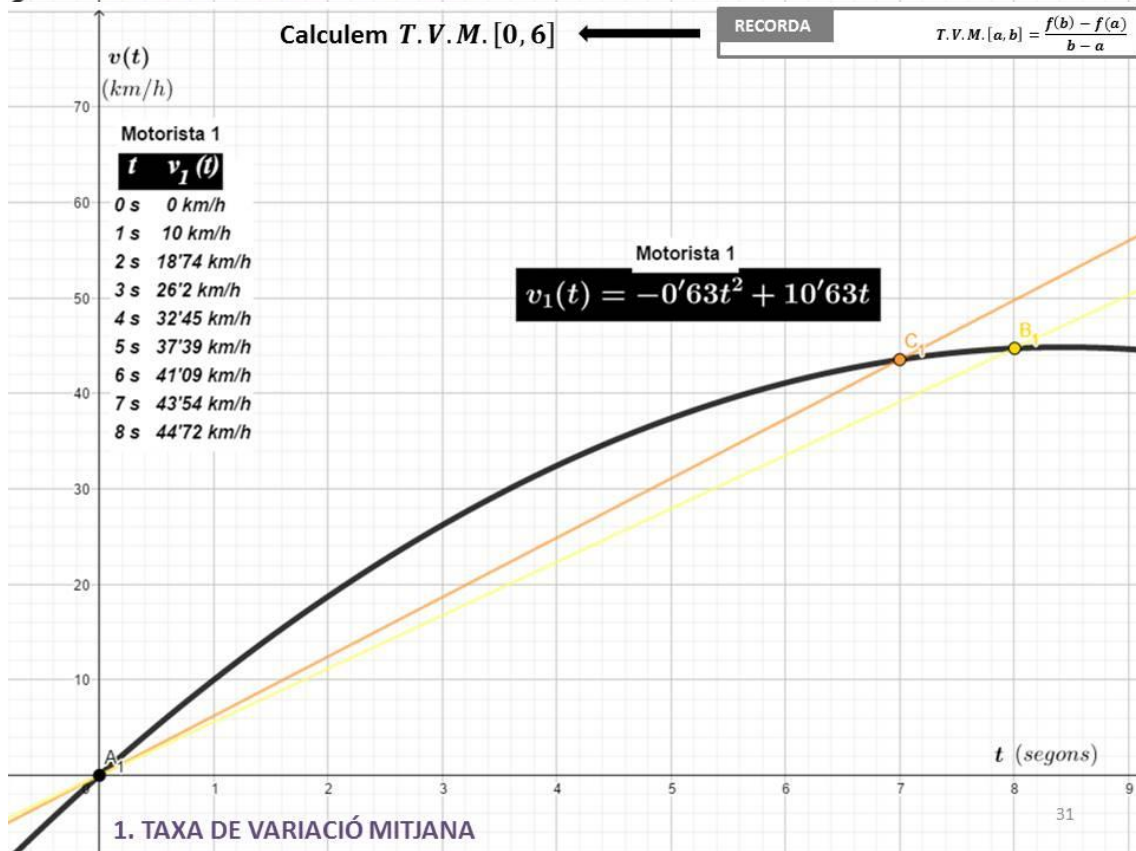
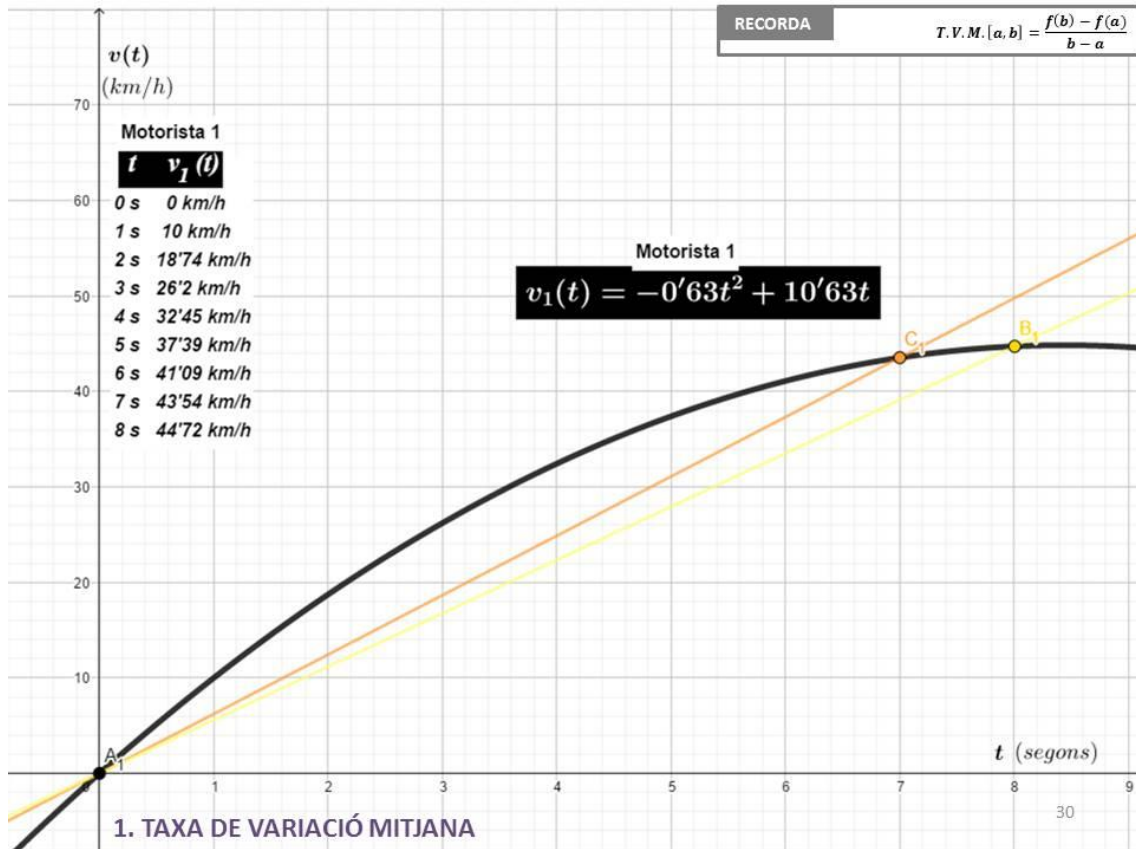


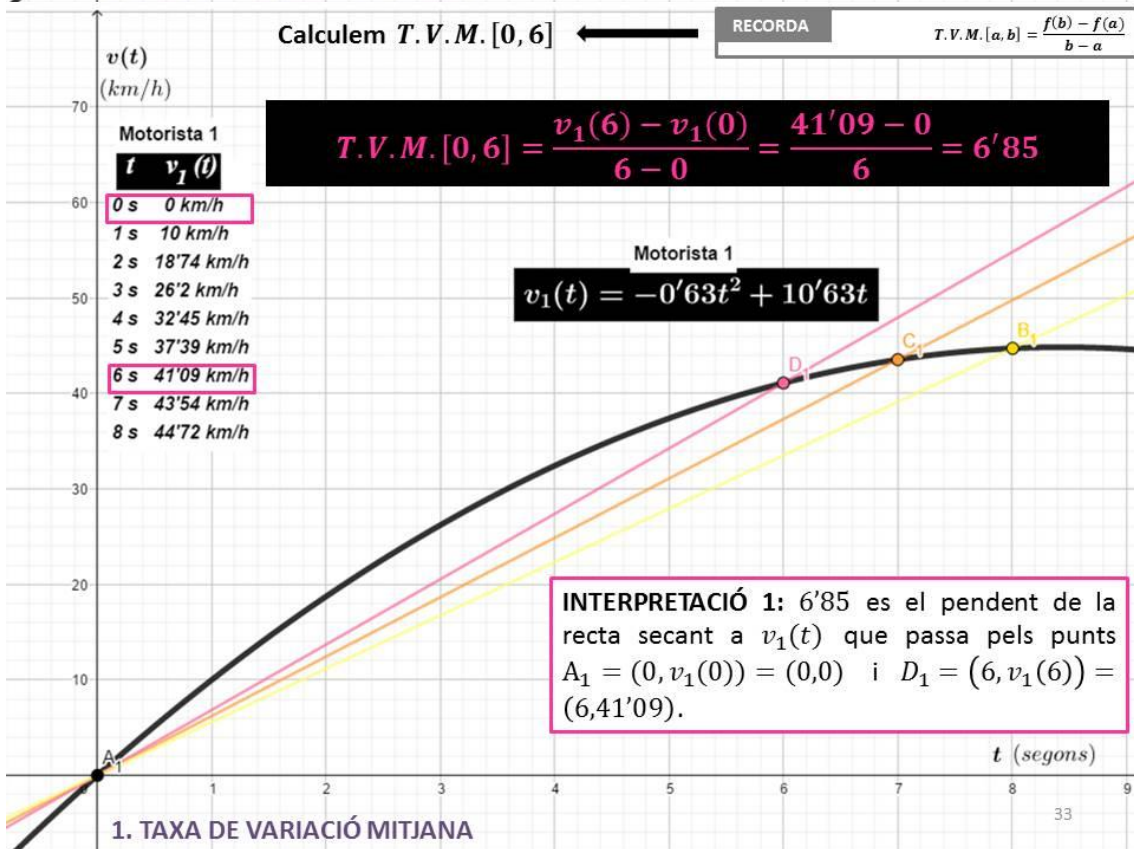
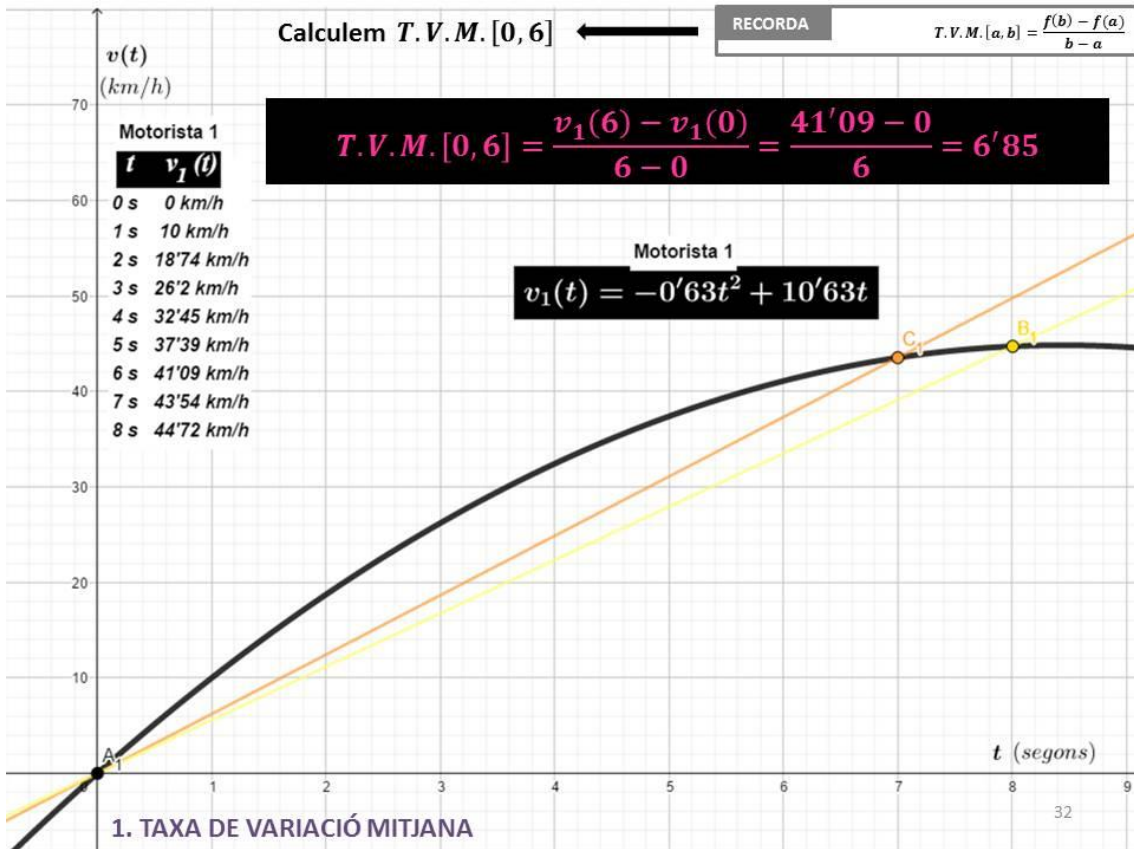


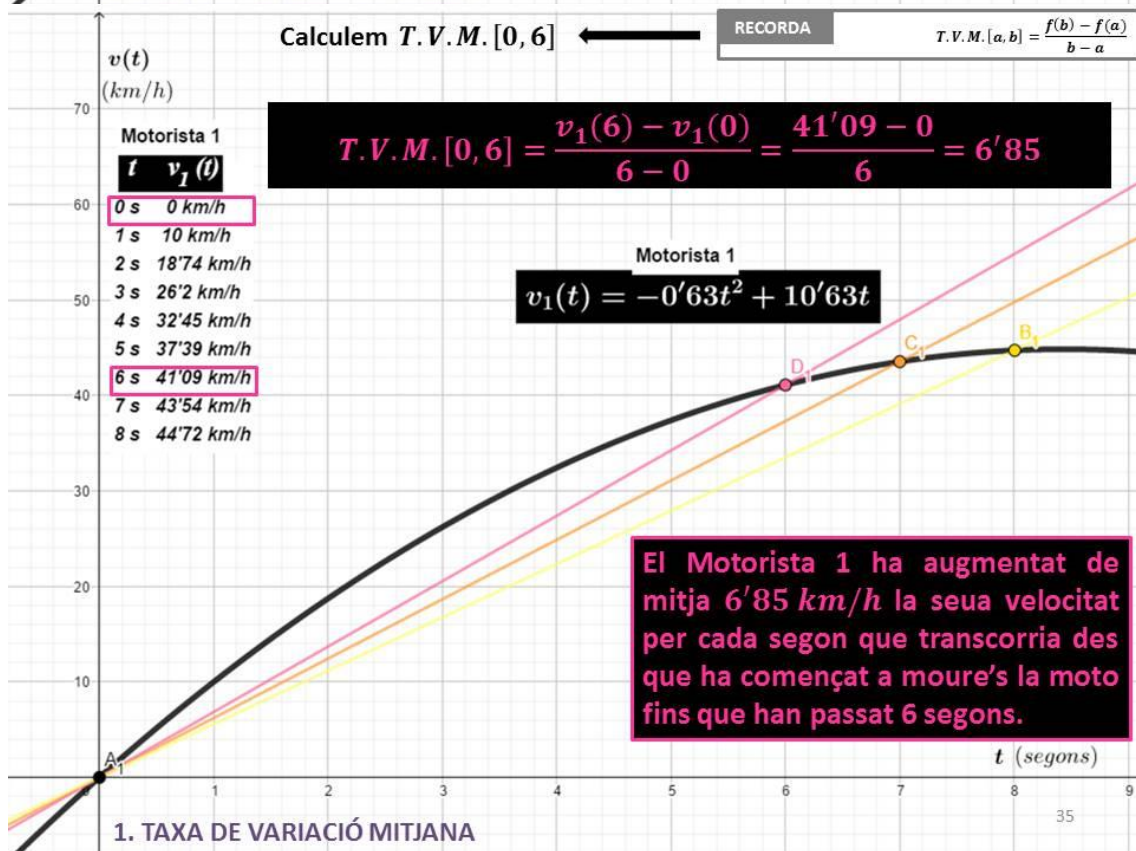
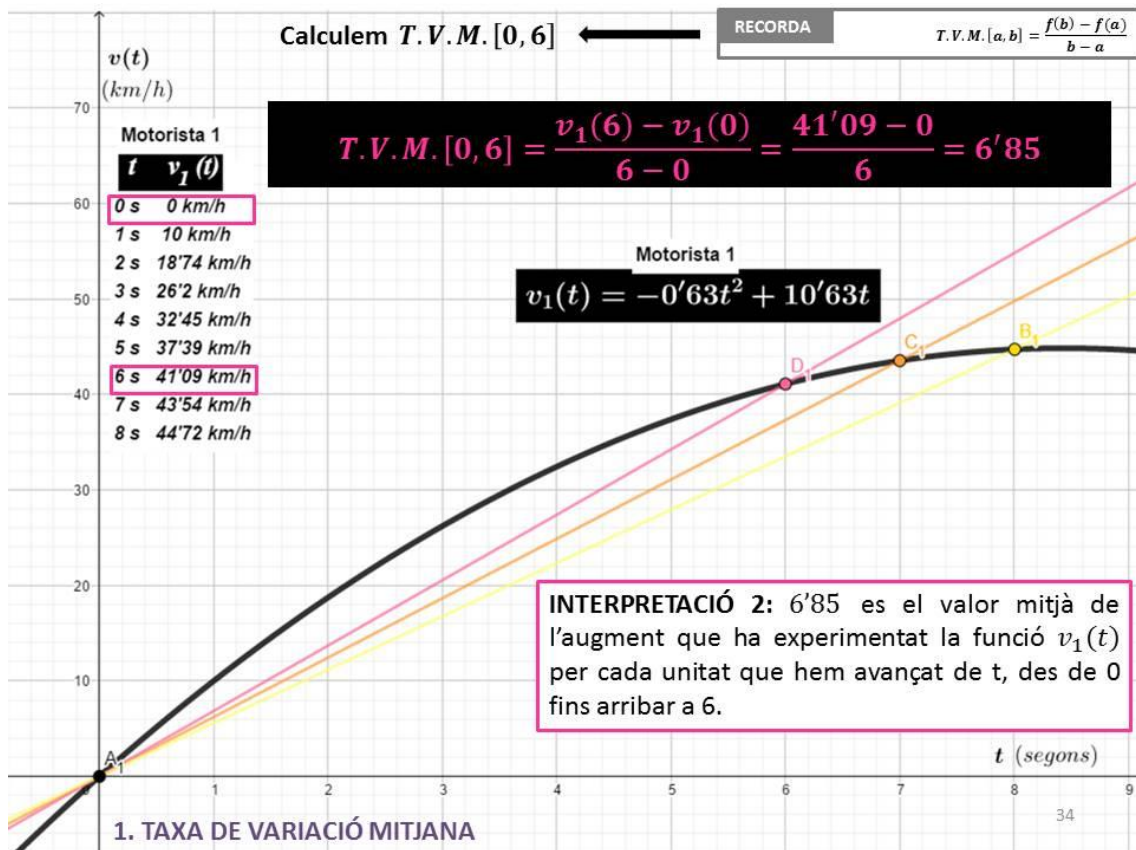




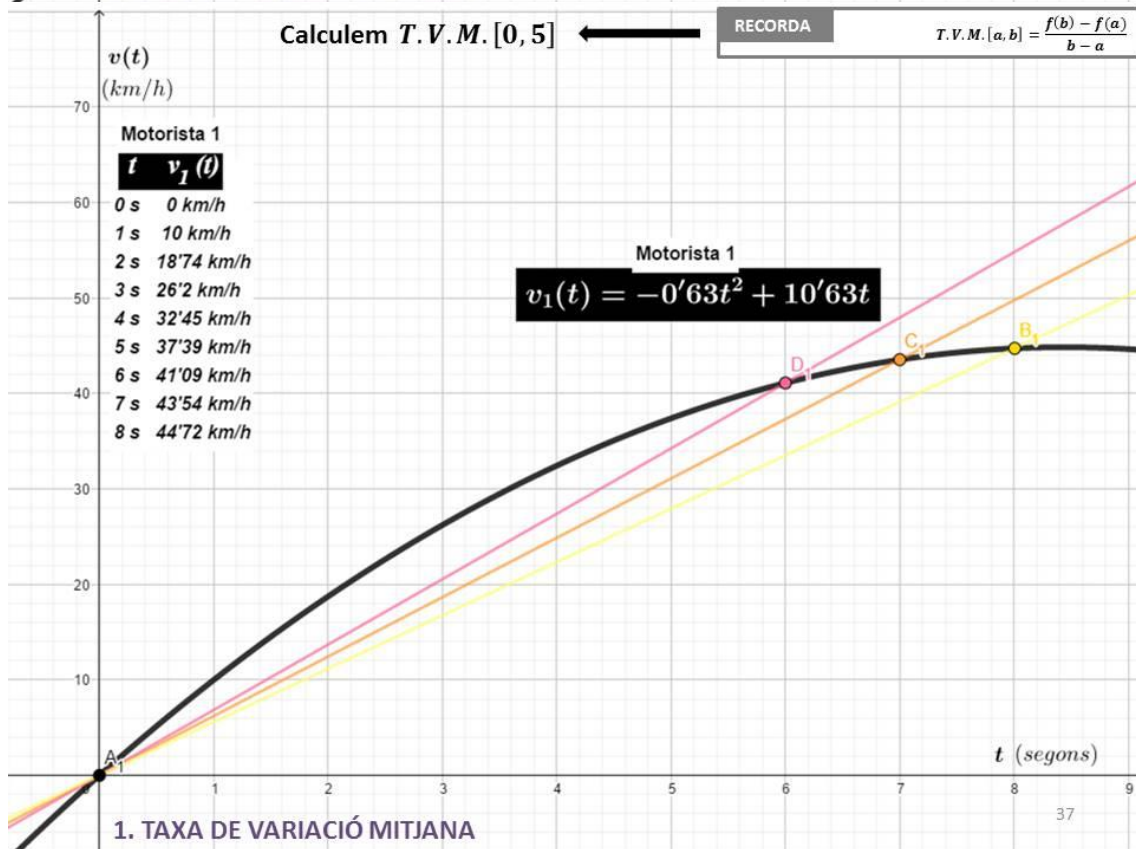
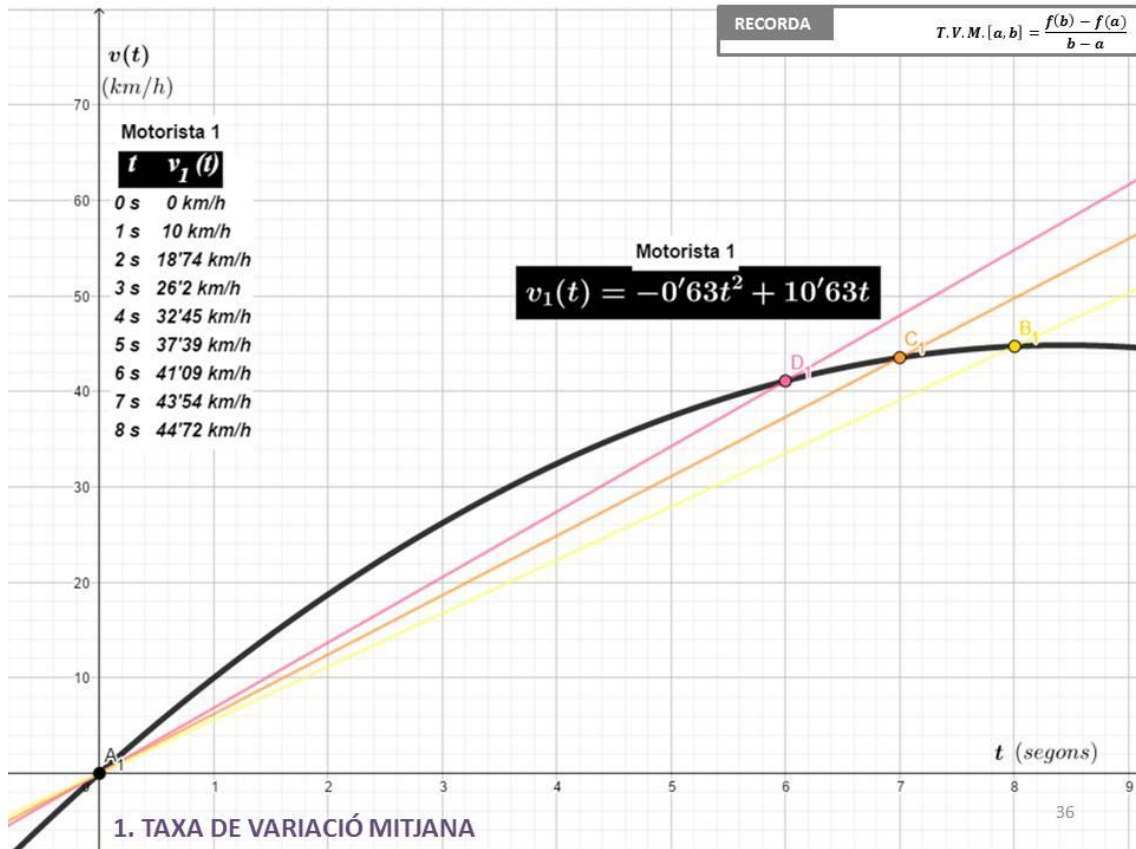


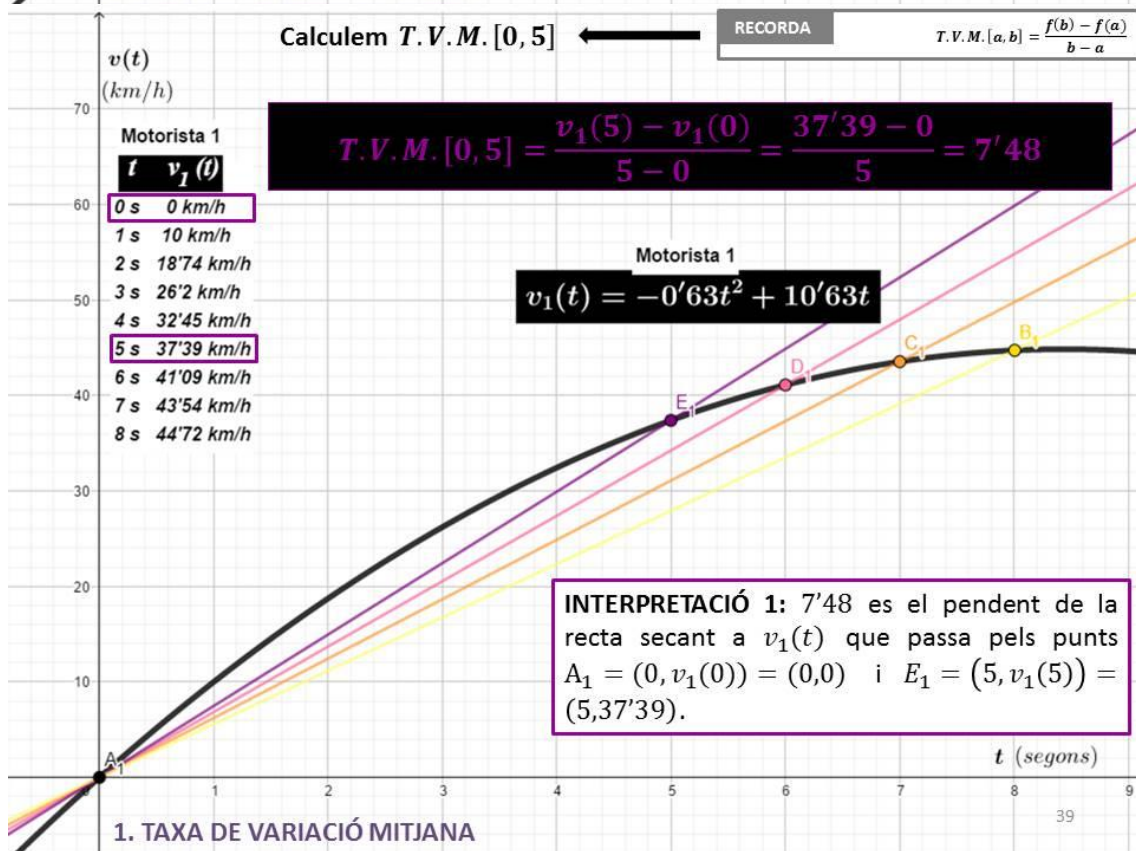
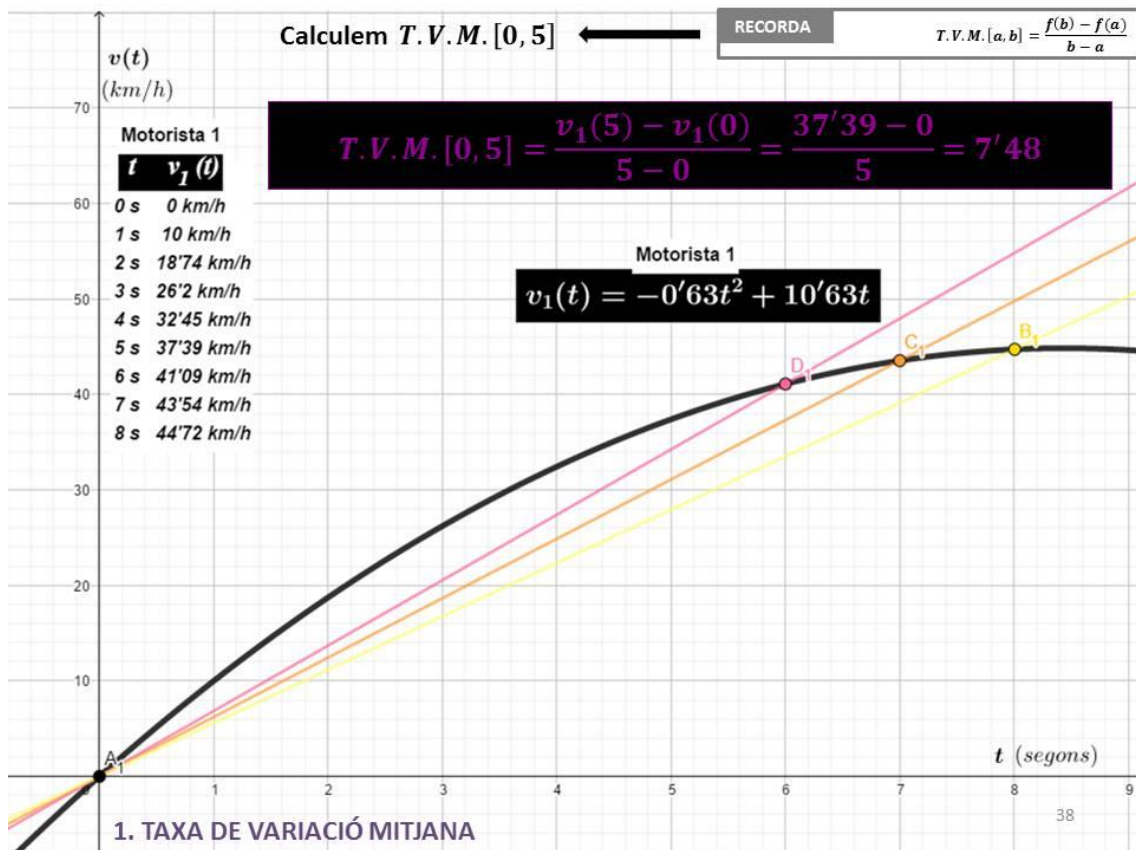


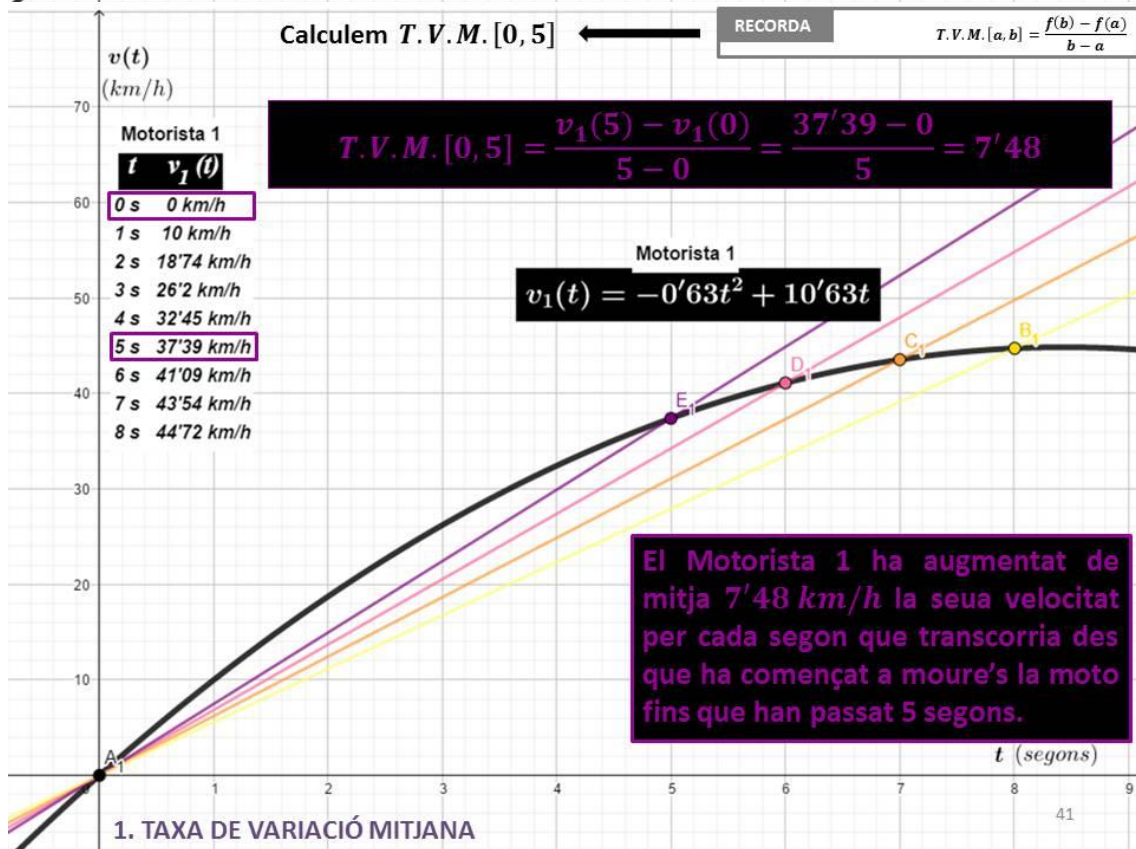
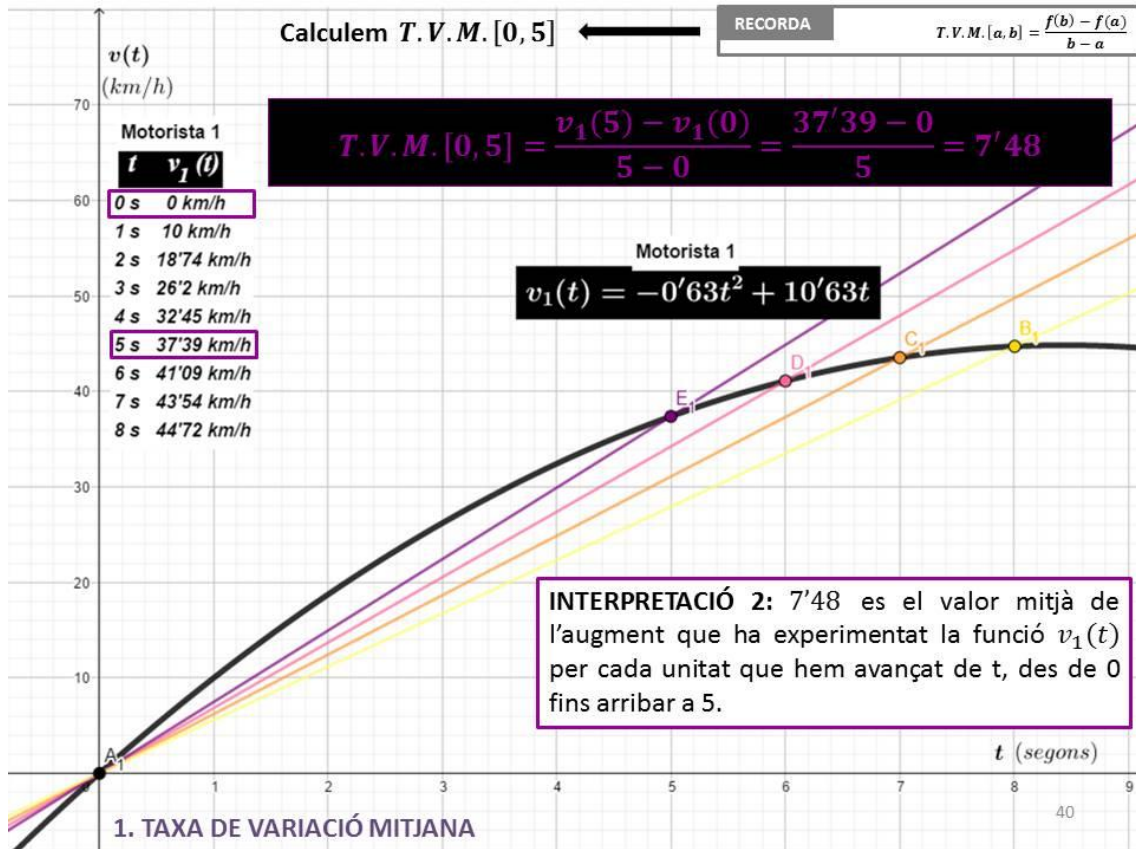


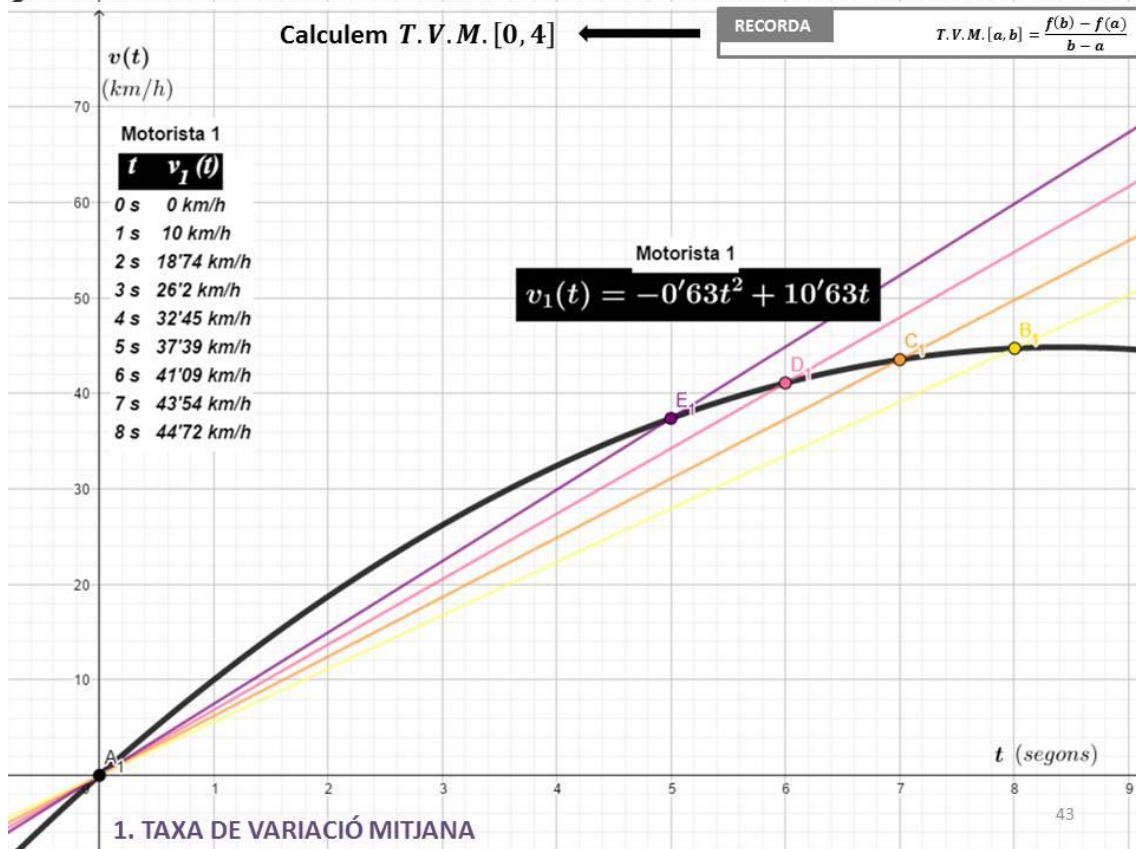
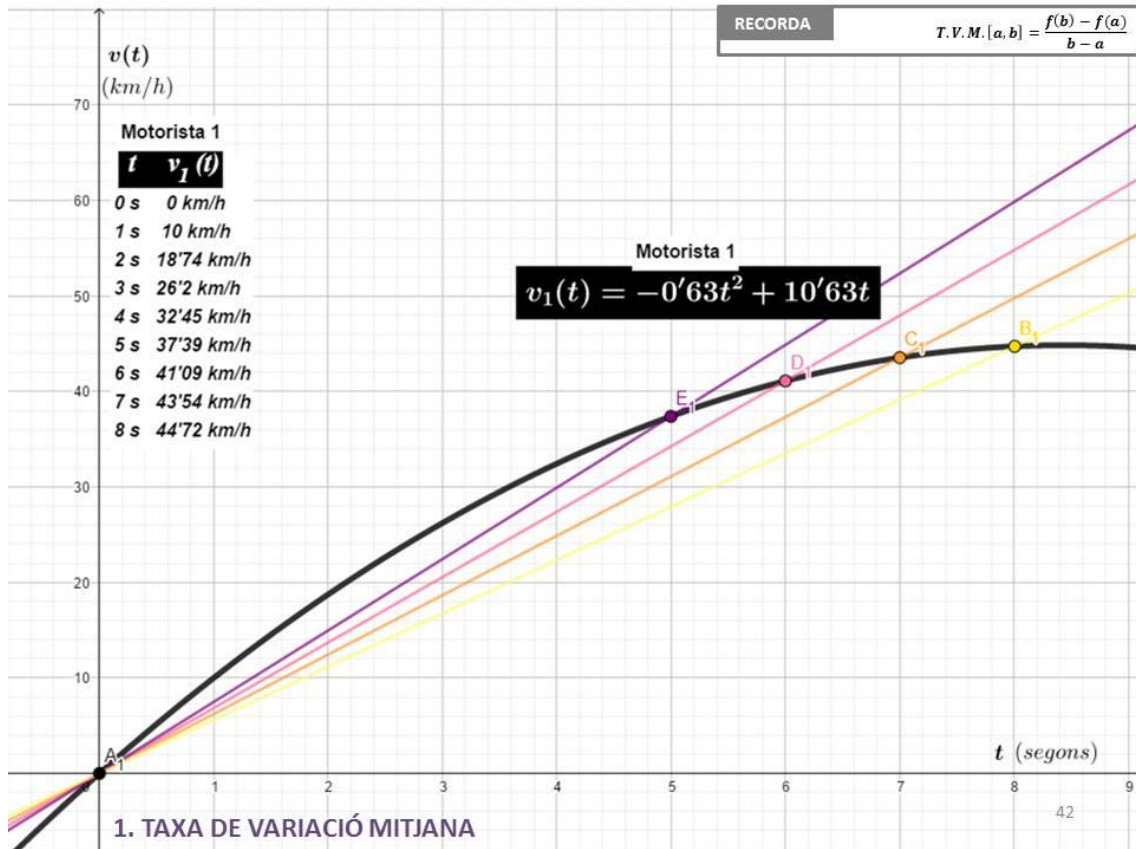


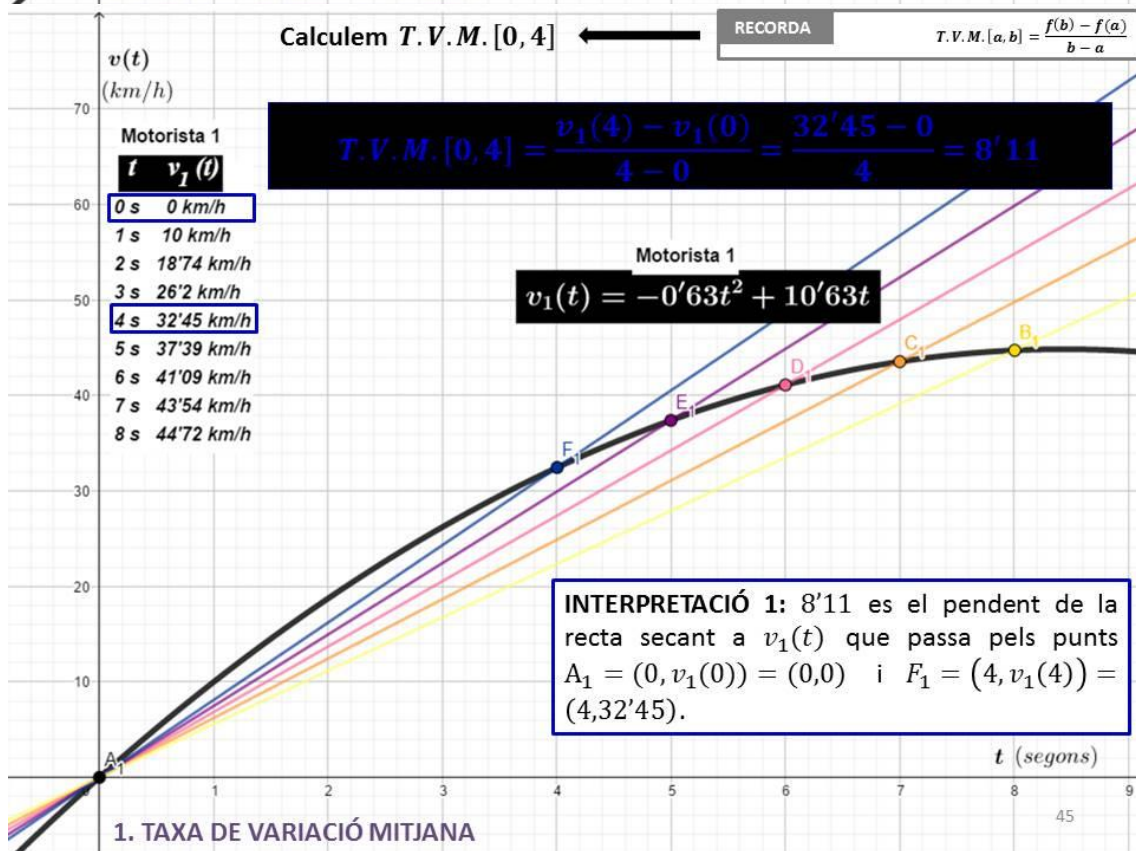
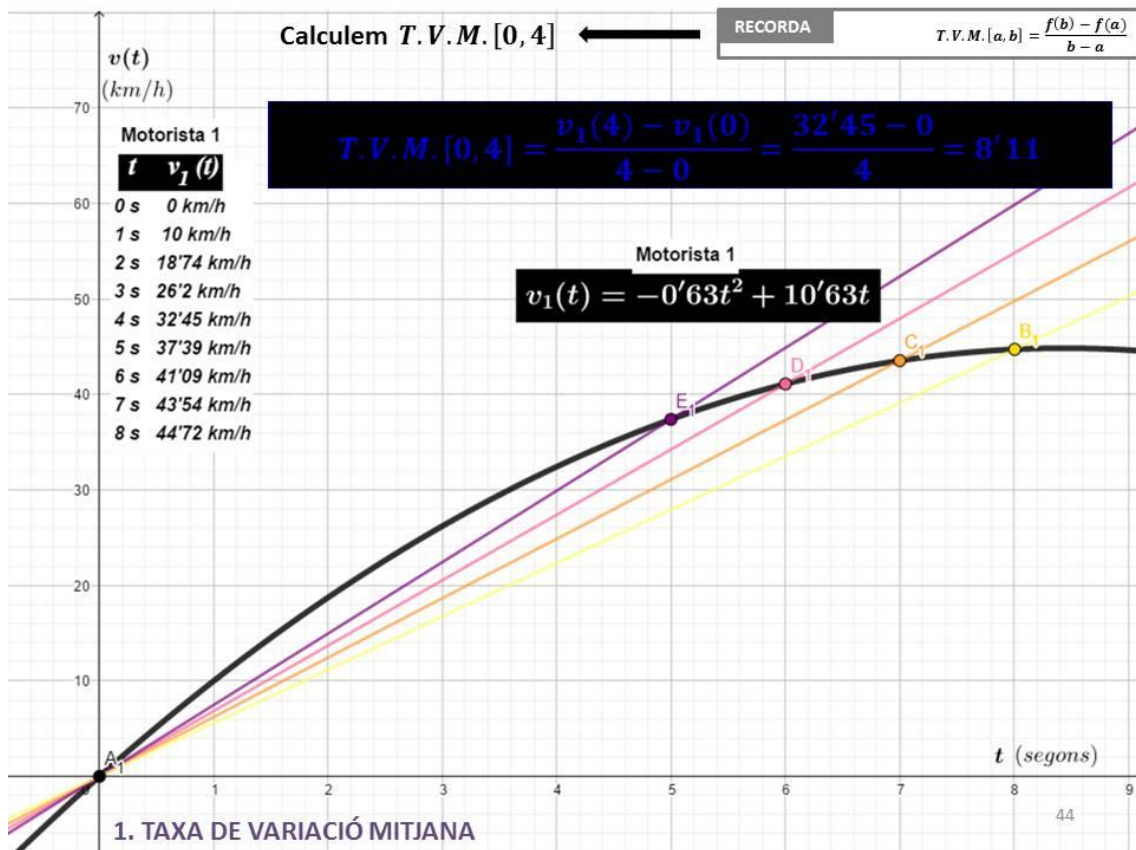


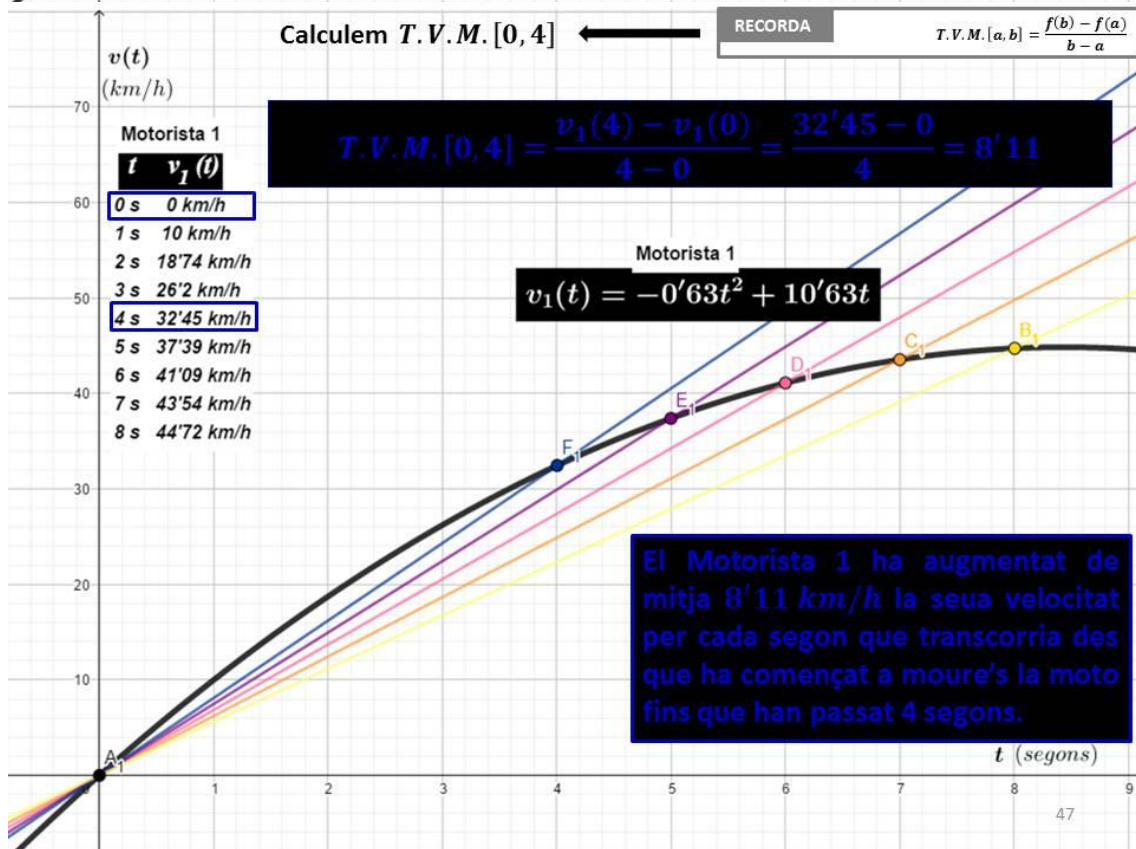
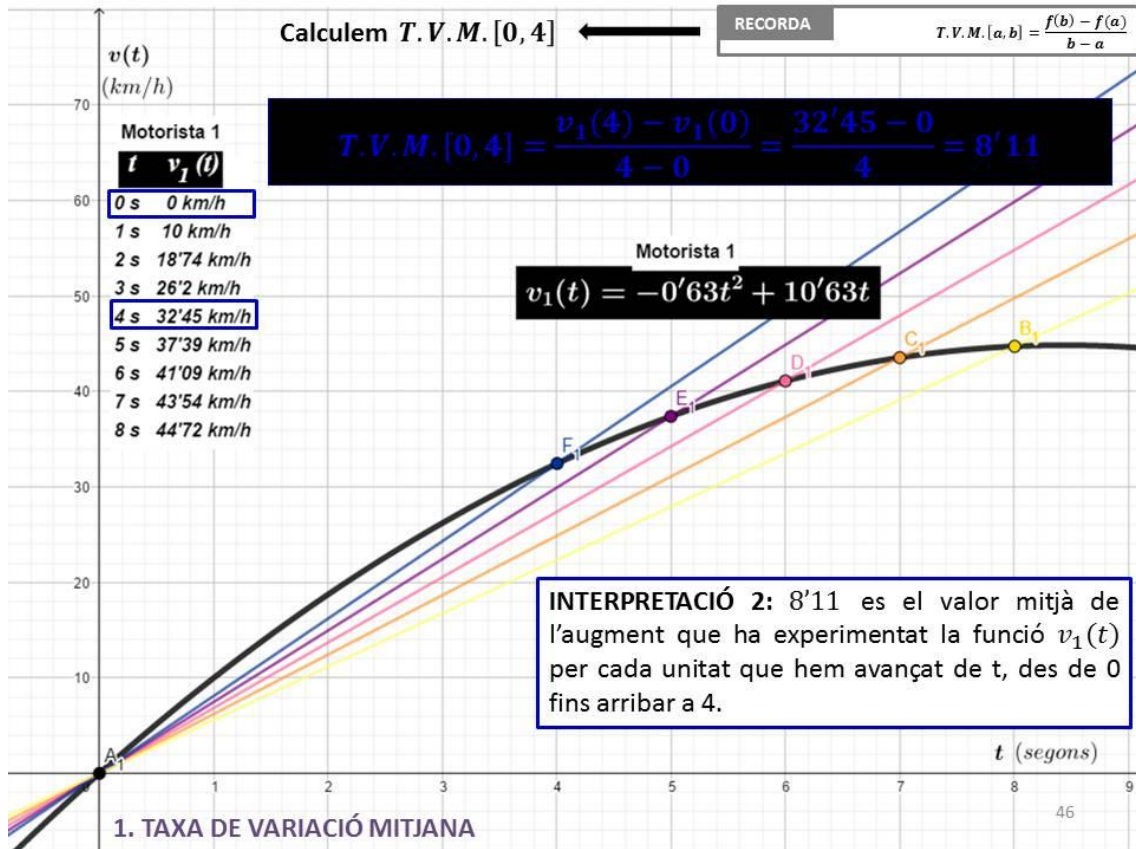


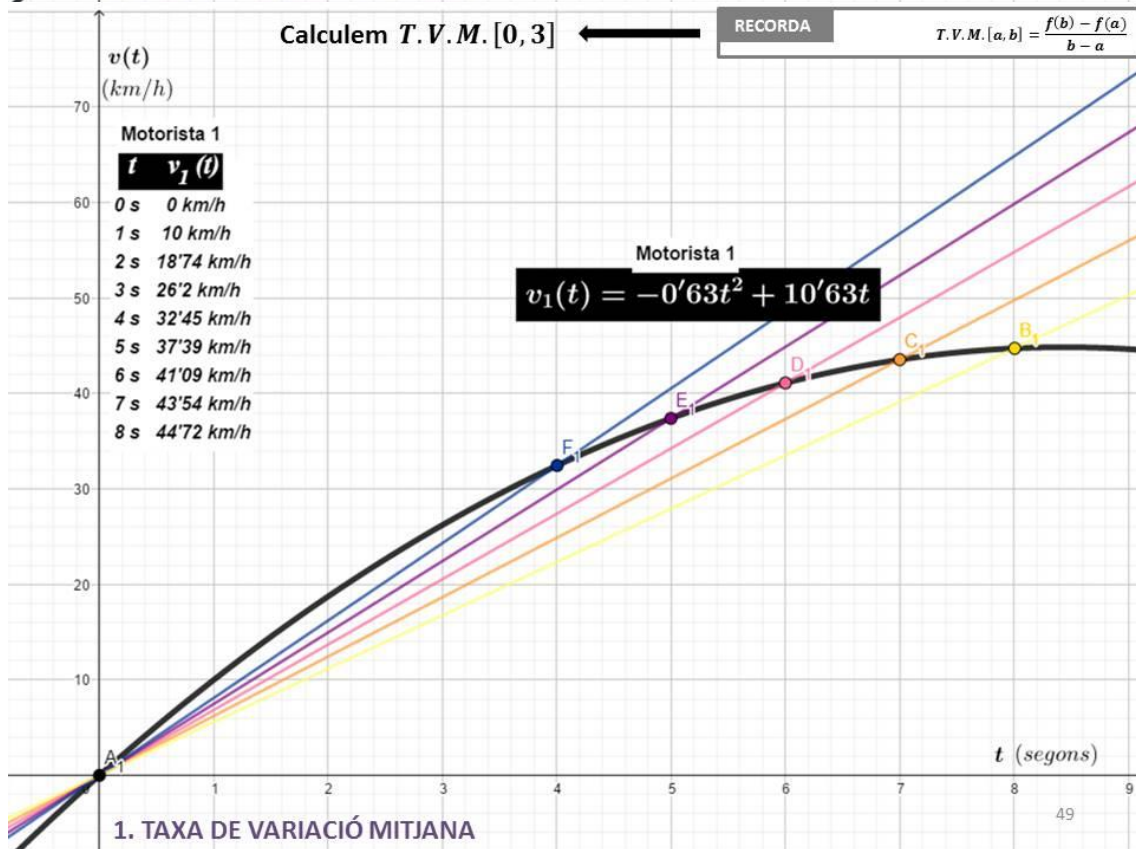
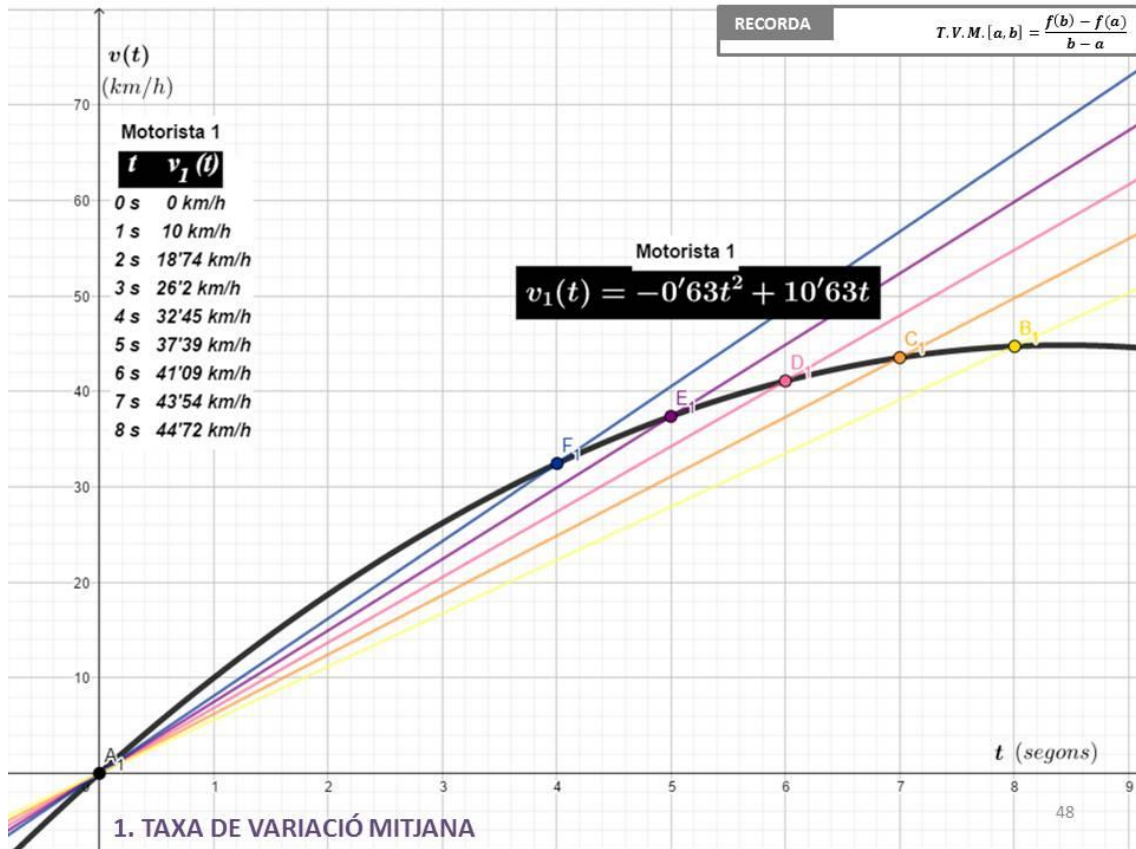


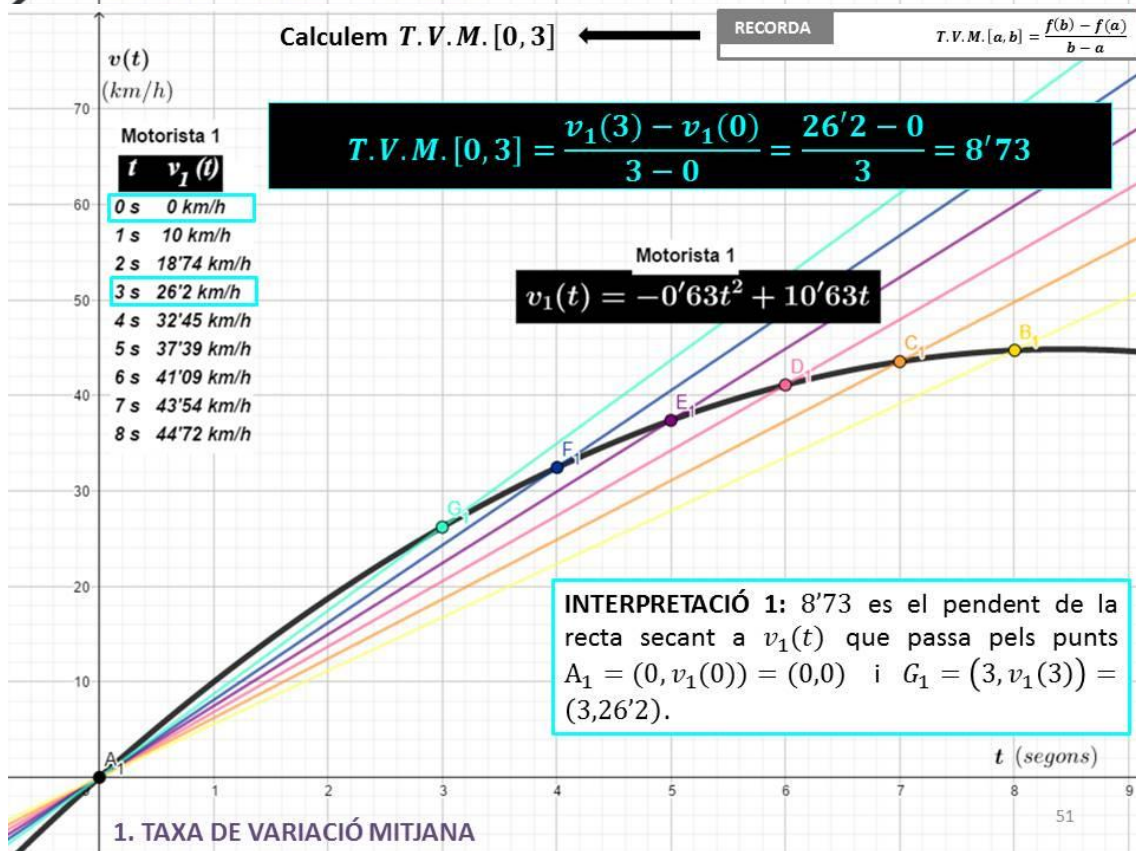
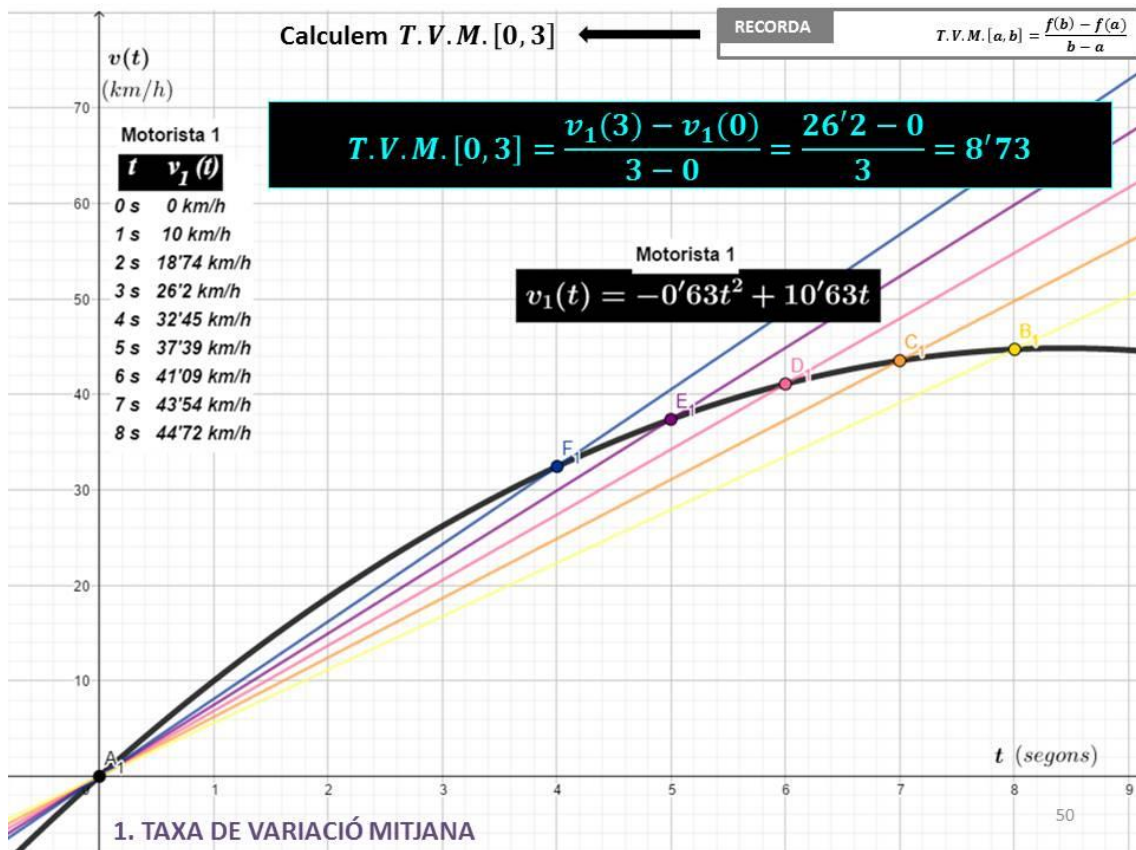




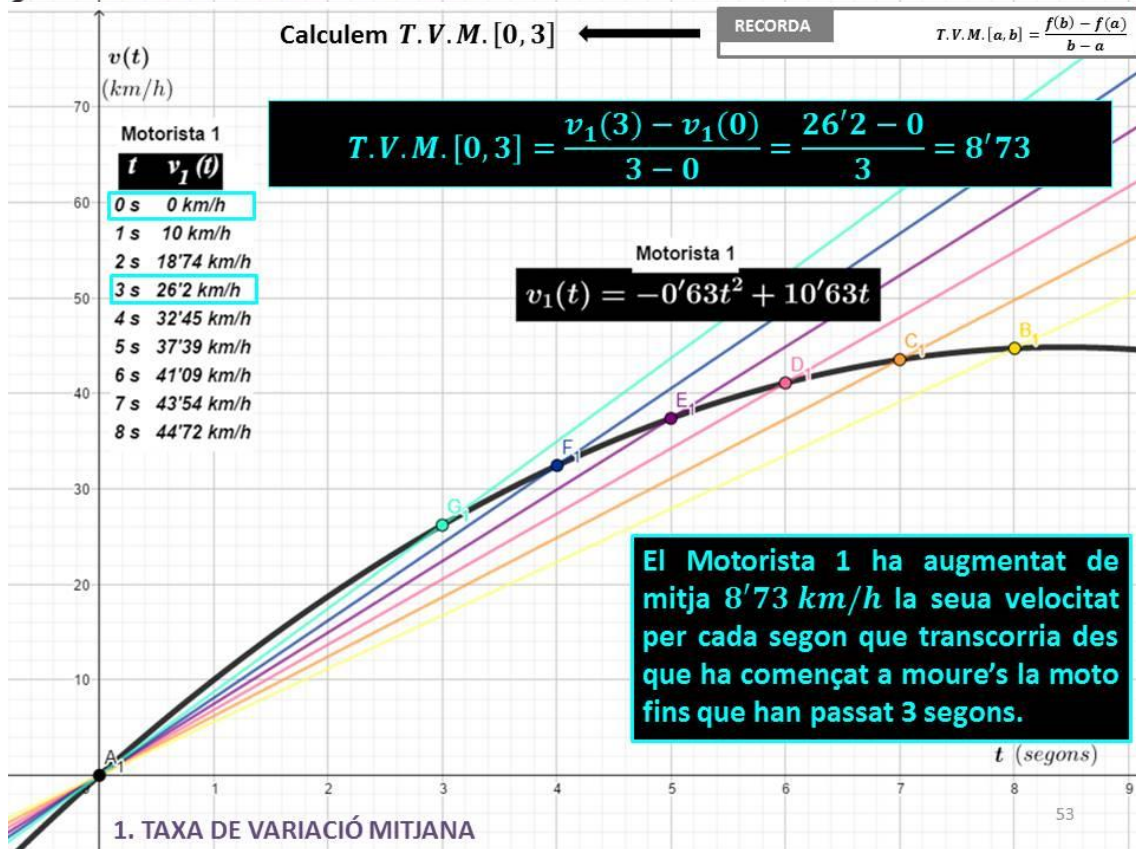
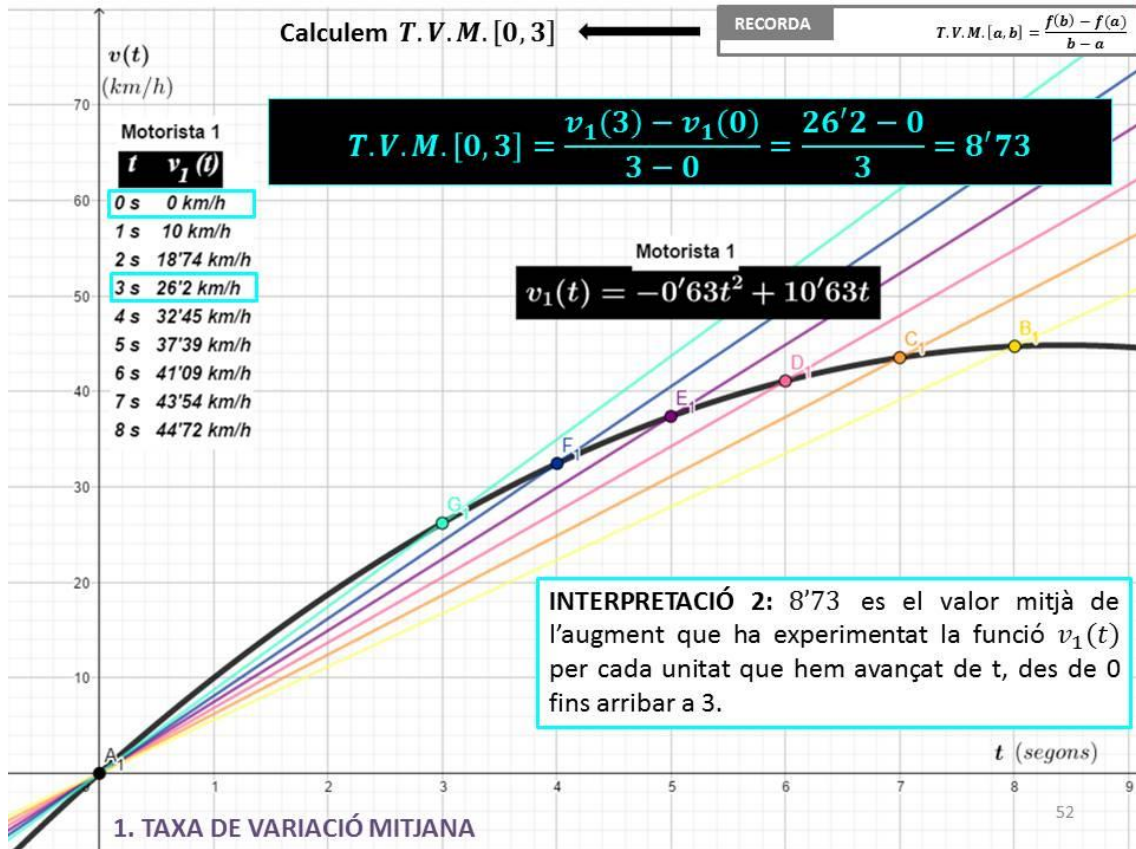


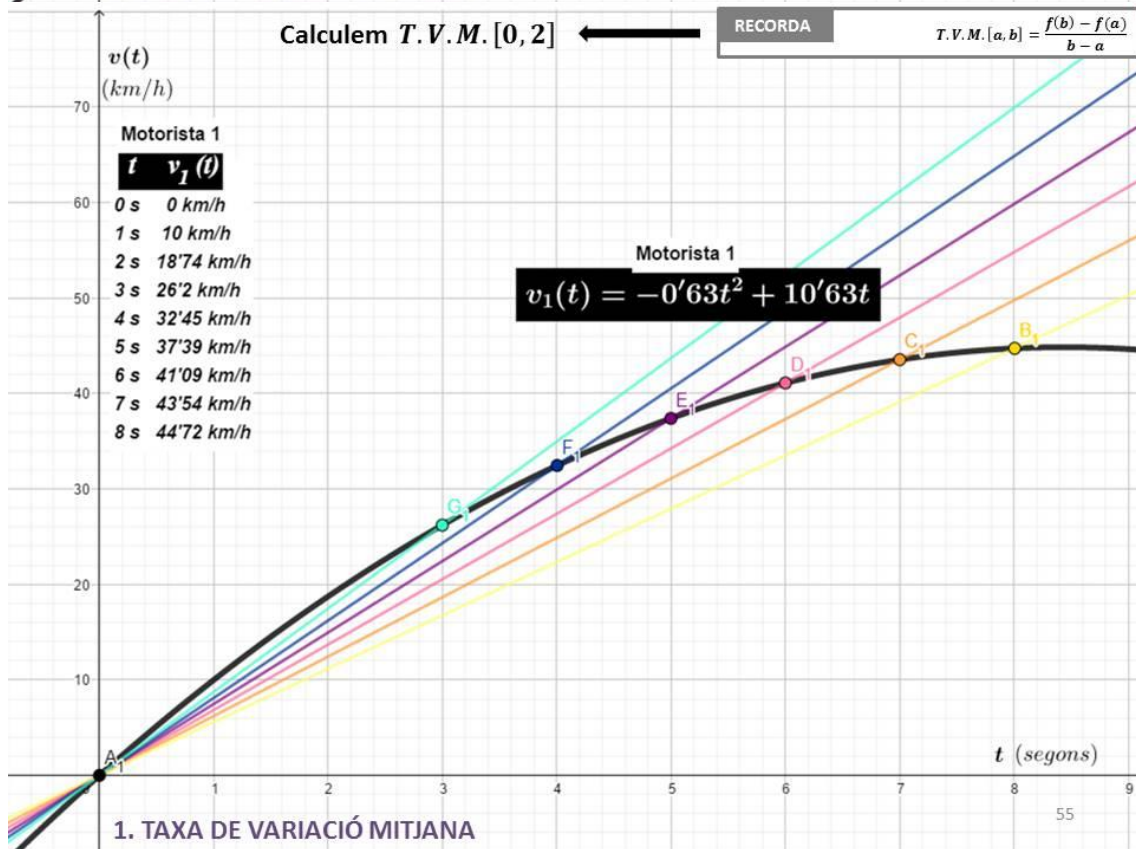
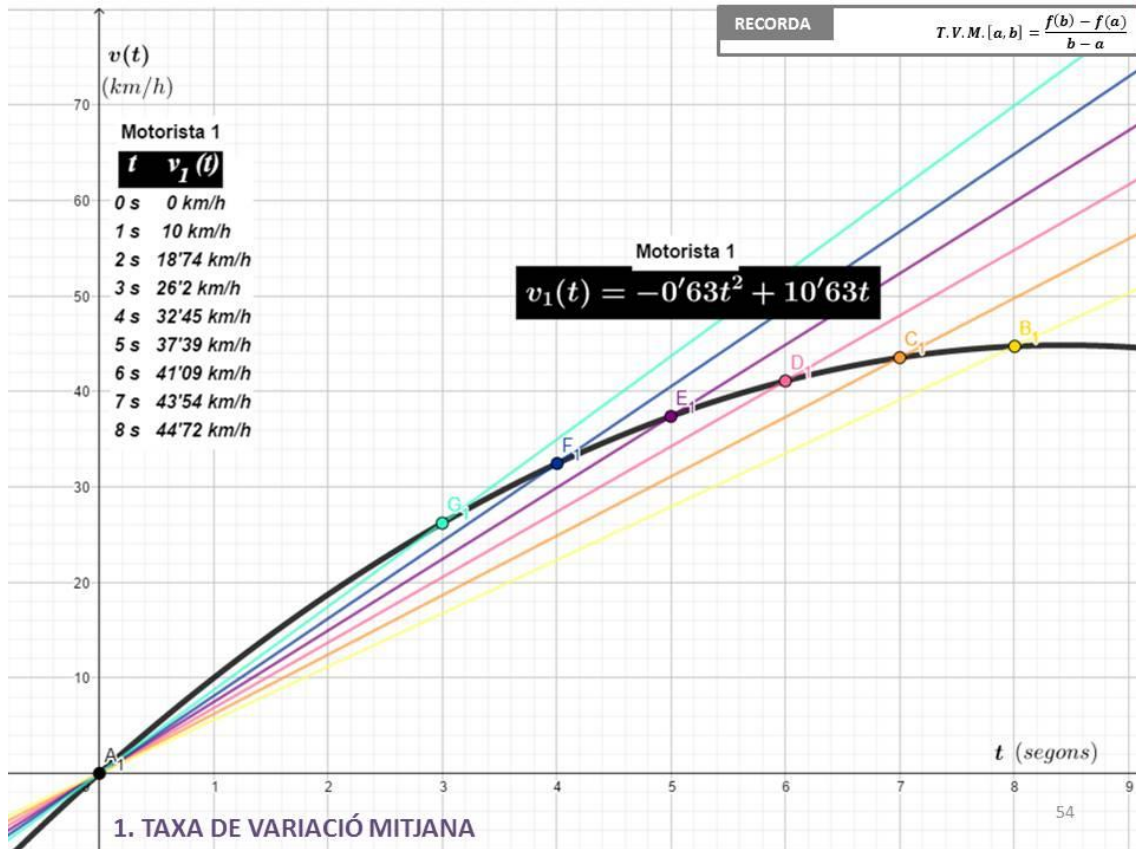


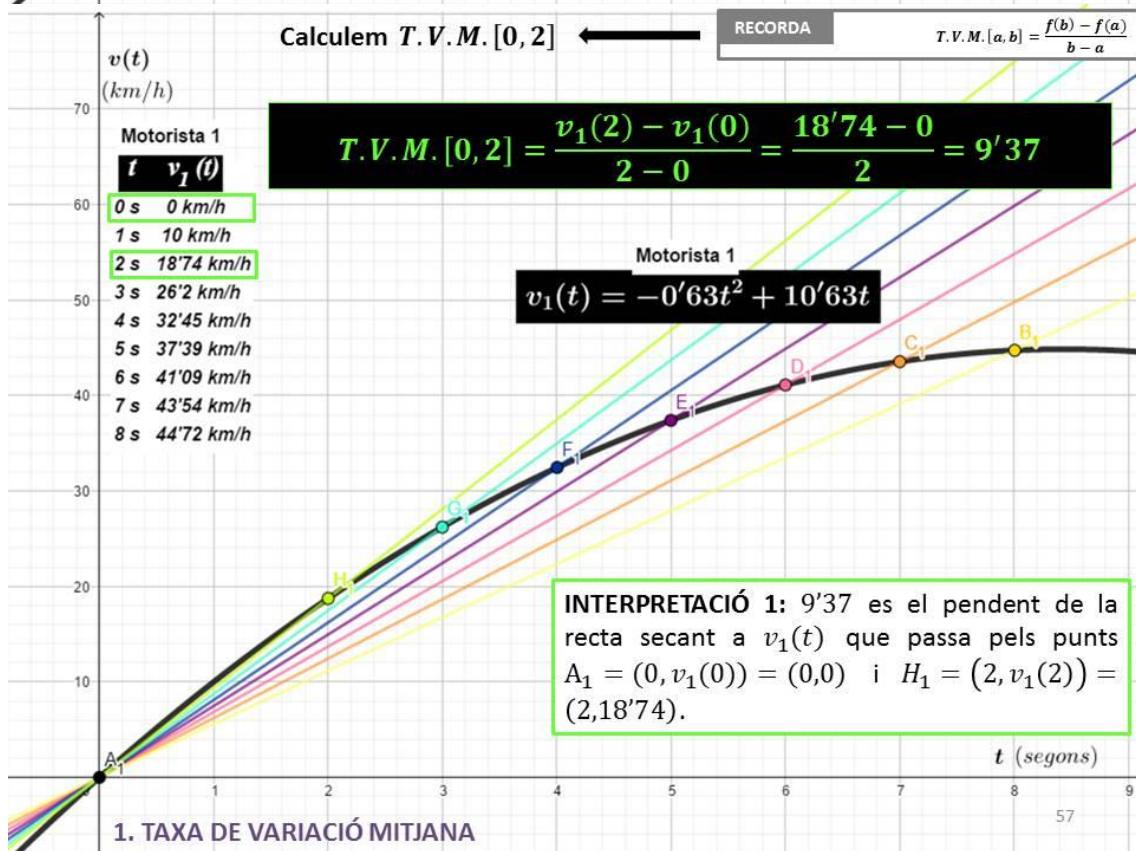
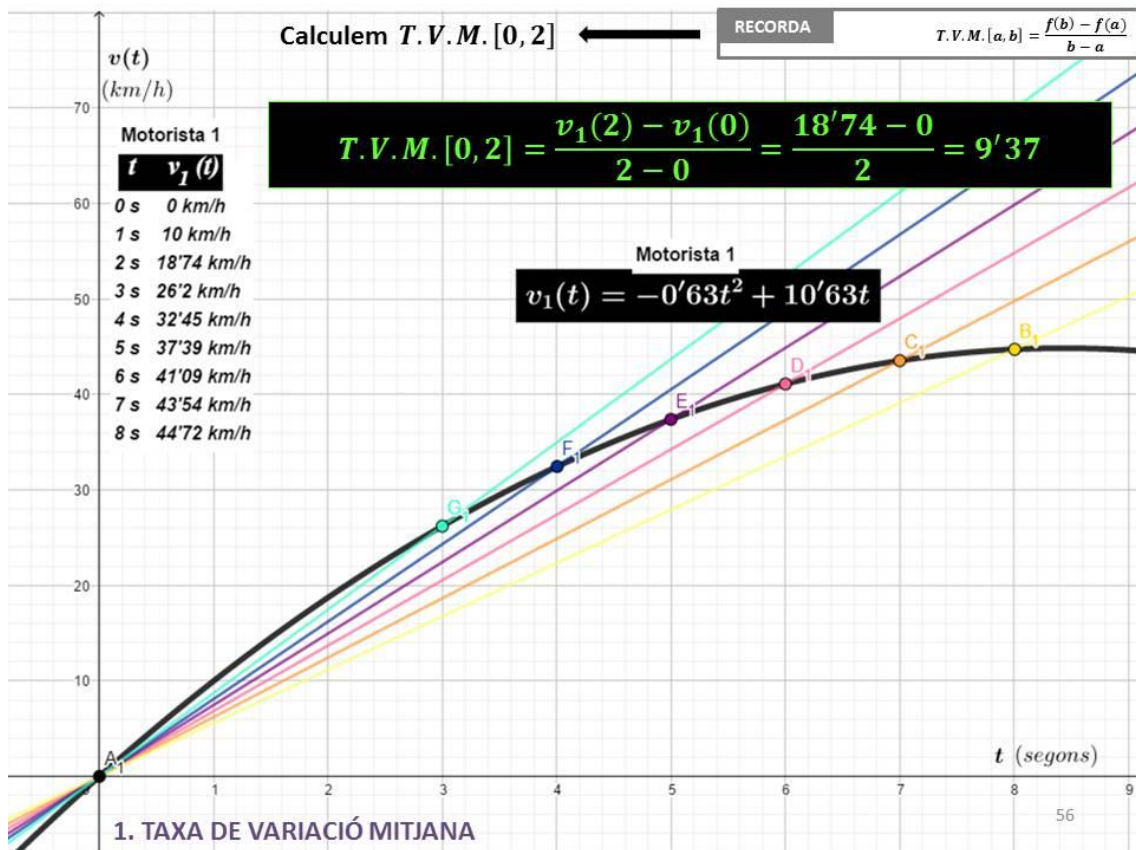


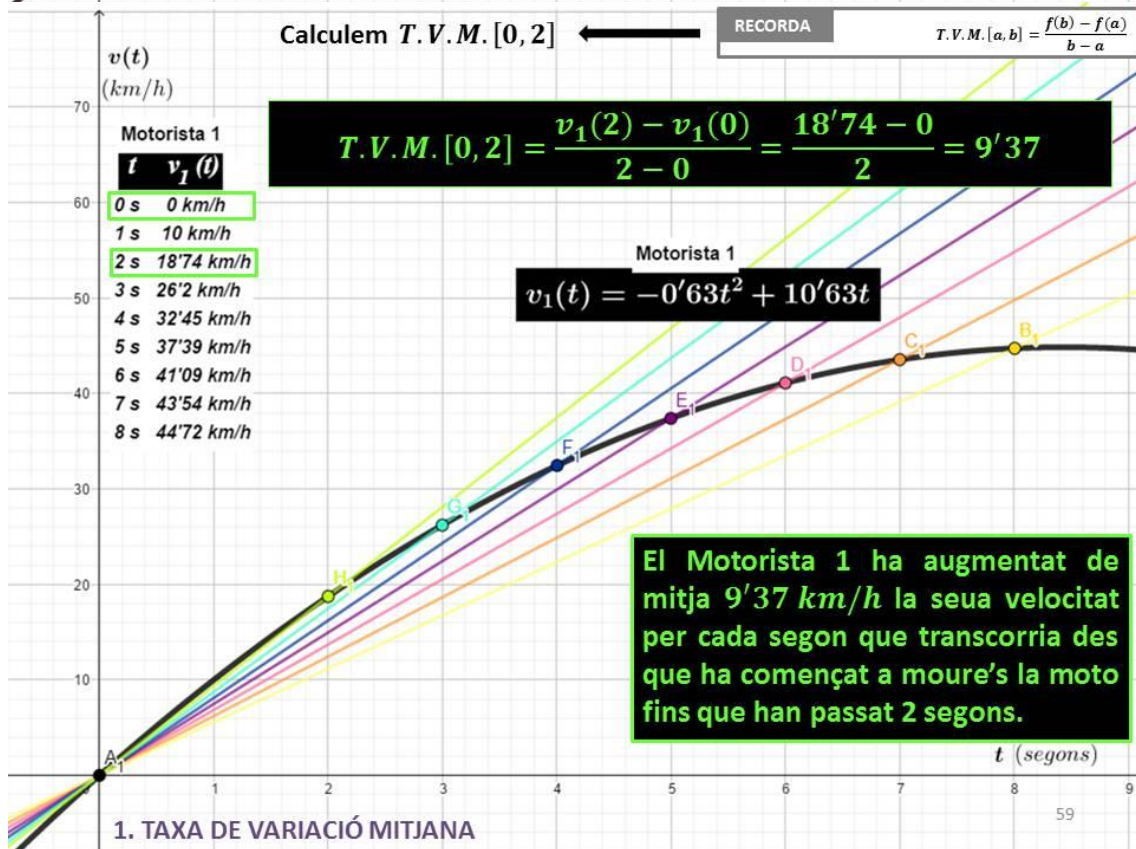
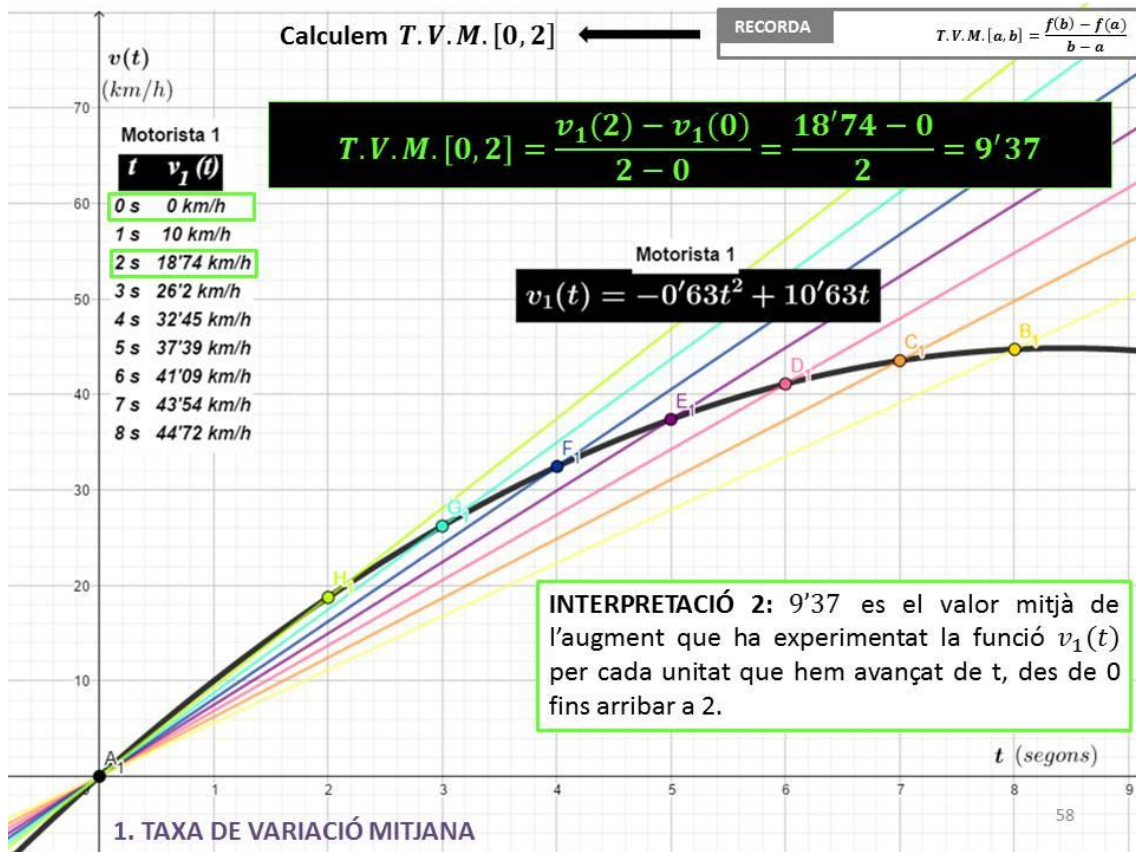


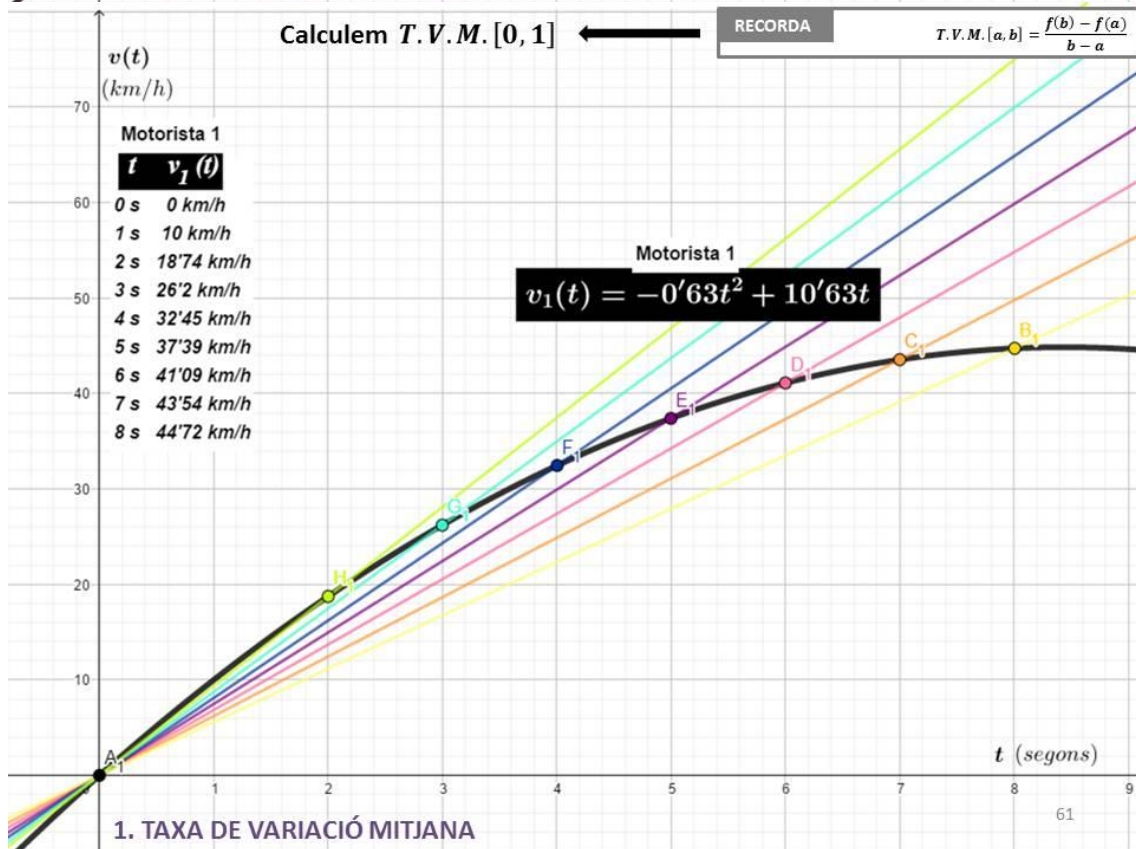
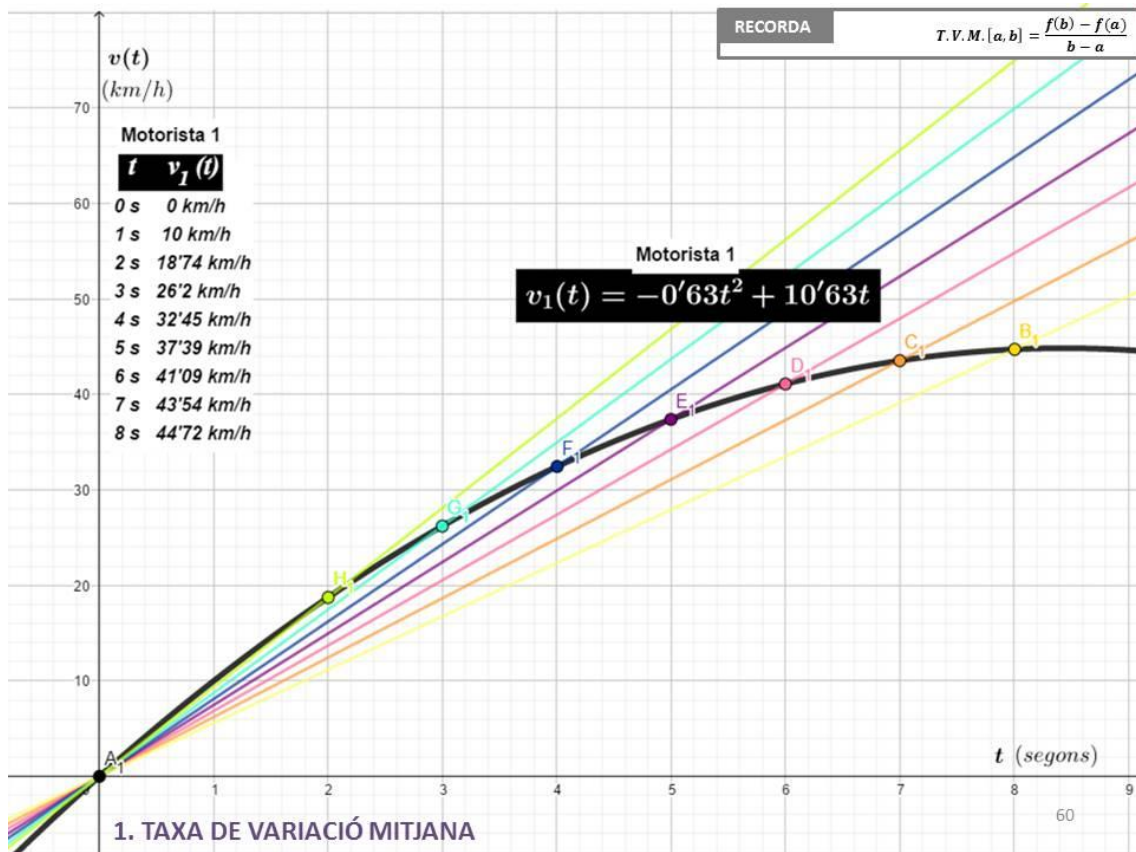


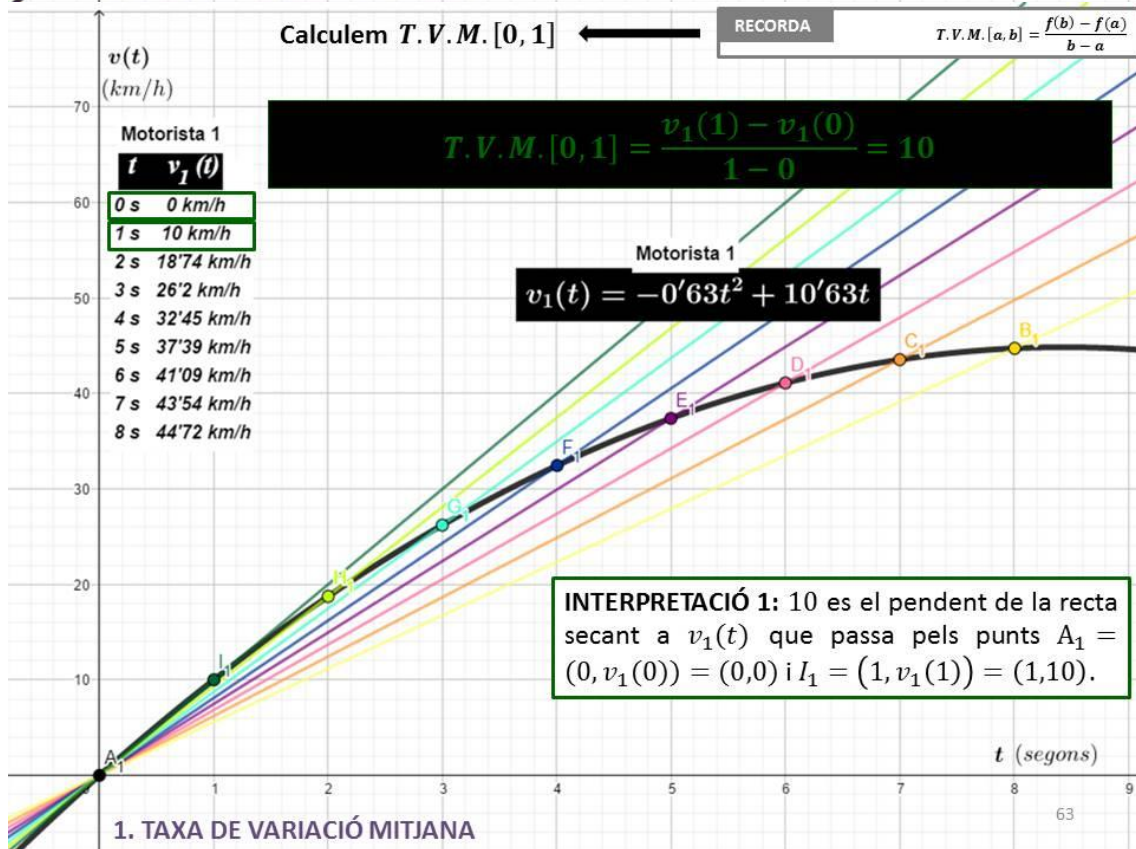
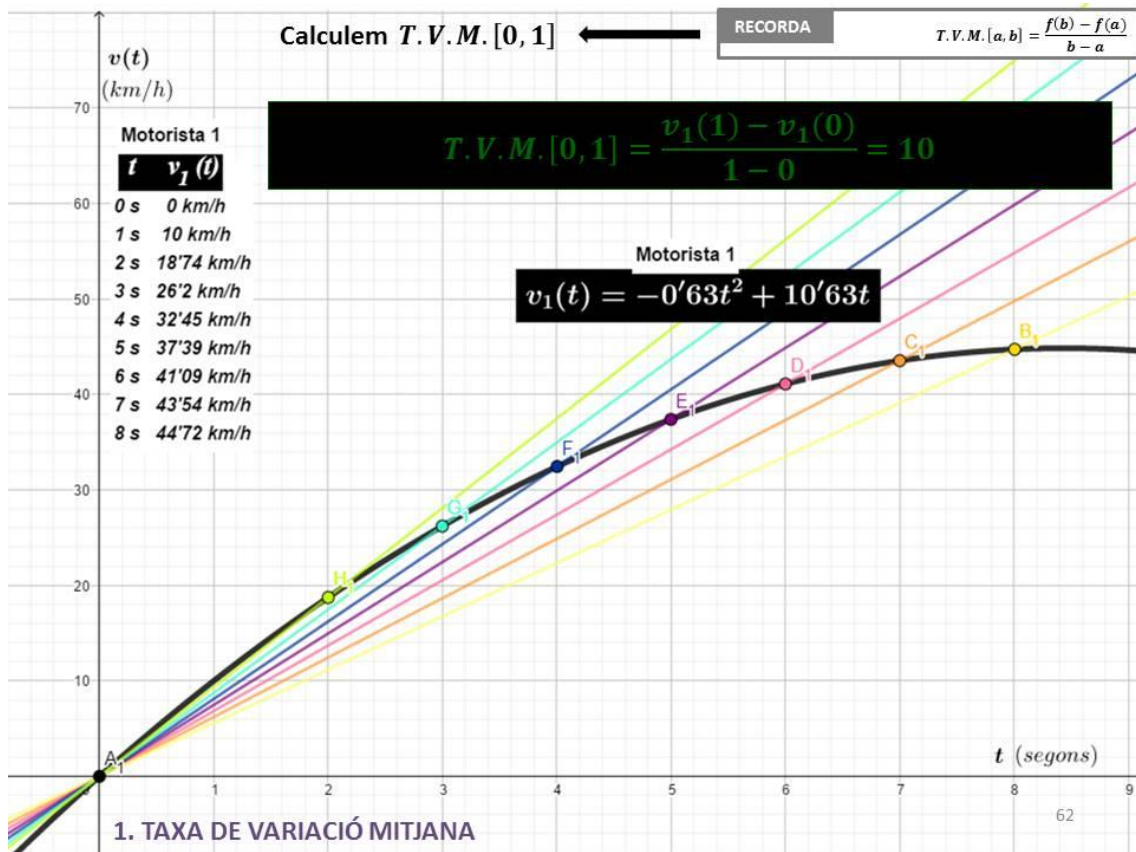


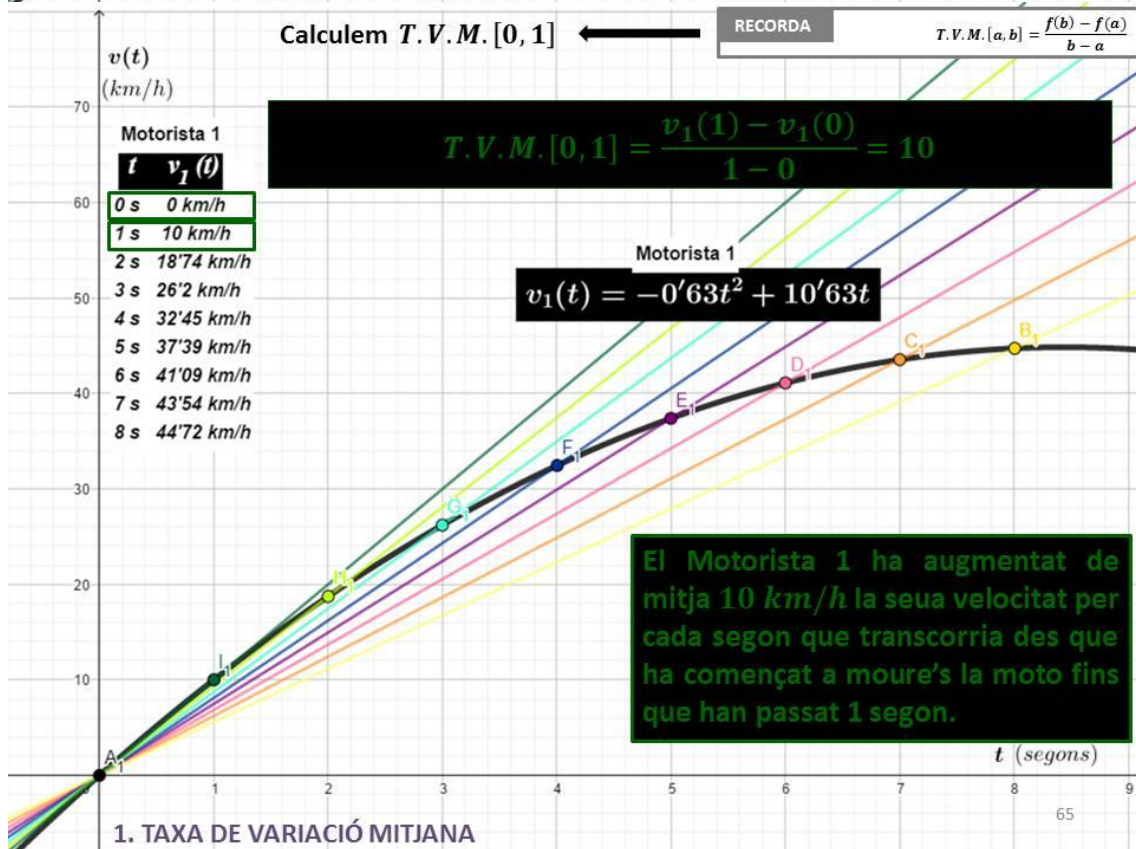
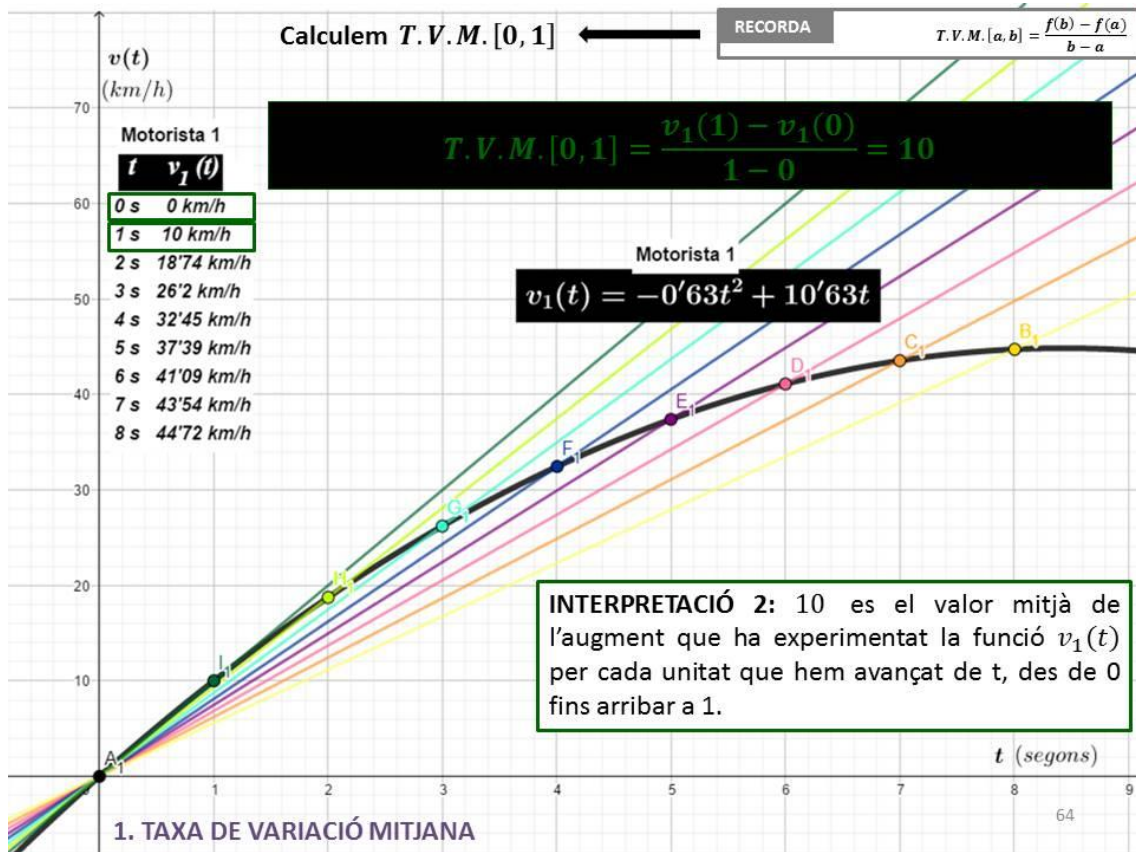


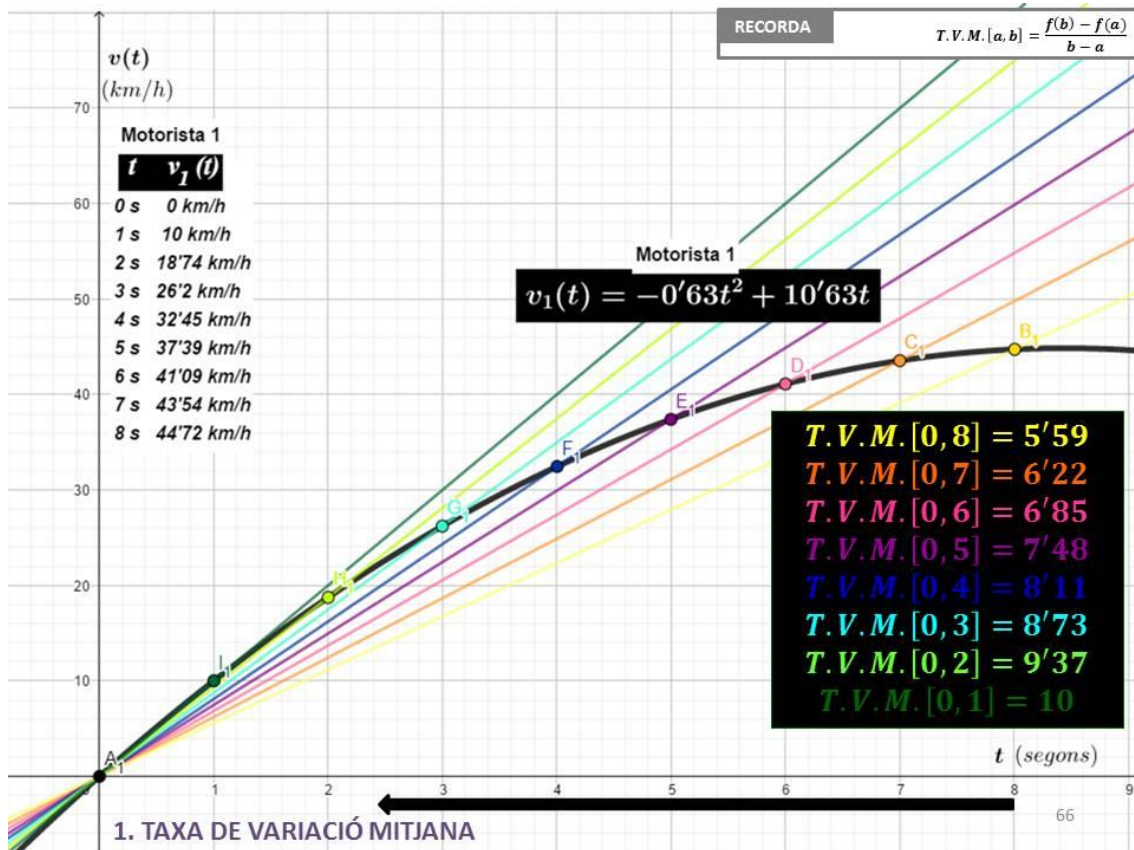












## 1. Taxa de Variació Mitjana

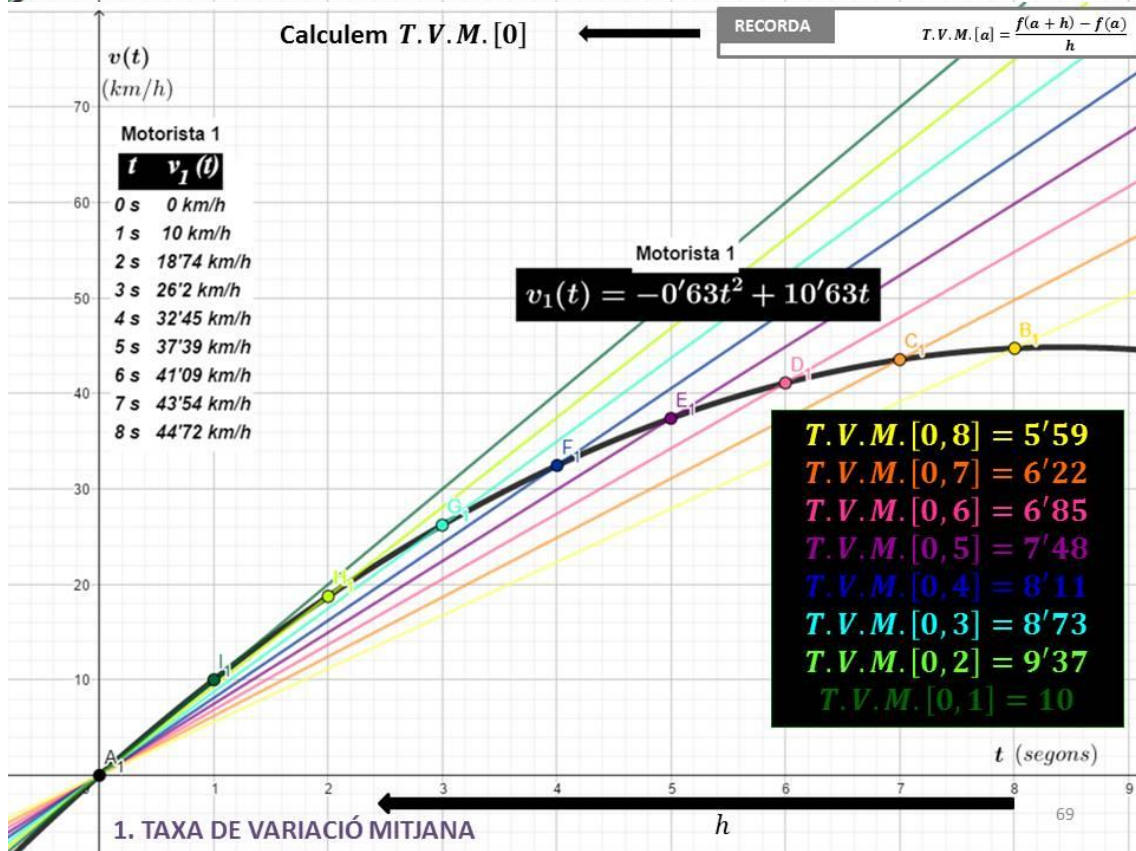
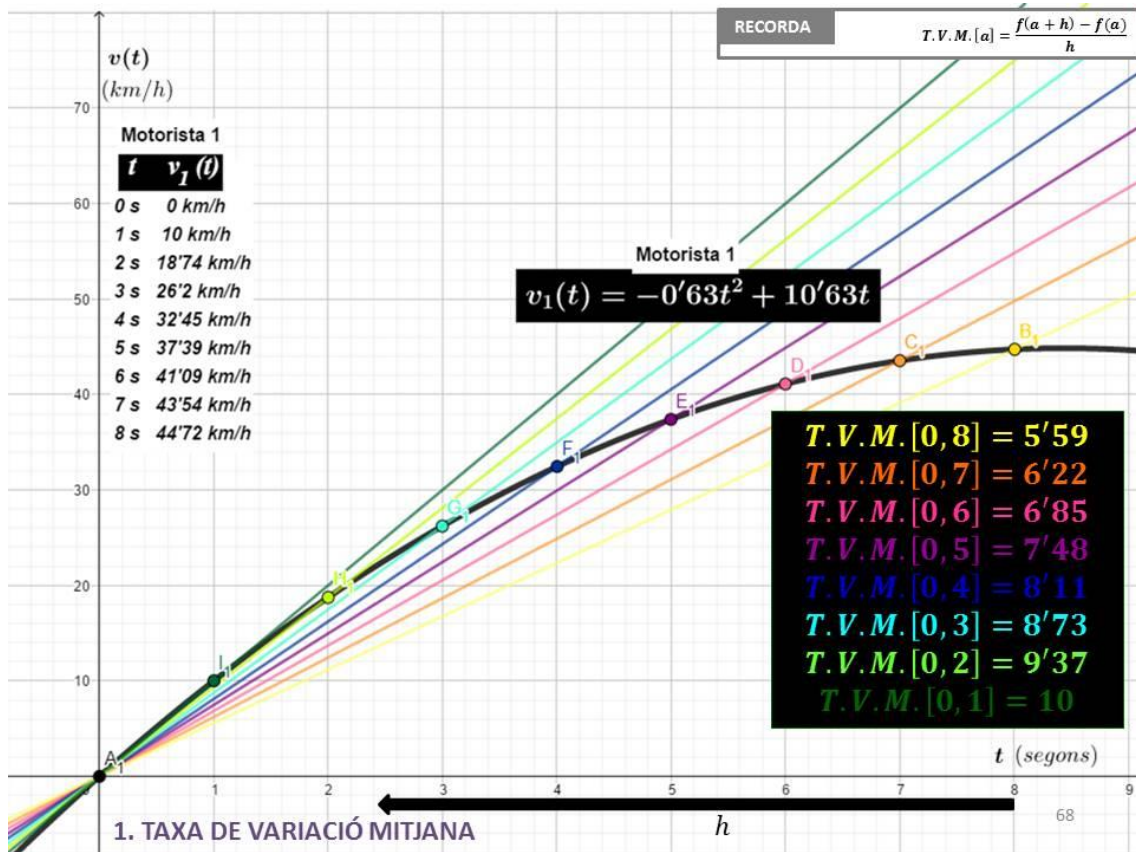
Sovint s'expressa l'interval  $[a, b]$  de la taxa de variació mitjana utilitzant un increment anomenat  $h$ , és a dir, sent  $b = a + h$ .

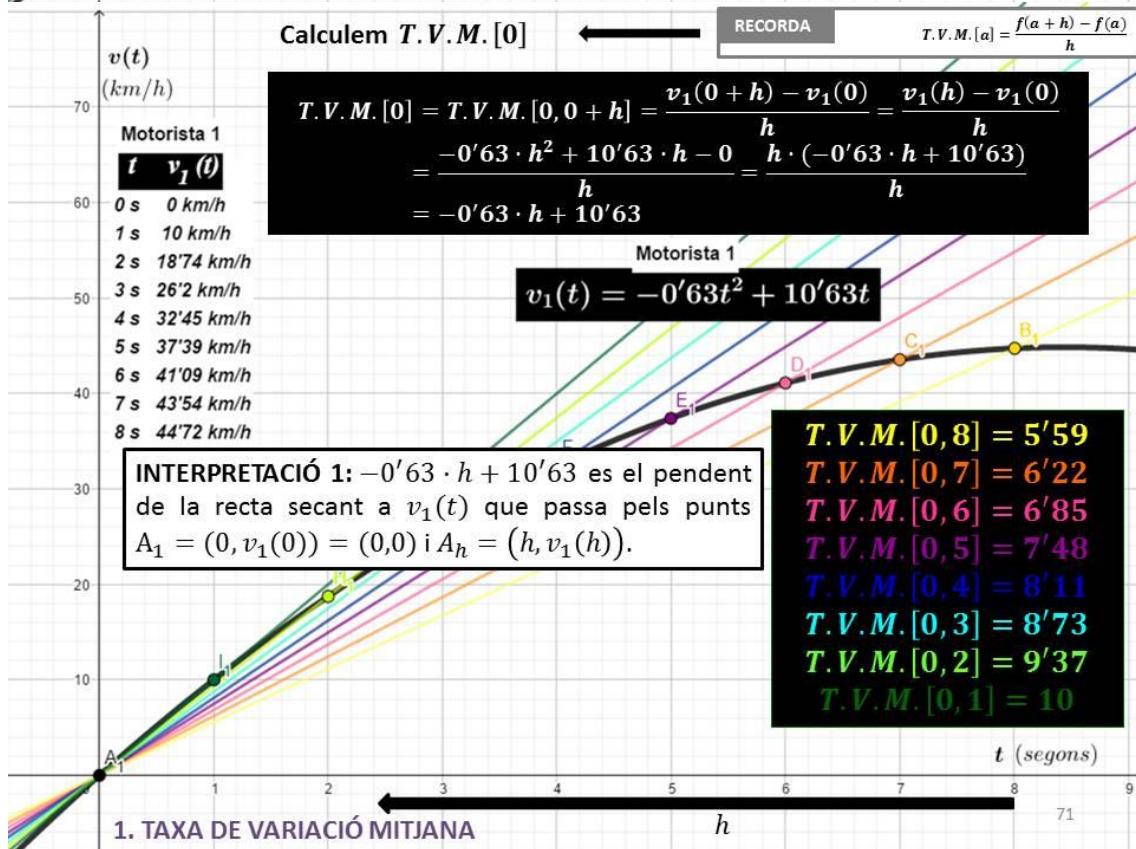
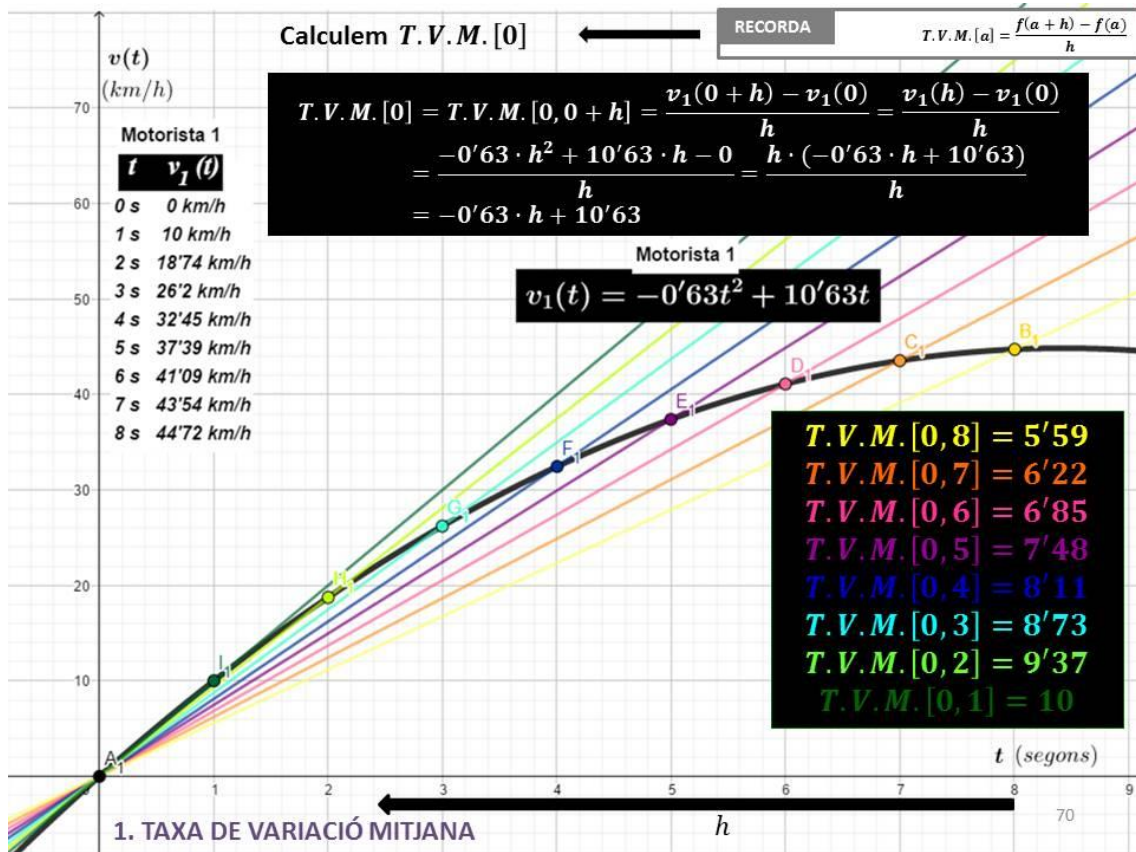
D'aquesta manera, s'anomena Taxa de Variació Mitjana (T.V.M.) de una funció  $f(x)$  en un punt  $a$ :

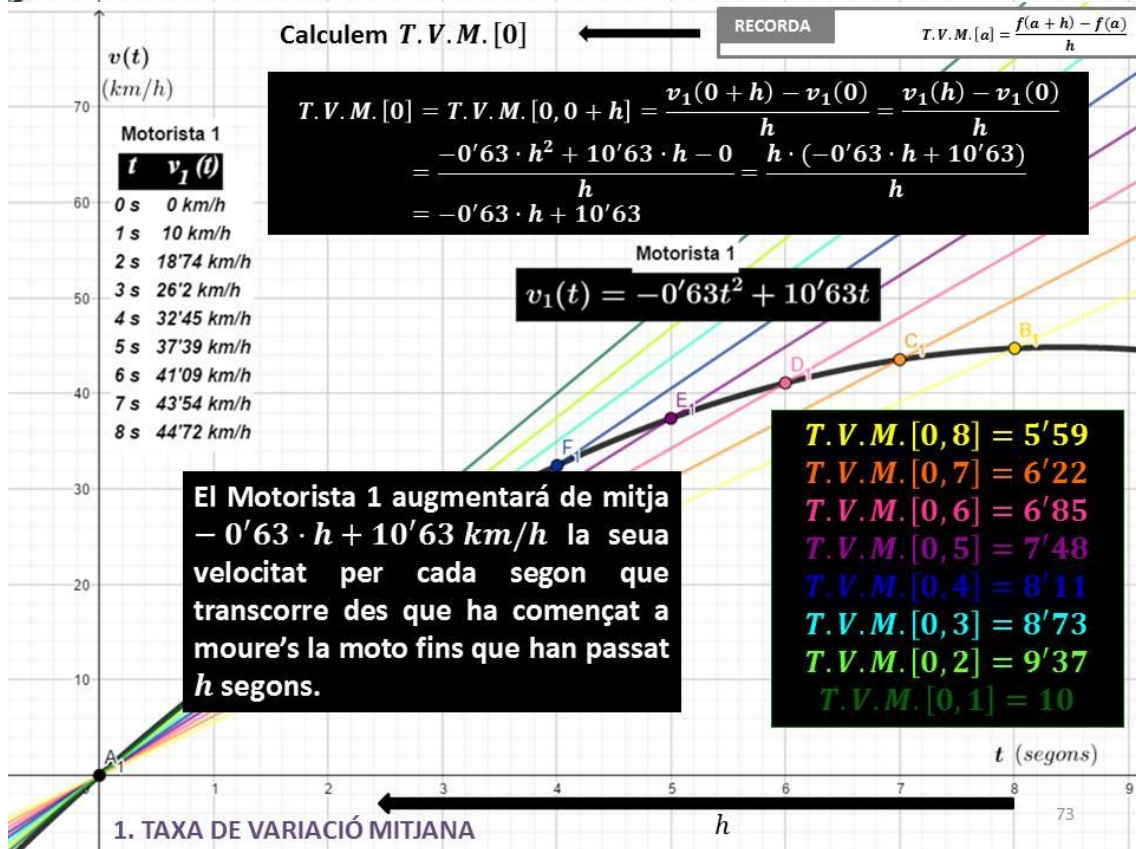
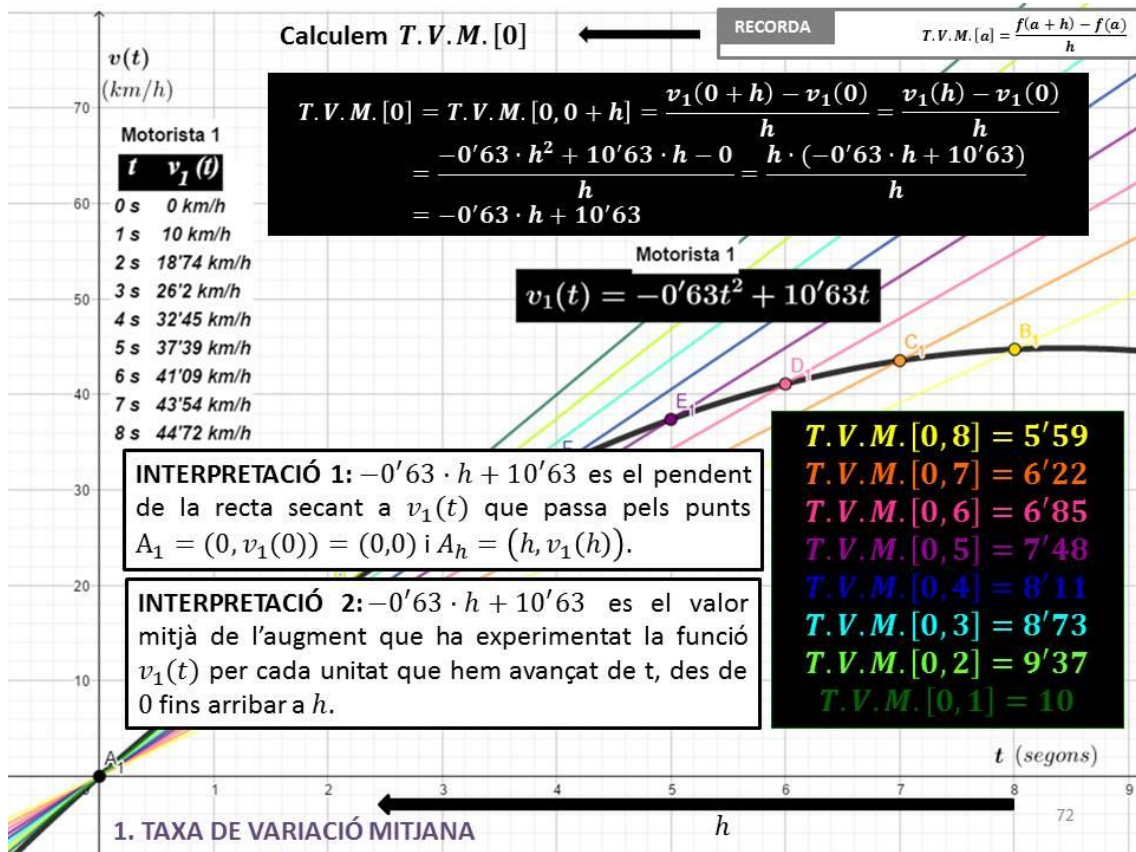
$$T.V.M.[a] = T.V.M.[a, a + h] = \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

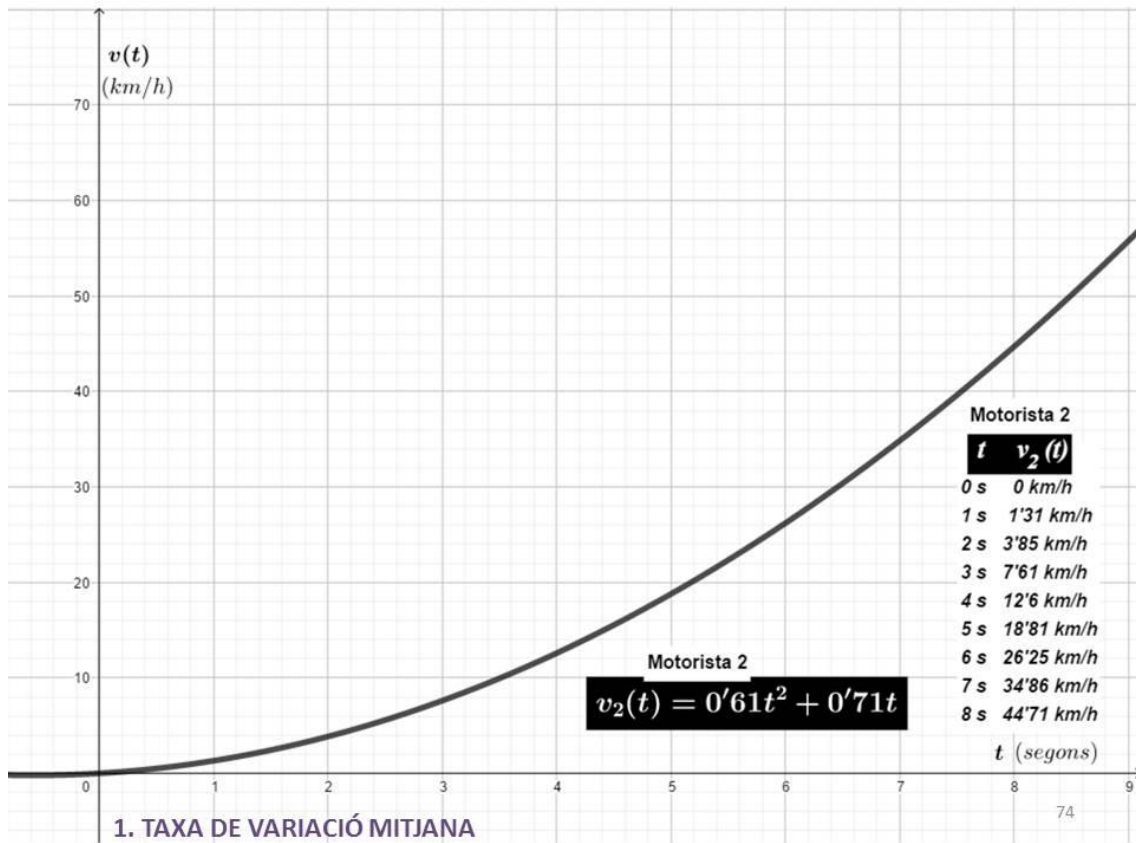
1. TAXA DE VARIACIÓ MITJANA



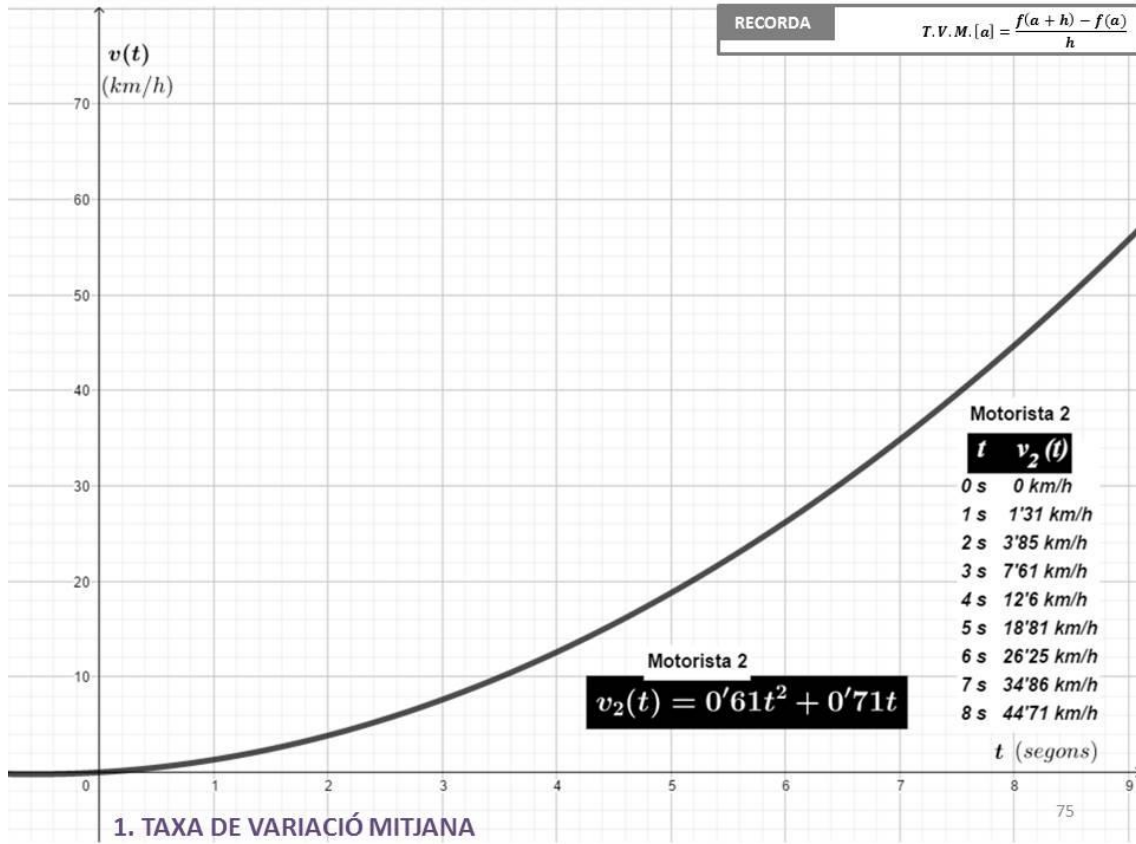


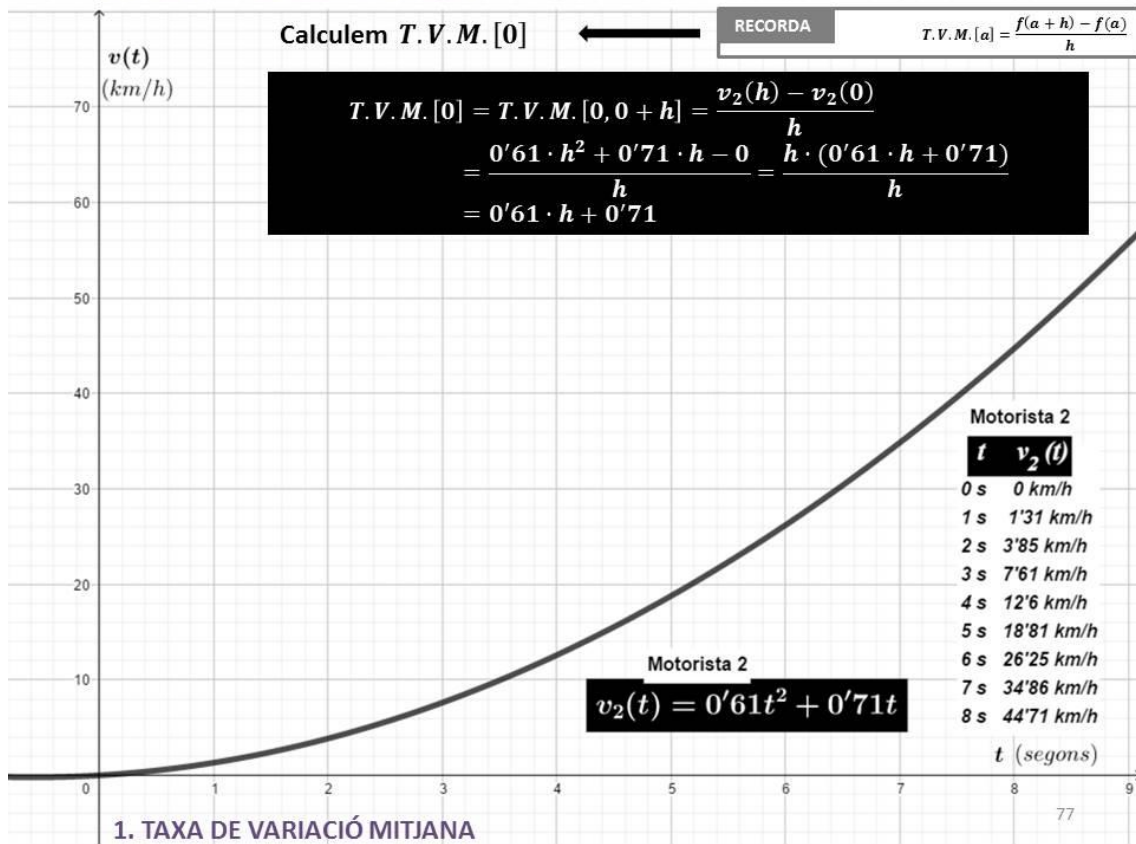
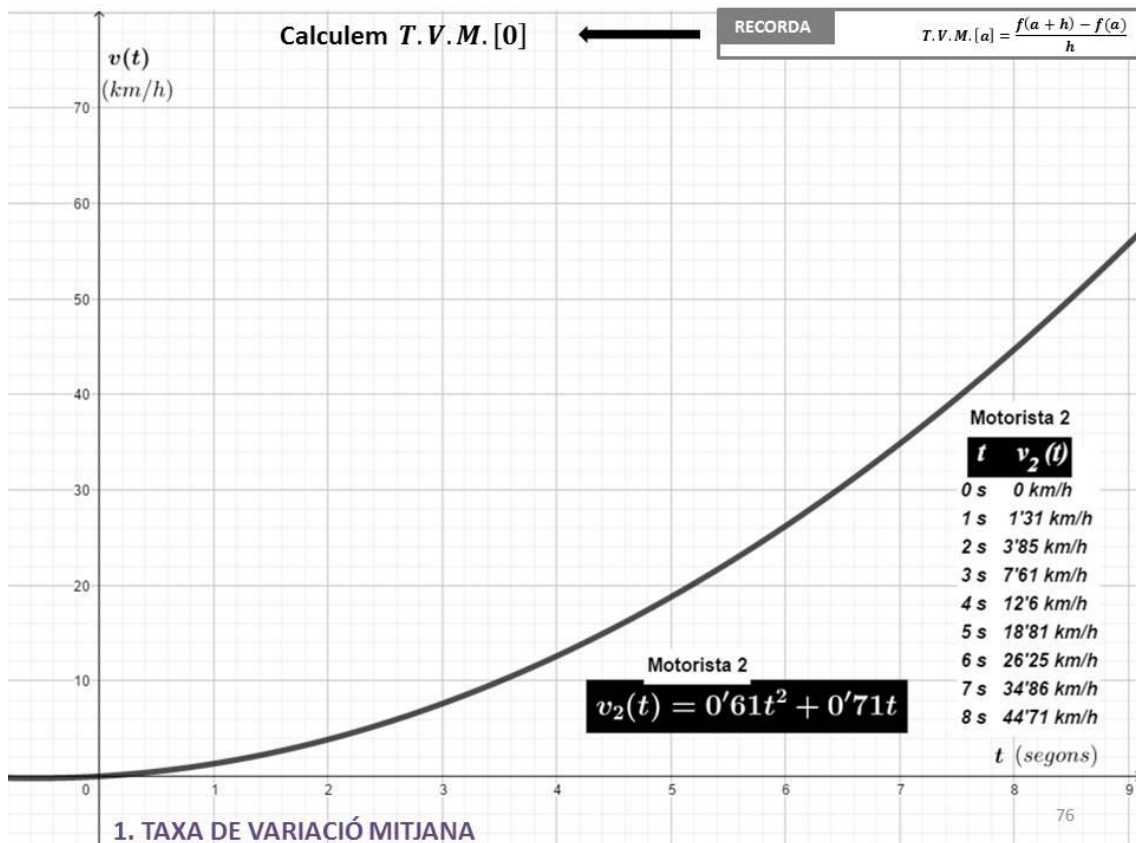


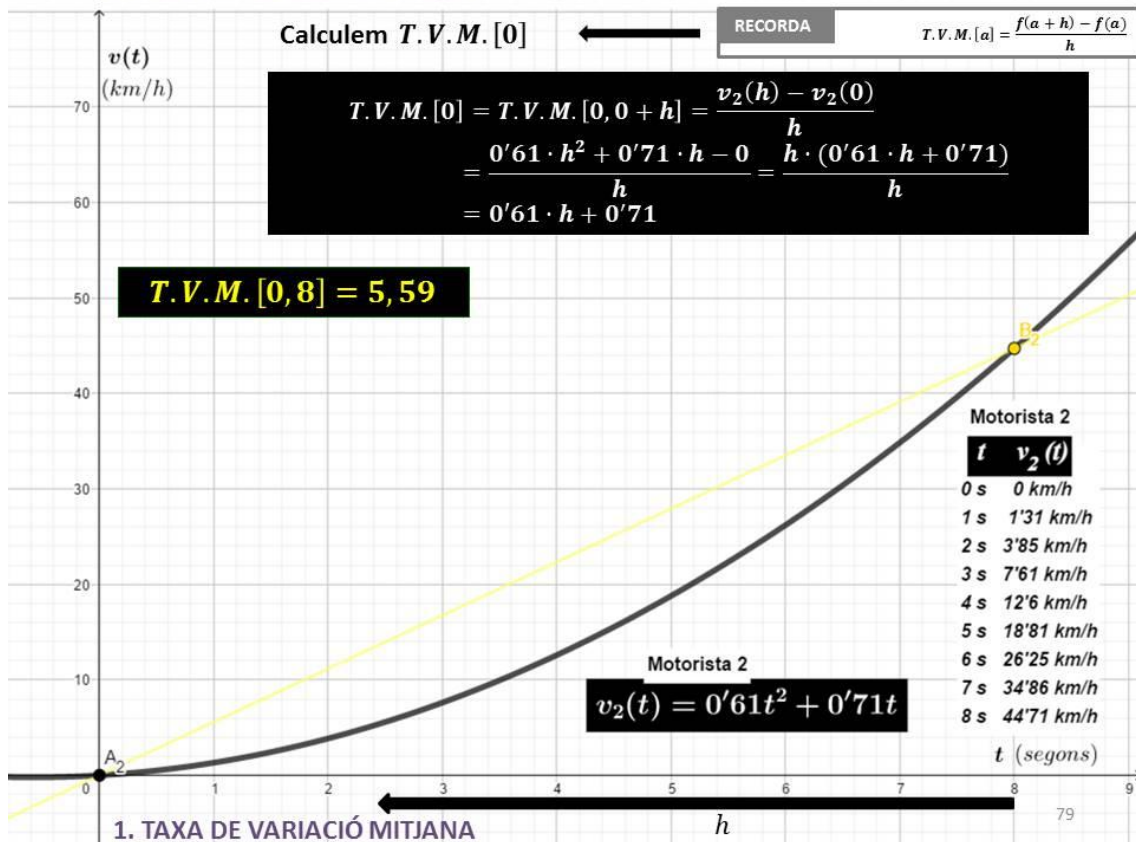
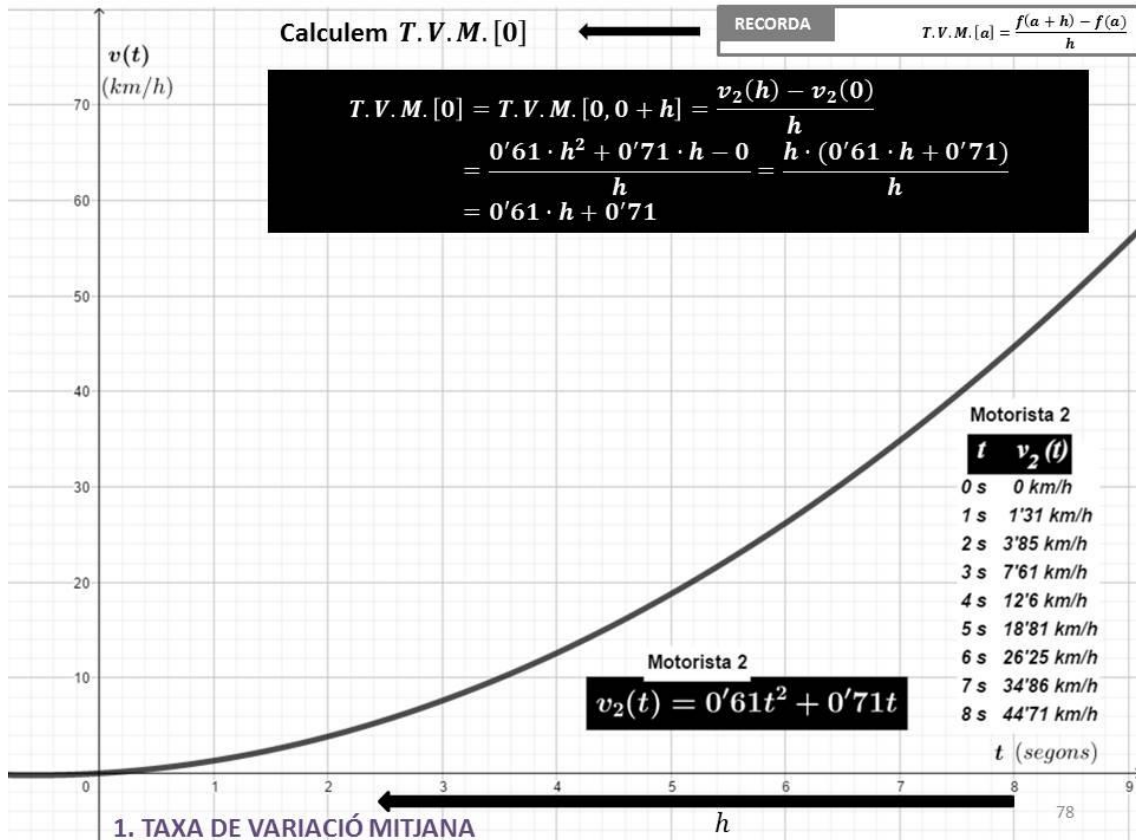


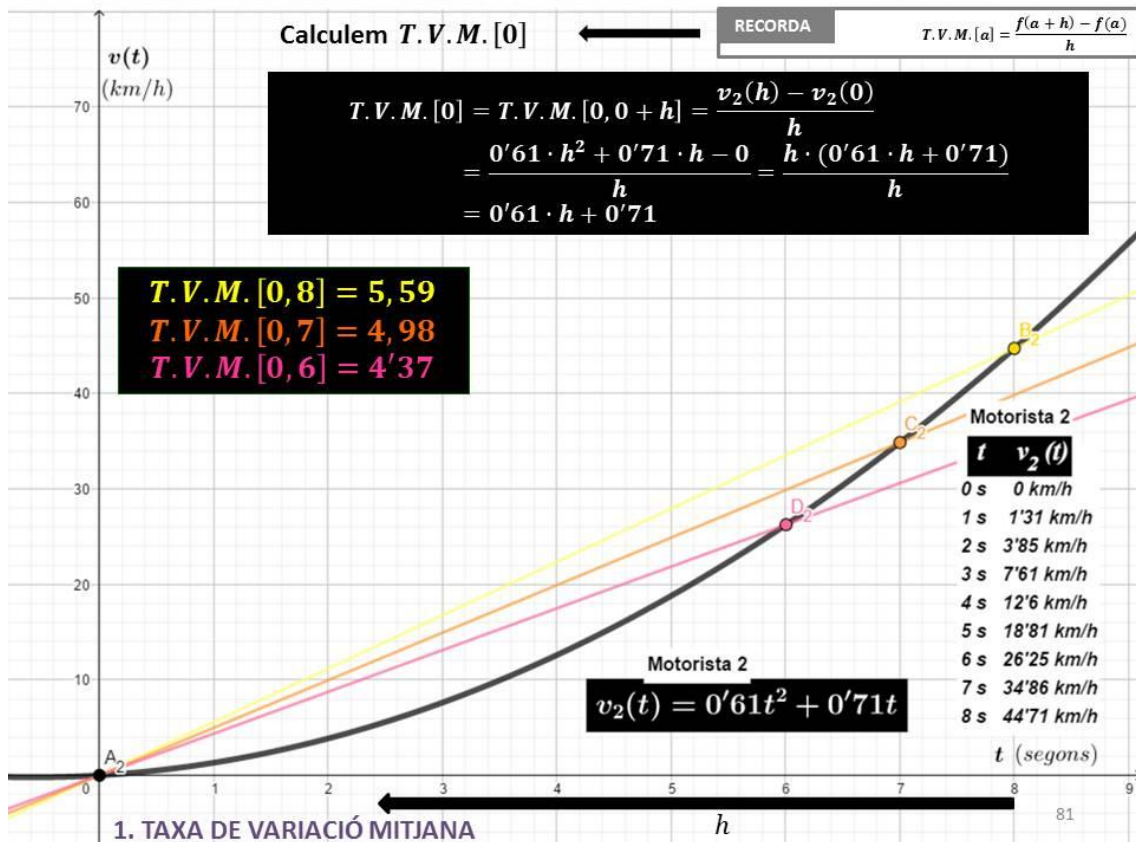
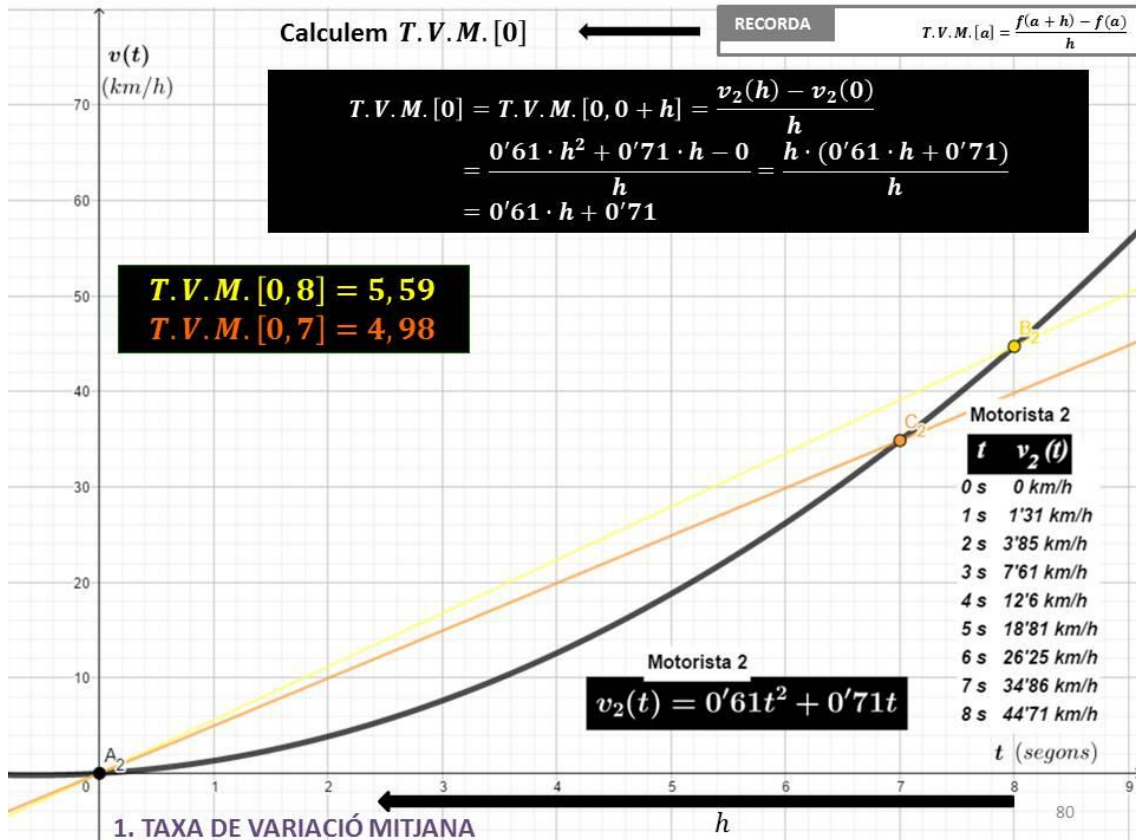


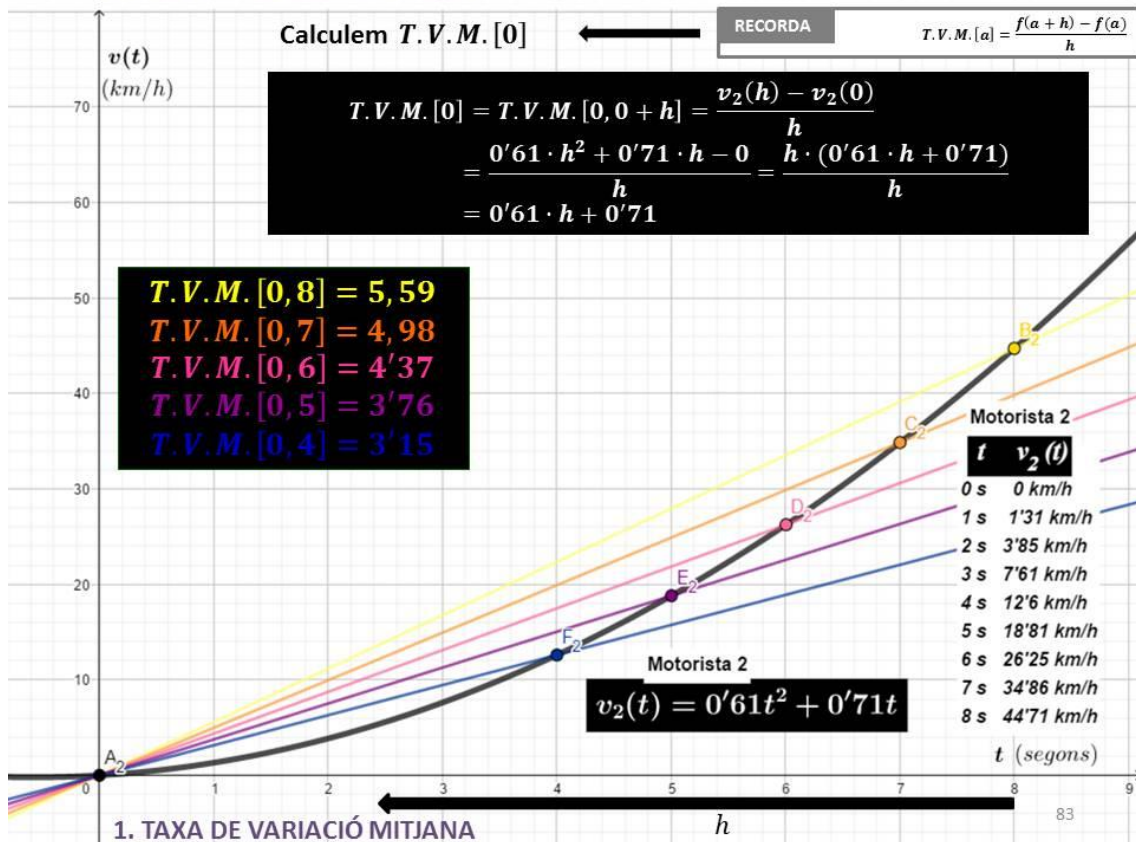
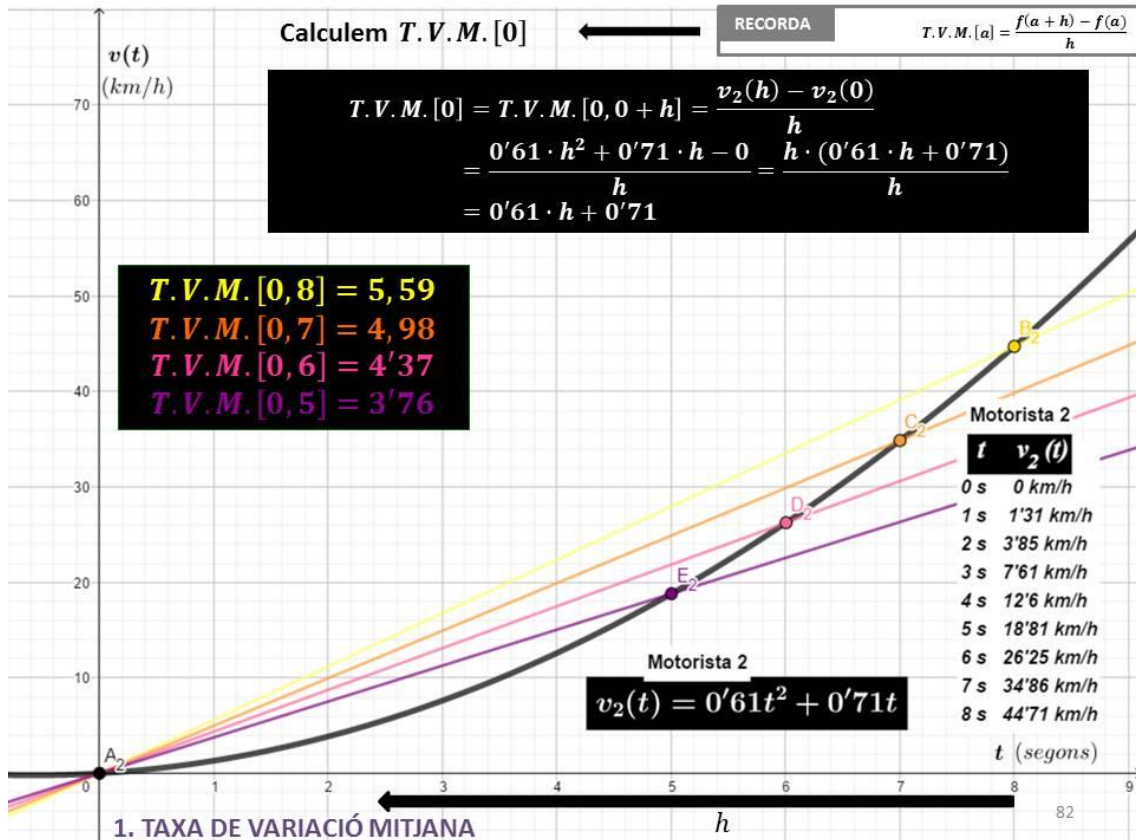
RECORDA  $T.V.M.[a] = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$



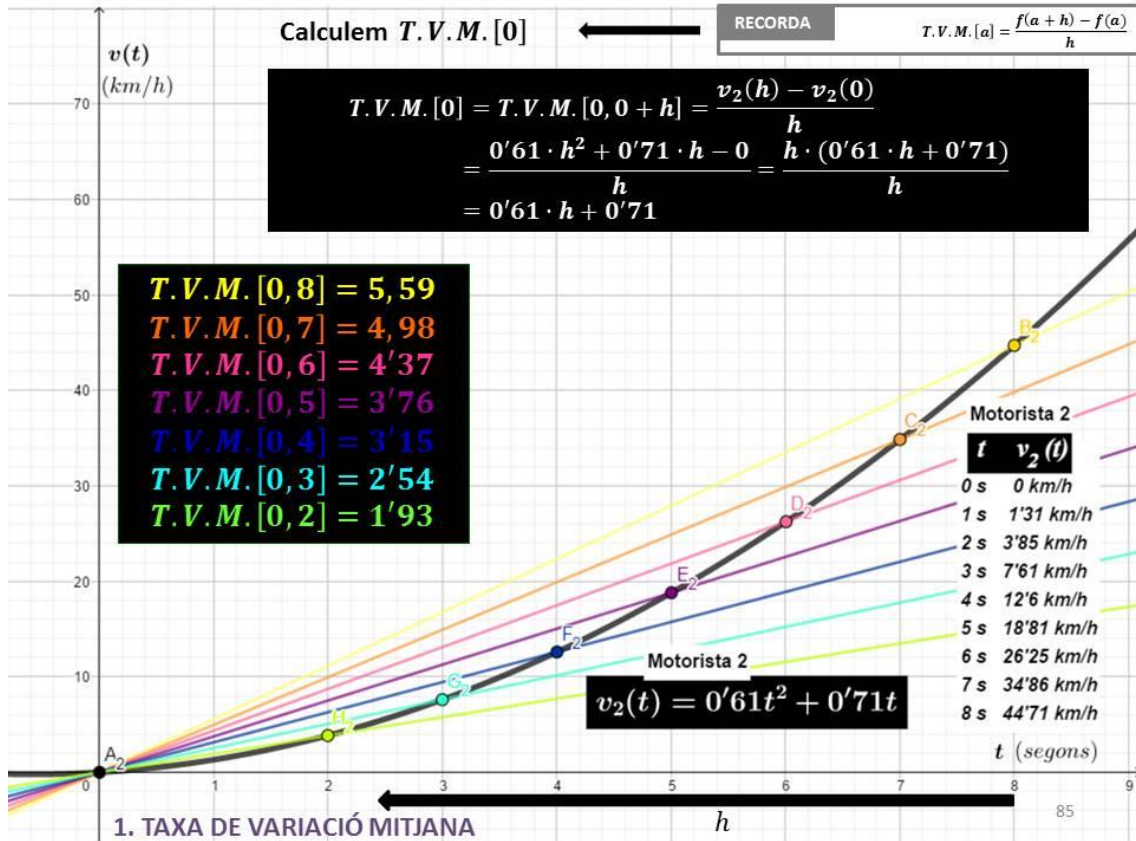
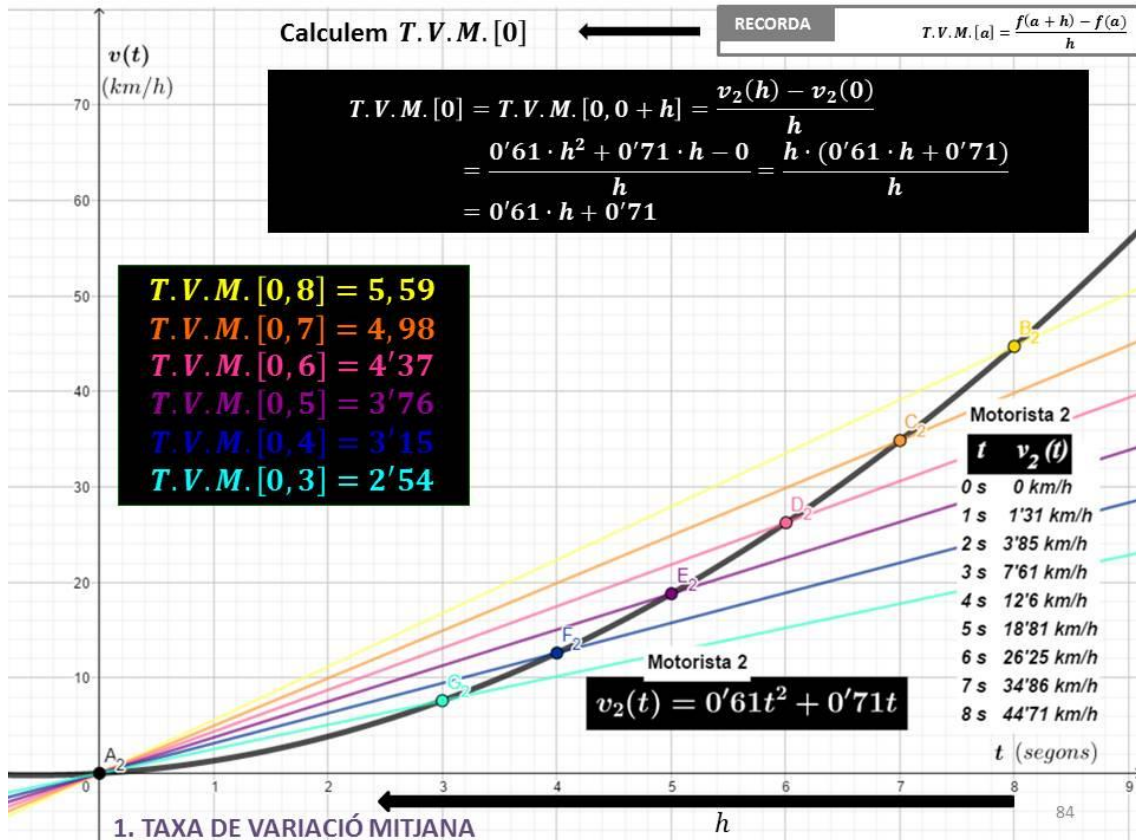


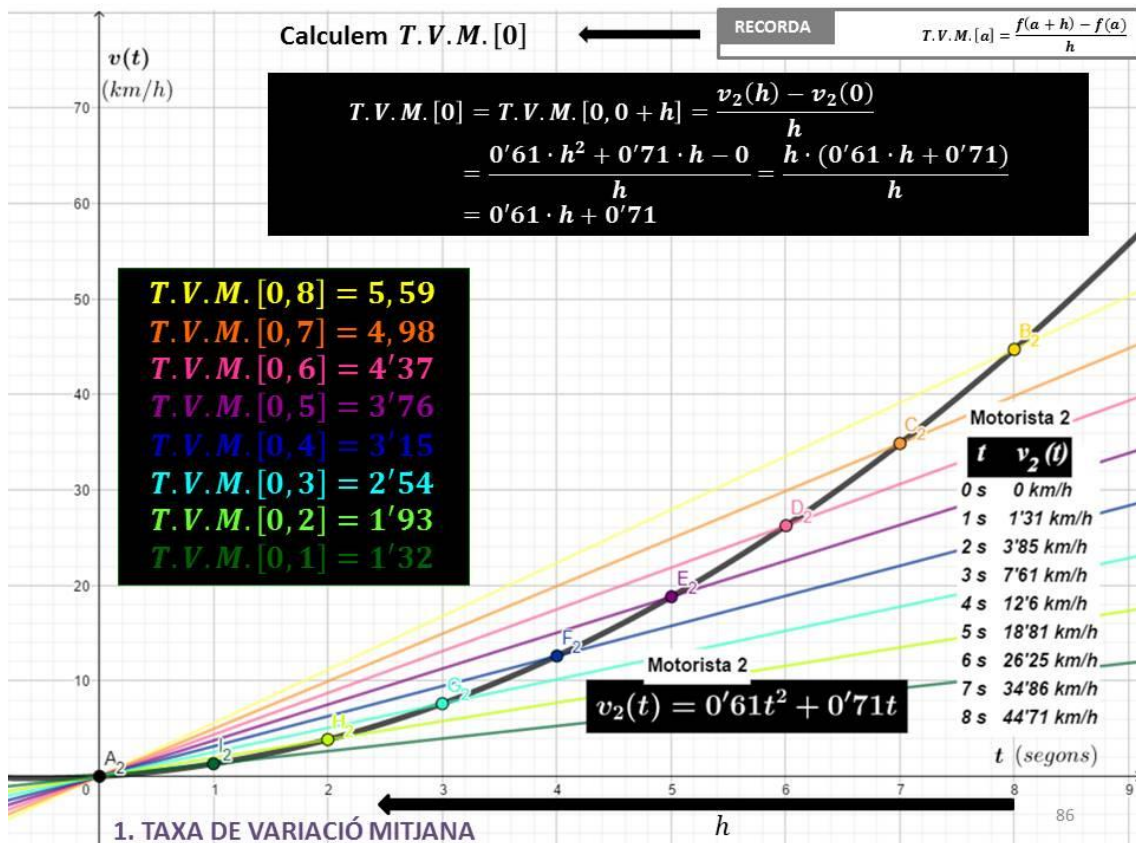












# 1. Taxa de Variació Mitjana

## ACTIVITATS 1 i 2 (Pàgina 274)

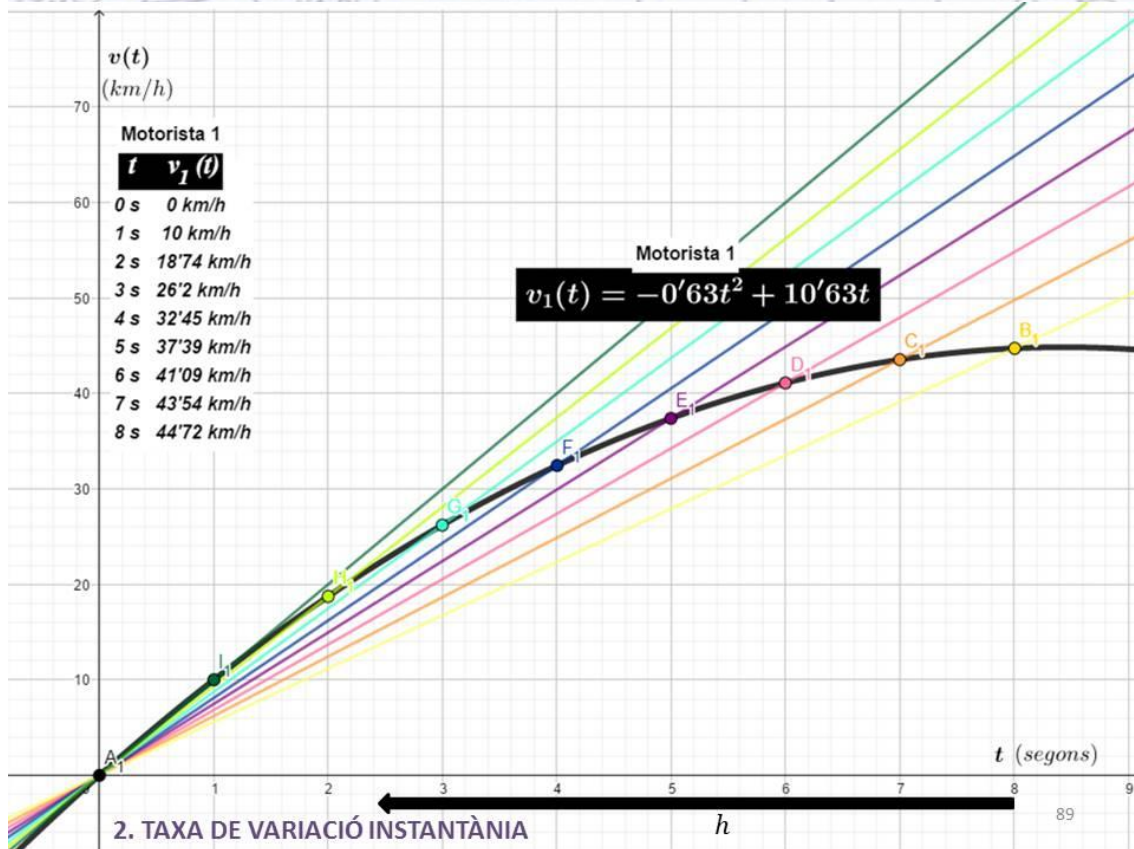
1. TAXA DE VARIACIÓ MITJANA

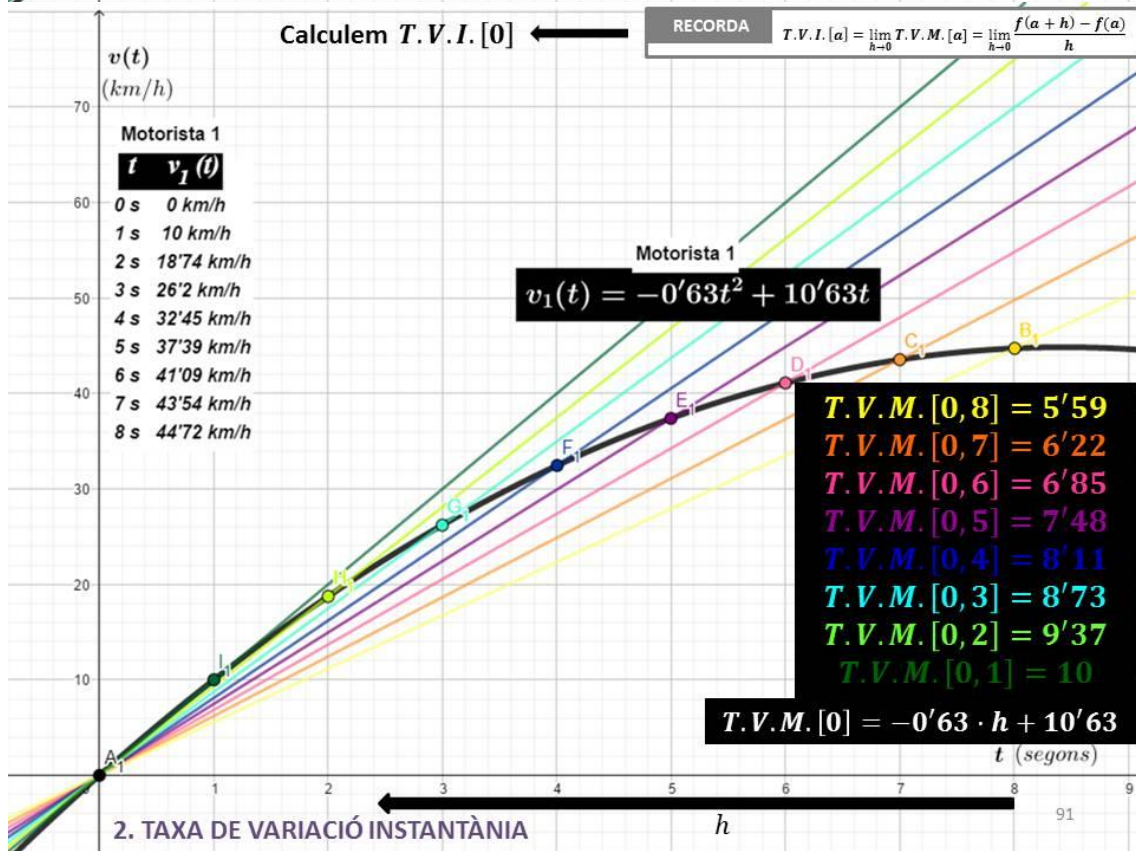
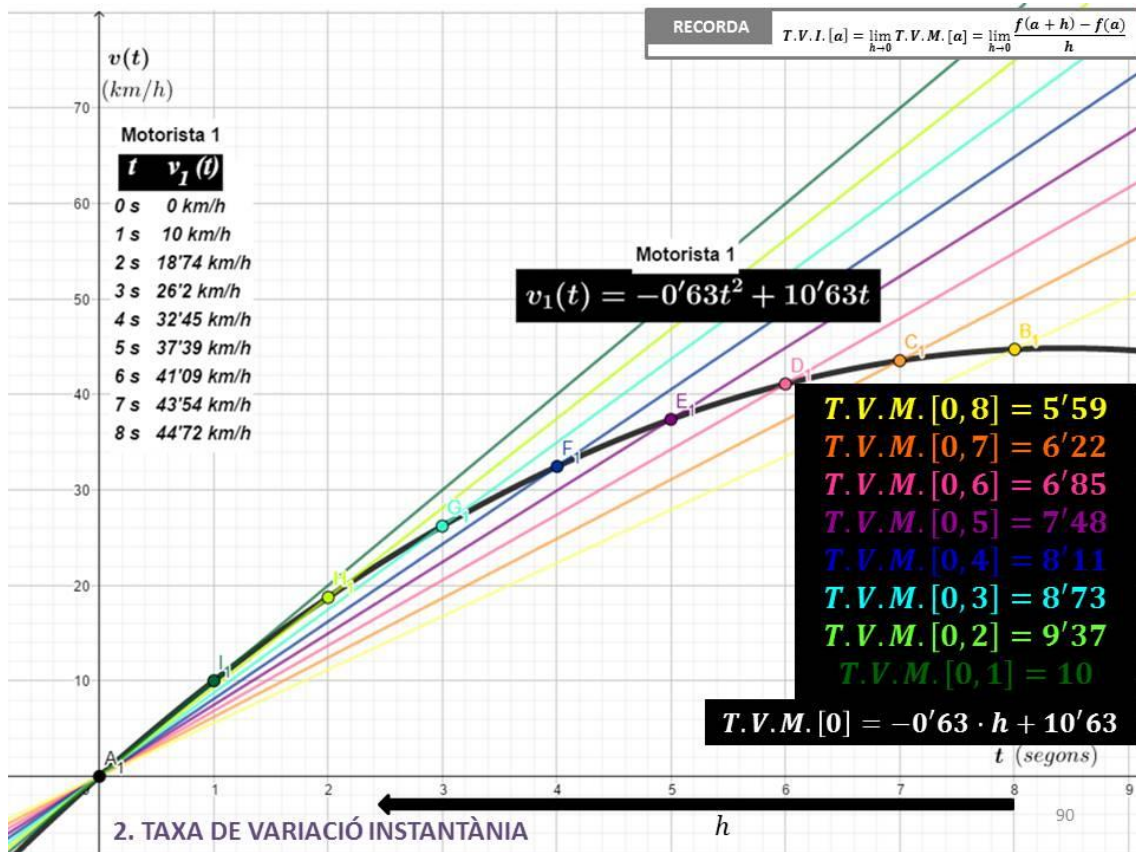
## 2. Taxa de Variació Instantània

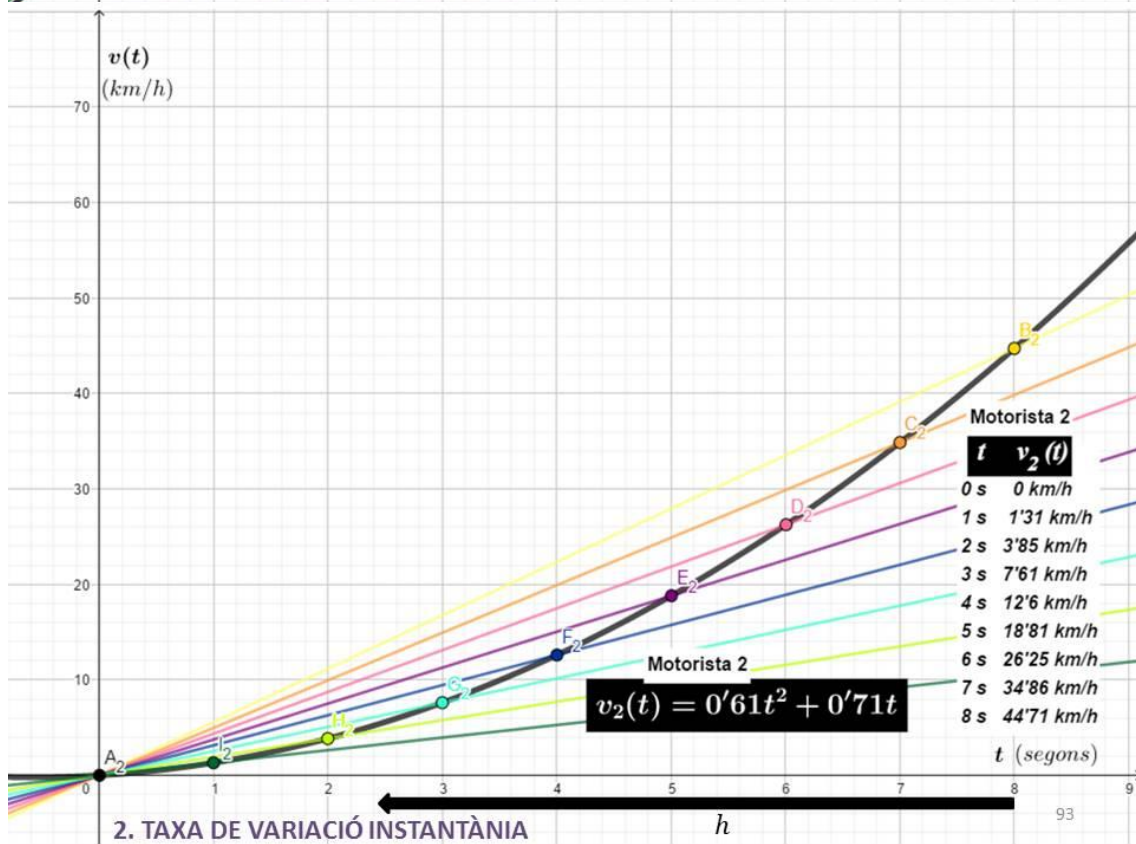
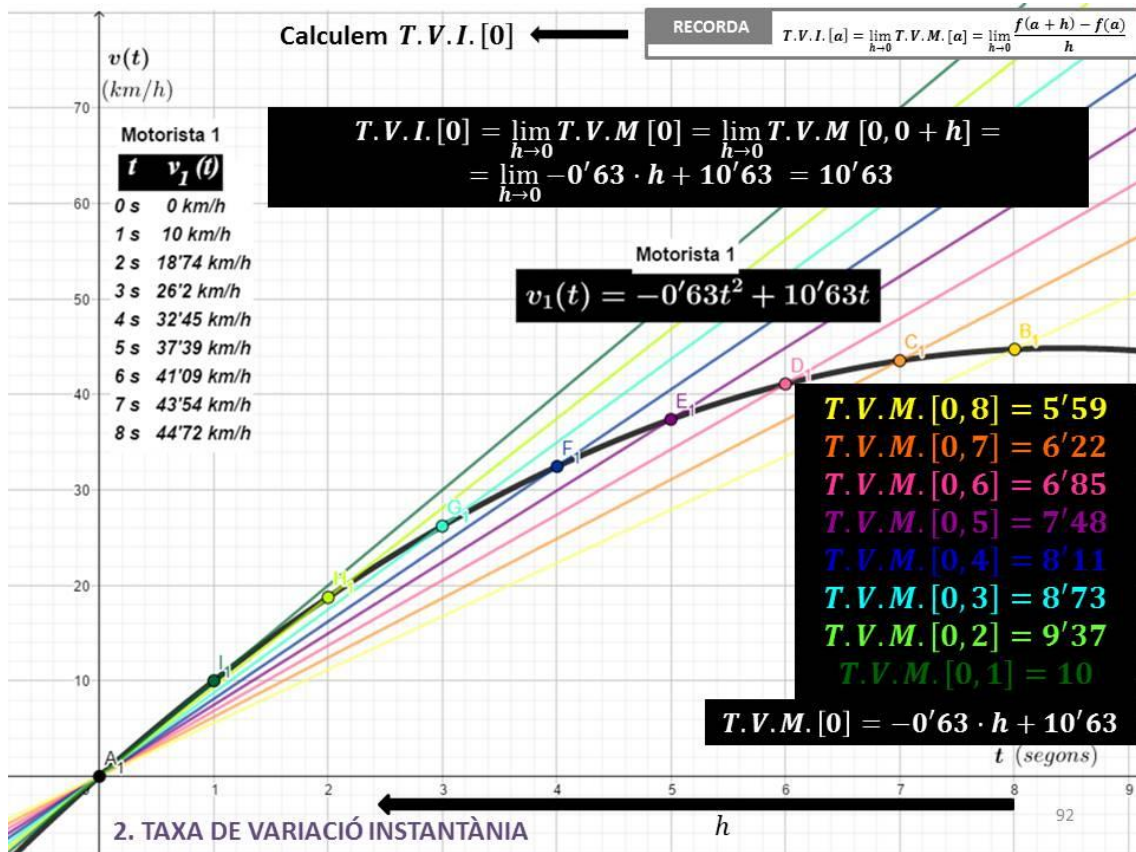
**DEFINIÇÃO:** La Taxa de Variació Instantània en  $a$  es la Taxa de Variació Mitjana en  $a$ , quan aquest increment tendeix a 0:

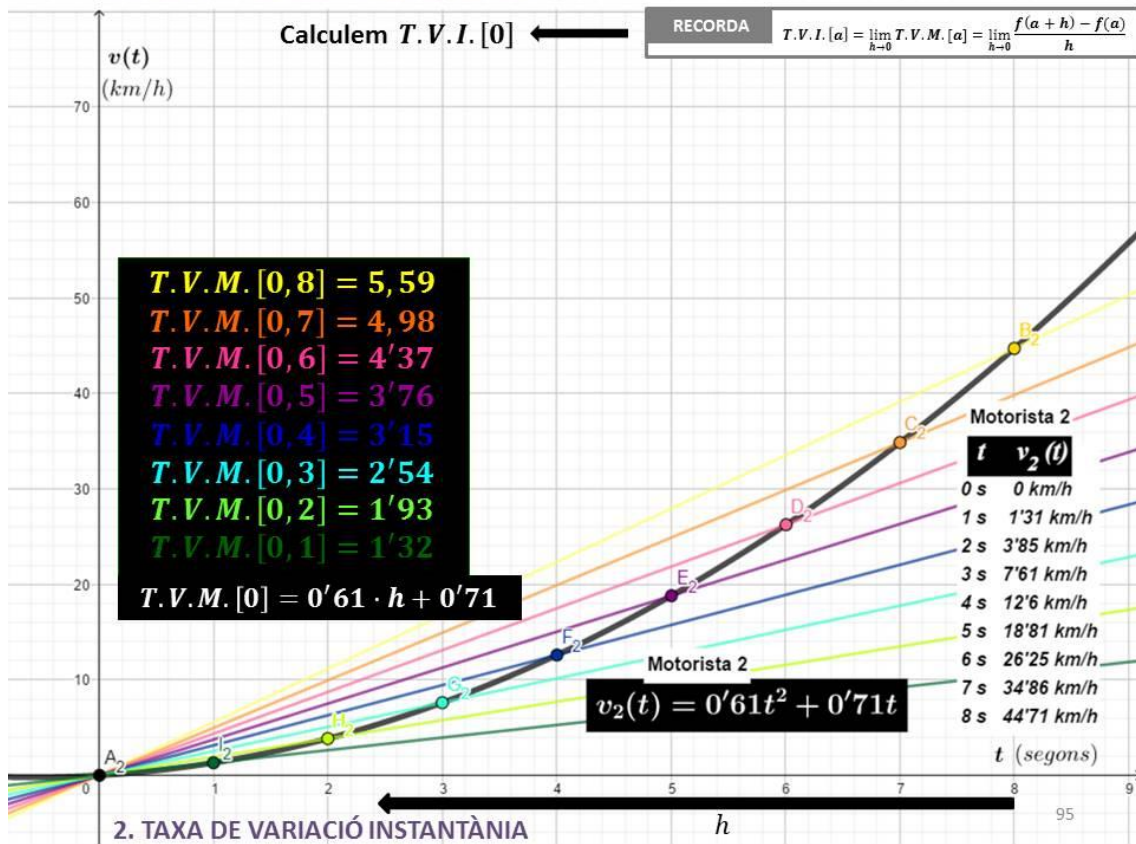
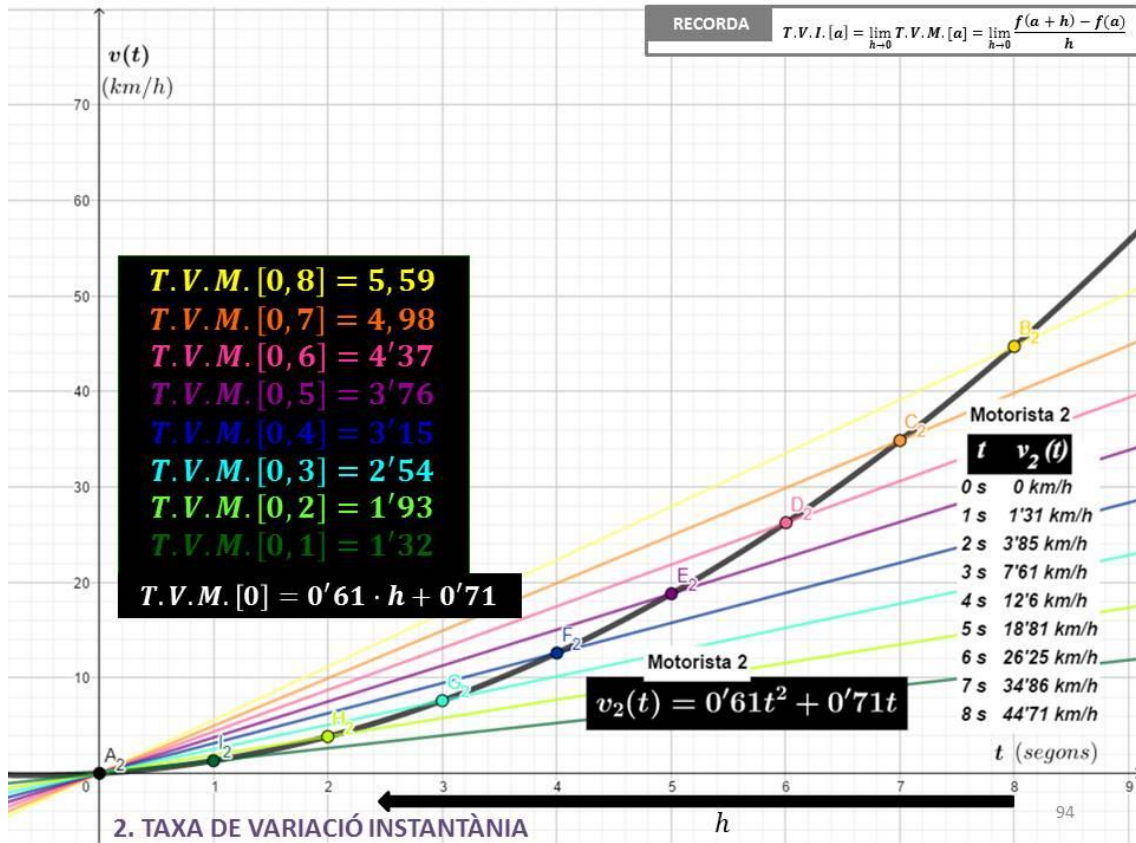
$$T.V.I. [a] = \lim_{h \rightarrow 0} T.V.M. [a] = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

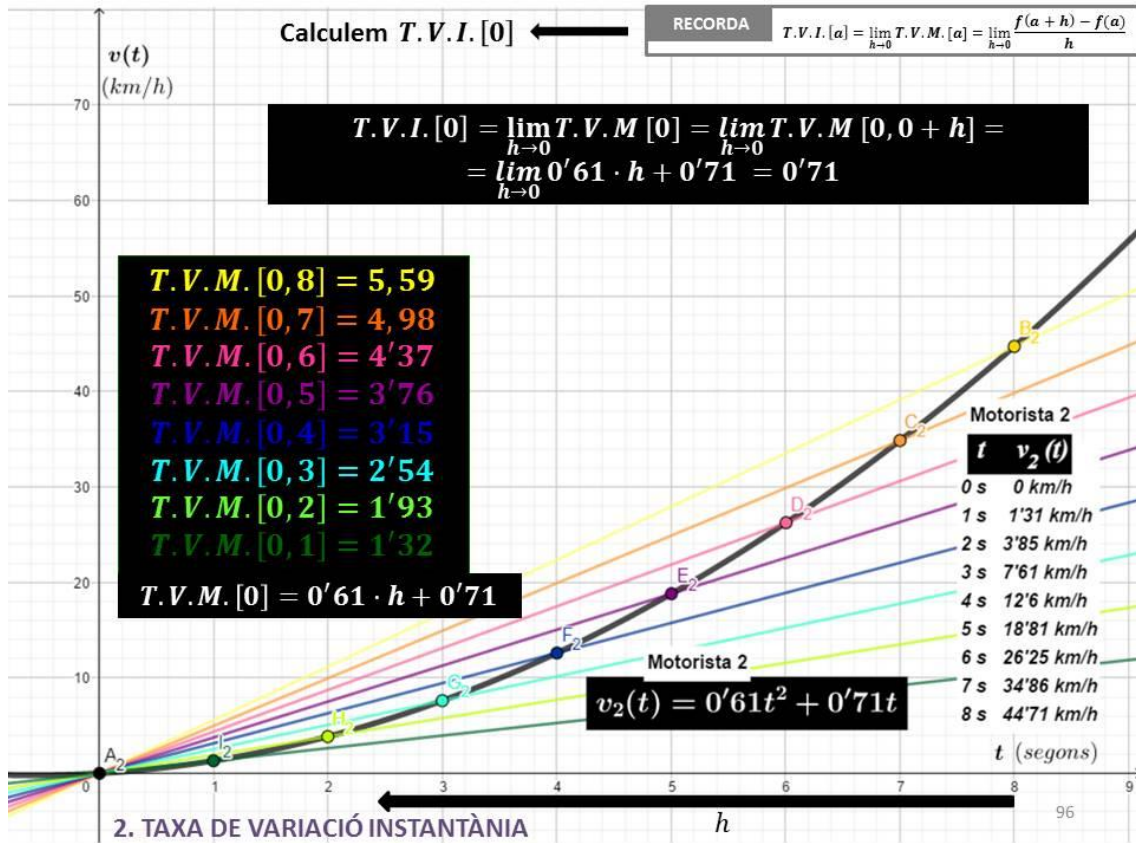
### 2. TAXA DE VARIACIÓ INSTANTÀNIA







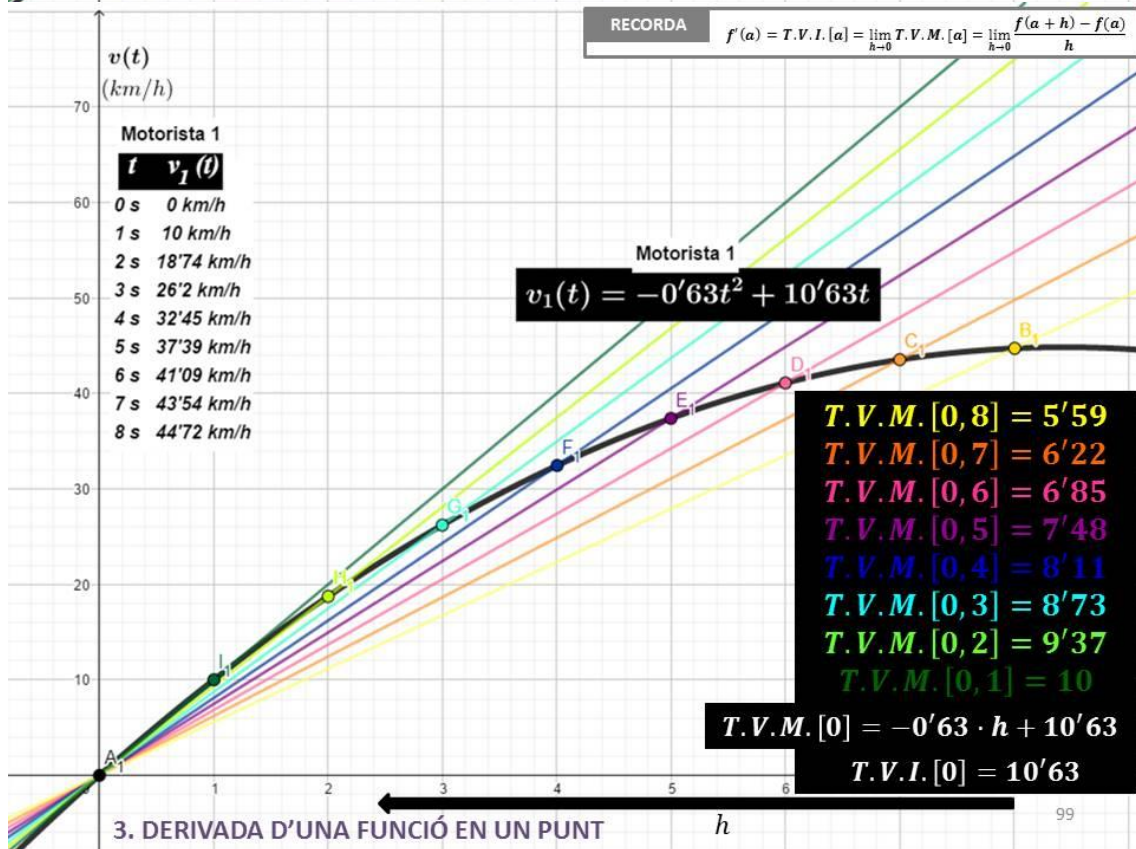
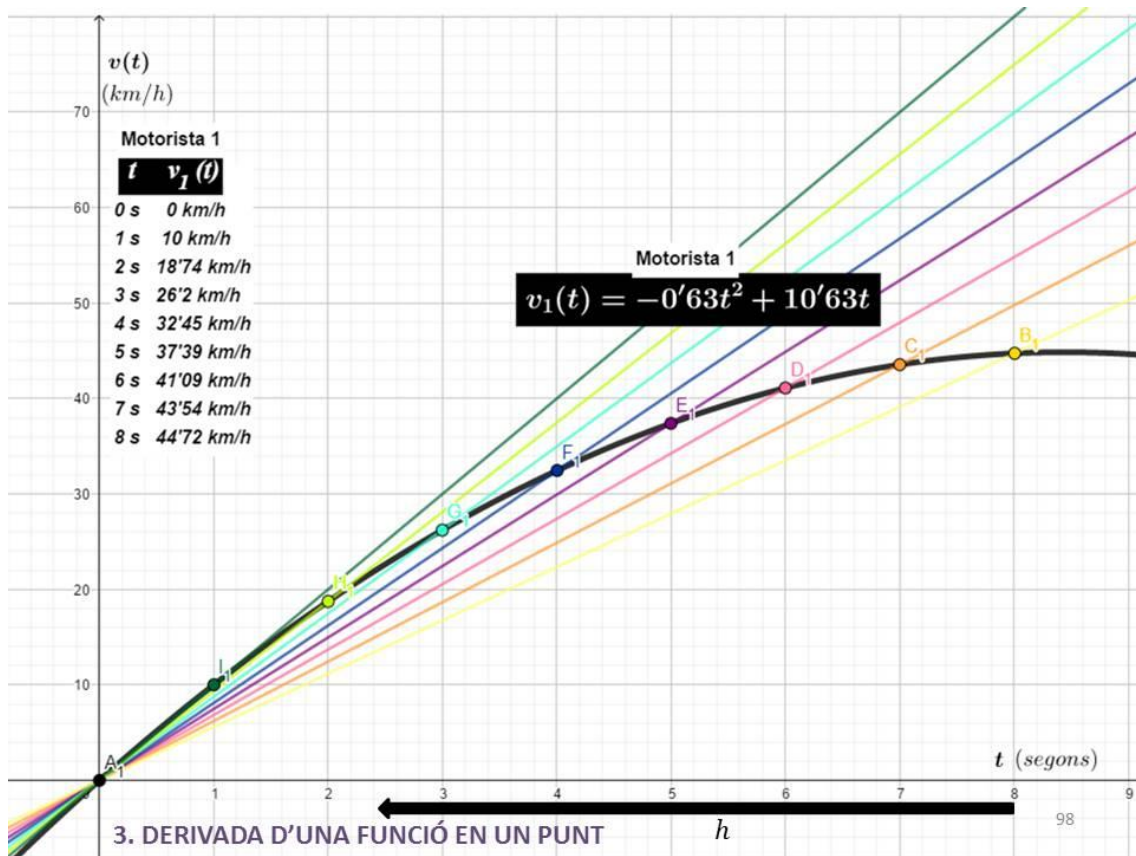




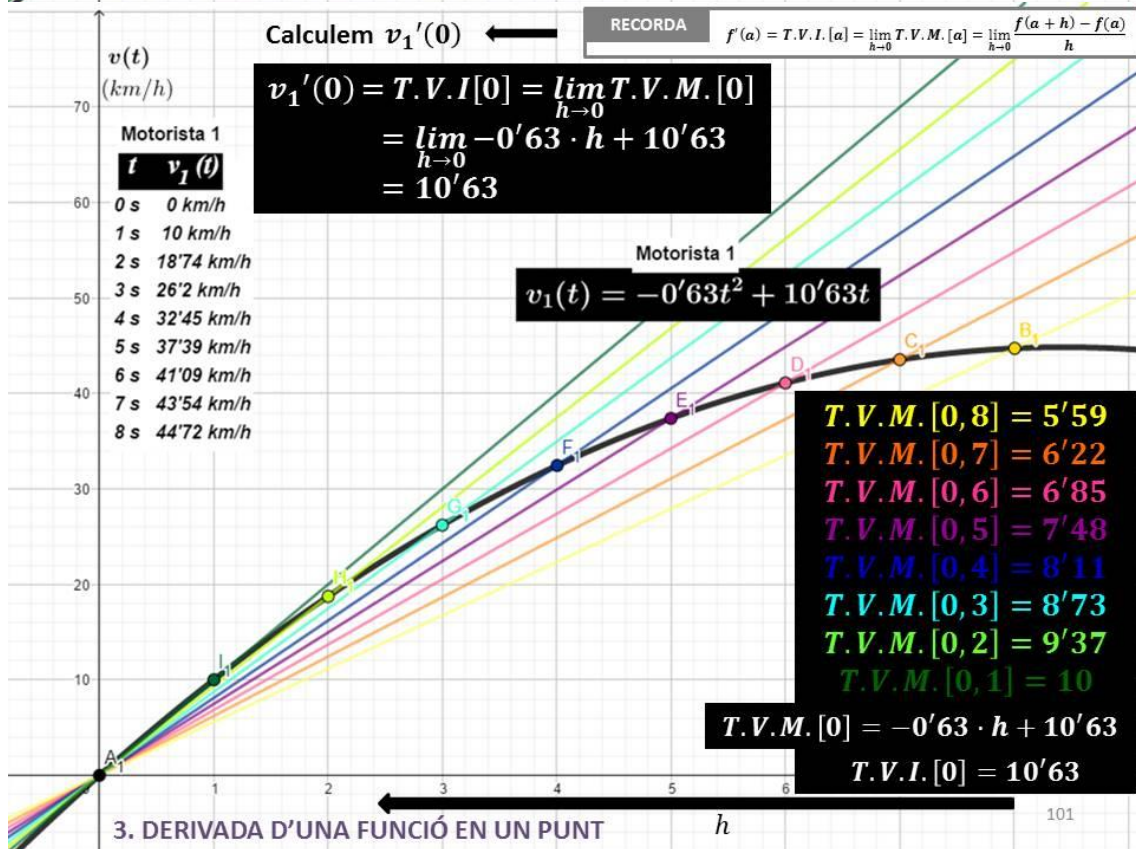
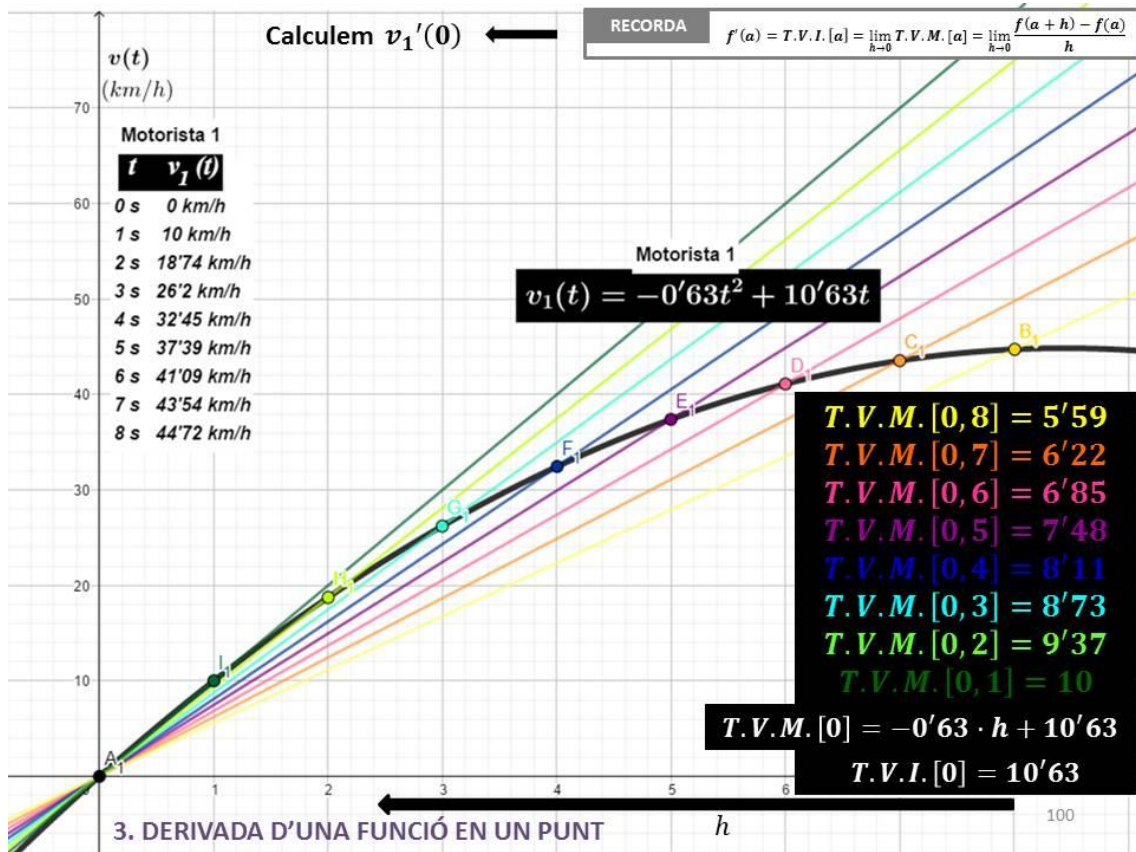
### 3. Derivada d'una funció en un punt

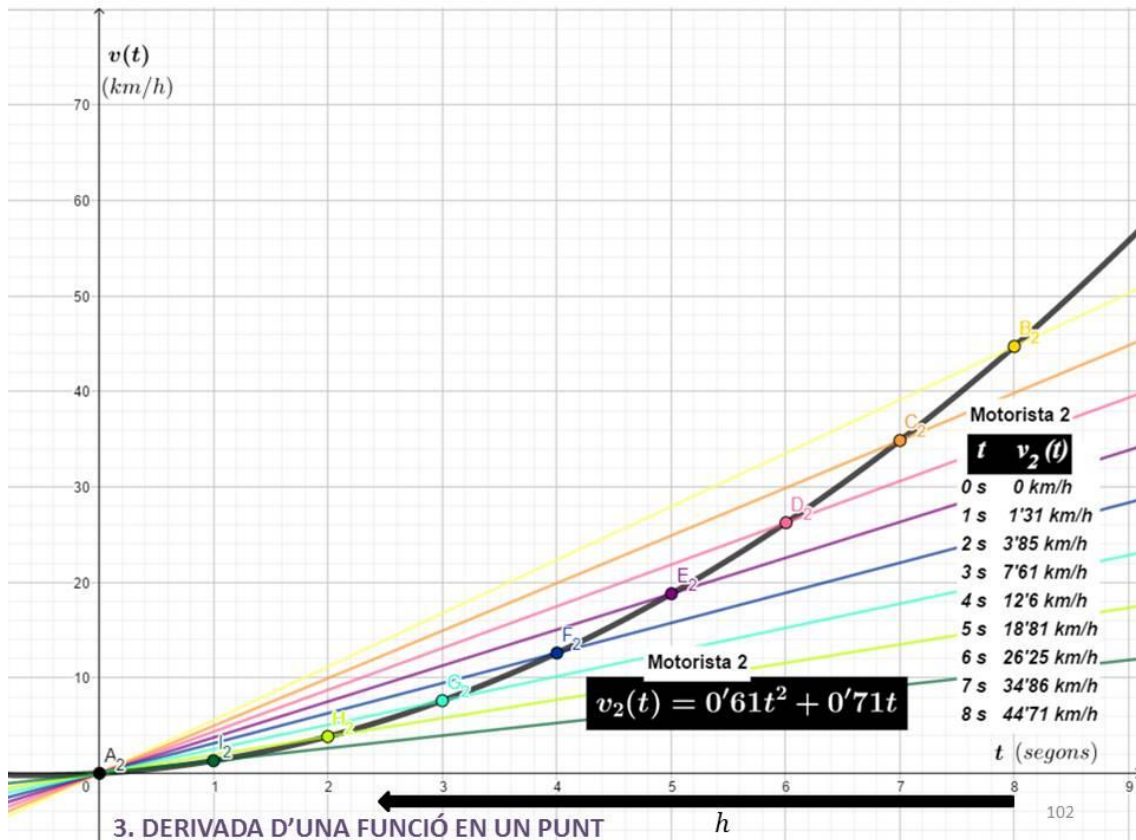
- DEFINICIÓ:** S'anomena derivada de la funció  $f(x)$  en el punt  $a$  i es designa per  $f'(a)$  a:
 
$$f'(a) = T.V.I. [a] = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

3. DERIVADA D'UNA FUNCIÓ EN UN PUNT

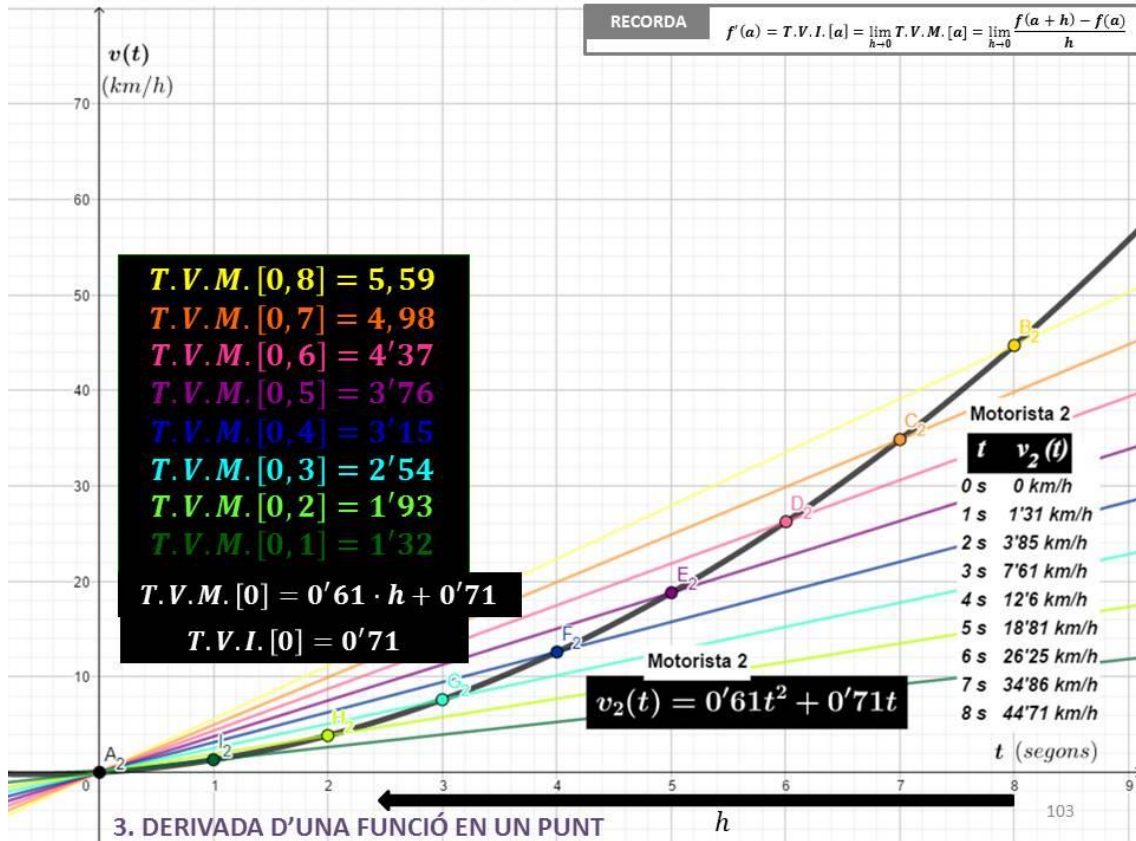




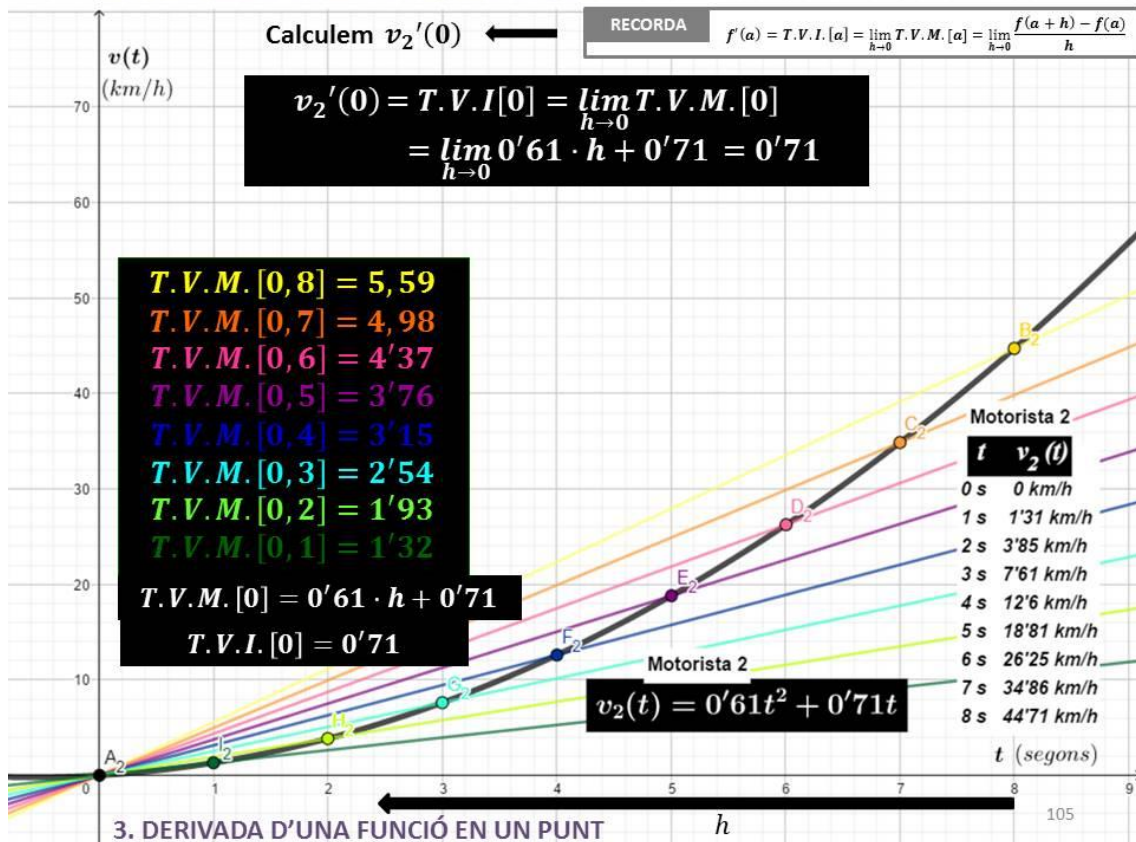
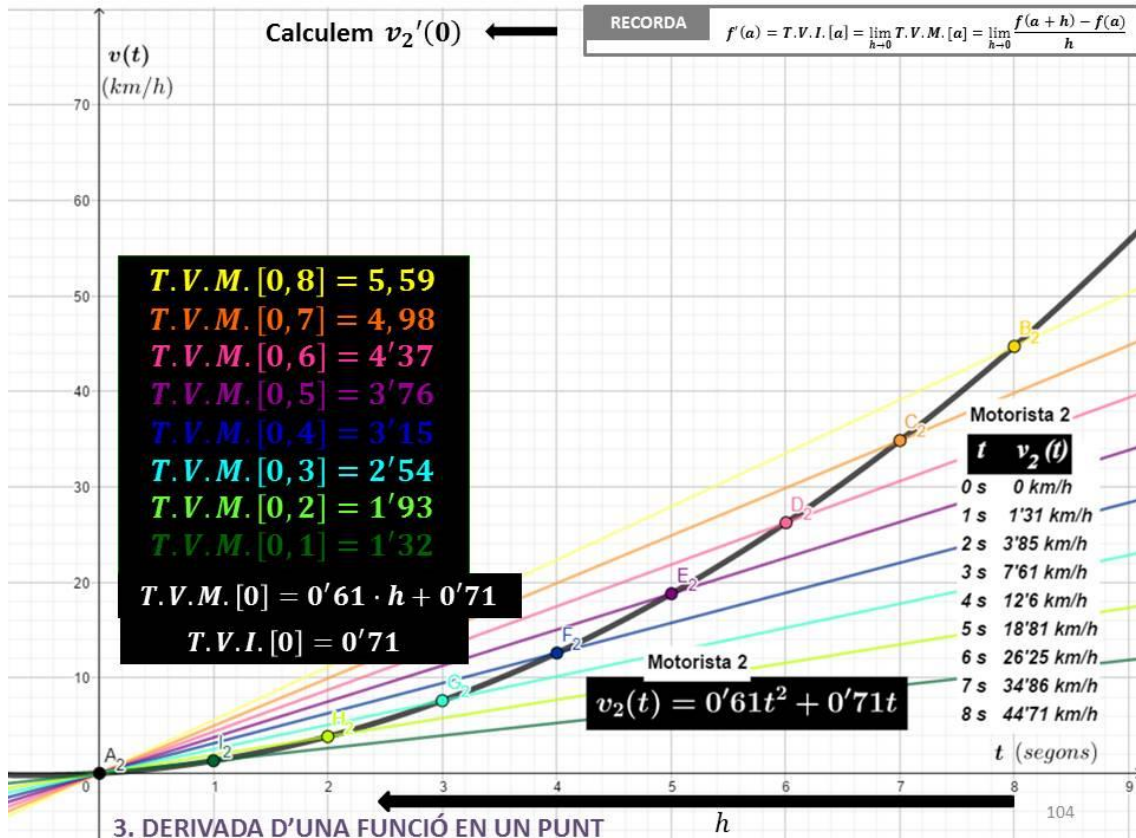




RECORDA  $f'(a) = T.V.I.[a] = \lim_{h \rightarrow 0} T.V.M.[a] = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$



$T.V.M. [0, 8] = 5,59$
$T.V.M. [0, 7] = 4,98$
$T.V.M. [0, 6] = 4'37$
$T.V.M. [0, 5] = 3'76$
$T.V.M. [0, 4] = 3'15$
$T.V.M. [0, 3] = 2'54$
$T.V.M. [0, 2] = 1'93$
$T.V.M. [0, 1] = 1'32$
$T.V.M. [0] = 0'61 \cdot h + 0'71$
$T.V.I. [0] = 0'71$



### 3. Derivada d'una funció en un punt

#### ACTIVITATS 3 i 4 (Pàgina 275)

#### 3. DERIVADA D'UNA FUNCÍO EN UN PUNT

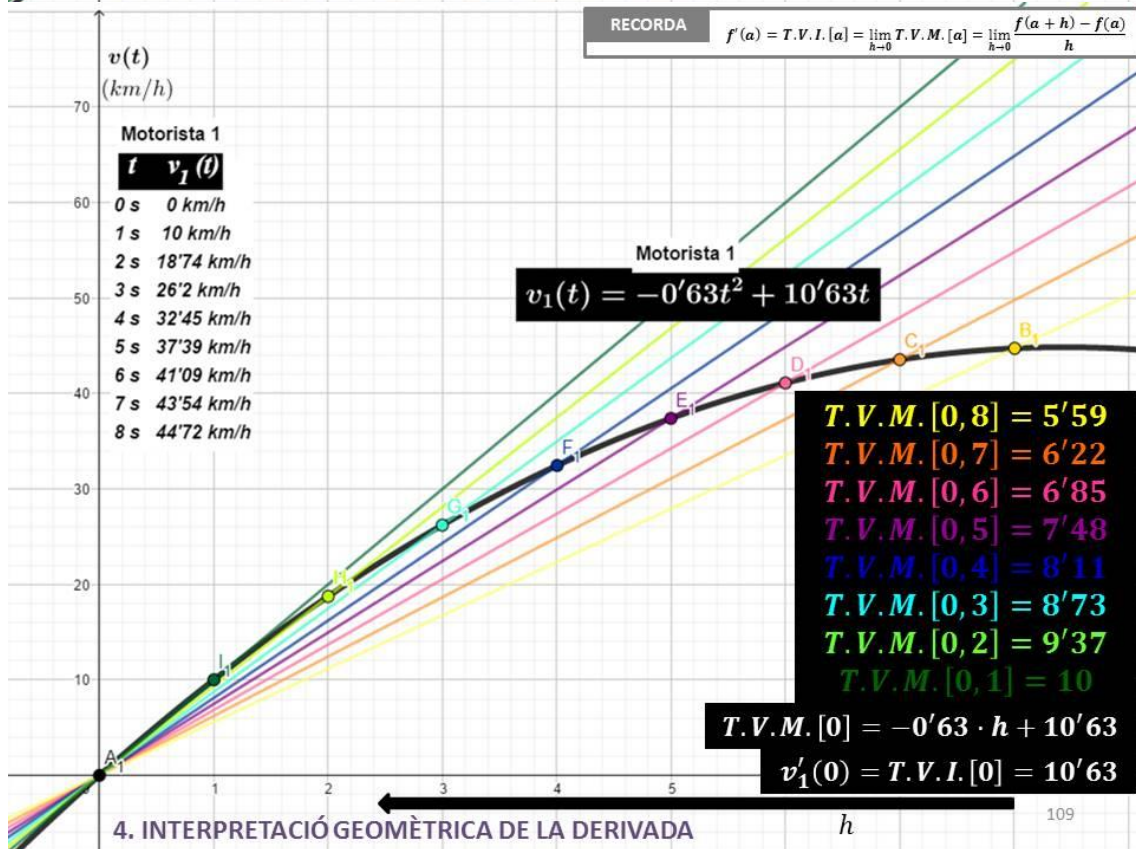
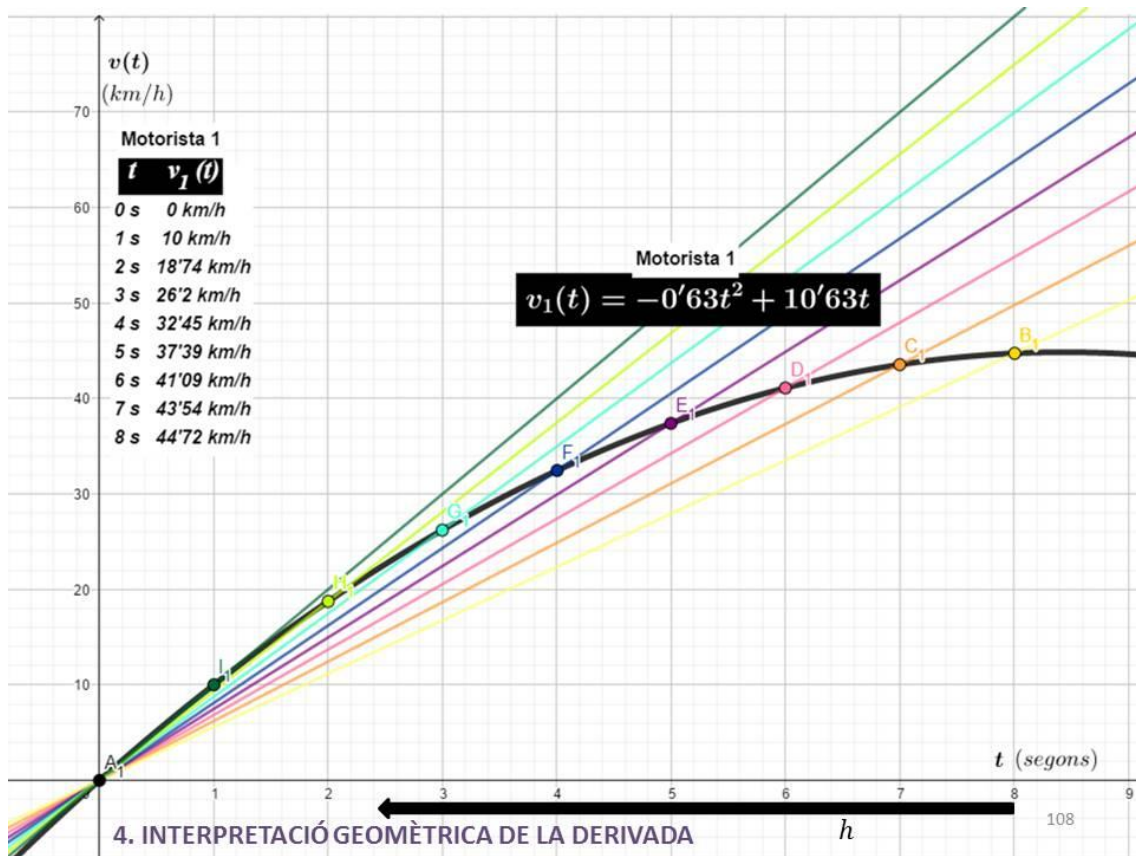
### 4. Interpretació geomètrica de la derivada

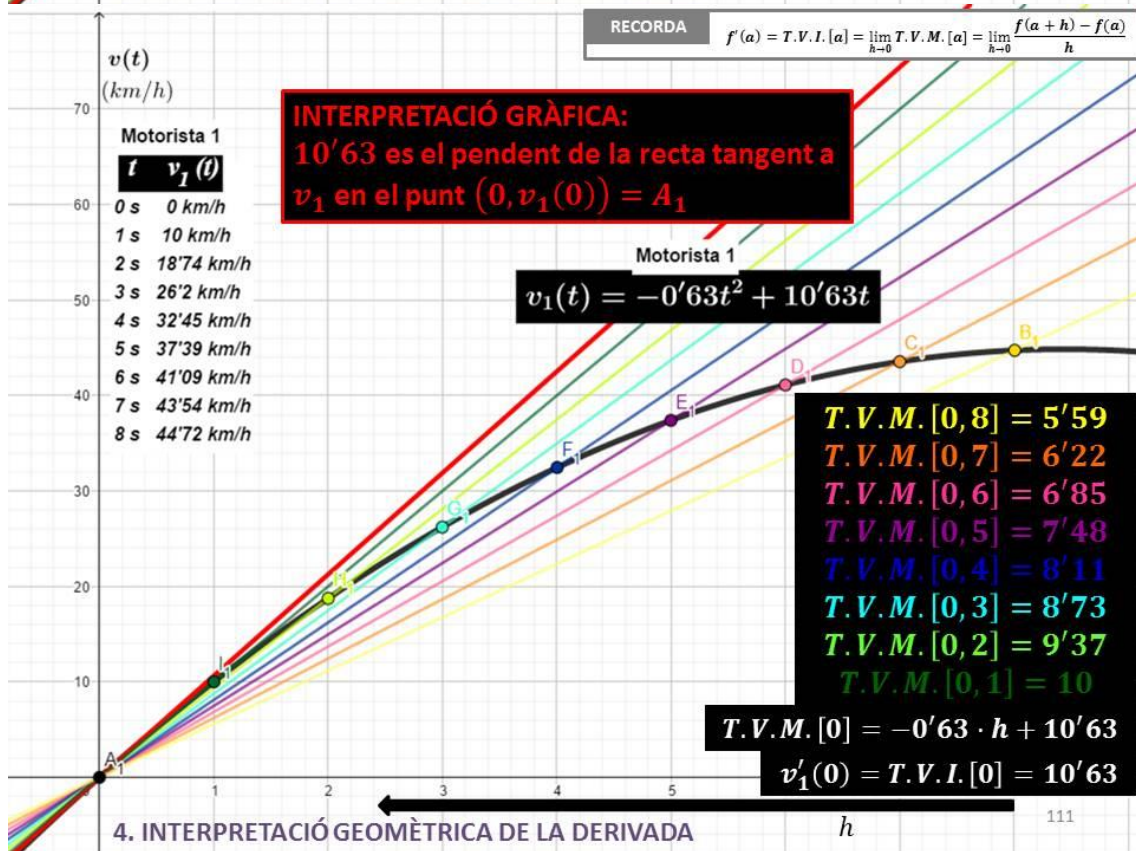
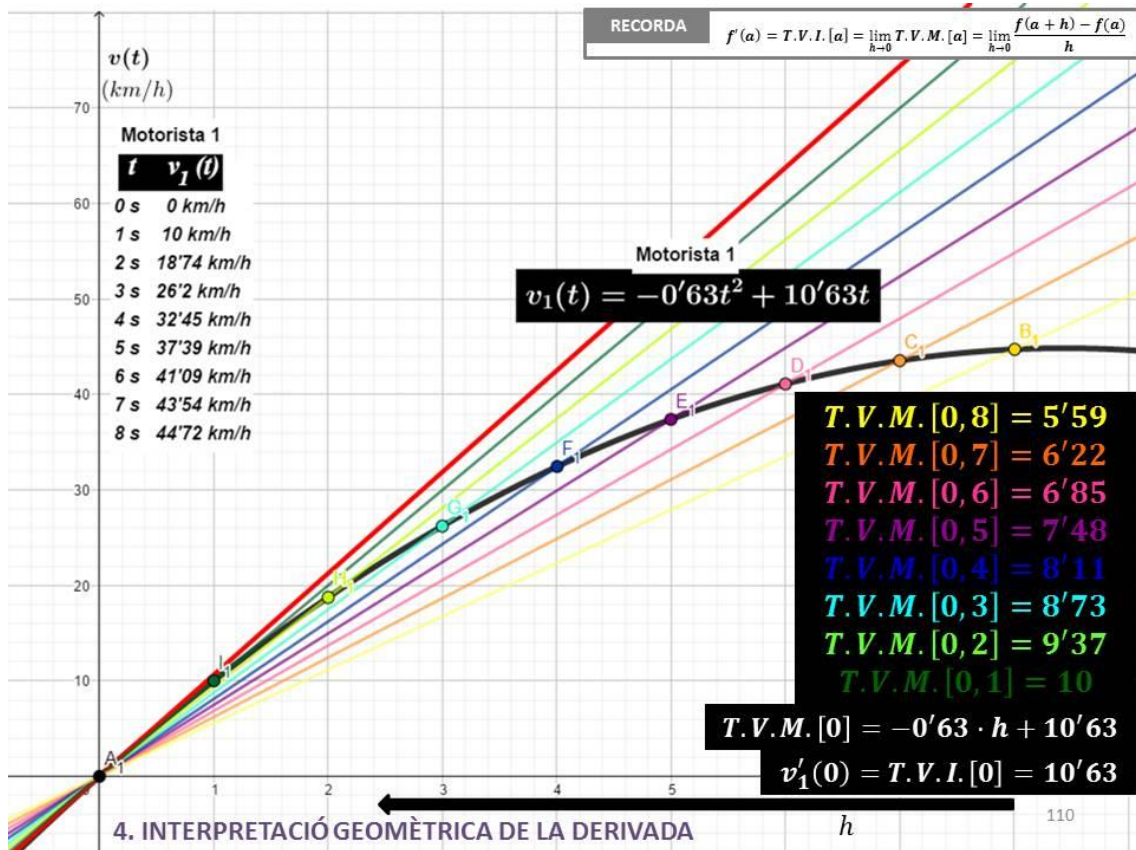
**INTERPRETACIÓ 1:**  $f'(a) = T.V.I. [a]$  representa el pendent de la recta secant a  $f(x)$  que passa pels punts  $A = (a, f(a))$  i  $B = (a + h, f(a + h))$  quan l'increment  $h$  tendeix a 0.

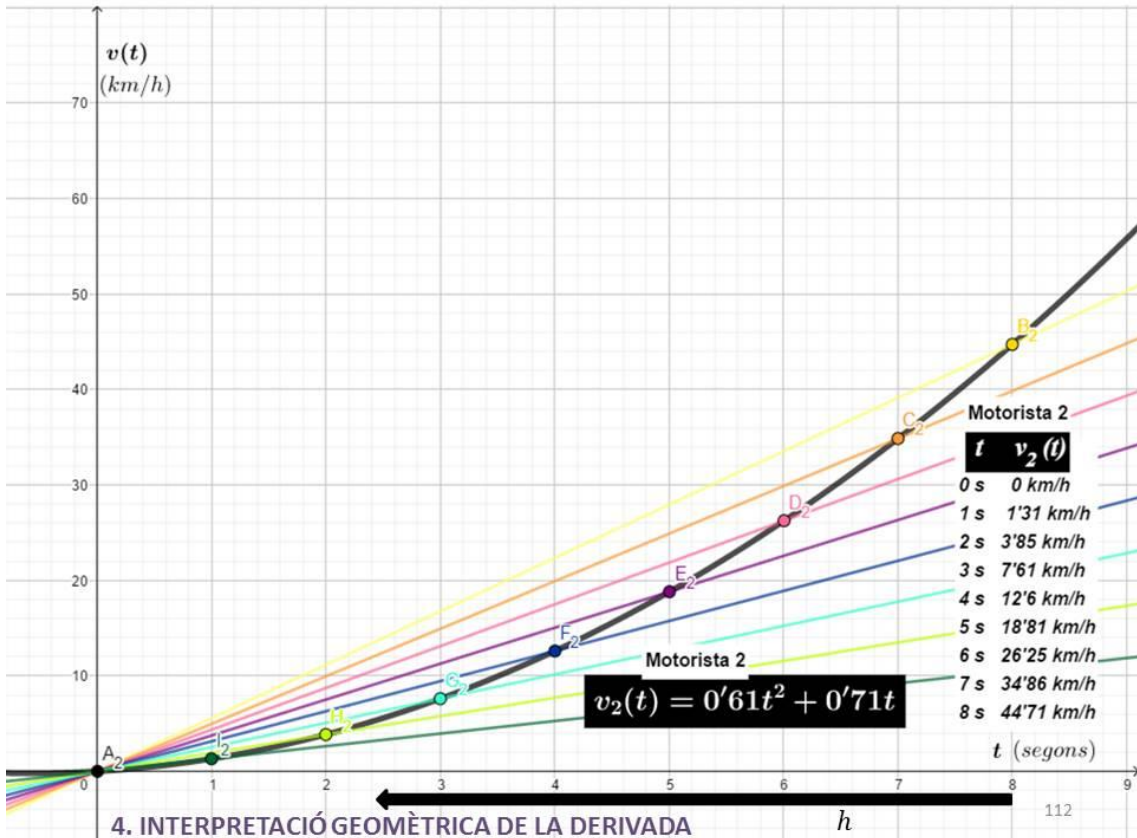
**INTERPRETACIÓ 2:** Com que  $h$  es fa 0, aquesta recta secant serà la recta que talla a la funció  $f(x)$  únicament en el punt  $A = (a, f(a))$  i per tant, aquesta recta es converteix en la recta tangent a  $f(x)$  en el punt  $A = (a, f(a))$ .

**INTERPRETACIÓ GRÀFICA:** La derivada de  $f$  en el punt  $a$ , es a dir,  $f'(a)$ , es el pendent de la recta tangent a la funció  $f$  en el punt  $A = (a, f(a))$ .

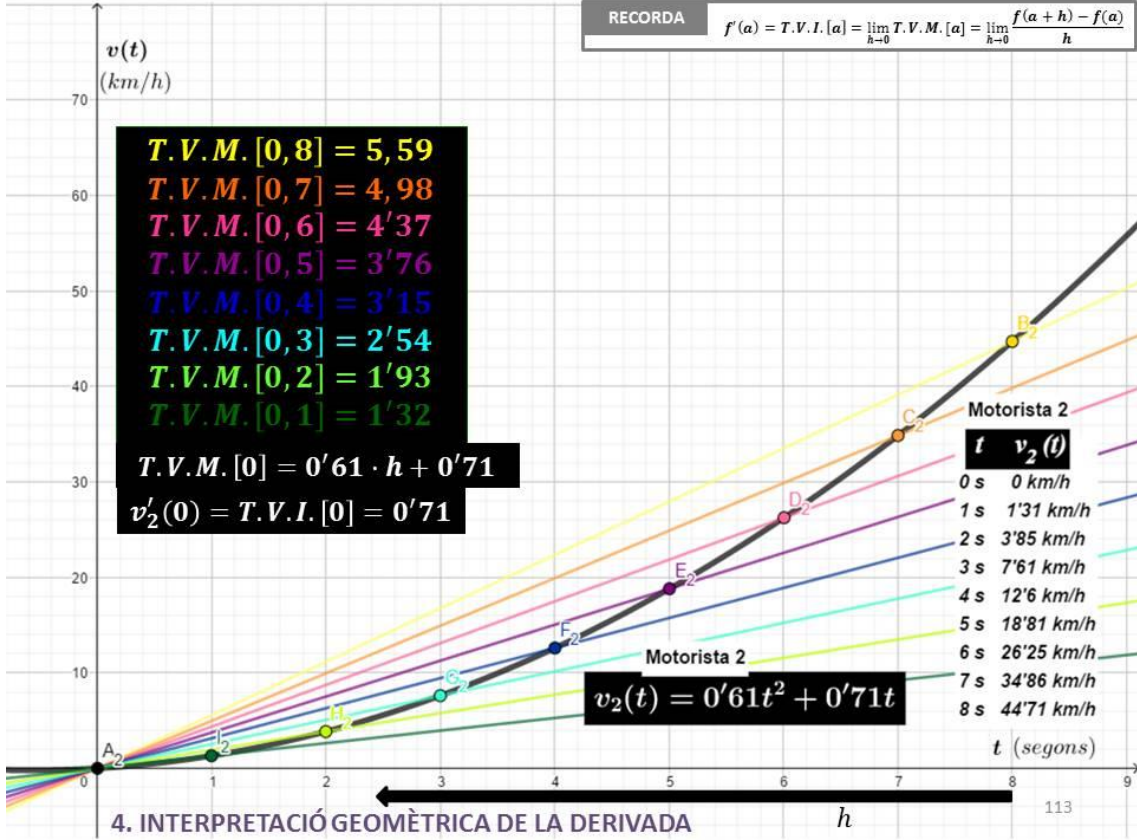
#### 4. INTERPRETACIÓ GEOMÈTRICA DE LA DERIVADA

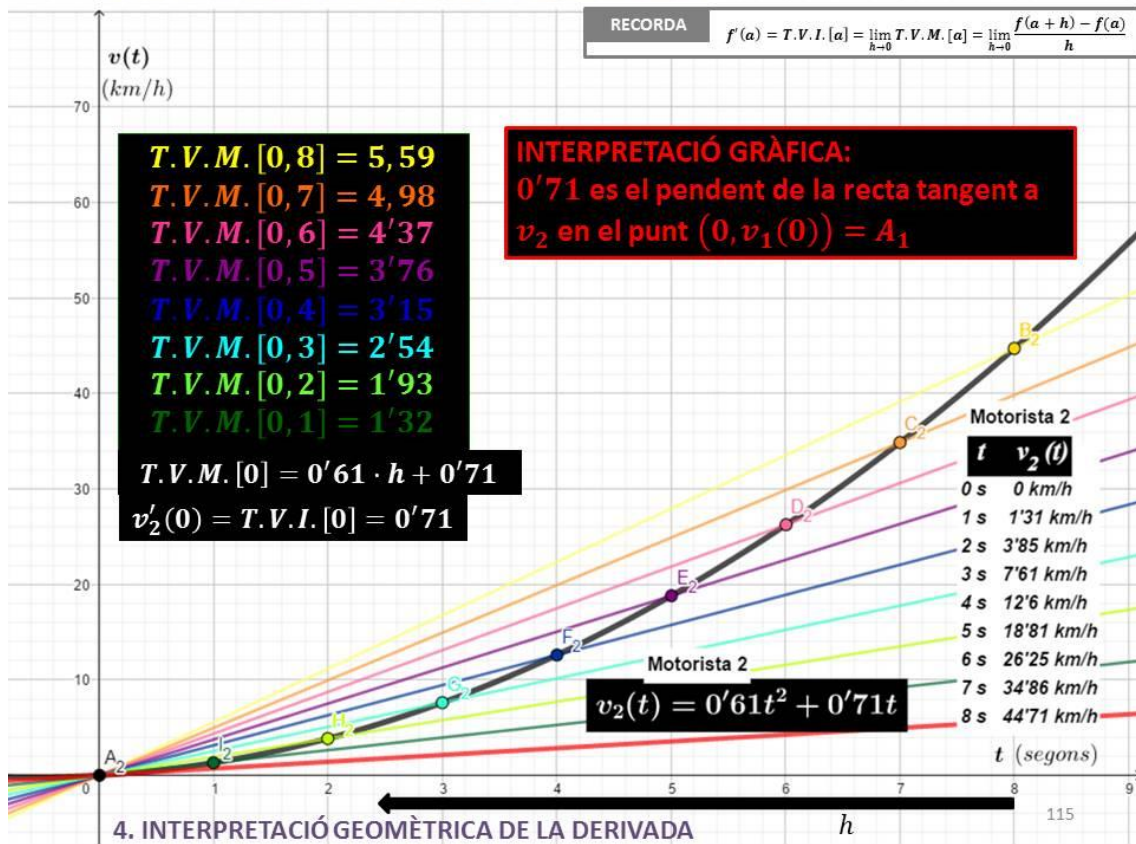
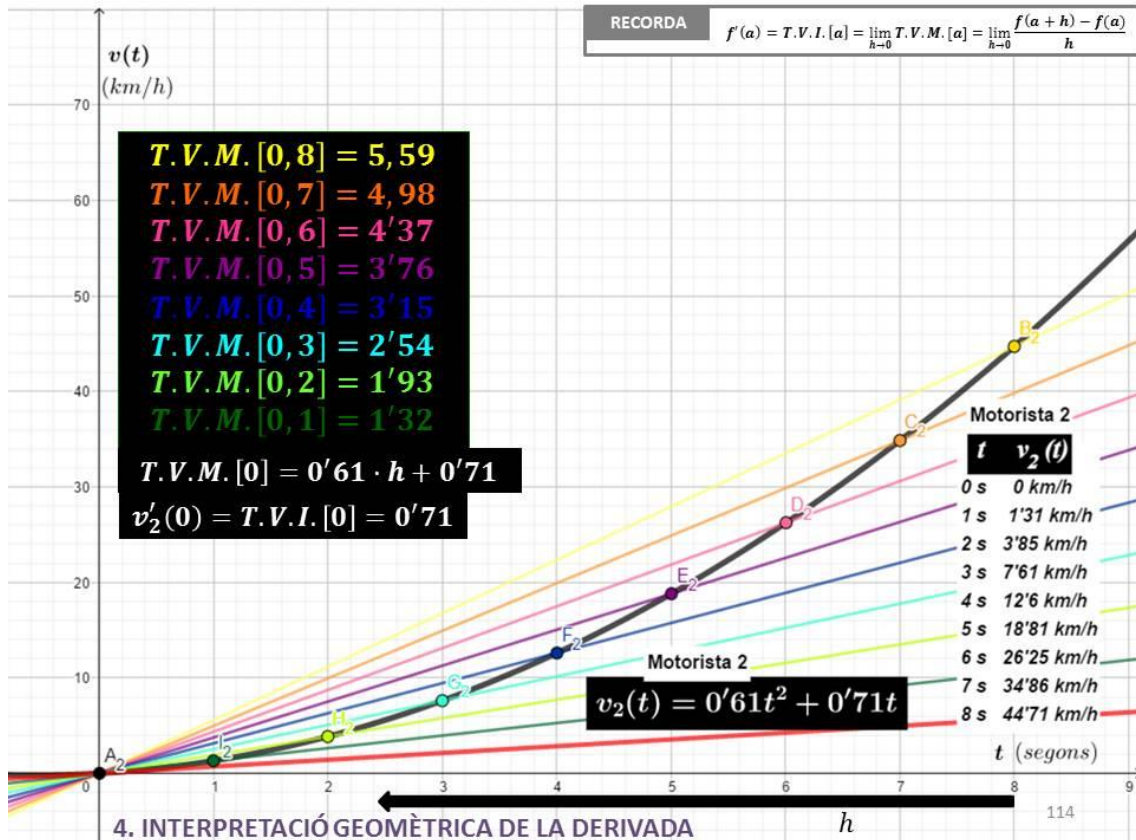




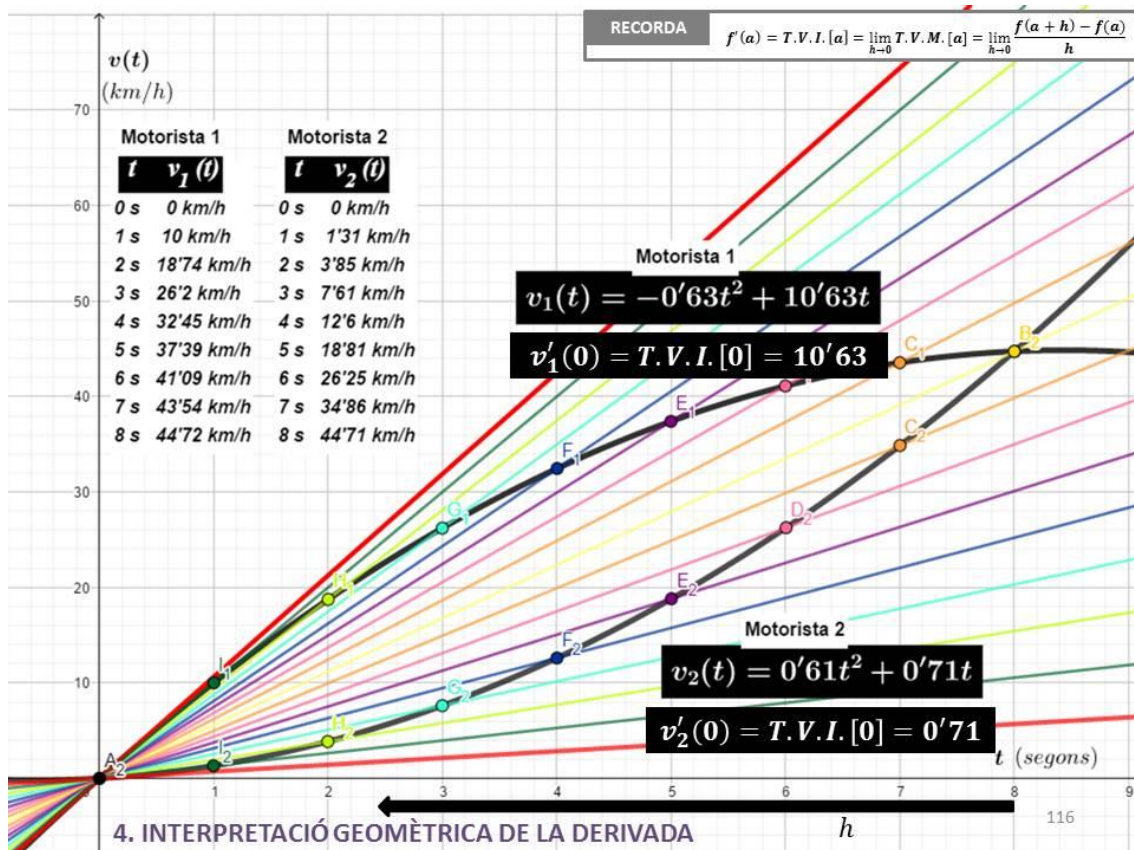


**RECORDA**  $f'(a) = T.V.I.[a] = \lim_{h \rightarrow 0} T.V.M.[a] = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$









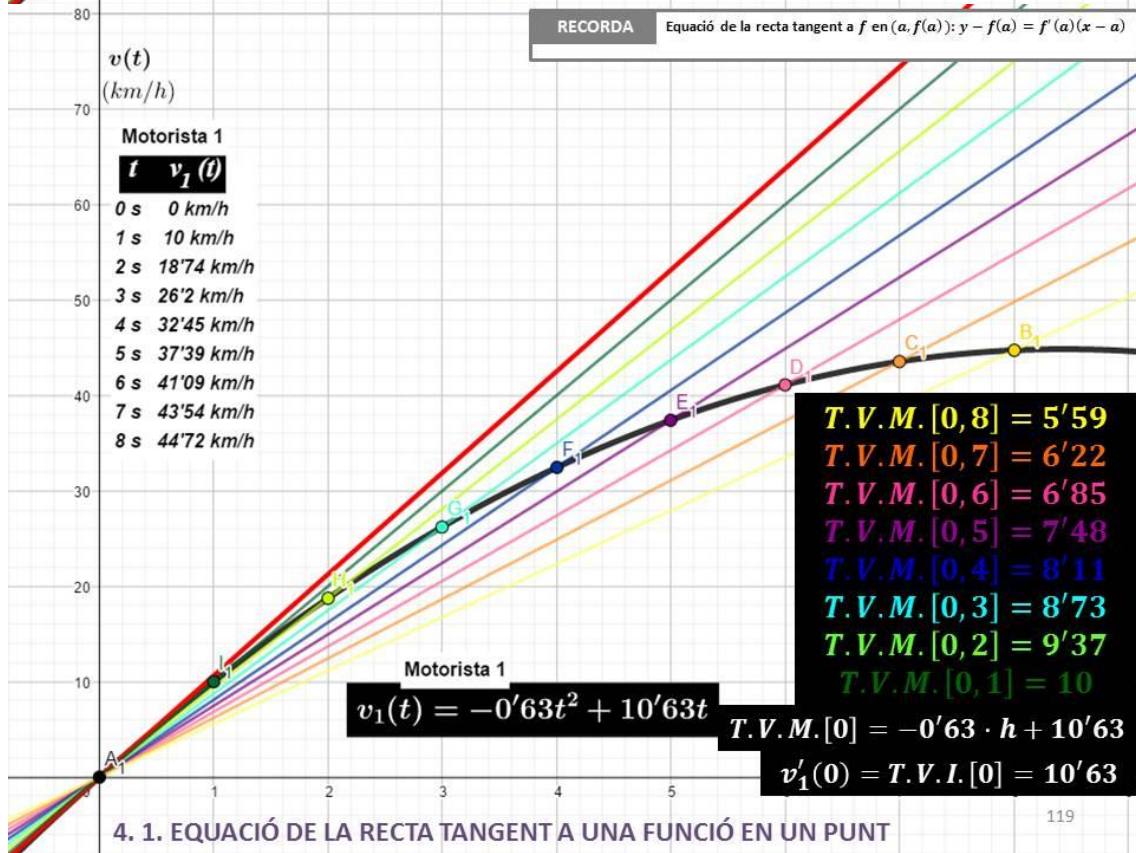
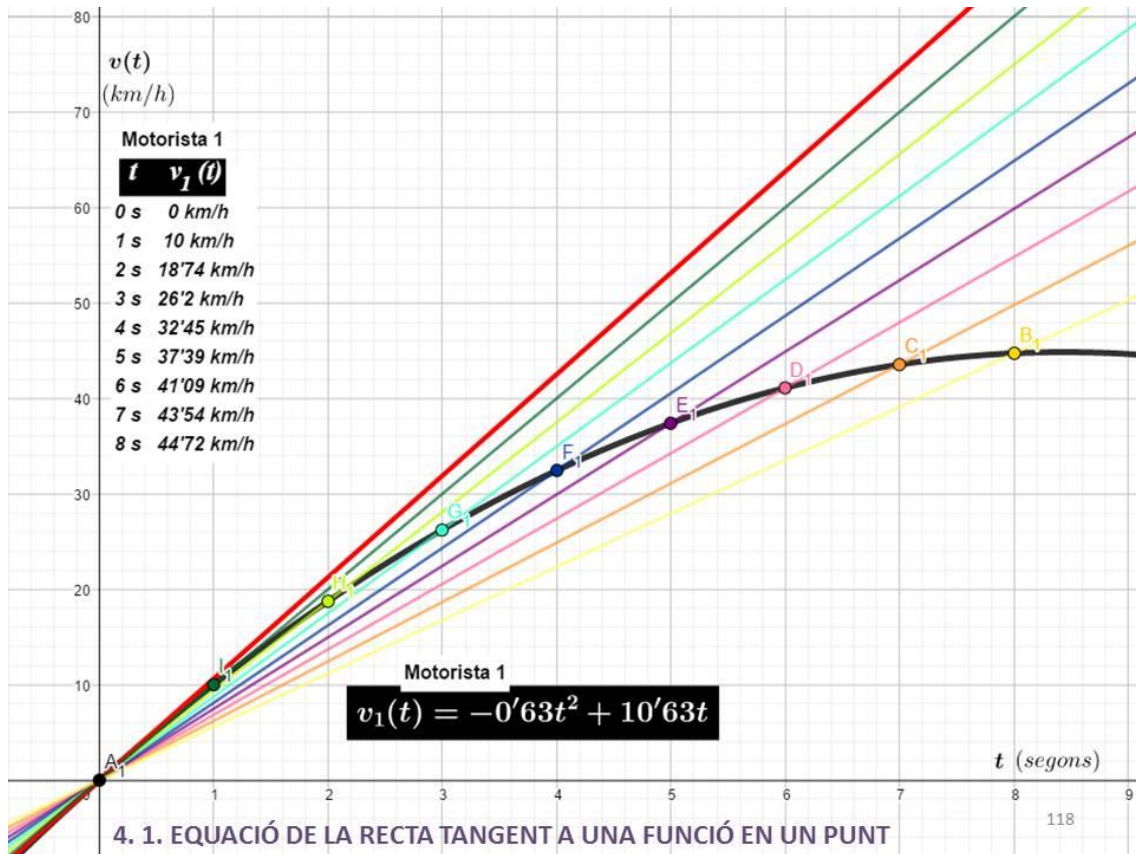
## 4. 1. Equació de la recta tangent a una funció en un punt.

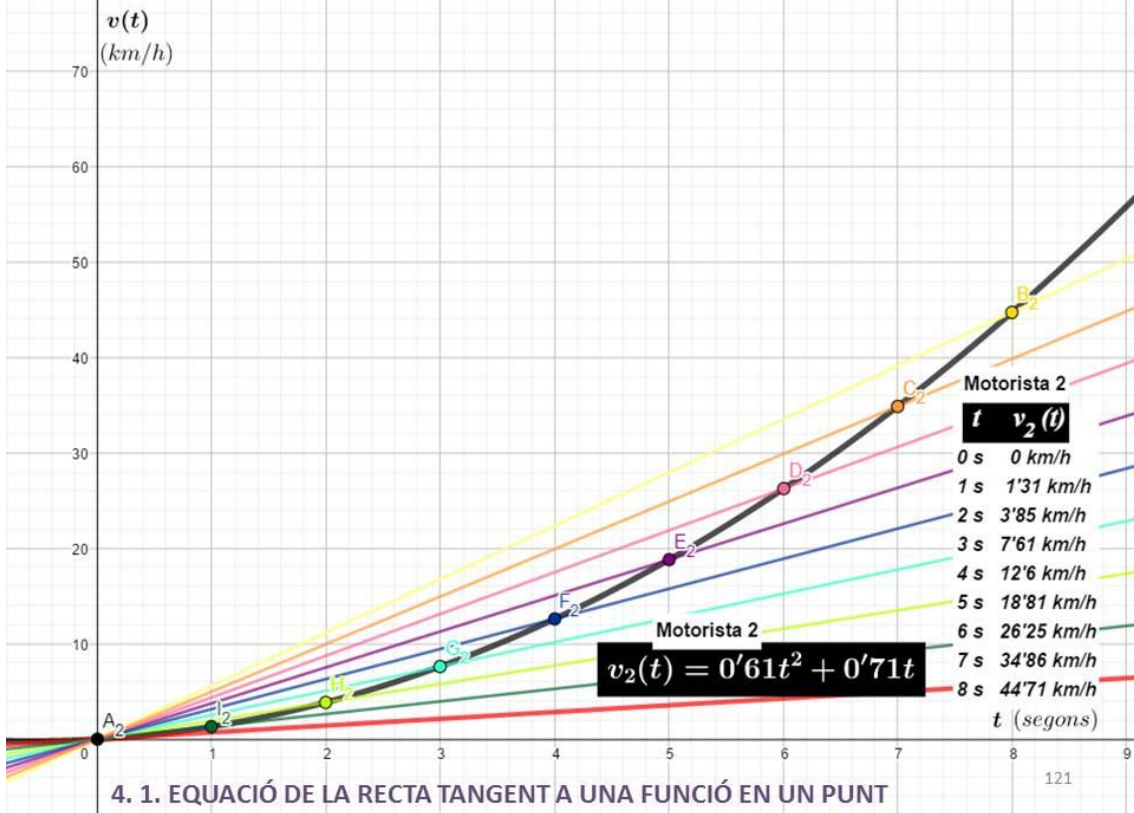
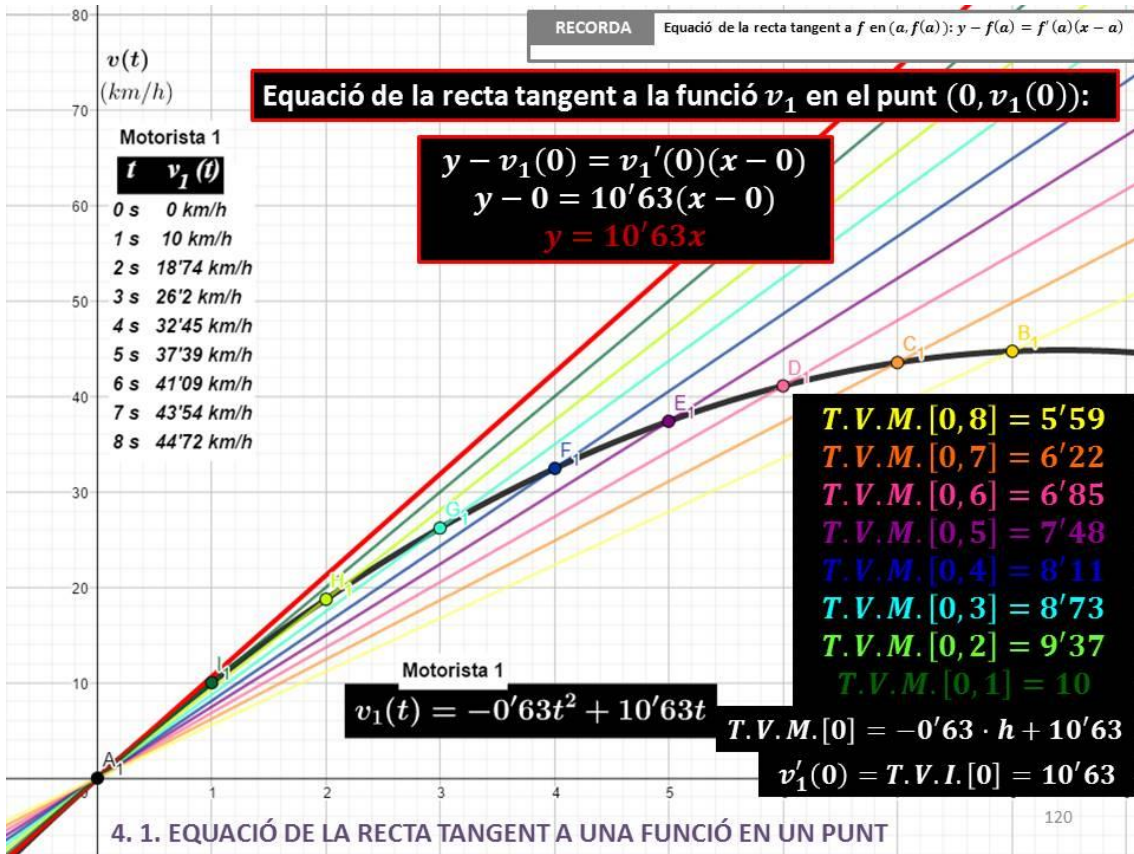
L'equació de la **recta tangent** a la funció  $f$  en el punt  $(a, f(a))$  vindrà determinada per l'expressió:

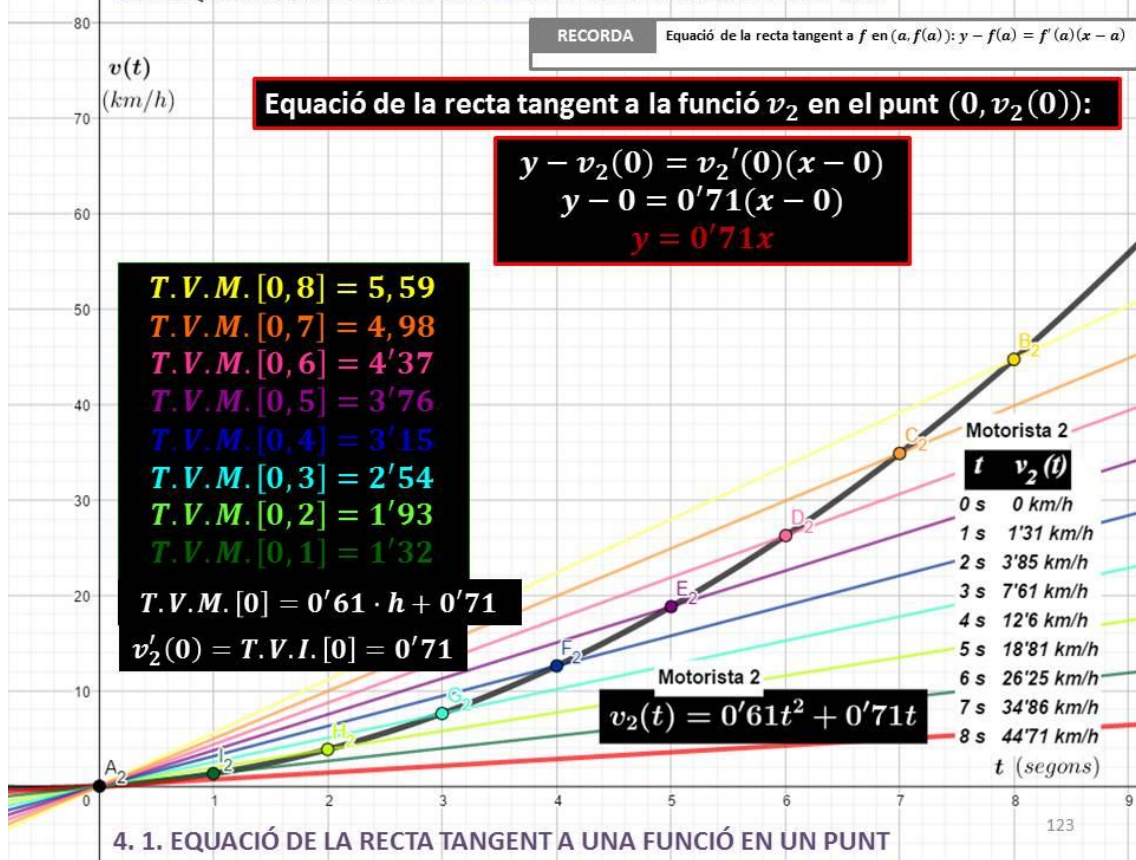
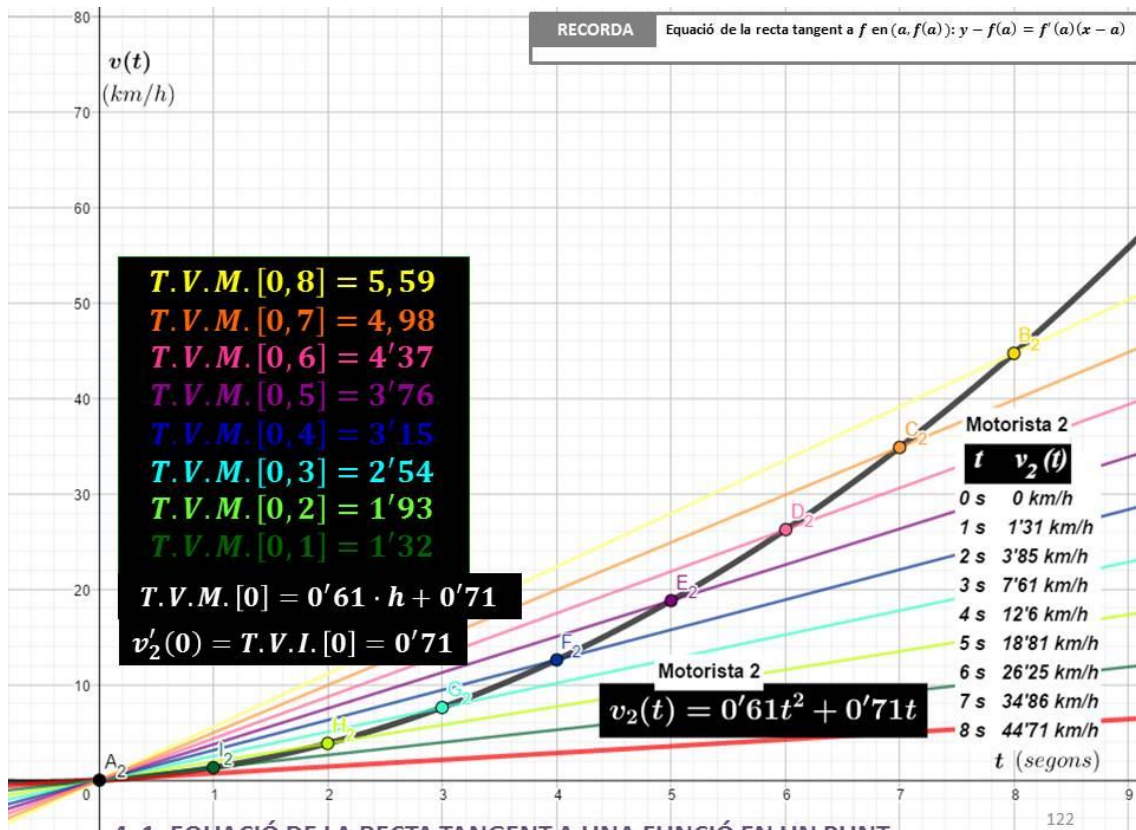
$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

o

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$







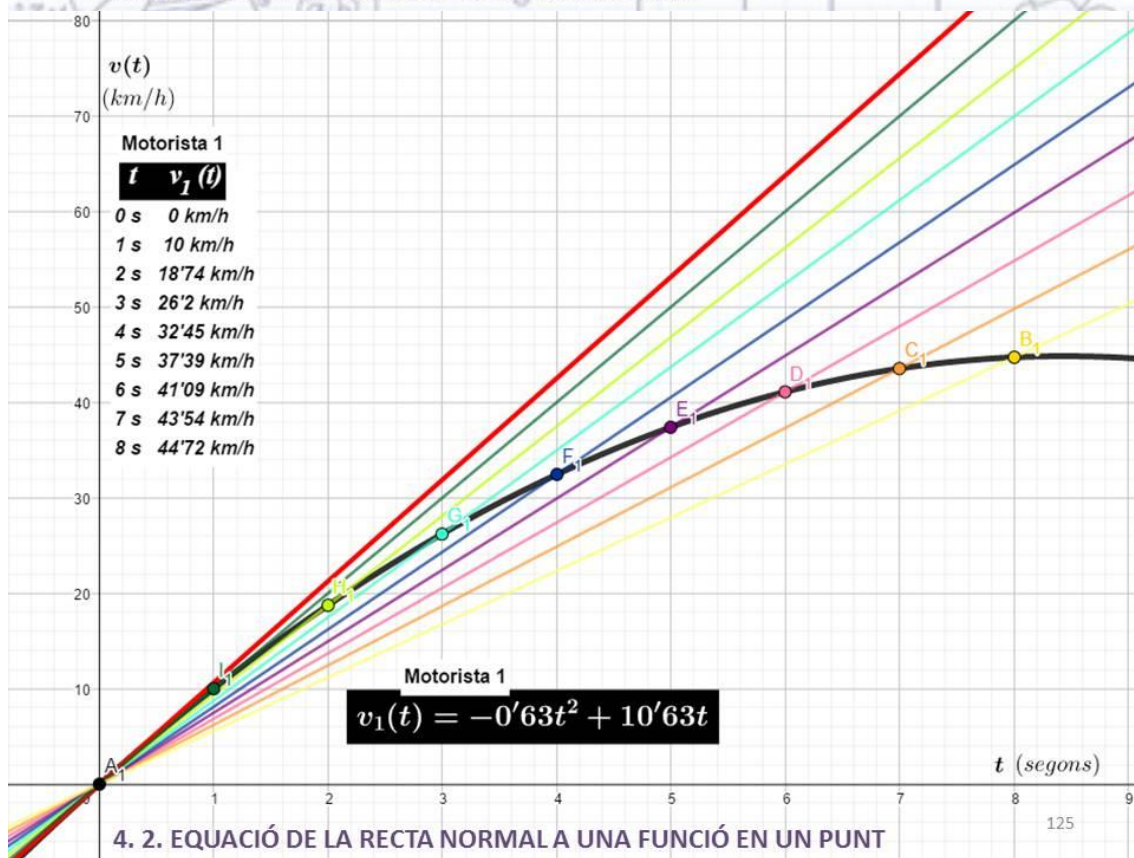
## 4. 2. Equació de la recta normal a una funció en un punt.

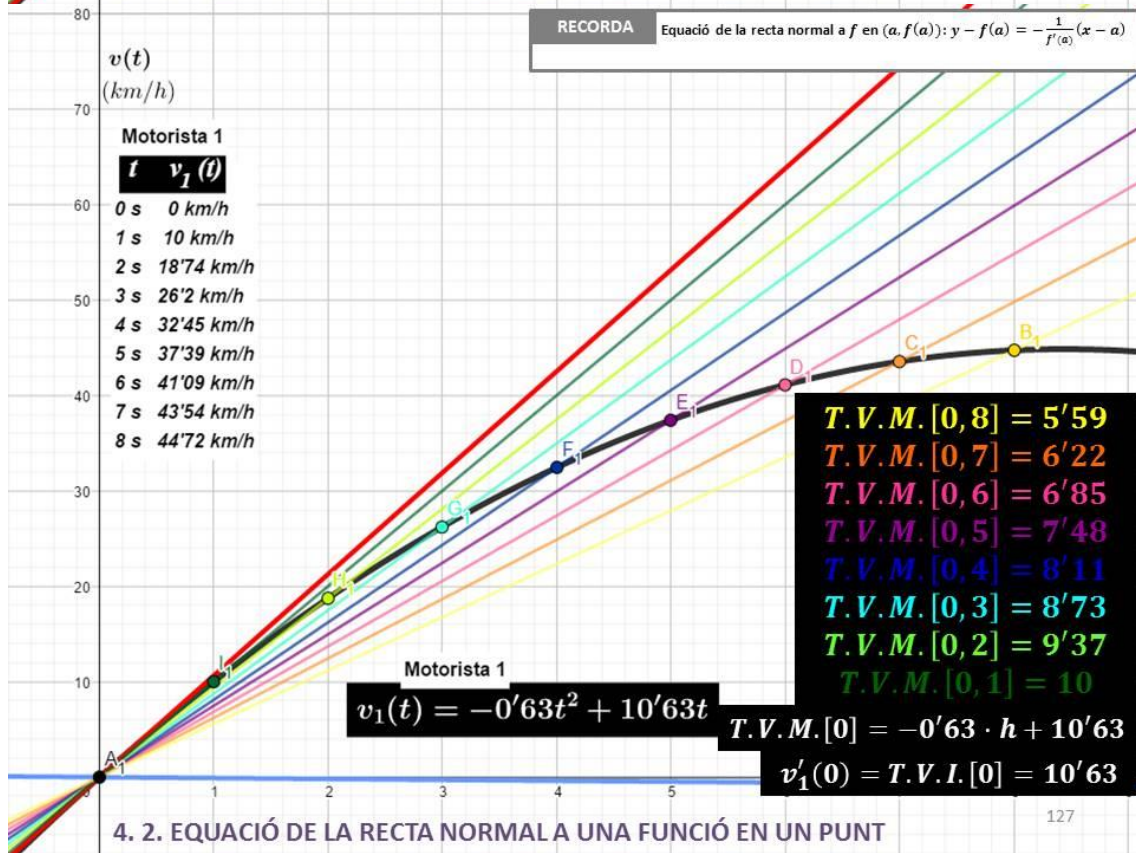
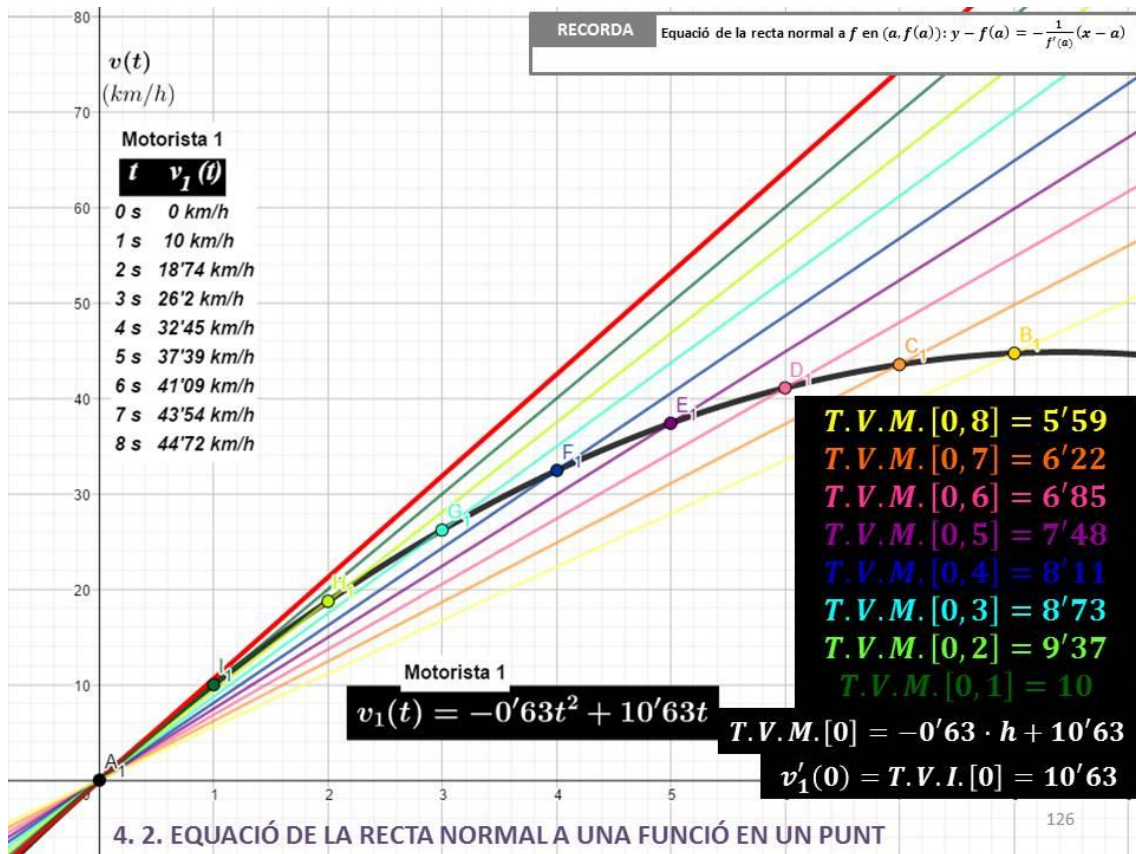
L'equació de la **recta normal** (perpendicular a la recta tangent) a la funció  $f$  en el punt  $(a, f(a))$  vindrà determinada per l'expressió:

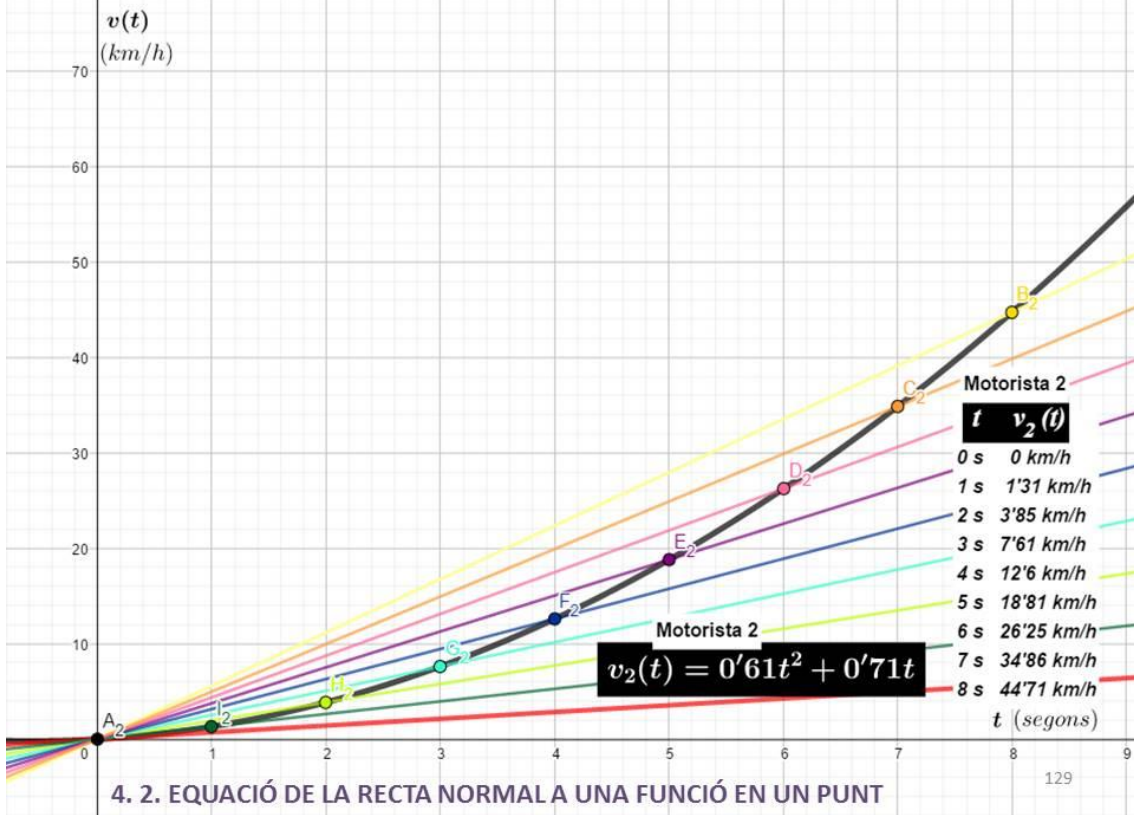
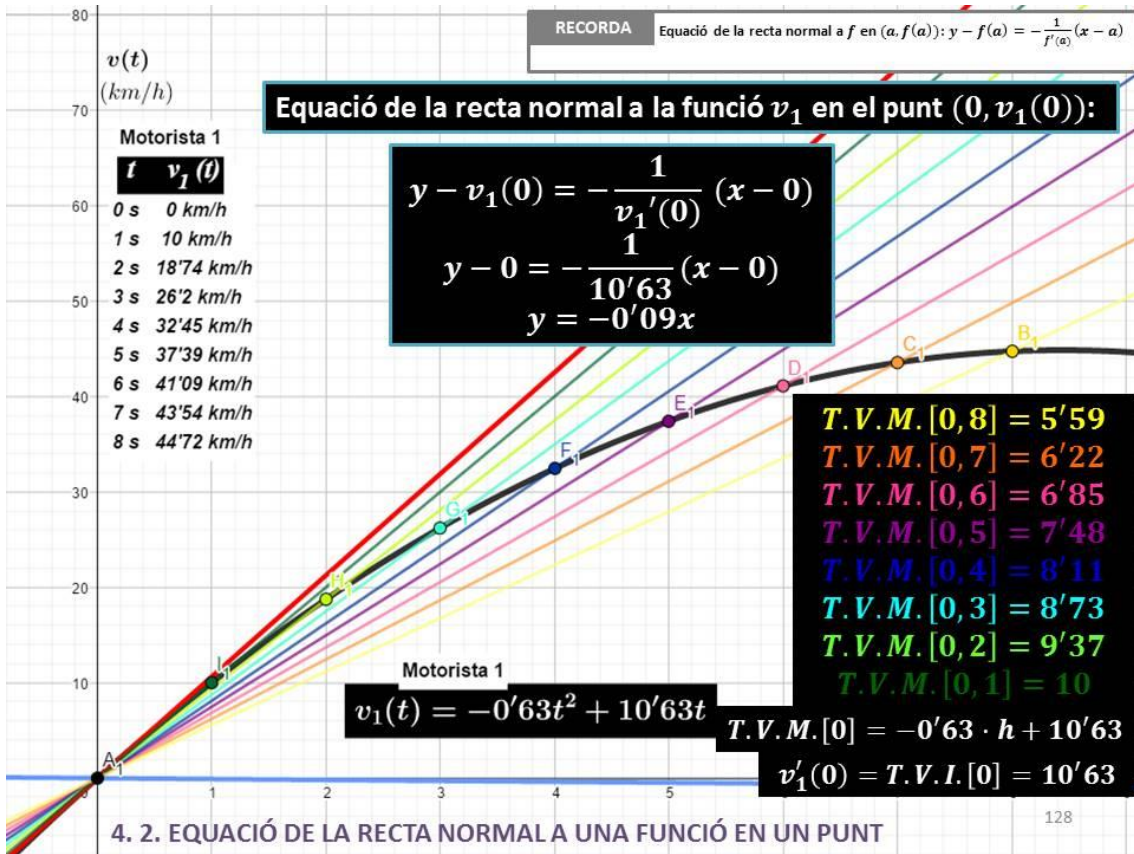
$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

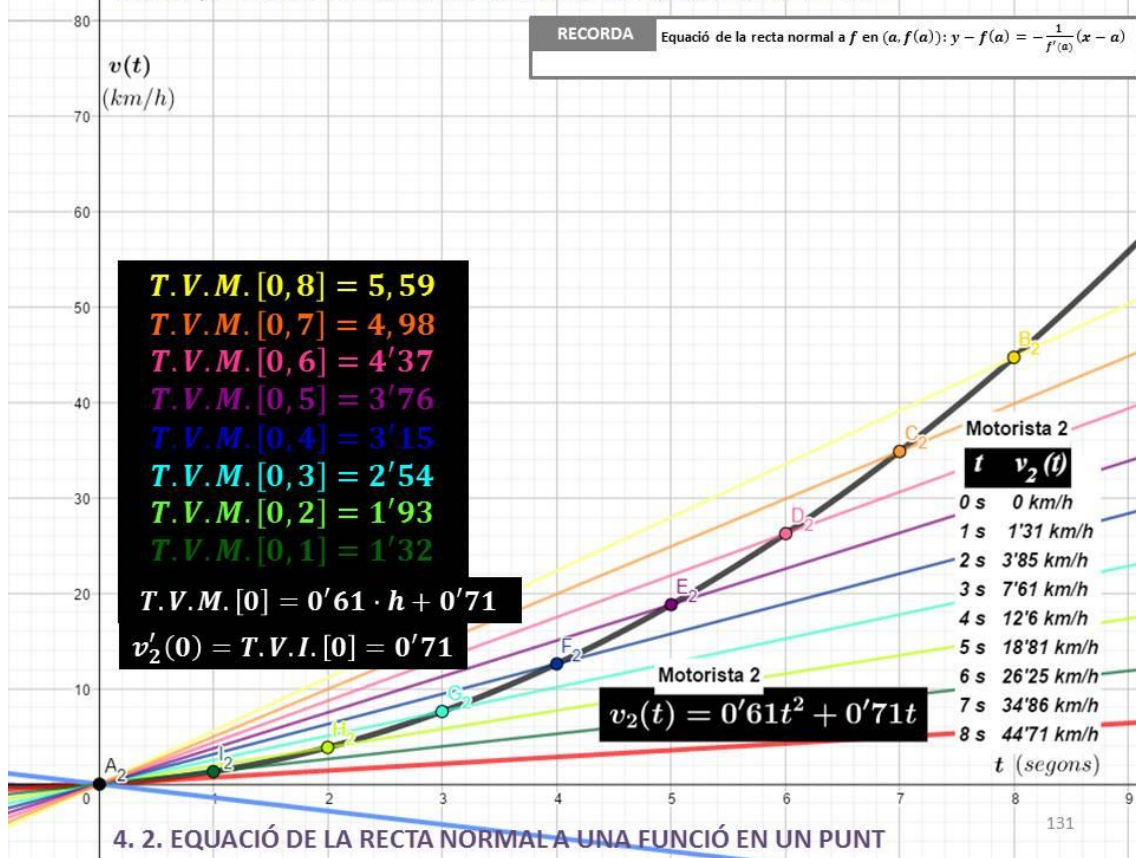
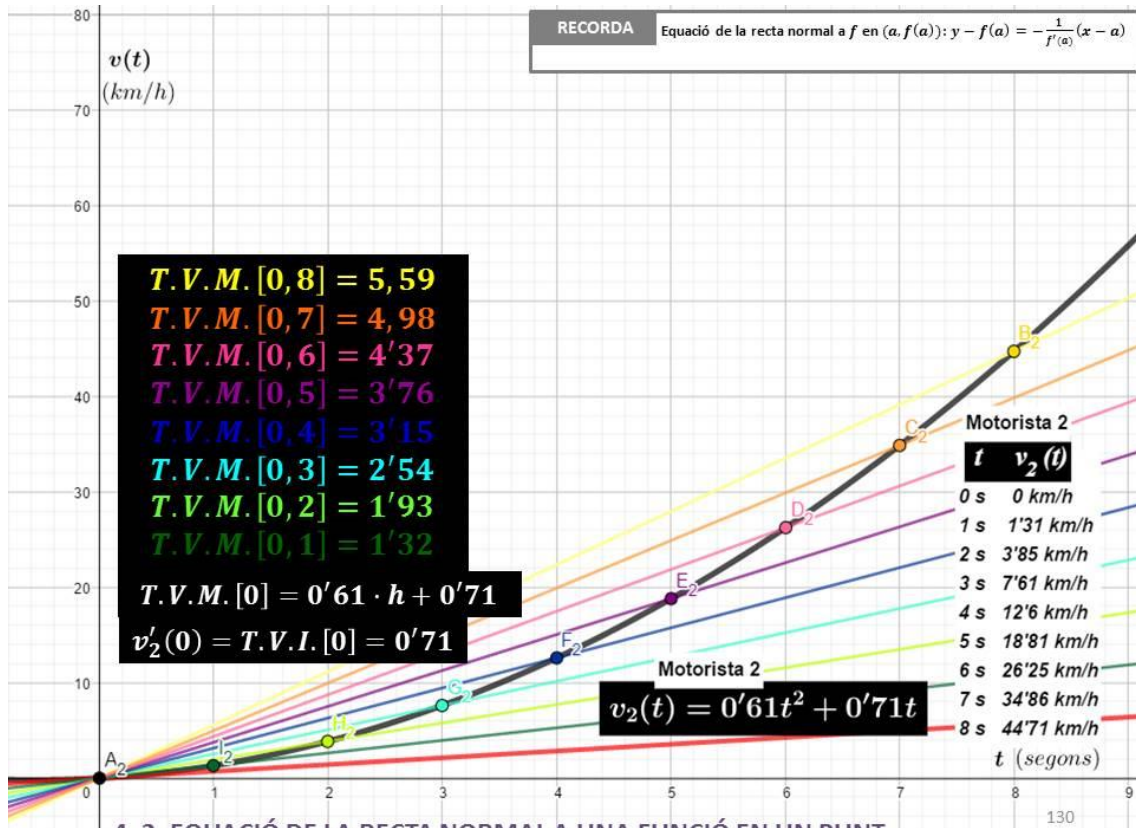
$$y = -\frac{1}{f'(a)}(x - a) + f(a)$$

### 4. INTERPRETACIÓ GEOMÈTRICA DE LA DERIVADA

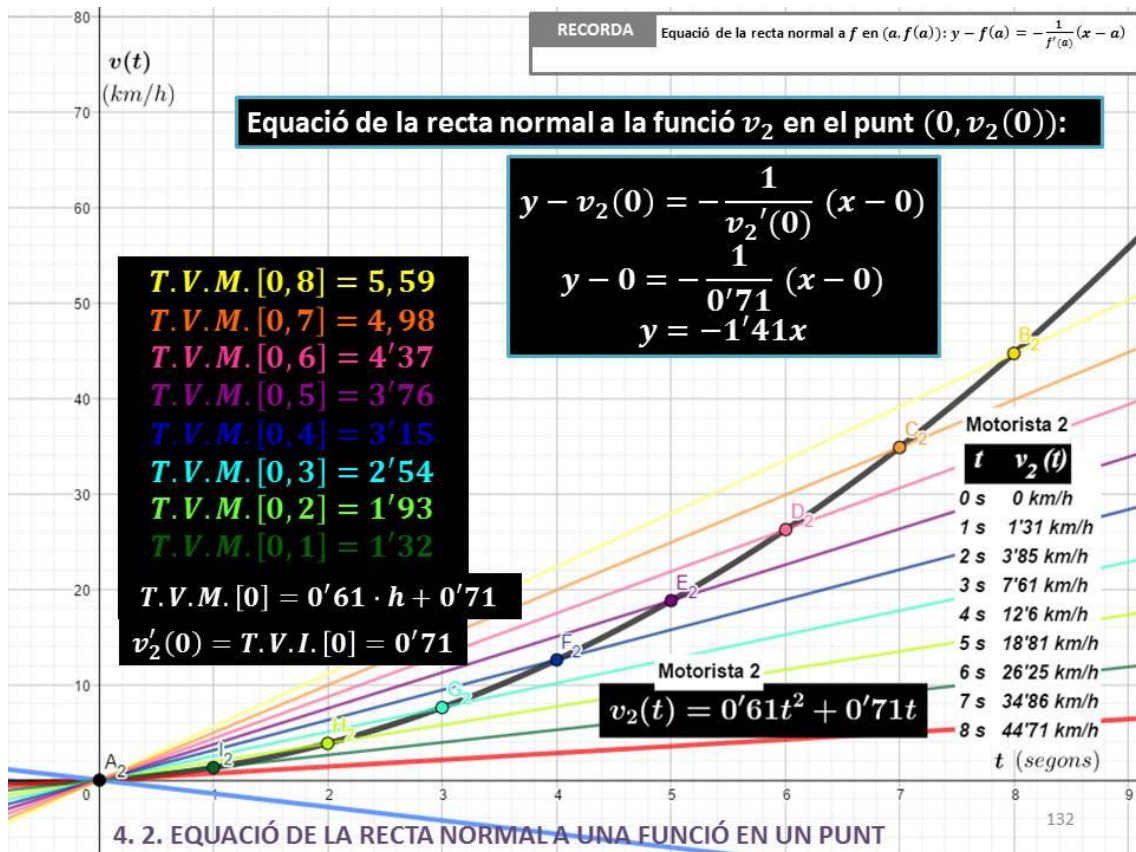












## 4. Interpretació geomètrica de la derivada

**ACTIVITATS 5 i 6 (Pàgina 276)**

**4. INTERPRETACIÓ GEOMÈTRICA DE LA DERIVADA**

## 5. Funció derivada

**DEFINICIÓ:** S'anomena **funció derivada** de  $f(x)$ , i es denota amb  $f'(x)$ , a la funció que associa a cada punt  $x$  la derivada de la funció  $f(x)$  en aquest punt.

$$f': \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} T.V.I. [x] = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

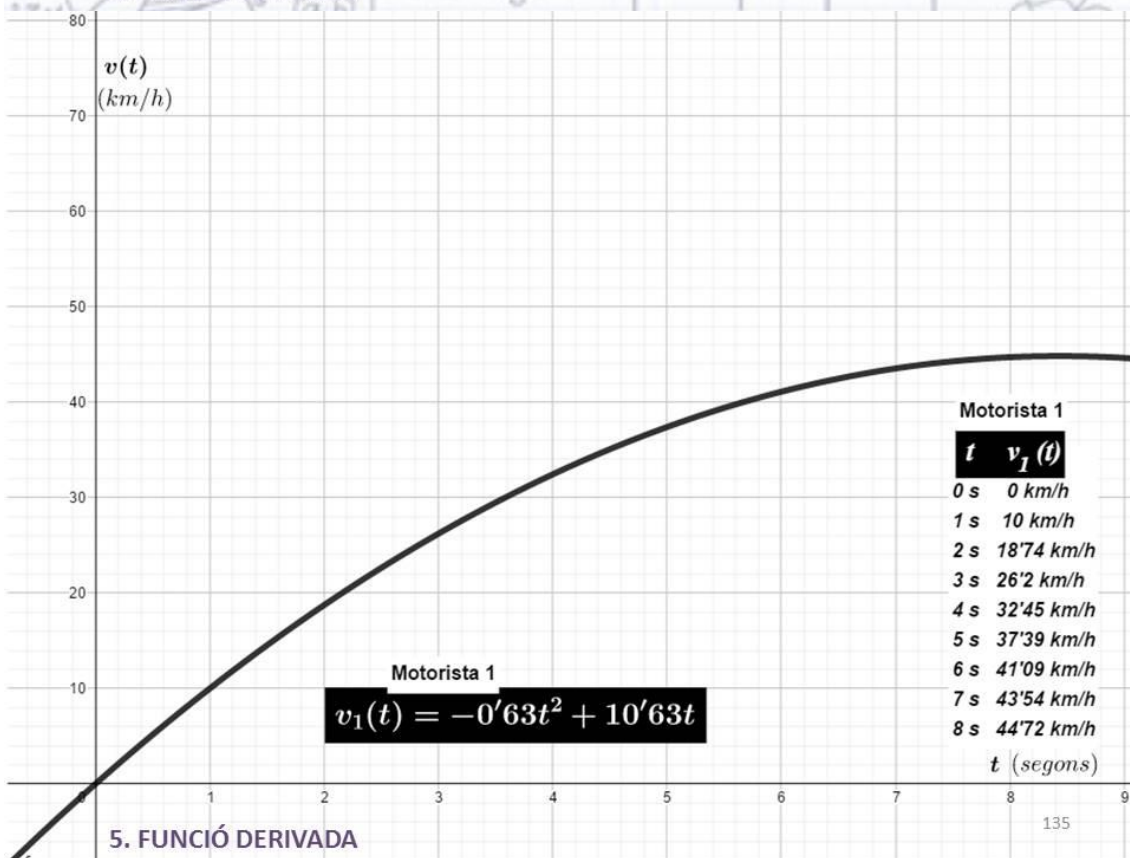
### 5. 1. Derivades successives

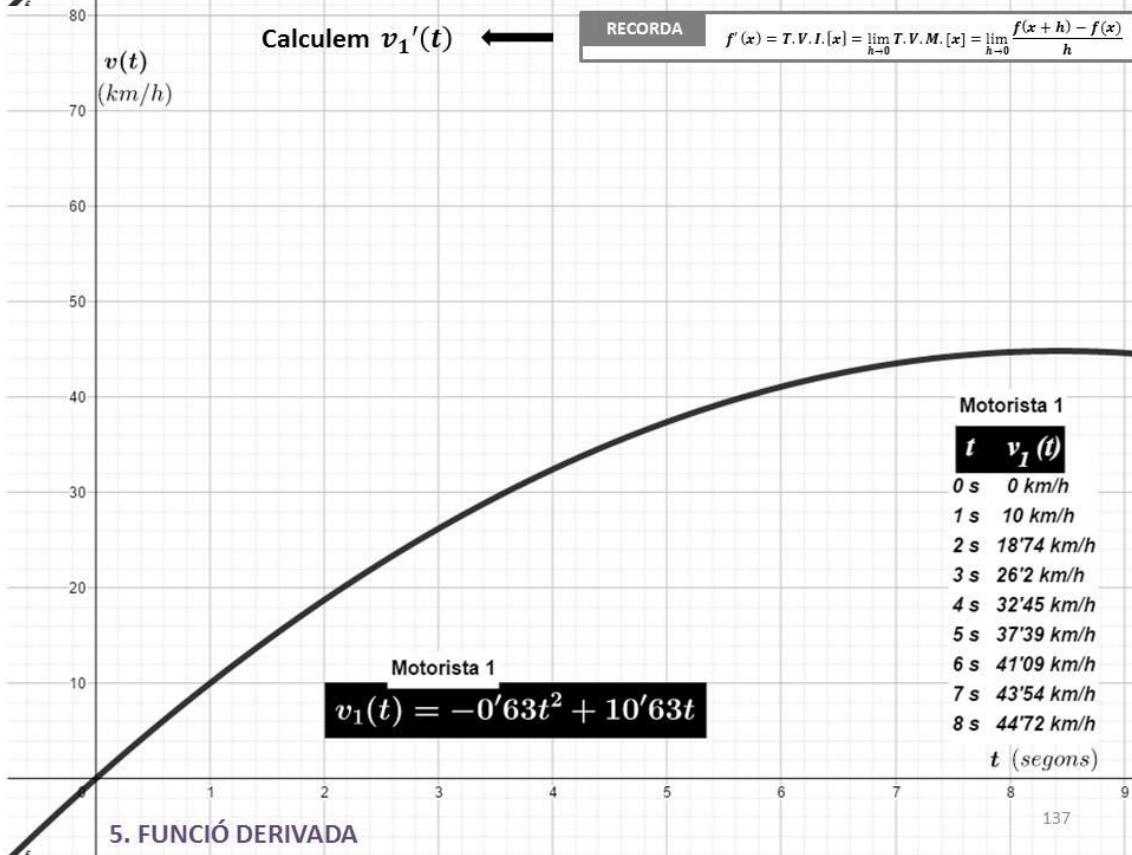
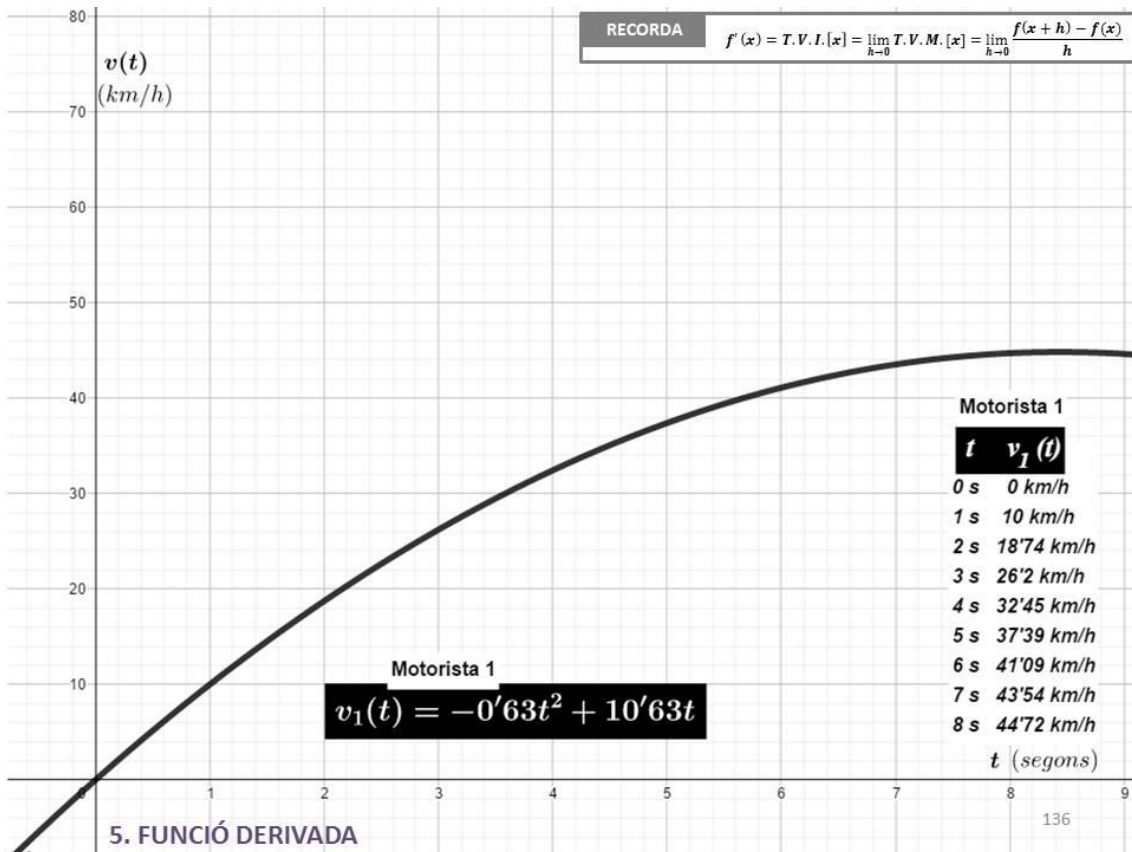
Si calculem la derivada de la funció derivada,  $f'(x)$ , obtenim una altra funció que s'anomena **derivada segona** de  $f(x)$  i que escrivim  $f''(x)$ .

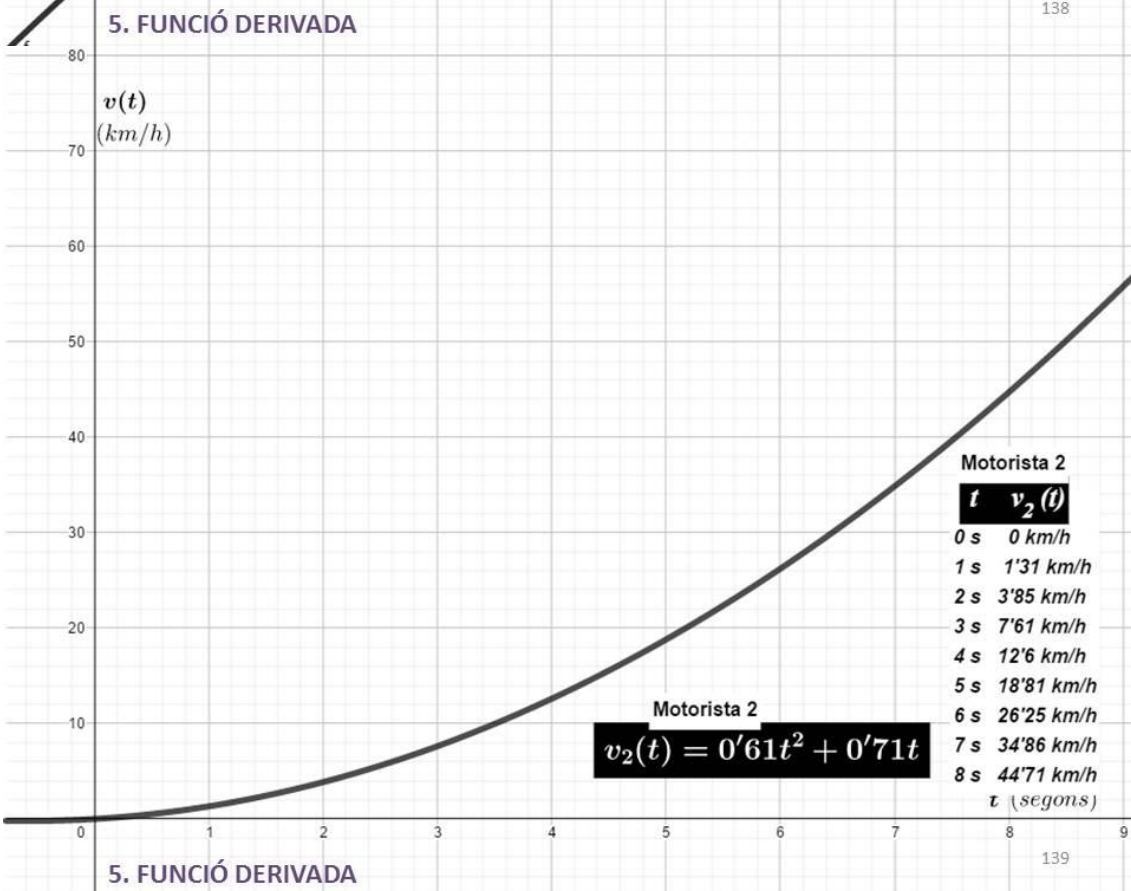
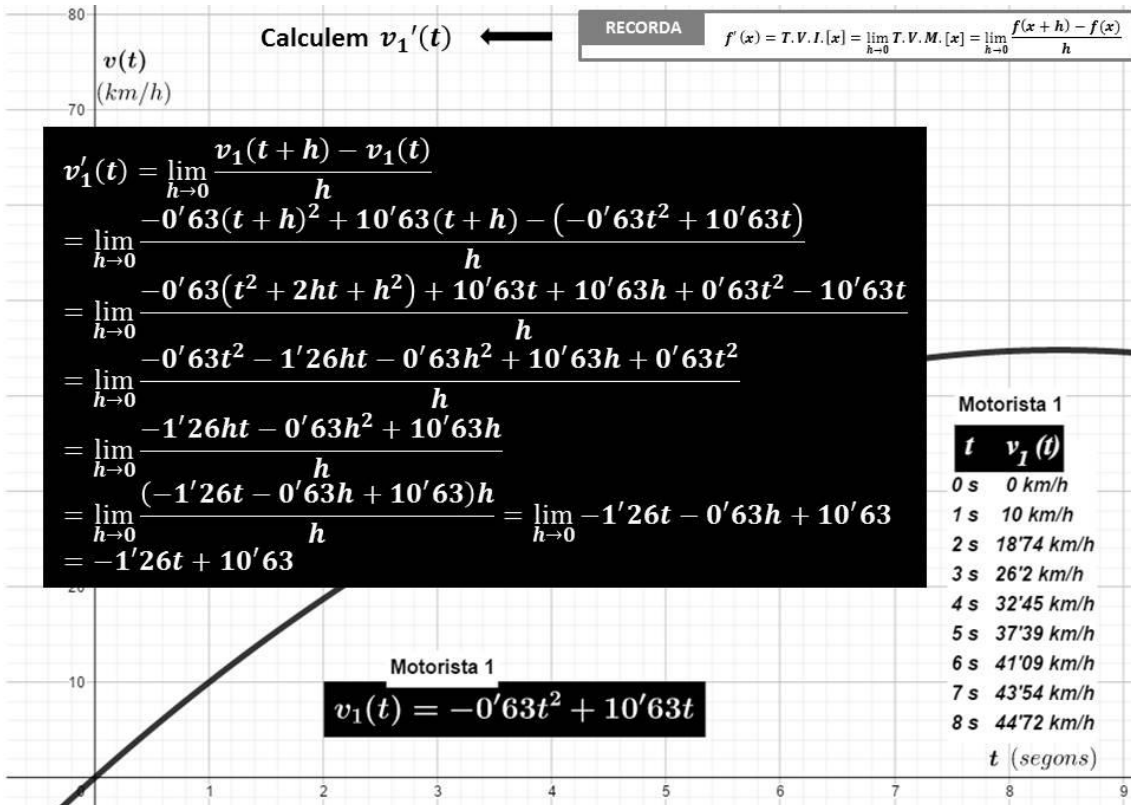
De la mateixa manera podem determinar les **derivades successives**, es a dir, les derivades tercera, quarta, ...

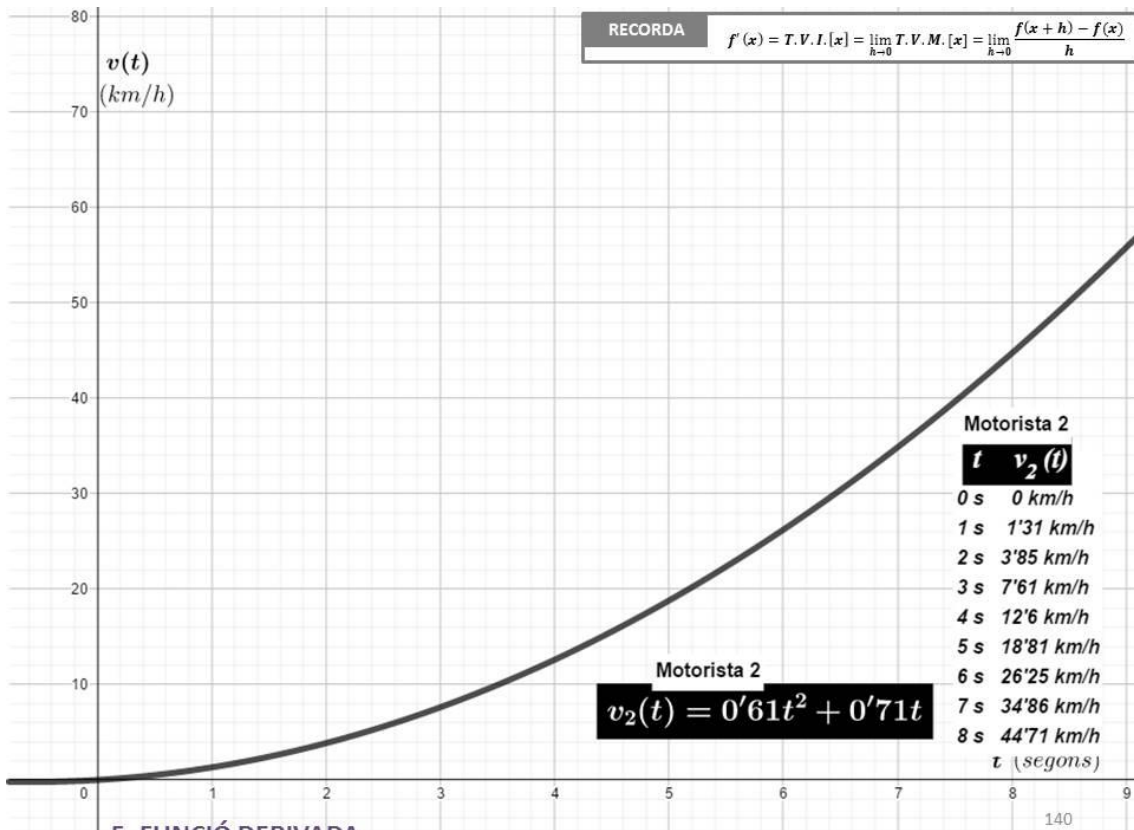
5. FUNCIÓ DERIVADA

134

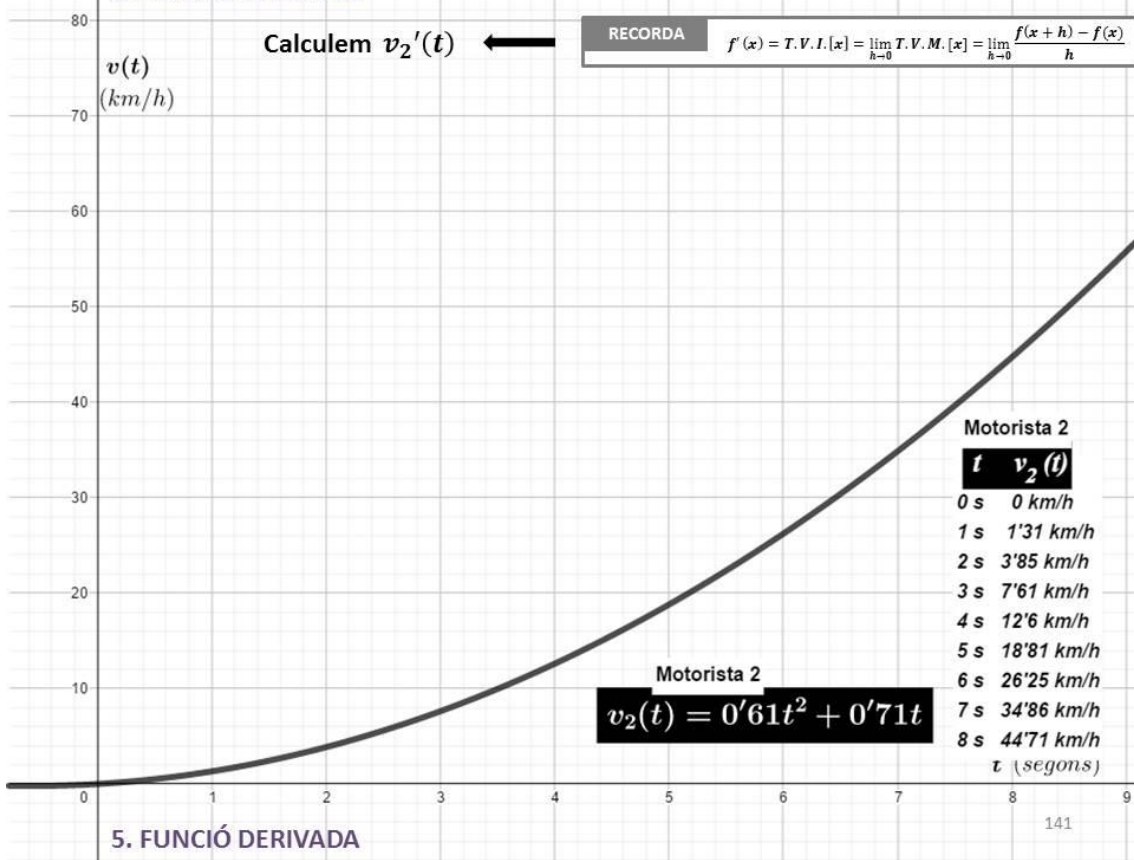








5. FUNCIÓ DERIVADA



5. FUNCIÓ DERIVADA

