UNIVERSIDAD JAUME I | 2015-2016

Concursos matemáticos como estimulación y motivación para el aprendizaje de las matemáticas en el alumnado de secundaria

Trabajo final para el máster universitario en profesor/a de educación secundaria obligatoria y bachillerato, formación profesional y enseñamiento de idiomas. Especialidad en matemáticas.

Autor: Rubén Moliner García

Tutor UJI: Pablo Juan Verdoy

Resumen

El siguiente trabajo, dentro de la modalidad 7: otras aportaciones, del master de profesorado de secundaria en matemáticas, pretende destacar la importancia de la aplicación de pruebas y concursos matemáticos para conseguir un aumento en el interés del alumnado hacia las matemáticas en la etapa de secundaria. En este tipo de actividades, el alumnado se divierte a la vez que se esfuerza por superar retos. La satisfacción derivada de este proceso de participación, activa los procesos cognitivos y ayuda al alumnado a adquirir un nivel de destreza en el desarrollo del pensamiento matemático. Y no solo ocurre en el alumnado con facilidades en la disciplina, sino también con aquel al que le cuesta mantener la atención en clase o dispone dificultades frente a las matemáticas. Así pues, es necesario conocer, y promover, este tipo de eventos desde el área de matemáticas de la mayoría de centros. Con este fin, se relata la experiencia vivida en el periodo de prácticas del máster en el centro IES *"Profesor Broch i Llop"*, donde se realizan cada año varias pruebas matemáticas, y se recorren los distintos desafíos haciendo un análisis de sus factores más importantes para su implementación. El "Cangur Matemàtic", el "Canguret", la "Copa Cangur", los "Problemes a l'Esprint"… son algunos de los concursos matemáticos en los que ha participado el centro y en los que nos detendremos en el texto, a pesar de que existen muchos más.

Palabras clave: matemáticas, secundaria, concursos matemáticos, pruebas matemáticas, Cangur, Problemes a l'Esprint

Abstract

This paper, located in the 7 form: other contributions, of the mathematics modality of secondary school teachers, has the purpose to highlight the importance of applying math tests and contests to achieve an increase in the interest of students towards mathematics in the secondary phase. In these activities, students have fun while striving to overcome challenges. The satisfaction derived from this process of participation, active cognitive processes and helps students to acquire a skill level in the development of mathematical thinking. And not only occur in students with facilities in the discipline, but also with him who struggles to keep attention in class or has difficulty against mathematics. So we need to know, and promote these kinds of events in the area of mathematics of every secondary school. To this end, the experience in the traineeship of the master, in the IES "*Profesor Broch i Llop"*, where several mathematical tests are performed each year, is related, and several challenges are traversed by an analysis of the most important factors for their implementation. The Mathematical Kangaroo, the Little Kangaroo, the Kangaroo Cup, the Sprint Problems ... they are some of the mathematical contests in which the secondary school has taken part and where we stop in the text, to although there are many more.

Keywords: maths, secondary school, mathematical contests, mathematical tests, Kangaroo, Sprint Problems

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

"¿Dónde termina el juego y dónde comienza la matemática seria? Una pregunta capciosa que admite múltiples respuestas. Para muchos de los que ven la matemática desde fuera, ésta, mortalmente aburrida, nada tiene que ver con el juego. En cambio, para los más de entre los matemáticos, la matemática nunca deja totalmente de ser un juego, aunque además de ello pueda ser otras muchas cosas."

Miguel de Guzmán Ozámiz (1936-2004) [w1]

Estamos acostumbrados a oír que las matemáticas son difíciles, pesadas y aburridas. La sociedad hemos creado a lo largo del tiempo un sentimiento de odio y de temor hacia esta disciplina que hace que la mayoría del alumnado no muestre interés hacia ella. Sin embargo, tal y como se expone en el texto, hay actividades donde el interés se despierta y consigue dominar al alumnado para centrar toda su atención en las matemáticas.

No se quiere centrar el texto en los juegos matemáticos propiamente dichos, pero sí destacar su importancia debido a que las pruebas o concursos que se van a tratar pueden vivirse como un gran juego. Un gran juego donde los participantes se divierten a la vez que aprenden, bien individualmente, bien en equipo. Además, muchas de las preguntas de estas pruebas son acertijos o juegos de lógica que podrían tratarse como juegos individuales en sesiones del aula, y detrás de estos se esconde la matemática propiamente dicha.

Así pues, los juegos, sean matemáticos o de otro tipo, se han demostrado a lo largo del tiempo por expertos en la educación, son siempre provechosos para el desarrollo de la mente. Según Jean Piaget (1991), los juegos ayudan a construir una amplia red de dispositivos que permiten al alumnado la asimilación total de la realidad, incorporándola para revivirla, dominarla, comprenderla y compensarla. De tal modo el juego es esencialmente de asimilación de la realidad por el yo. Ángel Alsina, comenta en su artículo: Matemáticas y Juego, que Winnicott (1971) y Vygotsky (1989) entre otros autores, argumentan que a través del juego se crea un espacio intermedio entre la realidad objetiva y la imaginaria, lo que permite realizar actividades que realmente no se podrían llevar a cabo. Este espacio supone una zona de desarrollo potencial de aprendizaje. El divulgador científico Martin Gardner, famoso por su aporte a las matemáticas recreativas, ya expuso en su libro Carnaval Matemático (1980) una frase a destacar:

<<Siempre he creído que el mejor camino para hacer las matemáticas interesantes a alumnos y profanos es acercarse a ellas en son de juego […] El mejor método para mantener despierto a un estudiante es seguramente proponerle un juego matemático intrigante, un pasatiempo, un truco mágico, una chanza, una paradoja, un modelo, un trabalenguas o cualquiera de esas mil cosas que los profesores aburridos suelen rehuir porque piensan que son frivolidades>>

También nos fijamos en las palabras de Miguel de Guzmán (1989) pues es de los primeros profesores españoles que relacionan el juego y las matemáticas:

"La matemática ha sido y es arte y juego y esta componente artística y lúdica es tan consubstancial a la actividad matemática misma que cualquier campo del desarrollo matemático que no alcanza un cierto nivel de satisfacción estética y lúdica permanece inestable"

Por tanto, toda actividad que implique una componente de juego, es elemento de motivación, estimulación y exploración para el alumnado. Mediante los concursos matemáticos el alumnado se pone a prueba como si se tratara de un juego y pueden crearse situaciones de alto valor educativo y cognitivo que permitan descubrir, investigar, reflexionar y resolver los problemas. Todo puede conducir a la construcción del conocimiento mediante un aprendizaje significativo. Además, no podemos olvidarnos de las implicaciones del tipo emocional, del carácter lúdico y la desinhibición de los participantes en las pruebas, las cuales acercan al alumnado al conocimiento de una manera distinta a la tradicional. Estas actividades suponen un reto en el que los participantes aprenden a controlar los límites del intelecto humano y gracias al afán de superación consiguen en ocasiones ganar batallas contra ellos mismos y contra el tiempo.

El trabajo, el cual se define en la tipología de la modalidad 7: otras aportaciones, debido a que es una mezcla entre una investigación educativa y un aporte de información que podría usarse como materiales didácticos, se estructura de la manera que se presenta a continuación.

En primer lugar, encontramos una introducción del trabajo donde se presenta de una manera breve el contenido del mismo y se sitúa al lector en el significado global del trabajo.

Esta introducción viene acompañada, en segundo plano, por la justificación sobre la elección del tema del trabajo.

En tercer lugar, y como punto más extenso, se puede leer el contenido del trabajo donde se descubren y analizan las pruebas más conocidas del entorno del centro IES "*Profesor Broch i*

Llop", repasando brevemente otros concursos en activo y acabando con una comparación que nos pueda servir en un futuro para decidir en qué pruebas participar. Este punto se estructura en sí en los siguientes apartados: El primer apartado, que es una contextualización de las pruebas matemáticas en el IES "*Broch i Llop*"; los seis siguientes, que son la descripción de los distintos concursos matemáticos como son el "Cangur Matemátic", el "Canguret", la "Copa Cangur", los "Problemes a l'Esprint", la Olimpiada Matemática de la RSME y otros concursos; y un octavo y último apartado, que aporta una tabla comparativa entre los distintos concursos para poder extraer conclusiones de un golpe de vista.

En cuarto lugar, después de haber hecho un repaso por los distintos concursos, podemos leer las conclusiones y valoración personal. En este punto se exponen las conclusiones del autor respecto al trabajo y la experiencia de los concursos.

Finalizamos el trabajo con un apartado donde se puede consultar la bibliografía y webgrafía usada así como los anejos.

2. JUSTIFICACIÓN

La elección del tema del trabajo viene motivada por dos factores clave.

El primero es la experiencia vivida en el periodo de prácticas en el IES "*Broch i Llop*".

El departamento de matemáticas de este centro educativo transmitía en sus quehaceres diarios motivación a alumnado y profesorado. Se puede afirmar que el profesorado de matemáticas de dicho instituto vive su profesión de una manera vocacional. Este hecho me ha inspirado, al igual que inspira en cada lección a su alumnado. Y es que en este centro se ha vivido la docencia de las matemáticas de una manera especial, diferente a como estamos acostumbrados a vivirla. De hecho, la gran parte de concursos o pruebas matemáticas que se presentan en este texto se realizan cada año en el instituto como una manera diferente de trabajar las matemáticas, y el alumnado está encantado con ellas. Tal es la energía que se me ha transmitido en esta experiencia al vivir las diferentes pruebas y concursos, que veo necesario intentar plasmar en este texto lo importante que puede llegar a ser para la docencia en matemáticas.

El segundo factor es la idea de poder resumir y analizar en un mismo texto, las características de los distintos concursos matemáticos que se están llevando a cabo hoy en día en el área de matemáticas. Y no solo hablar de las pruebas realizadas en las que participa el instituto "*Profesor Broch i Llop*", que son las que se conocen desde la experiencia, sino también las que se organizan en el entorno de la provincia de Castellón. Se cree necesario, desde mi punto de vista, encontrar un documento para los futuros docentes donde se puedan informar sobre el tipo de pruebas y concursos en los que su aula puede participar y saber las características para poder decidir cual se acopla mejor a las especificaciones y objetivos de su grupo.

3. CONTENIDO

En este punto se explican detalladamente todos los concursos matemáticos que tienen relación con el instituto "*Broch i Llop*" y mi estancia en prácticas. Además, se nombran otras pruebas que podrían ser de interés para el lector. Finaliza el punto con una comparativa entre los distintos concursos analizados.

3.1. Contextualización de las pruebas matemáticas en el IES "*Broch i Llop*"

El instituto de educación secundaria "*Profesor Broch i Llop*" es el tercer IES de Vila-real [w2], un municipio de aproximadamente 51.000 habitantes. El instituto empezó a funcionar en septiembre de 2004 y desde ese momento ha ido creciendo como centro de educación secundaria. La lengua más hablada en la ciudad, es el valenciano, mientras que el castellano predomina entre los inmigrantes. Este hecho es importante en el momento de escoger el idioma de las pruebas y los concursos. En el caso del centro "*Broch i Llop*" la mayoría de las pruebas se hacen en valenciano o catalán, adhiriéndose el centro a la SCM ("*Societat Catalana de Matemátiques*") [w10] o a la SEMCV ("*Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana*") [w11] como organizadoras principales de los distintos concursos como es el caso del "Cangur" o de la "Copa Cangur".

El instituto cuenta actualmente con 798 alumnos/as repartidos entre secundaria, bachilleratos y formación básica. Estos se distribuyen según la tabla siguiente:

ESO	505
Bachillerato	238
Formación Básica	55
TOTAL	798

Tabla 1 - Número de alumnos del IES "Broch i Llop"

Este centro dispone de un programa de enriquecimiento curricular, en el que el alumnado que mejores calificaciones tiene disfruta de clases con metodologías distintas y grupos reducidos en algunas asignaturas como las matemáticas. Estos grupos de alumnado de enriquecimiento suelen ser los que más participan en los concursos y pruebas, bien voluntariamente o bien por elección del profesorado, pero no son los únicos que se aventuran a superar estos retos.

El departamento de matemáticas del centro promueve todos los años la participación del alumnado en diversos concursos. A continuación se analiza brevemente los concursos en los que participa el centro y el número aproximado de participantes además de la repercusión:

El alumnado del primer ciclo de la ESO, es decir de 1º y 2º ESO, está invitado a participar en la prueba "Canguret". Esta prueba veremos más adelante que es casi propia del centro, pues ha sido promovida por un grupo de profesores de este centro y de un instituto de Castellón. Esta prueba trata de conseguir una alta participación de alumnado de estas edades, para evitar encontrarnos frente a la situación propia de las olimpiadas, en las que solo el alumnado más excelente en matemáticas participa. Un porcentaje muy alto de alumnos y alumnas de ambos cursos, a pesar de no ser del programa de enriquecimiento, se reúnen el día de la prueba en los ordenadores del centro y realizan la prueba individualmente y online. El profesorado es el que decide que grupos participa, aunque normalmente son la mayoría. Como el premio es a elección del centro, no existe más que un diploma de participación.

En particular, el alumnado de 1º ESO, de 2 grupos de los 5 que hay, participan también en los "Problemes a l'Esprint". Esta actividad se hace en horario extraescolar. Los alumnos se quedan después de las clases y juntos en un aula de informática colaboran para resolver en el menor tiempo posible la prueba. En esta prueba el IES quedó primero el año 2012 [w3]. También se realiza el concurso en el segundo ciclo de la ESO y en Bachillerato. De hecho, el grupo que ganó en 2012 el nivel de primer ciclo de la ESO, volvió a ganar en 2014 en el nivel de segundo ciclo de la ESO [w4]. Pese a todo, en este concurso tampoco hay premio, pero siempre es satisfactorio el hacer un buen trabajo y conseguir una buena posición.

Uno de los concursos más emocionantes lo viven un grupo del alumnado del programa de enriquecimiento de 2º ESO y 3º ESO. Este grupo se divide en dos subgrupos de 7 integrantes cada uno, 4 de 3º ESO y 3 de 2º ESO y participan formando dos grupos en la "Copa Cangur". Más adelante se puede leer en que consiste esta prueba, pero de manera presencial, se reúnen los grupos de varios institutos en una sala amplia de un centro y concursan resolviendo problemas en grupo. Este concurso es frenético y muy divertido porque hay una pantalla donde van apareciendo los resultados de todos los equipos. Los participantes en este caso se eligen entre los más buenos en la asignatura y los elige el profesorado. Pese a no tener un premio en las primeras fases, los ganadores pasan a fases nacionales e internacionales donde si pueden conseguir trofeos por ganar.

En la prueba "Cangur" participan alumnos de 3º de ESO hasta 2º de Bachiller. Esta prueba no es tan elitista como las Olimpiadas, con lo que es un concurso importante para conseguir más participación. Desde el centro se proponen a los alumnos buenos en matemáticas y con ganas de participar. Como la inscripción es de 4€ no pueden obligar a nadie, pero si motivar a estos alumnos. Los premios para los 10 primeros son buenos premios y vale la pena intentarlo con los alumnos más capacitados en matemáticas.

En cuanto a la Olimpiada Matemática, se conocen varias y se explicarán más adelante. La primera, en la que más incidiremos, es la Olimpiada Matemática de la RSME (Real Sociedad Matemática Española) [w12] y es la única en la que actualmente participa el centro. En esta prueba participa el alumnado de bachillerato o con excepción algún alumno o alumna de 4º de la ESO, que según el profesorado esté preparado para superarla, o hacer un buen papel. Además, se plantea una preparación voluntaria desde el centro. Esta prueba, es muy dura y elitista, por tanto, pocos participantes están al nivel, y si no están preparados, es ir a perder el tiempo. Los 3 ganadores de la fase de distrito universitario ganan un premio de 100€ y pasan a la fase nacional y si quedan entre los 6 mejores de esta fase, acceden a la fase internacional y entre los 4 mejores a la olimpiada iberoamericana, que es la olimpiada entre países sudamericanos, España y Portugal.

La segunda olimpiada es la que se conoce como Junior y está organizada por la SEMCV (“*Societat d’Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana / Al-Khwarizmi*”) para alumnado de 5º EP a 4º ESO formando grupos de cada 2 cursos. Esta olimpiada también tiene un nivel alto, pero el centro no participa porque suele realizarse en fechas de fiestas de Vila-real, y la experiencia vivida cuando se ha participado no ha resultado ser buena. Los 8 mejores también pasan de la fase autonómica a la nacional y reciben como premio material educativo. También se conoce la Olimpiada Mediterránea (Requena) en la que solo se puede participar si recibes invitación. Algún alumno del centro ha participado en alguna ocasión.

Para esas mismas edades tenemos el Encuentro Matemático en Alcora, en el que participan el alumnado de ESO. Como norma participan 8 máximo de cada curso, sobretodo dependiendo del número de centros inscritos, debido a la capacidad de las instalaciones. Es una actividad voluntaria, pero desde el “*Broch i Llop*” se anima a los 8 alumnos más notables para participar.

No podemos saber con certeza si los resultados de las pruebas son del todo satisfactorios para el desarrollo en los resultados académicos del alumnado. No existen relaciones numéricas exactas para saber si un participante brillante en las pruebas, será un brillante estudiante de matemáticas. Lo que si es cierto, que conforme más trabajen las matemáticas, de una manera u otra, tendrán más posibilidades de llegar a ser un gran matemático o científico. Es importantísimo también tener en cuenta la dedicación y motivación del profesorado para preparar estas pruebas, puesto que exigen un gran tiempo de preparación y paciencia. Sin el profesorado, no se podrían realizar la mayoría de estas pruebas.

Como curiosidad, en este centro no se tiene en cuenta en relación a ninguna prueba, la participación del alumnado para subir nota o para que esta participación tenga alguna repercusión en el expediente académico. Todos los participantes suelen realizar las pruebas por pura motivación, por superación y por diversión. A pesar de que en muchas pruebas no se consiguen premios, nos cuenta Santi Lapenya, profesor de matemáticas del centro, que el alumnado no tiene en cuenta este aspecto, simplemente quieren jugar y aprender matemáticas de una manera distinta. Además, estas experiencias siempre podrán adjuntarlas en su currículo.

3.2. El “Cangur Matemàtic”

Dejando de lado las Olimpiadas Matemáticas y otros concursos como los encuentros matemáticos de Alcora, nos centramos en la precursora de las otras pruebas (“Problemes a l’Esprint”, “Copa Cangur”, “Canguret”), la prueba “Cangur Matemàtic” [w5] [w6].

3.2.1. Un poco de historia

Debemos echar la vista atrás en la historia hasta principios de los años 80, época en la que a un profesor de matemáticas de Sydnei, Peter O’Holloran, inventó un juego para las escuelas australianas: un cuestionario de múltiples respuestas corregido por ordenador en el que podían participar miles de alumnos al mismo tiempo. Este juego que obtuvo un gran éxito entre la sociedad fue llamado el Concurso Nacional Australiano de Matemáticas y fue la iniciativa que despertó al famoso “Cangur”. El objetivo de este juego concurso, no fue otro que el acercar las matemáticas a todos los alumnos y alumnas posibles, dejando de lado las elitistas pruebas matemáticas que ya existían como eran las Olimpiadas o similares.

Ya en 1991, dos profesores franceses, André Deledicq y Jean Pierre Boudin, decidieron introducir el juego en los centros educativos de Francia. Lo llamaron “Canguro de las Matemáticas” como homenaje a sus compañeros australianos. En la primera edición llegaron a participar 120.000 jóvenes.

En junio de 1993 la junta de la “Kangourou” francesa convocó una reunión en París con los organizadores de las competiciones matemáticas de los países europeos que estaban impresionados por el rápido crecimiento de participantes en la prueba (120.000 en 1991, 300.000 en 1992, 500.000 en 1993). Siete países decidieron adoptar el esquema de la competición francesa: Bielorrusia, Hungría, Holanda, Polonia, Rumania, Rusia y España. La prueba realizada en estos países en mayo de 1994 fue un gran éxito, ya que participaron más de 600.000 alumnos.

En el Consejo Europeo, en Estrasburgo, en junio del año 1994, la Asamblea General de los delegados de 10 países europeos decidieron crear la asociación “Kangourou sans Frontières” con una junta elegida de 6 miembros y con estatutos legales y sede en París.

En diciembre de 1995 se decidió instituir un concurso idéntico en todos los países al nivel de alumnado de 13 y 14 años de edad, las mismas preguntas con múltiples respuestas, el mismo día del concurso, el mismo horario, los mismos premios para todos los participantes… Cada país tendría su propia organización y sus propios precios, y no habrá comparación entre los resultados obtenidos en los distintos países. Desde este momento, la Asamblea General

Anual de la Asociación se realiza en un país diferente, en Octubre o Noviembre. Se escogen en ella las preguntas de la prueba del año siguiente, se programan campamentos de verano, se acuerdan documentos y premios…

A principios de 1996 los miembros de todos los países participantes participaron en la organización práctica de la Asamblea General Anual en proporción al número de participantes de cada país. En este año se decidieron que en todos los países miembros, las preguntas serían las mismas para cada uno de los niveles.

En 1997, los 21 países que estaban presentes en la Asamblea en Budapest, acordaron las reglas finales definiendo la participación financiera y las reglas que deben seguir los nuevos países que quieran ser miembros de la Asociación.

Actualmente ya son más de 70 países de todo el mundo los que forman parte de la Asociación. Cada verano miles de ganadores del concurso se reúnen en un encuentro de vacaciones, ya sea en los Cárpatos o en los castillos del Loire, o en las costas del Mar Negro o el lago Balaton.

Reconocimientos:

La prueba ha recibido el premio D'Alembert en 1994 de parte de la Sociedad Francesa de Matemáticas por el mejor trabajo a la generalización y difusión de las matemáticas. La asociación ha sido reconocida por su importante contribución a la pedagogía matemática durante el Simposio Internacional para la enseñanza de las matemáticas, Copenhague, en julio de 2004. En esa cita, André Deledicq recibió el premio ERDÖS, repartido cada dos años por la Federación Mundial de Concursos Nacionales de Matemáticas.

3.2.2. Objetivos de la asociación "Kangourou sans Frontières"

La asociación de carácter internacional que reúne a personalidades del mundo matemático tiene como objetivo promover la difusión de la cultura matemática básica por todos los medios, y en particular, mediante la organización del juego-concurso que tiene lugar el mismo día para todos los países participantes.

El objetivo es estimular y motivar al mayor número posible de alumnos y alumnas como complemento de otras actividades, concursos, olimpiadas… La prueba contribuye a la popularización y promoción de las matemáticas entre la juventud. Se basa en la participación de las masas en un evento científico y asegura una gran base para estas actividades. Otro objetivo es atraer el mayor número de alumnado posible sin proporcionar ninguna selección nacional ni comparación entre países. De esta manera se evita lo que pretendía evitar el profesor de matemáticas de Sydnei, Peter O'Holloran, cuando planteó su juego en los años 80: que las matemáticas en concursos y pruebas lúdicas solo estuviese al alcance de la elite dentro de las matemáticas.

Hay una tendencia a promover y difundir la cultura matemática dentro de la asociación, por lo que aparte de los libros de juegos matemáticos que se pueden encontrar bajo la marca del Canguro, la asociación intenta promover también intercambios entre los miembros de cada país haciendo publicaciones conjuntas, organizando los campamentos, traduciendo…

3.2.3. La prueba

La prueba se compone de solo un test: no hay ninguna selección ni ronda preliminar ni final. La competición se lleva a cabo en marzo, el mismo día y a la misma hora en todos los países. El test consiste en un examen de respuesta múltiple de 30 preguntas de dificultad creciente en grupos de 10 preguntas. Para cada pregunta se ofrecen cinco posibles respuestas donde solo una es la correcta. Las preguntas del primer grupo valen 3 puntos, las del segundo, 4 puntos y las del tercero 5 puntos. Si al contestar a la pregunta se acierta, se obtienen los puntos que vale la pregunta. Si no se contesta se obtienen 0 puntos, y si se contesta y se falla, se resta la cuarta parte de lo que vale la pregunta si se contesta correctamente. Cada participante dispone de 30 puntos iniciales para evitar llegar al negativo, por tanto la puntuación oscila entre 0 y 150 puntos. Podemos ver un ejemplo del test en el anejo 1. El test se debe hacer en una hora y 15 minutos sin uso de la calculadora.

Son los miembros de la organización en cada país los que se encargan de organizar el evento y distribuir los documentos bajo la responsabilidad de la organización nacional aceptada en la Asamblea General de la Asociación "Kangourou sans Frontières". En España tenemos la Asociación Canguro Matemático [w7] y en Cataluña en particular la Sociedad Catalana de Matemáticas (SCM) [w6].

En nuestro caso, los centros de la Comunidad Valenciana, suelen adherirse al "Cangur", la prueba de la SCM, frente a la prueba Canguro de la Asociación Canguro Matemático, con sede en Valladolid. Esto se debe al idioma, a la mayor tradición de concursos matemáticos de la SCM y a la afinidad entre los profesores, los cuales muchos ya se conocen.

Se ofrece el test en cinco niveles distintos, según las edades y cursos: Escuelas primarias (8-10 años), Benjamines (11-12 años), Cadetes (13-14 años), Jóvenes (15-17 años) y adultos (18-19 años). En el caso del "Cangur", en la Comunidad Valenciana solo se ofrecen 4 niveles de test: 3º y 4º de la ESO y 1º y 2º de Bachillerato. Las clasificaciones pueden ser diferentes según el nivel de clase y las opciones de escolarización. Hay premio para los 10 primeros clasificados de cada nivel. El premio son diplomas y material educativo o tecnológico innovador (iPod, tabletas, ordenadores…). Además, si quedas entre los 10 primeros, en los 4 años consecutivos (los 4 niveles) recibes un pin de plata.

Este concurso está completamente financiado por los pagos de la inscripción de los participantes o por la venta de libros relacionados con la prueba. En especial, el “Cangur” de la SCM tiene un coste de inscripción de 4€. Curiosamente, al menos la mitad de los beneficios de las pruebas deben estar destinados a intercambios y publicaciones.

3.2.4. Estadísticas sobre participación

A continuación se exponen la variación de participantes de los últimos años (hasta 2014) a nivel mundial, en Cataluña y en España.

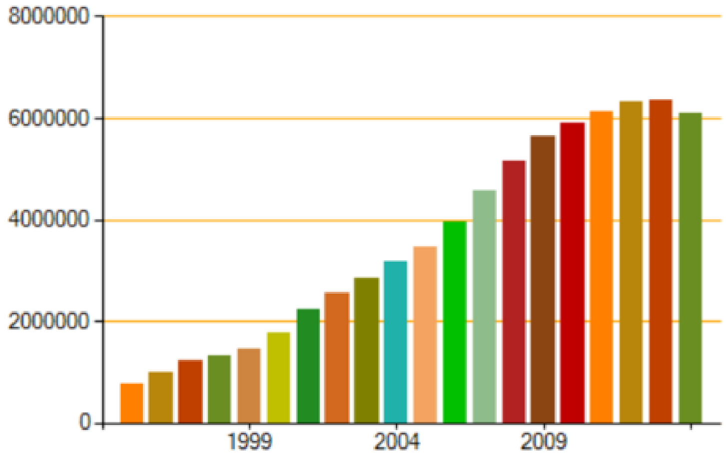


Ilustración 1 - Número de participantes a nivel internacional

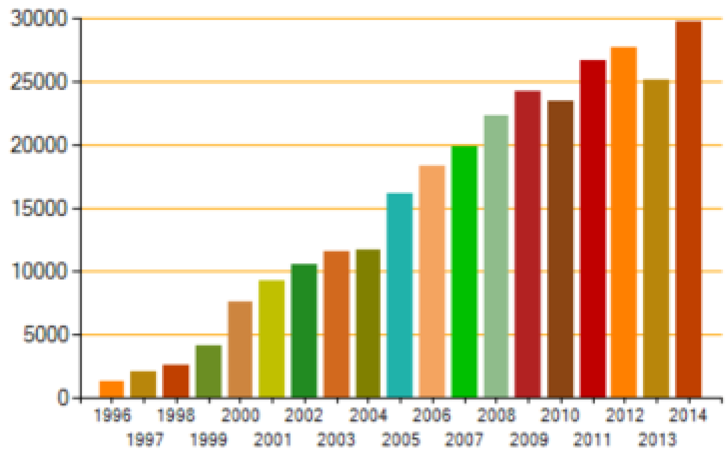


Ilustración 2 - Número de participantes en Cataluña

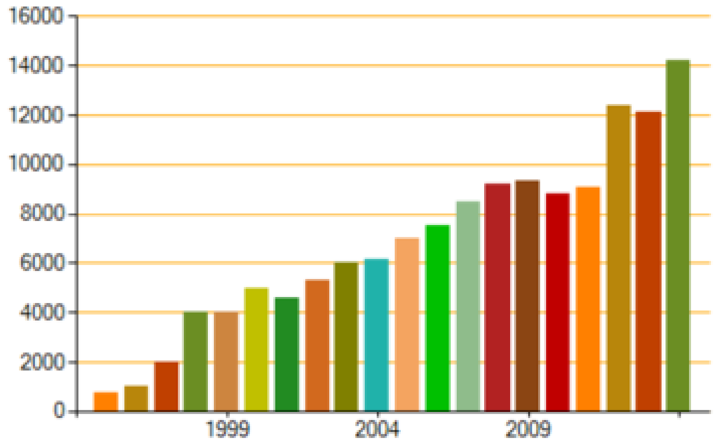


Ilustración 3 - Número de participantes en el resto España

De los gráficos podemos extraer información muy valiosa. A nivel internacional ha habido un crecimiento muy rápido durante los últimos años aunque ahora se ha estabilizado. Esto es debido a la suma progresiva de países que se han dado cuenta de la calidad de estas pruebas y lo interesante que es implementarlas en sus centros educativos. Cerca de 6.000.000 de alumnos/as realizan la prueba cada año en todo el mundo, haciendo de la unificación de una prueba de matemáticas un hecho real y actual.

También vemos como el concurso es más popular en tierras catalanas que en el resto de España. Comparando los datos, a pesar de que al principio la participación estaba igualada 4.000 participantes en España en 1.999 y casi 5.000 en Cataluña, la brecha se ha agrandado conforme han pasado los años logrando aproximadamente el doble de participación en Cataluña que en España (30.000 frente a 14.000 participantes). La suma de participación de los 44.000 alumnos/as significa aproximadamente un 0,75% del total de participantes a nivel mundial.

3.3. El “Canguret”

El “Canguret” es la prueba hermana pequeña del “Cangur”. Fue ideada para que los alumnos del primer ciclo de la ESO pudieran empezar a realizar pruebas parecidas al “Cangur” ya que este solo se podía hacer a partir de 3º ESO. Es importante el hecho de que esta prueba se realiza con ordenador, lo cual atrae más al alumnado que sentarse delante de un papel y hacer cálculos como si fuese un examen.

3.3.1. La prueba

El año 2012 un grupo de profesores de Vila-real y Castellón crearon esta prueba matemática para alumnado de primero y segundo de la ESO [w8]. Está inspirada en la prueba “Cangur” y en los “Problemes a l’Esprint” ya que tiene la misma estructura que la primera y ofrece libertad de horario y posibilidad de hacer la prueba desde el mismo centro como en la segunda. La finalidad de la prueba, aparte de pasar un rato divertido mientras se participa, es que los alumnos practiquen matemáticas y cojan experiencia en este tipo de concursos para estar más preparados para las Pruebas “Cangur” que llegarán a partir de tercero de la ESO.

En la prueba, los alumnos y alumnas se sitúan frente al dispositivo con internet e ingresan en la prueba con su usuario particular y su contraseña. Pueden tener un folio y lápiz o boli para hacer cálculos, pero no calculadora. Después los participantes seleccionan nivel, 1ºESO o 2ºESO. Luego aparece en la pantalla las normas e indicaciones de la prueba. Al acceder al cuestionario, vemos las preguntas con las opciones, separadas en los tres grupos según dificultad. También aparece en pantalla la cuenta atrás de 45min. Finalmente se puede ver un resumen de las preguntas y las respuestas elegidas por si alguna se ha saltado. Al pulsar envía y acaba, se entrega la prueba para la corrección y aparece la puntuación. En cada paso se necesita una confirmación con clic por parte del alumno. Las soluciones de la prueba y las preguntas que han acertado cada uno se pueden saber unos días después de la realización de la prueba.

La prueba tiene su propia página web [w8] donde podemos encontrar datos sobre las últimas ediciones, un manual para poder hacer la prueba y practicar y JClics descargables para resolver problemas de la prueba.

En los anejos 2 y 3 podemos ver el ejemplo de una prueba y sus soluciones además de fotos de alguna edición de la prueba.

3.3.2. Bases de la prueba

1. Cada alumno representara el propio centro educativo donde habrá al menos un profesor/a que coordinará y vigilará la prueba. Estos son los encargados de velar por el buen funcionamiento de la misma.
2. La prueba se debe hacer desde el propio centro educativo de 8 a 18 horas, cuando mejor le venga a cada centro.
3. Cada alumno debe utilizar un ordenador o Tablet con conexión a internet para participar.
4. No se pueden usar calculadoras, ni siquiera la del ordenador. Si se puede tener un folio y un lápiz como soporte para hacer operaciones.
5. La prueba consta de 18 preguntas organizadas en 3 niveles de dificultad. Cada pregunta tiene 5 opciones como respuestas y una opción de respuesta en blanco. En los niveles tenemos un nivel de 6 preguntas de 3 puntos, otros de 6 preguntas de 4 puntos y otro de 6 preguntas de 5 puntos. Podemos verlo en el anejo.
6. Se dan 18 puntos iniciales a cada participante al contestar una pregunta sobre el curso al que perteneces. Las respuestas correctas suman, 3, 4 o 5 puntos dependiendo del nivel. Las respuestas incorrectas descuentan ¼ de su valor. Las preguntas no contestadas ni suman ni restan puntuación.
7. Se dispone de un máximo de 45 minutos para realizar toda la prueba. El tiempo restante aparece en pantalla.
8. Los alumnos sabrán su puntuación (irá de 0 a 90 puntos) al acabar la prueba. Más adelante, los profesores reciben un listado con la clasificación general individual y con la del centro.
9. La prueba es gratuita y no hay más premio que un diploma personalizado para cada alumno detallando su puntuación y la posición de los mejores clasificados de cada categoría, aunque cada centro decide si quiere dar algún premio extra.
10. Las posibles descalificaciones de alumnos por parte de la comisión del "Canguret" serán inapelables.

3.3.2. Evolución de la participación

Desde que se realizó la primera edición de la prueba, la participación ha ido creciendo progresivamente, señal de que es una prueba que gana enteros y gusta al personal docente y al alumnado. Vemos los participantes y su evolución en las siguientes tablas y gráficas:

Edición	Número de centros participantes	Número de participantes	Localización de los centros
Año 2012	5	**214** 98 (1ºESO) 116 (2ºESO)	Provincia de Castellón
Año 2013	14	**565** 312 (1ºESO) 253 (2ºESO)	Provincias de Castellón, Alicante y Girona
Año 2014	23	**1190** 627 (1ºESO) 563 (2ºESO)	Provincias de Castellón, Alicante, Valencia, Girona y Barcelona
Año 2015	34	**1418** 738 (1ºESO) 680 (2ºESO)	Provincias de Castellón, Alicante, Valencia, Girona y Barcelona
Año 2016	44	**2275** 1210 (1ºESO) 1065 (2ºESO)	Provincias de Castellón, Alicante, Valencia, Tarragona, Lleida, Girona y Barcelona

Tabla 2 - Participantes de la prueba Cangurito

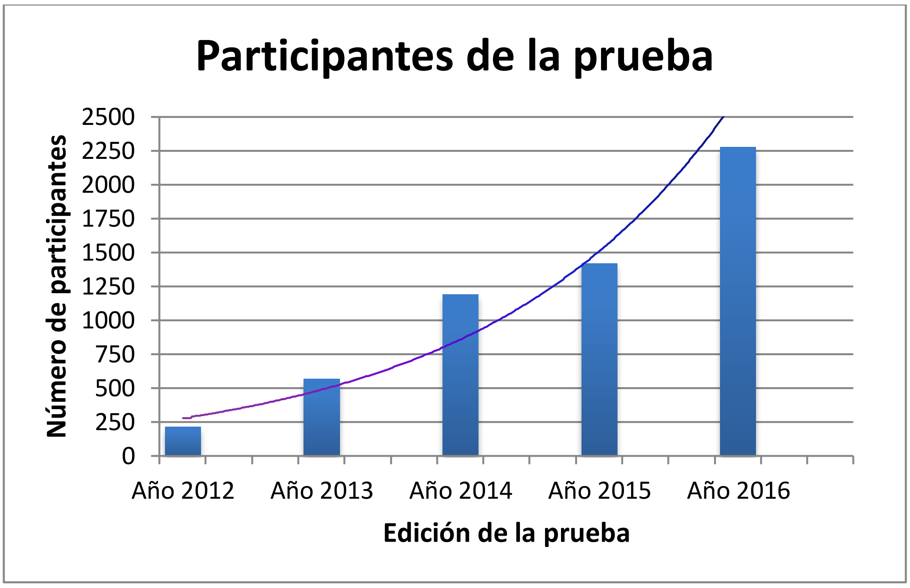


Ilustración 4 - Gráfica de la evolución de la participación

Podemos ver también un mapa en la página web con la información de los centros participantes en la última edición:

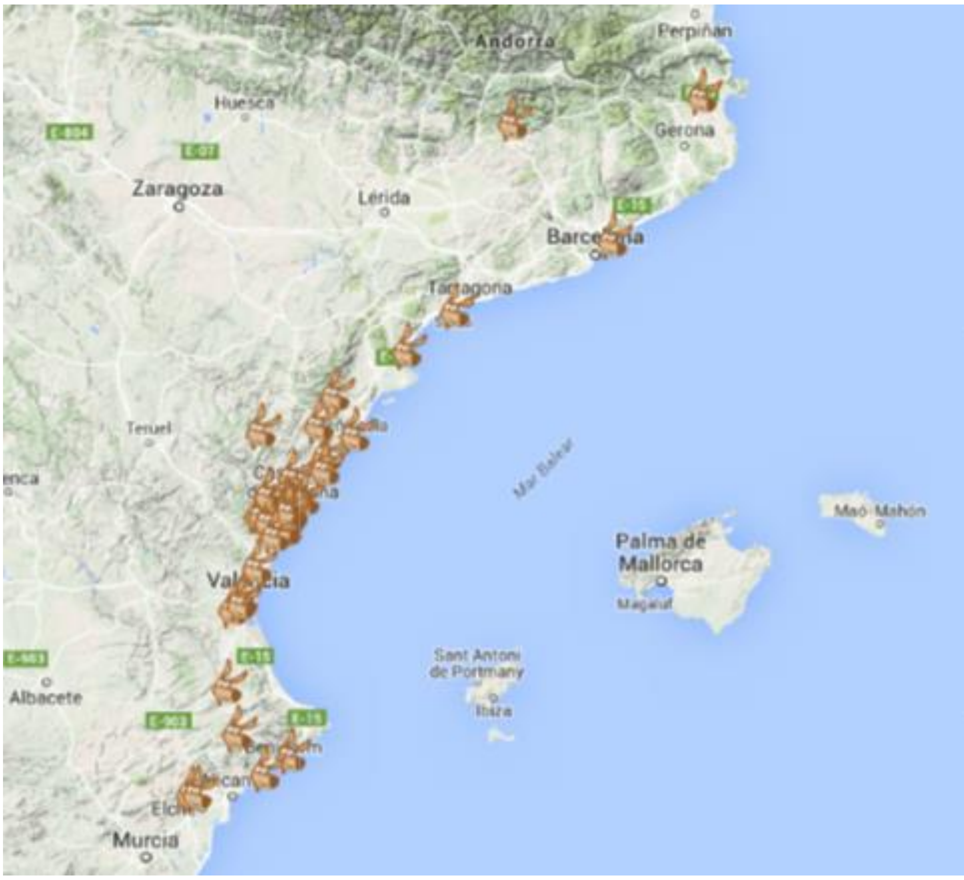


Ilustración 5 - Mapa actual de los centros que participan en la prueba

3.4. La Copa "Cangur"

La Copa "Cangur" lleva celebrándose desde abril del 2014 en España, pese a que en Italia lleva muchos años más realizándose. La comisión "Cangur" de la SCM ("Societat Catalana de Matemàtiques") convocó este evento experimental como una actividad presencial de resolución de problemas para equipos de centro, formados cada equipo por 7 alumnos/as de 2º y 3º ESO o excepcionalmente con algún alumno/a de 1º ESO. Los equipos de centro se reúnen en una sede y celebran la prueba durante 60 minutos, a la vez que en otras sedes ocurre exactamente lo mismo. En las características y el reglamento podemos ver porque es una actividad que está teniendo éxito y es muy favorable para el trabajo en equipo. Disponemos de una página web donde encontrar toda la información que necesitemos [w9].

El concurso está organizado por fases en la que los ganadores de las primeras fases pasan a la siguiente fase. Suele haber fases regionales, una fase nacional y una internacional. A continuación se describe brevemente la experiencia de las 3 ediciones y sus curiosidades:

1ª edición (2014):

- Hubo una primera fase en Cataluña, con 81 equipos de centros distribuidos en 6 sedes. En total se contabilizan unos 567 participantes.
- Los 12 equipos más destacados pasaron a la fase final, esta vez ya de carácter internacional, convocada por la asociación Canguro Italia. Participaron en total 25 equipos, los 12 de Cataluña y hasta completar, equipos de centros Italianos y Eslovenos.
- La prueba era en línea de un país a otro, aunque los equipos catalanes se juntaron en la sede de Barcelona. El carácter de la prueba en esta sede constituía como una fase final nacional, independientemente del resultado a nivel internacional.
- Ganaron 3 equipos de Italia y uno Esloveno. Aunque como podemos ver en la imagen de abajo, el equipo ganador (el #6) no es el que acertó más problemas, pero si el que tuvo menos fallos. Además, el tener el comodín en uno de sus aciertos, le dobló la puntuación en ese problema.

Team	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1# Epic Team					3err	5err				3err		1err			
2# IC piazza Unità d'Italia	2err						1err			2err			1err		
3# I Canguri Rampanti					1err	1err			2err						
4# IC 'G.B. Della Torre'					2err										
5# IC Merate															
6# IC Borgoricco						1err									
7# IC Terralba			1err			2err									
8# Black And Yellow		1err			1err	1err				1err					2err
9# Scuola Paoli		1err				3err									
10# SMS De Marchi Gulli		1err			2err	2err			1err	4err		3err			2err
11# OŠ Simona Jenka, Kranj															
12# OŠ Ivana Cankarja, Vrhnika				1err	1err										
13# OŠ Vič, Ljubljana		2err		4err		3err				3err					1err
14# Aula		1err	2err		4err	2err	2err	4err		4err					
15# IPSI	1err				3err	3err	1err	2err	2err	4err			1err		3err
16# A. Torroja		2err		1err	2err	2err	2err			3err				1err	
17# Deltebre					3err										
18# J. Vicens Vives		1err				3err	3err			3err		1err		2err	
19# Bell-lloc	3err	2err	1err		5err	5err		3err		4err	3err				2err
20# Jardí		3err				2err	1err								
21# Fontanelles		2err			2err		2err						1err		2err
22# S. Gili i Gaya		2err		2err	2err			2err					2err		3err
23# Llor		1err			4err			5err		3err			1err	2err	
24# Els Alfacs					3err			4err		5err					
25# St Quirze		5err	1err		4err	4err		5err		3err			1err	2err	4err

Ilustración 6 - Puntuaciones que se muestran en pantalla en la Copa "Cangur" (1ª Edición)

- Como se puede ver también el problema 8 era bastante difícil ya que nadie lo resolvió, y el 6 y el 10 pocos lo acertaron.
- Los equipos Catalanes tienen muchos fallos respecto a los demás, esto demuestra la poca experiencia en estas pruebas de los participantes nacionales y da sentido a un consejo para futuras pruebas: No dar respuestas precipitadas y asegurar el acierto.
- Al finalizar la prueba en la sede de Barcelona, se dieron obsequios a los participantes y al equipo nacional ganador se le hizo entrega de la copa y ganó el derecho a participar en la final de la copa del año siguiente.

2ª edición (2015):

- En la primera fase participaron 130 equipos de centros de Cataluña y de la Comunidad Valenciana repartidos en 9 sedes. Como novedad, se abrió la convocatoria y los centros de la Comunidad Valenciana participaron por primera vez.
- Los mejores 14 equipos de los 130 totales pasaron a la fase final, además del equipo ganador del año pasado a nivel nacional. En total 15 equipos para la fase internacional convocada de nuevo por la asociación Canguro Italia.
- Ganó un equipo de un centro de Lleida, y quedó segundo un equipo de un centro

de Barcelona.

- Se empezaba a notar la experiencia de los participantes en este tipo de prueba, los cuales iban igualando las puntuaciones a los equipos Italianos.

3ª edición (2016):

- La tercera edición contó con más de 165 equipos repartidos en 15 sedes de Cataluña y la Comunidad Valenciana.
- Solo se clasificaría para la fase final el ganador de cada sede y el ganador de la fase final del año anterior, es decir, 16 equipos.
- La fase final se realizó en Barcelona y fue un equipo de un centro de Barcelona el que quedo ganador, y completaron el premio uno de Castellón de la Plana y uno de Cambrils.
- Como novedad, el ganador se ganó el derecho de participar como invitado en la semifinal de la fase nacional Italiana realizada en Rímini, y tener opción de pasar a la final y ganar en Italia también.
- Los 8 equipos más destacados de la fase final de Barcelona participarán en la fase internacional como otros años, pero esta vez de forma telemática cada equipo desde su centro.

3.4.1. Características de la actividad

- Es una actividad esencialmente preparada para colaborar con los miembros del equipo y no para competir. El ganar o perder depende de muchos factores, pero el hecho de hacerlo lo mejor posible solo depende de uno, de la cooperación entre los 7 miembros del grupo para resolver problemas.
- Los participantes no interactúan con el ordenador, sino el jurado de la competición, el cual apunta los resultados que recibe en el software del ordenador, por tanto es una actividad a realizar en papel.
- En la sala los equipos están distribuidos al azar y se dispone de una pantalla donde todos los equipos pueden ver en directo las puntuaciones de todos los equipos en cada problema. Además, en esa pantalla se ven los fallos y aciertos, donde se ha usado el comodín, el tiempo restante, etc.
- Para llevar a cabo este concurso es necesario una buena conexión a internet y un software de ordenador que permita a los jueces introducir las respuestas,

comprobar que son correctas y hacer los cálculos y gráficos de las soluciones. Además, hace falta proyectar en directo las puntuaciones y el desarrollo de la prueba para que los equipos puedan escoger estrategias de resolución en vivo. **Podemos resumir las características del software:**

El programa es de una empresa italiana www.cimidas.com. El precio es de 75€ +IVA, pero la comisión del Canguro ha llegado a un acuerdo con la empresa para vender a los centros educativos participantes por solo por 45€. El software no requiere ninguna condición de instalación, funciona en cualquier ordenador. En el software hay que introducir antes de la prueba, el número de preguntas y el resultado de cada uno de ellas. También el número de equipos con su nombre. Luego los jueces introducen para cada equipo el resultado en el número de pregunta que se haya contestado y se compara con el resultado introducido anteriormente. A partir de los datos introducidos, el software mismo diseña en pantalla la clasificación con los puntos de cada equipo y los aciertos o errores en cada problema.

- Para el diseño del juego se pone un número relativamente grande de problemas y alguno bastante difícil. La prueba gana mucha emoción si siempre hay algún problema que va variando de puntuación. Además, de esta manera cada equipo puede elegir que problemas le gustan más o se adaptan más a su estrategia. La comisión organizadora es consciente de la posibilidad de que ningún equipo acabe todos los problemas.
- El diseño del juego hace que el alumnado participante establezca estrategias de juego y de reparto de tareas y piense y debata con mucho interés con el resto del equipo los problemas propuestos.

3.4.2. Reglamento

1. Cada equipo está compuesto por 7 alumnos. Un máximo de 4 podrán ser de 3ºESO y el equipo se completará con alumnos de 2ºESO o excepcionalmente de 1ºESO.
2. En cada sede los equipos estarán identificados con un número de equipo y el nombre del centro.
3. Cada equipo designará un “encargado de responder” que es el único que se puede levantar y organizará su método de trabajo que, en todo caso, deberá ser en equipo: buscar la respuesta, confrontarla entre los miembros del equipo… y cuando haya consenso, entregar la respuesta a los jueces.
4. El concurso dura 60 minutos y una vez se acaban, no se pueden entregar más

respuestas.

5. Consta de 12 problemas, cada uno de los cuales tiene respuesta numérica concreta, que se debe expresar como un número natural de 4 cifras, completando a la izquierda con ceros si es necesario.
6. Las preguntas tienen varios niveles de dificultad, pero no están ordenadas siguiendo este criterio. Los problemas no están relacionados entre sí y se pueden hacer todos independientemente de resolver o no los otros.
7. En el momento de empezar la actividad a cada grupo se les reparte 4 copias de los enunciados de los 12 problemas, hojas para entregar las respuestas donde ya constara el número del equipo, un resumen de la normativa de la prueba y folios en blanco para hacer cálculos, gráficas… estos últimos no se tendrán que entregar.
8. El ganador del concurso será el equipo que al acabar los 60 minutos tenga más puntos.
9. Está prohibido usar libros, apuntes o notas de cualquier tipo y tampoco medios electrónicos de cálculo o comunicación (especialmente teléfonos móviles y calculadoras)
10. Excepcionalmente un equipo puede pedir aclaraciones sobre la interpretación del enunciado de alguna pregunta levantando la mano y un miembro del jurado los atenderá.
11. Cuando un equipo crea que ha resuelto un problema tiene que escribir en las hojas de respuesta el número de la pregunta y la respuesta y el encargado de responder debe llevar la hoja a la mesa del jurado. Si se da el caso que en ese momento hay un miembro de otro equipo se hará fila ordenadamente, sin poder ver la respuesta del otro equipo.
12. Se puede proporcionar más de una respuesta (cada una en su hoja de respuesta) en una misma entrega al jurado.
13. Cuando un equipo ha entregado una respuesta, el jurado la mete en el sistema informático y se ve por la pantalla si la respuesta es correcta o no y la puntuación otorgada al equipo.
14. Inicialmente cada problema vale 20 puntos independientemente de que el problema sea más fácil o difícil.
15. La gracia de esta prueba es que la puntuación de 20 puntos se va modificando. Por cada minuto que pasa sin que nadie acierte la solución de un problema, aumenta

el valor del mismo 1 punto hasta que un equipo acierta la respuesta. Y por cada respuesta errónea que de cualquier equipo a la solución del problema, también aumenta el valor del mismo 2 puntos hasta que un equipo acierta la respuesta y se fija la puntuación del problema.

16. Inicialmente cada equipo tiene 200 puntos (todos el mismo, para que nadie llegue a tener puntos negativos).
17. Por cada respuesta correcta dada a una pregunta, se suma a la puntuación del equipo un número de puntos igual al valor que tiene esa pregunta en el momento que el jurado registra la respuesta, más una bonificación de 15 puntos si es el primer equipo que lo resuelve, 10 si es el segundo o 5 si es el tercero. El resto de equipos solo recibe el valor que se ha fijado cuando el primer equipo ha acertado.
18. Si la respuesta es incorrecta, se restan 10 puntos de la puntuación global del equipo. Cada equipo puede hacer tantos intentos como quiera para cada problema, pero sabiendo que cada intento fallado baja la puntuación del equipo 10 puntos.
19. No se prevén puntuaciones negativas; si por aplicación de las normas anteriores a un equipo le corresponde en cierto momento una puntuación negativa, se quedará con 0 puntos.
20. Durante los 15 primeros minutos del juego cada equipo debe escoger un problema que distinguir con el nombre de comodín. La puntuación de este problema será del doble si se acierta, pero también tendrá un descuento doble si se falla la respuesta. Si no se escoge un problema comodín, a los 15 minutos, automáticamente se asigna el comodín al problema 1.
21. Cuando quedan 5 minutos para acabar la prueba, la pantalla se apaga y solo aparece una cuenta atrás. De esta manera se gana emoción por lo que pueda pasar en los momentos finales, en los que los equipos pueden seguir acertando o fallando preguntas.

3.5. “Problemes a l’Esprint”

3.5.1. Historia de la prueba

La actividad de resolución de problemas en línea para equipos de centro, que luego pasaría a llamarse “Problemes a l’Esprint”, nace en el año 2000 como actividad complementaria a la prueba “Cangur” de la SCM, para alumnos de segundo ciclo de la ESO y Bachillerato [w14]. El llamarse “Problemes a l’Esprint” es por el hecho de que gana el centro que primero envié todas las soluciones correctas a las preguntas.

La prueba estaba dirigida en sus inicios a equipos de centro del segundo ciclo de secundaria con participación extraordinaria de algún alumno de bachillerato. Actualmente cuenta con 3 niveles, para el primer y segundo ciclo de ESO y para bachillerato. Los equipos pueden ser interniveles (de 1º y 2º ESO por ejemplo) y cada centro los organiza como cree conveniente.

Desde el inicio la prueba ha ido variando en sus características como la estructura del juego o el número de preguntas, pero siempre ha mantenido claro su objetivo: hacer matemáticas de una manera colaborativa y enviar las respuestas telemáticamente. Desde el año 2003, el tablero tiene una referencia al “no a la guerra” con las casillas decoradas con ramas de olivo y palomas de la paz. Este hecho se debe a que el 20 de marzo de 2003, se inició la invasión a Irak pese a considerarse ilegal por el Consejo de Seguridad de las Naciones Unidas. Ese mismo día se realizó una prueba “Cangur” a la que muchos alumnos/as no acudieron como señal de protesta a la invasión. La organización quiso manifestar su apoyo rediseñando el tablero con referencia al “no a la guerra” que se mantiene puesto que la situación en el mundo no ha cambiado de manera sustancial.

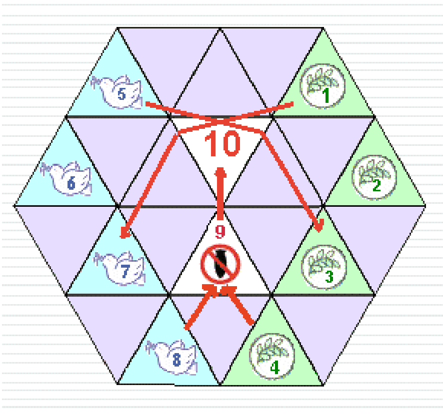


Ilustración 7 - Tablero de los Problemas al Sprint

Desde el año 2008 la actividad se convoca conjuntamente por el FEEMCAT, el cesire/creamat del Departamento de Enseñanza y la SCM. A partir del año 2011 se diferenció los niveles de bachillerato y de 3º y 4º de la ESO.

3.5.2. Estructura de la actividad

La actividad no necesita inscripción previa de los participantes, simplemente organizar adecuadamente un grupo de alumnos para participar y que el profesor rellene un formulario en el momento de empezar.

En la primera parte de la actividad se recomienda que el equipo se divida en dos subgrupos para trabajar cada grupo los problemas de las dos ramas diferentes del tablero. Presumiblemente, los problemas de la rama de la paloma son un poco más difíciles. La estructura sugiere que al final todo el grupo trabaje conjuntamente en los retos finales, es decir en los problemas 9 y 10. No obstante puede dividirse el grupo en varios subgrupos que trabajen la misma rama, e incluso el mismo problema, de tal manera que luego comparen y confronten resultados antes de enviarlos. La idea clave de esta actividad está en la colaboración entre distintos subgrupos, la comprobación de los resultados, y el debate de "que grupo lo tiene bien" y "porque".

Durante unos años, el número de problemas ha sido 5+4+3 respectivamente, pero desde 2009, se reducen los enunciados a 4+4+2, y se proponen unos retos suplementarios fuera de concurso. Estos retos suplementarios vienen bien si el grupo ha acabado rápido los 10 problemas del concurso, para seguir trabajando las matemáticas. El tablero tiene preguntas vinculantes a otras, esto es, la prueba exige que para resolver algunos problemas son necesarias antes las soluciones de otros, ya que estas suelen ser datos de estos problemas nuevos. Por ejemplo, en la ilustración 7, vemos el tablero en el que para contestar a la pregunta 7, necesitamos antes haber resuelto la pregunta 1 y comprobar que la respuesta es correcta. Ídem con la 3 y la 5. Para resolver la 9 debemos haber resuelto la 4 y la 8. Y para la 10, haber solucionado la 9. El control de las respuestas se hará con formularios online, en la que el tutor/a o profesor/a que acompaña al grupo participante debe introducir las respuestas de una rama, o de otra, o las finales. El profesorado recibirá inmediatamente si la respuesta dada es correcta o no.

Cada centro podrá hacer la prueba adaptando el horario a la organización del centro pero siempre el día de la prueba. Para Secundaria se podrá acceder a partir de las 8:00am y para primaria a partir de las 8:30am. Puede ser en horario de clase, o en horario extraescolar. No hay límite de tiempo para la actividad. Los grupos más rápidos suelen tardar una hora, los más lentos, una hora y media o dos. También hay centros que no acaban los problemas y salen de la prueba sin acabarla. Al fin y al cabo el concurso trata de que un grupo de participantes se junten y colaboren para trabajar matemáticas.

El profesorado iniciará la prueba al rellenar un formulario de participación que dará acceso a la web con los enunciados. Los participantes podrán ver los enunciados en pantalla, pero no podrán interactuar con el ordenador, esto es tarea del supervisor/a para enviar las respuestas. El alumnado trabajará en papel, por grupos para intentar resolver los problemas, planteando una estrategia que no dificulte el seguir avanzando en el tablero. Desde el momento que se inicia la prueba hasta el momento de enviar las respuestas es cuando contará el tiempo que luego valorará a los participantes.

En cada centro pueden participar más de un equipo diferente a las mismas horas o en horas distintas, siempre claro está, que no se digan las respuestas de unos a otros. Supongamos que un equipo son un grupo de personas que hacen la actividad en un aula. Aquí interviene la moderación y organización del profesor o profesora y también la justicia de los participantes los cuales deben entender que hay que disfrutar de la prueba y no hacer trampas.

Al acabar la prueba se realiza durante octubre del curso siguiente unas jornadas matemáticas en Cataluña donde se entregan los premios correspondientes.

3.5.3. Últimas ediciones

En la página web de “Problemes a l’Esprint” [w14] podemos encontrar información de las ediciones realizadas de la prueba. Se diferencian dos periodos, de 2000 a 2012, donde solo había 3 niveles de la prueba (Ciclo superior primaria, primer ciclo ESO y segundo ciclo ESO con Bachillerato) y a partir de 2013 que distinguimos 4 niveles, ya que el segundo ciclo ESO y Bachillerato se separan.

En 2013 se consiguió una participación de 4.315 participantes, repartidos en 222 equipos entre todos los niveles. En 2014 participaron 274 equipos, aproximadamente 5.440 participantes. 2015 consiguió una participación de 323 equipos y 6.319 participantes.

Vemos en la web que la participación ha ido aumentando cada año, y que dependiendo el centro y el nivel se trabaja siguiendo unas estrategias diferentes, de tal manera que a veces se responde en menos tiempo pero de una forma más certera, dando importancia al trabajo colaborativo entre grupos antes de enviar la respuesta. Nos centraremos en los datos de la última edición.

En la edición de este año 2016 tenemos los datos siguientes:

- 146 equipos de 97 centros de Cataluña, Comunidad Valenciana e Islas Baleares, han participado en la prueba en el nivel de 1º y 2º ESO. Un total de 2.635 alumnos y alumnas. 90 equipos han acertado todas las respuestas (61,6%). 3 equipos acabaron la prueba en menos de 40 minutos, 4 más en menos de 50 minutos y 12 más en menos de una hora. El resto hasta 90 lo hicieron en la media (1hora) o más. Como curiosidad hubo 4 equipos que no cometieron fallos, aunque no coincide con los que lo hicieron más rápido. Esto prueba la versatilidad de la prueba.
- En el nivel de 3º y 4º ESO han participado 101 equipos de 87 centros de Cataluña, Comunidad Valenciana, Islas Baleares y la franja de poniente. Un total de 2.090 participantes, record de la actividad en su historia. 4 equipos acabaron en menos de 1 hora y 10 minutos. 35 equipos tuvieron acierto total. El tiempo tardado y los pocos acertantes denotan la dificultad de esta prueba. No obstante queda constancia que el alma de la actividad, que es pasar un rato emocionante haciendo matemáticas, no ha variado, si no que se mantiene presente haciendo que la participación se supere año tras año.
- En cuanto a primaria la participación solo ha llegado a Cataluña y Baleares, con 59 equipos de 50 centros. En total, 1.405 alumnos/as, record frente a los años anteriores. 33 equipos han tenido acierto total. Un equipo respondió todo bien en menos de 36 minutos, y 2 equipos en menos de 45 minutos. 7 equipos lo hicieron en menos de una hora. Pero lo destacable, como en todos los niveles, es la alta participación que se está consiguiendo.
- Desde Cataluña y la Comunidad Valenciana han participado 46 equipos de 44 centros. 25 equipos tuvieron acierto total. 2 equipos enviaron la respuesta en menos de media hora. 2 más en menos de una hora, el resto ya se van a la hora y media o más. No obstante, se destaca que muchos centros han enviado la respuesta después de un largo rato de trabajo colaborativo, y este no es otro que el objetivo de la actividad.

La participación total es de 352 equipos, que hacen un total de aproximadamente 7.000 participantes que demuestran que esta actividad cada vez gusta más. Vemos también que donde más participación hay es en la ESO, principalmente en el primer ciclo. Es posible que la prueba se adapte más a estas edades y por eso sea tan popular.

3.6. Olimpiada Matemática de la RSME

La Olimpiada Matemática de la RSME es un concurso para para jóvenes estudiantes con el objetivo de estimular el estudio de las Matemáticas y el desarrollo de jóvenes talentos en esta Ciencia. Es por esto, que esta prueba es un tanto elitista, ya que solo los jóvenes talentos se aventuran a participar en ella debido al alto nivel.

La olimpiada tiene su antecedente en las competiciones matemáticas nacionales de Eotvos de Hungría, en 1894. A principios del siglo XX este tipo de pruebas se extendió por todo el centro y este de Europa. La forma actual del concurso data de 1938 y fue establecido en las competiciones W. L. Putnam, organizadas en Estados Unidos y Canadá. El nombre de Olimpiadas data de 1958, año de celebración de las primeras Olimpiadas Matemáticas Internacionales por iniciativa de Rumania.

En la página web [w13] podemos encontrar mucha información sobre las fases y sus sedes, el anuncio de cada edición y datos sobre ediciones pasadas.

3.6.1. Filosofía de las Olimpiadas Matemáticas

Las Olimpiadas son algo más que un concurso. Sirven para promocionar las Matemáticas y dotarlas de un contenido lúdico que lamentablemente han perdido casi por completo por muy diversas razones. Contribuyen a la captación, para dedicarse profesionalmente a la Matemática, de algunos de nuestros talentos más brillantes. Es un hecho indiscutible que la Matemática española ha pasado de la nada a un lugar relevante en el concierto mundial, y es fácilmente comprobable que la casi totalidad de nuestros matemáticos más conocidos provienen de las Olimpiadas. Son también un elemento de importancia en la mejora de nuestro sistema educativo por cuanto suponen, en el profesorado que de modo completamente altruista viene preparando a los alumnos, una necesidad de actualización permanente de conocimientos, una búsqueda de problemas nuevos y de métodos de adaptación a los planes vigentes de nuevos y más atractivos contenidos.

3.6.2. Estructura de la prueba

La prueba está dirigida a alumnado de bachillerato matriculado en el sistema educativo español y con excepción a alumnado avalado por escrito por si profesorado de 4º de la ESO. Es una prueba dura que necesita de una buena preparación. Los interesados en participar deben cumplimentar un boletín de inscripción que se puede encontrar en el anuncio de la prueba en la página web y enviarlo a la dirección que figura al pie del mismo. El concurso en sí consta de

3 fases que a su vez son tres pruebas de dificultad creciente:

1. Fase de Distrito: Suele celebrarse al final del primer trimestre en los distritos universitarios. Consta de dos pruebas escritas en las que se han de resolver seis problemas. Cada prueba escrita dura tres horas y media. No hay requisito previo para apuntarse, es voluntario. Se realizará en el lugar y a la hora que el delegado de la RSME establezca. Solo se permite la utilización de útiles de dibujo y escritura. No se permiten calculadoras o aparatos electrónicos. Un tribunal designado por la RSME calificará los ejercicios y propondrá a los 3 ganadores por distrito. Los tres alumnos que obtienen mejor puntuación pueden acceder a la fase nacional y obtienen un diploma y una cuota anual de socio-estudiante para recibir la revista la Gaceta. Estos premios son independientes y compatibles con los que quiera conceder la Universidad o Comunidad Autónoma donde ser realiza la prueba.
2. Fase Nacional: Suele celebrarse a finales de Febrero. Consta de dos pruebas escritas de tres horas y media de duración cada una. Los participantes deben resolver 6 problemas propuestos por un tribunal. La sede de esta fase es itinerante. Los seis mejores clasificados en esta Fase pueden participar en la fase Internacional y los cuatro primeros participan además en la Olimpiada Iberoamericana. El premio físico son medallas olímpicas, de oro, plata o bronce para los ganadores.
3. Fase Internacional: Suele celebrarse a mediados de Julio y tiene la misma estructura y funcionamiento que la Fase Nacional exceptuando la dificultad de los problemas y que la duración de cada una de las dos pruebas es de cuatro horas y media. Tiene su propio carácter como Olimpiada Internacional [w15].

La Olimpiada Iberoamericana [w16] se celebra en el mes de Septiembre y acceden los 4 primeros de la Fase Nacional. Esta Olimpiada es una olimpiada internacional pero entre los países de Sudamérica y España y Portugal. Tiene el mismo funcionamiento que el resto de fases de las olimpiadas y sobretodo que la Fase Internacional.

Los problemas de todas las fases no requieren conocimientos especiales de Matemáticas, sino capacidad de raciocinio, habilidad para enfrentarse a situaciones nuevas y una cierta dosis de lo que tradicionalmente se conoce por idea feliz.

Los ganadores de la olimpiada reciben medallas olímpicas según su posición y premios por soluciones ingeniosas. En los anejos 8, 9 y 10 podemos ver ejemplos de las pruebas de cada fase.

3.7. Otros concursos

3.7.1. Encuentro matemático de Alcora

El encuentro matemático de Alcora [w17] se organiza como cada año desde hace 11 años en el colegio concertado Puértolas Pardo a través de su Fundación. La XI edición, celebrada el 13 de febrero de este 2016 acogió a 250 participantes de toda la provincia, aunque otras ediciones han acogido más de 300 participantes. Los participantes provienen de colegios e institutos de Alcora, Castellón, Onda, Burriana, Nules, Vall d'Alba y Vila-real, pero la convocatoria está abierta a todos los centros.

Este encuentro es un concurso de ejercicios matemáticos dirigidos al alumnado desde 5º de Educación Primaria hasta 4º de Educación Secundaria Obligatoria. Cada centro que decida participar en el concurso podrá inscribir un máximo de 5 alumnos/as por curso. Para participar hay que descargarse la ficha de inscripción de la página web y enviarla con los datos cumplimentados. La tasa de inscripción es de 2€ por participante y se puede abonar en el propio centro o en el Colegio Puértolas Pardo el día de la prueba. Los participantes deben ir acompañados por el profesorado, los tutores o familiares que los esperaran en el recinto del colegio.

El objetivo principal de la prueba es fomentar el interés por las matemáticas a través de actividades en un entorno lúdico. La prueba dura una hora y media y consta de dos partes. La primera de unos ejercicios de cálculo mental a hacer en 10 minutos. La segunda, una serie de problemas y retos matemáticos que deben trabajar de manera individual. El carácter y forma de los problemas es similar a los de las olimpiadas y los otros concursos matemáticos. La prueba se evaluará individualmente y no se podrá usar calculadora. En caso de empate de respuestas correctas, se valorará la rapidez al contestar la prueba.

Habrá premio para los 3 participantes más destacados de cada curso. Además del premio, el participante recibirá un trofeo acreditativo. La entrega de premios se realiza aproximadamente un mes después en un acto en el Auditorio de la Caja Rural de Alcora. Solo se hará entrega de premios a los participantes que acudan al acto o justifiquen con anterioridad su ausencia.

Como curiosidad también se abre un concurso previo de diseño del cartel del encuentro donde todo alumnado que curse de 5ºEP a 4ºESO puede participar. El cartel ganador recibe como premio un trofeo acreditativo y un regalo que también se le entrega, como los otros premios, en el acto de entrega de premios.

3.7.2. Calendario matemático

El calendario matemático es un concurso de resolución de actividades matemáticas propuesto por la Sociedad de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana Al-Khwarizmi. Esta sociedad formada por profesores y profesoras de matemáticas tiene como objetivos entre otros los siguientes:

- Difundir las matemáticas y las diversas corrientes del pensamiento matemático.
- Transmitir innovaciones educativas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Impulsar el desarrollo y difusión de investigaciones en Educación matemática
- Fomentar todas aquellas actividades encaminadas a superar los obstáculos a la difusión de las matemáticas generados por motivos culturales o de género.
- Realizar estudios, críticas y propuestas curriculares para cualquiera de los niveles educativos.

El calendario matemático propone un reto matemático diario para los participantes durante los meses lectivos del año (se excluyen el mes de Julio y Agosto). Es una forma graciosa e interesante de plantearse una rutina de hacer una actividad matemática cada día. Las actividades de cada mes están diseñadas por un profesor o profesora distintos, o un grupo de ellos. También encontramos meses en los que hay recopilaciones de problemas de otros concursos. Además, dependiendo de quien haga cada mes es posible encontrar meses en los que solo hay problemas de algebra, o de geometría, así en cada mes se trabaja una cosa distinta. Podemos encontrar en su página web [w19] los calendarios desde el 2001. En el anejo 11 disponemos de la edición de este año.

Hay dos formas principales de participar.

1. A la solución más ingeniosa: Podrá participar cualquier estudiante de ESO o Bachillerato que dé respuesta (solución/comentario) a una actividad planteada un día cualquiera. Cada centro seleccionará las mejores soluciones de sus alumnos enviando a corrección solo una por cada día e incluyendo el nombre completo del estudiante, curso y nivel, centro, dirección, teléfono y correo electrónico. Se otorgarán tres premios por mes y los premiados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.
2. Al trabajo en grupo: Podrá participar un solo grupo de cualquier centro de la ESO y/o Bachillerato que dé respuesta (solución/comentario) a todas las actividades planteadas un mes cualquiera. Habrá que indicar el nombre completo del centro,

la dirección, el teléfono y correo electrónico; y el nombre de todos los estudiantes que integran el grupo y del profesor que lo coordina. Se otorgarán un premio por mes y los ganadores recibirán el correspondiente diploma acreditativo.

Los participantes pueden solucionar las actividades y enviarlas por correo, antes del último día al mes siguiente al que correspondan las actividades solucionadas, a Rafael Martínez Calafat, Calle de Alicante, 14, 1ºB, 12004, Castellón.

3.7.3. Olimpiada Matemática Junior de la SEMCV

La Olimpiada Matemática de la SEMCV [w18] está convocada y organizada por esta sociedad para el alumnado de tercer ciclo de Educación Primaria y el de Secundaria Obligatoria con el objetivo de disfrutar con la resolución de problemas matemáticos.

La sociedad Al-khwarizmi forma parte de la FESPM (Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas) [w22] que convoca anualmente la Olimpiada Matemática Nacional, a la que se envían desde esta olimpiada 3 representantes seleccionados en las distintas fases.

Se establecen 3 niveles de concurso, para el tercer ciclo de primaria, primer ciclo de secundaria y segundo ciclo de secundaria. La participación es libre, pero hay que estar matriculado en el sistema educativo español. Además, para inscribirse hay que ser conocedor de la normativa y que los padres firmen una autorización. Ambos documentos los encontramos en la página web.

Podemos contar con varias Fases: Comarcal, Provincial, Autonómica y Nacional. En la comarcal, si se hace, participan los de centros de una misma provincia. En la provincial, los seleccionados de la fase anterior. En la Autonómica como máximo participaran 8 alumnos por nivel representando a cada provincia. Los 3 ganadores de la fase Autonómica irán a la fase Nacional si cumplen los requisitos de la FESPM. En esta fase, el alumno irá acompañado por una persona designada por la organización. Las pruebas se realizan en jornadas o convivencias de fin de semana donde los participantes conviven con los demás generando así vínculos de amistad. Además de las pruebas, se organizan también actividades lúdico-recreativas.

La prueba se divide en 3 partes: 2 pruebas por equipos y una individual. La prueba por equipos de calle tiene 5 problemas relacionados con la ciudad en la que se realicen, de tal manera que los participantes pueden tener una interacción con la realidad. La prueba de velocidad tiene 10 problemas a resolver en el menor tiempo posible en equipo. Finalmente tenemos la prueba individual que tiene 6 problemas para resolver.

Por cada nivel y de cada centro se pueden presentar un máximo de alumnos. Si el centro es de una línea, el máximo son 4 participantes, si es de 2 o 3 líneas, 5, de 4 o 5 líneas, 6 y así sucesivamente hasta un máximo de 8.

Los gastos de desplazamiento en las fases Comarcal, Provincial y Autonómica correrán a cargo de los participantes. La inscripción vale 5€. Los gastos de manutención y hospedaje en la fase Autonómica correrán a cargo de la SEMCV. En la fase Nacional todos los gastos corren a cargo de la organización.

Los participantes traerán a la prueba el material necesario. Si en la fase hay que hacer noche, aparte del material para la prueba (documentación, lápiz, bolígrafo, calculadora…) deberán prepararse una maleta con ropa y útiles de aseo. En la página web también encontramos un documento con consejos para estos días de convivencia.

El jurado designado por la SEMCV se encargara de valorar y corregir las pruebas y decidir los ganadores. La corrección se realizará asegurando el anonimato y la decisión será inapelable. En la fase Autonómica se hará público el resultado de los 3 primeros y los 3 reservas. En esta fase, todos obtendrán un diploma acreditativo y habrá un premio para los 3 mejores.

3.7.4. Otros concursos famosos a nivel provincial y nacional

Las sociedades matemáticas de todas las comunidades autónomas plantean diversos concursos, pruebas y actividades a lo largo del año. En el caso de la SEMCV, por ejemplo, aparte del calendario, y las olimpiadas matemáticas, en su página web [w11] podemos encontrar rutas matemáticas, donde disfrutar de las matemáticas mientras se da un paseo por distintas ciudades, o una revista con problemas de las olimpiadas. Estas actividades no son concursos en sí, pero desde cualquier centro se pueden plantear como tal para motivar las matemáticas en el aula. También se celebran gymkhanas matemáticas en muchos centros, incluso en universidades, donde los participantes deben pasar pruebas gracias a su ingenio matemático.

Otras pruebas famosas a nivel nacional son el concurso de primavera de matemáticas [w20] de la UCM, organizada por la sociedad Puig Adams de profesores de matemáticas [w21], la olimpiada de Mayo [w23], o el concurso intercentros [w24] que se motivan desde Madrid. La asociación Thales es la que se encarga de organizar diversos concursos en Andalucía [w25] y es importante por todas las actividades que promueve, aunque claro está, en toda España se encuentran muchas asociaciones que promueven concursos en las distintas Comunidades

Autónomas. Los concursos descritos en el texto, como las olimpiadas, que tienen sus fases comarcales, provinciales, autonómicas, nacionales, e internacionales también se deben destacar sin olvidar otras competiciones muy similares como las Olimpiadas Iberoamericanas de Matemáticas en las que solo participan países iberoamericanos, España y Portugal. En Requena también se celebra cada año a nivel internacional la Olimpiada Mediterránea en la que solo se puede participar si recibes una invitación [w26].

Otros concursos muy famosos que se celebran a menudo son los concursos de fotografía matemática. Estos muchas veces están organizados por las sociedades matemáticas pero hay casos en el que los centros educativos tienen sus propios. También se ponen de moda últimamente concursos con videos matemáticos, por ejemplo del uso del Geogebra o el videoMAT, un concurso para responder preguntas a través de videos, poniendo en manifiesto aplicaciones de las matemáticas y su presencia en el entorno [w27]. Además, podemos encontrar concursos de relatos matemáticos donde se trabajan la inteligencia matemática y la lingüístico-verbal por igual.

Para finalizar decir que se pueden encontrar plataformas o proyectos en la red como Mathleague [w28], Mathcup [w29] o Matematico [w30] donde los participantes pueden concursar online con otros centros mediante la realización de actividades matemáticas diarias, desde su centro o desde su propia casa, y también concursos privados organizados por universidades de todo el mundo, en el que los centros que lo deseen pueden inscribirse como en el caso del concurso Waterloo [w31]. Como vemos, un mundo entero con infinidad de posibilidades para disfrutar de las matemáticas de una manera diferente.

3.8. Análisis / Comparativa entre concursos

Prueba	Destinatarios	Metodología	Tiempo	Calculadora	¿Premio?
"Cangur Matemàtic"	De 3ºESO a 2ºBACH	Individualmente y de manera presencial en papel, resolver 30 retos matemáticos divididos en 3 niveles de dificultad.	1 hora y 15 minutos	NO	A los 10 primeros de cada curso material tecnológico y educativo. Si quedan entre los 10 primeros los 4 años reciben una insignia de plata.
El "Canguret"	Primer ciclo de ESO	Individualmente y online trabajando en ordenador o tableta y resolver 18 retos divididos en 3 niveles de dificultad. Se puede usar papel como soporte para hacer los ejercicios.	45 minutos	NO	Si, a decidir por el centro, diploma
La "Copa Cangur"	2º y 3º ESO y con excepción de algún alumno o alumna de 1º ESO	Trabajo en grupo presencial, para resolver 12 problemas, y definir estrategias de resolución para situarte en lo alto del concurso. Se trabaja en papel, todos los grupos en la misma sala. Se necesita software para introducir las respuestas finales y obtener las puntuaciones.	1 hora	NO	Si, pasar a la fase nacional e internacional y un trofeo. El ganador internacional tiene asegurado el puesto en la final internacional del año siguiente.
"Problemes a l'Esprint"	De 5º EP a 2º BACH divididos en pruebas cada 2 cursos	Colaboración en grupos para resolver 10 problemas en el menor tiempo posible. Algunos problemas son vinculantes. Se puede trabajar en papel, pero se deben introducir las respuestas en soporte online.	El menor tiempo posible.	SI	Si, en una jornada matemática se recibe un diploma y un lote de juegos y libros matemáticos y calculadoras.
Olimpiada Matemática (RSME)	Bachiller y alumnos de 4ºESO excepcionalmente	Todo en papel, resolver 6 problemas en dos pruebas de un tiempo determinado según la fase. Es posible que las dos pruebas sean en dos días diferentes pero seguidos.	7horas o 9horas (Inter.)	NO	Si, diploma y suscripción a revista. Además de medallas olímpicas y lo importante que es para el curriculum. Premios a soluciones ingeniosas.
Olimpiada Matemática (SEMCV)	De 5º EP a 4º ESO en 3 niveles de 2 cursos cada uno	3 pruebas: 2 por equipos (de velocidad y de calle) y una individual. 5 problemas en la de calle, 6 en la individual y 10 en la de velocidad.	Una jornada o fin de semana	SI	Si, diploma acreditativo en la fase autonómica y premio a los 3 ganadores. Pasar de fase, hasta llegar a la fase Nacional.
Encuentro Matemático de Alcora	De 5º EP a 4º ESO	Individualmente, trabajando en papel, primero 10min. de actividades de cálculo mental, luego resolución de problemas.	1 hora y media	NO	Regalo para los 3 ganadores de cada curso y diploma.

Tabla 3- Comparativa entre concursos

4. CONCLUSIONES Y VALORACIÓN PERSONAL

Pese a que todos los concursos y pruebas me han gustado, en especial porque los participantes se metían de lleno en los quehaceres matemáticos para resolver los retos planteados, me gustaría valorar en estas conclusiones cuales han sido mis favoritos y la valoración general de cada uno de ellos.

Para mi gusto, todas las pruebas tienen un objetivo común que es el trabajar las matemáticas de una manera distinta a la habitual. Falta saber, si más efectiva o menos, pero no hay duda de que es una manera más divertida. Para saber con seguridad y certeza cuan efectivas son estas pruebas para aprender más y mejor las matemáticas se deberían hacer muchos estudios a lo largo de un periodo largo de tiempo y aun así no se podría extraer una conclusión clara. No obstante, como se señala en la introducción, varios estudios psicológicos, si aseguran que el aprendizaje que se realiza jugando deja un remanente más profundo y duradero.

Volviendo al objetivo de divertirse mientras se trabajan las matemáticas, las pruebas que toman ventaja frente a las otras son las dos en las que se trabaja en equipo, la Copa “Cangur” y los “Problemes a l’Esprint”. La diferencia entre estas pruebas y las demás es que en estas se debe cooperar para avanzar y esto hoy por hoy es muy importante para el desarrollo de la persona, ya no solo a nivel matemático, sino también a nivel de obtener capacidades y aptitudes sociales. Además, en estos concursos, se tiene una carrera contra el tiempo en la que la forma de trabajar en grupo y las estrategias a seguir, a veces matemática, es clave para situarse en una buena posición. He estado presente en las pruebas y a los participantes no les importaba ganar o perder frente a otros equipos, lo que les importaba era acertar o fallar la respuesta. Es algo impresionante, el ritmo frenético que se vive en estas pruebas y la energía con la que los participantes se motivan para ser mejores.

El “Cangur”, el “Canguret”, las Olimpiadas Matemáticas, son actividades que están muy bien pensadas pero no dejan de ser actividades en las que los participantes se sientan e individualmente resuelven los problemas que se les plantean. No importa que sean en papel, en una gymkhana o sentados frente a la pantalla del ordenador resolviendo un test de opciones múltiples. Se innova de muchas maneras, pero se sigue pareciendo a un examen de los que se podrían considerar aburridos en la sociedad en la que vivimos. No obstante a veces hay mentes de participantes que necesitan de esa individualidad para desarrollar toda la inteligencia matemática. Quizá por eso las Olimpiadas Matemáticas están destinadas sobre todo a los alumnos más brillantes. Es por este hecho, que tampoco podemos descartar estas pruebas pues son importantes para este tipo de alumnado, el cual en un futuro puede llegar a ser un gran matemático, o una mente privilegiada. No obstante, pruebas como “Cangur” o “Canguret” son también muy útiles pues acercan las matemáticas a la parte del alumnado que no es tan elitista, pero a la que tampoco hay que dejar de lado.

Me gustaría romper una lanza a favor de la prueba “Canguret”, la que a pesar de ser individual, se realiza por ordenador, y está dirigida a todos los alumnos de 1º y 2º de la ESO. Y es un concurso que me ha gustado vivir, ya que no estaba dirigido a alumnos/as necesariamente brillantes o buenos en matemáticas, sino a todo el alumnado de esos cursos. Fue sorprendente el ver a alumnos y alumnas que en clase no tienen una actitud positiva, y que no sacan muy buenas notas, participar en el concurso como uno más y en ocasiones, sacar notas superiores a la de alumnado con mejor expediente. Como dato, el segundo clasificado de este año en el “Canguret”, un chico de 1ºESO del “IES Broch i Llop” ha demostrado tener aptitudes muy buenas en las pruebas que ha participado (“Canguret” y “Problemes a l’Esprint”) pese a que en clase tiene una actitud disruptiva que altera el ritmo de la clase y dificulta el control en el aula.

Sé que existen concursos y pruebas parecidos en otras asignaturas, y para otras disciplinas, pero las de las matemáticas llevan un recorrido muy largo y por eso son las más comunes. Espero que para el futuro crezca esta forma de enseñanza y aprendizaje ligada a los concursos en las demás disciplinas curriculares.

Para finalizar decir que tengo muchos conocidos docentes, y casi ninguno de ellos realizan este tipo de pruebas y concursos. Yo no conocía la existencia de muchas de estas pruebas hasta este año, quizá el problema, en general, de que no tengan más éxito es que aún no se conocen del todo. Me propongo dos tareas como conclusión al estudio de las pruebas. La primera es dar a conocer los distintos concursos entre los compañeros y compañeras de mi futura profesión e intentar persuadirlos para que las prueben. La segunda es yo, como futuro docente, no estancarme en mi docencia e innovar a través de estos concursos y otros que seguro existen y están ahí afuera esperando a que los conozcamos e intentemos introducirlos en el aula. Innovar, esa es la clave.

5. BIBLIOGRAFIA Y WEBGRAFIA

- ALSINA, ÀNGEL. Matemáticas y Juego. Uno: revista de didáctica de las matemáticas, ISSN 1133-9853, Nº 26, 2001, págs. 111-119.
- DE GUZMÁN, MIGUEL. Juegos y matemáticas. Suma: revista sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ISSN 1130-488X, Nº 4, 1989, págs. 61-64.
- GARDNER, M. (1980). *Carnaval Matemático.* Madrid: Alianza Editorial.
- MUÑIZ-RODRÍGUEZ, LAURA Y OTROS. El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. Unión: revista iberoamericana de educación matemática, ISSN 1815-0640, Nº 39, 2014, págs. 19-33.
- PIAGET, J. (1991). *Seis estudios de Psicología.* (1ª ed.) Barcelona: Editorial Labor S.A.

- *w1:* De Guzmán Ozámiz, Miguel. *Juegos Matemáticos en la enseñanza – IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. [en línea]. Consultado en: http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/old/06juegomat/juegosmatensenanza/juemat.htm (Junio, 2016)
- *w2: IES Profesor Broch i Llop – página web oficial.* [en línea]. Consultado en: http://iesbrochillop.edu.gva.es/ (Junio, 2016)
- *w3: Cangur.org – "Problemes a l'esprint per a equips de 1r i 2n d'ESO 2012".* [en línea]. Consultado en: http://www.cangur.org/esprint/21marc12/index.php (Junio, 2016)
- *w4: Cangur.org – "Problemes a l'esprint per a equips de 3r i 4t d'ESO 2014".* [en línea]. Consultado en: http://www.cangur.org/esprint/esprint2014/eso34/ (Junio, 2016)
- *w5: "Association Kangourou sans Frontières".* [en línea]. Consultado en: http://www.aksf.org/ (Junio, 2016)
- *w6: Cangur.org – "Prova Cangur de la Societat Catalana de Matemátiques".* [en línea]. Consultado en: http://www.cangur.org/cangur/cang2016/index.php (Junio, 2016)
- *w7: Canguromat.org – Prueba Canguro de la Asociación Canguro Matemático.* [en línea]. Consultado en: http://www.canguromat.org.es/ (Junio, 2016)
- *w8: Canguret – "Prova Canguret".* [en línea]. Consultado en: http://www.canguret.es/ (Junio, 2016)

- *w9: Copa Cangur – "Copa Cangur de la SCM".* [en línea]. Consultado en: http://www.cangur.org/la-copa/ (Junio, 2016)
- *w10: SCM – Página web de la "Societat Catalana de Matemàtiques".* [en línea]. Consultado en: http://blogs.iec.cat/scm/ (Junio, 2016)
- *w11: SEMCV – Página web de la "Societat d'Educació Matemàtica Al-Khwarizmi de la Comunitat Valenciana".* [en línea]. Consultado en: http://www.semcv.org/ (Junio, 2016)
- *w12: RSME – Página web de la Real Sociedad Matemática Española.* [en línea]. Consultado en: http://www.rsme.es/index.php (Junio, 2016)
- *w13: Olimpiada Matemática de la RSME – Página web de las Olimpiadas Matemáticas de la Real Sociedad Matemática Española.* [en línea]. Consultado en: http://www.olimpiadamatematica.es/platea.pntic.mec.es/_csanchez/olimmain.html (Junio, 2016)
- *w14: Cangur.org – "Problemes a l'esprint", actividad para equipos de centro.* [en línea]. Consultado en: http://www.cangur.org/esprint/ (Junio, 2016)
- *w15: Fundación OIM – Olimpiada Internacional de matemática.* [en línea]. Consultado en: http://www.imo-official.org/ (Junio, 2016)
- *w16: Organización de Estados Iberoamericanos – Pagina web de la olimpiada Iberoamericana de Matemática.* [en línea]. Consultado en: http://www.oei.es/oim/index.html (Junio, 2016)
- *w17: Colegio Puértolas Pardo – Pagina web del Encuentro Matemático de Alcora.* [en línea]. Consultado en: http://www.puertolaspardo.org/noticias/xi-trobada-matematica (Junio, 2016)
- *w18: SEMCV– Página web de la Olimpiada Matemática de la SEMCV.* [en línea]. Consultado en: http://www.semcv.org/olimpiadamat (Junio, 2016)
- *w19: SEMCV– Página web del "Calendari Matemátic" de la SEMCV.* [en línea]. Consultado en: http://www.semcv.org/calendarimat (Junio, 2016)
- *w20: Sociedad Puig Adams – Página web del concurso de primavera.* [en línea]. Consultado en: http://www.sociedadpuigadam.es/primavera/index_nuevo11.php (Junio, 2016)
- *w21: Sociedad Puig Adams – Página web de la sociedad Puig Adams.* [en línea]. Consultado en: http://www.sociedadpuigadam.es/puig/nueva_web/index.php?id_contenido=1 (Junio, 2016)

- *w22: FESPM – Página web de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.* [en línea]. Consultado en: http://www.fespm.es/ (Junio, 2016)
- *w23: Sociedad Puig Adams – Página web de la olimpiada de Mayo.* [en línea]. Consultado en: http://www.sociedadpuigadam.es/primavera/index_nuevo51.php (Junio, 2016)
- *w24: Sociedad Puig Adams – Página web del concurso intercentros.* [en línea]. Consultado en: http://www.sociedadpuigadam.es/puig/nueva_web/intercentros.php (Junio, 2016)
- *w25: SAEM Thales – Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.* [en línea]. Consultado en: http://thales.cica.es/ (Junio, 2016)
- *w26: Competición Matemática Mediterránea Memorial Peter O'Halloran.* [en línea]. Consultado en: http://mural.uv.es/rorunu/cmm/ (Junio, 2016)
- *w27: VideoMAT – Concurso de videos de matemáticas para responder preguntas.* [en línea]. Consultado en: http://www.videomat.cat/ (Junio, 2016)
- *w28: Plataforma Mathleague.* [en línea]. Consultado en: http://www.mathleague.eu/es/ (Junio, 2016)
- *w29: Plataforma Mathcup.* [en línea]. Consultado en: http://www.mathcup.net/ (Junio, 2016)
- *w30: Plataforma Matematico.* [en línea]. Consultado en: http://matematico.es/ (Junio, 2016)
- *w31: American School of Valencia – Concurso matemático Waterloo.* [en línea]. Consultado en: https://asvalencia.org/2016/06/16/concursos-matematicas-waterloo/?lang=es (Junio, 2016)
- *w32: Matematicalia – ¿Las matemáticas disciplina olímpica?* [en línea]. Consultado en: http://www.matematicalia.net/index.php?option=com_content&task=view&id=120&Itemid=97 (Junio, 2016)
- *w33: Consider Learning – "Are Math Competitions Good or Bad?"* [en línea]. Consultado en: https://considerlearning.com/2011/08/25/are-math-competitions-good-or-bad/ (Junio, 2016)
- *w34: Thomas N. Thrasher – "The Benefits of Mathematics Competitions".* [en línea]. Consultado en: http://ajmonline.org/2008/12.pdf (Junio, 2016)
- *w35: AoPS – "Pros and Cons of Math Competitions".* [en línea]. Consultado en: https://www.artofproblemsolving.com/articles/competitions-pros-cons (Junio, 2016)

6. ANEJOS

6.1. Anejo 1: XXI Prueba "Cangur" - Abril 2016

XXI Cangur SCM 7 d'abril de 2016 **Nivell: 3r ESO**

Qüestions de 3 punts

1. En la pantalla d'un rellotge digital es veuen dues xifres per a l'hora i dues xifres per als minuts; per exemple, 00:32, o bé 21:34, o bé 23:41. Quantes vegades al llarg d'un dia apareixen juntes les quatre xifres de 2016?
A) 24 B) 20 C) 16 D) 12 E) 10

2. En les caselles de la graella de la figura només es pot posar o un 1, o un 2 o un 3. A més, volem que a cada fila i a cada columna hi apareguin els tres números 1, 2, 3, i que en la diagonal indicada hi hagi tres 1. De quantes maneres diferents es pot acabar d'emplenar la graella?

1		
	1	
		1

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) És impossible d'aconseguir el que diu l'enunciat.

3. La Rita, en el primer intent, apaga només tres quartes parts de les espelmes del seu pastís d'aniversari. En el segon intent apaga les tres espelmes que quedaven. Quants anys compleix la Rita?
A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

4. En Magí escull a l'atzar dos nombres enters positius diferents més petits que 10. Multiplica els dos nombres i li diu el resultat a la seva àvia. Per a quin dels resultats següents l'àvia no pot saber amb seguretat quins dos nombres ha multiplicat en Magí?
A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 30

5. La Teresa té una quadrícula de 3×3 a la pantalla del telèfon mòbil. Les caselles són grises o blanques, però cada vegada que la Teresa toca una casella, totes les caselles de la mateixa fila i de la mateixa columna canvien de color. La figura 1 et dóna un exemple. Si comença amb la quadrícula de la figura 2 i prem, una després de l'altra, les tres caselles ressaltades (que inicialment són de color gris), quantes caselles grises queden?

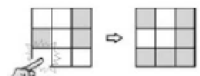


Figura 1

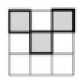
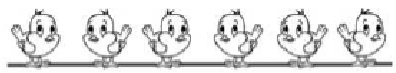


Figura 2

A) 2 B) 3 C) 6 D) 8 E) Depèn de l'ordre en què les toqui.

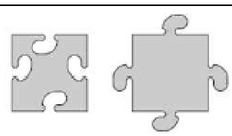
6. Si la longitud de cada costat d'un rectangle és un nombre múltiple de 3, quin nombre dels següents en pot ser el perímetre?
A) 26 B) 27 C) 33 D) 36 E) 38

7. Hi ha sis ocells damunt un cable, com mostra la figura. Tres miren cap a l'esquerra i tres cap a la dreta. Cada ocell piula tantes vegades com ocells pot veure.



A continuació algun o alguns ocells es giren per mirar cap a l'altre costat. Tot seguit cada ocell torna a piular tantes vegades com ocells pot veure. El nombre total de piulades d'aquesta segona vegada és, exactament, el mateix nombre total que la primera vegada. Quina és la quantitat mínima d'ocells que podem assegurar que han canviat de posició?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. De quantes maneres poden encaixar les dues peces, de manera que se segueixin veient les dues cares grises (és a dir, sense tombar-les perquè les peces, per l'altre costat, són negres)?



A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

9. En un carrer hi ha 7 arbres en línia recta. La distància entre el primer arbre i el segon és d'1 m i, a partir d'aquests, la distància entre dos arbres consecutius és el doble que la dels seus anteriors. Un cangur salta en línia recta al costat dels arbres. Comença al costat del primer arbre i tots els salts que fa tenen la mateixa longitud, 1,5 metres. Quants salts haurà fet el cangur quan arribi o passi més enllà del darrer arbre?

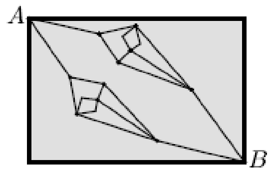
A) 21 B) 32 C) 42 D) 48 E) 63

10. La Maria i en Pere volen enrajolar el terra de la seva cuina rectangular de $3 \times 4{,}5$ m. La Maria vol rajoles de 30×30 cm, en Pere s'estima més fer-ne servir unes altres, més grans, de 50×50 cm. Sabent que una rajola gran és el doble de cara que una rajola petita, qui té la proposta més barata?

A) En Pere B) La Maria C) Totes dues surten al mateix preu.
D) No es pot respondre si no sabem el preu de les rajoles.
E) No es pot respondre si no sabem el nombre de rajoles.

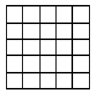
Qüestions de 4 punts

11. De quantes maneres es pot anar des de la cantonada A del parc de la figura fins a la cantonada oposada B, anant pels camins i sense passar dos cops pel mateix encreuament?



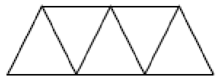
A) 6 B) 12 C) 16 D) 18 E) 21

12. Quin és el nombre més gran de figures com aquesta  que es poden retallar en una quadrícula de 5×5 de manera que cada peça agafi 4 quadradets de la quadrícula?



A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 3

13. En Toni té peces de fusta, totes iguals, que tenen la forma d'un triangle isòsceles de perímetre 34 cm. Amb 5 peces d'aquestes, forma un trapezi isòsceles com el de la figura, que té un perímetre de 74 cm. Quant mesura la base major del trapezi?

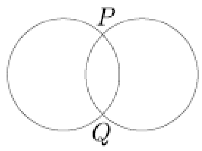


A) 15 cm B) 30 cm C) 36 cm D) 20 cm E) 50 cm

14. Amb tots els dígits que es poden obtenir amb els enters des de l'1 fins al 19, ambdós inclosos, escrivim el nombre més gran possible. Quina és la xifra central d'aquest nombre, és a dir la que té tantes xifres al davant com al darrere?

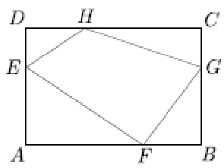
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. Dos cercles de radi 5 cm es tallen als punts P i Q que disten 6 cm. Quina és la distància entre els centres dels dos cercles?



A) 5 cm B) 6 cm C) 7 cm D) 8 cm E) 9 cm

16. En el rectangle $ABCD$ hi ha dibuixats punts sobre els costats que els divideixen en la raó $\frac{3}{2}$, així: $\frac{AF}{FB} = \frac{BG}{GC} = \frac{CH}{HD} = \frac{3}{2}$ i també $\frac{AE}{ED} = \frac{3}{2}$. L'àrea del quadrilàter $EFGH$ és de 27 unitats d'àrea.
Quina és l'àrea del rectangle $ABCD$?

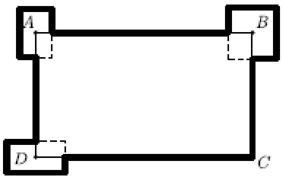


A) 54 B) $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{81}{2}$ D) $\frac{27\sqrt{2}}{4}$ E) 81

17. En una coral hi ha 32 cantaires. Dels membres de la coral, n'hi ha 12 que també toquen algun instrument musical, dels quals 8 són homes. El 60% de les dones de la coral no toca cap instrument. Quants homes hi ha a la coral?

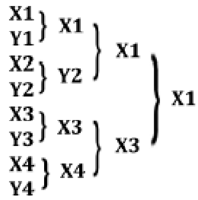
A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) La resposta no és única.

18. El perímetre del rectangle $ABCD$ és de 30 cm. Dibuixem tres rectangles amb centres en els vèrtexs A, B i D, com mostra la figura. La suma dels perímetres d'aquests tres rectangles nous és de 20 cm. Quin és el perímetre del polígon exterior, de setze costats i setze angles rectes, marcat amb un traç més gruixut?



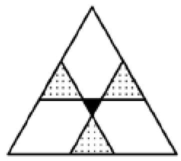
A) 35 cm B) 40 cm C) 45 cm D) 50 cm E) És impossible de determinar.

19. En els quarts de final, semifinal i final d'un torneig de tennis, en què qui perd un partit queda eliminat del torneig, com mostra l'esquema de la dreta, els resultats dels partits que es van jugar, no en aquest ordre, van ser: Agnieska va guanyar Simona, Garbiñe va guanyar Venus, Serena va guanyar Ana, Serena va guanyar Garbiñe, Garbiñe va guanyar Agnieska, Flavia va guanyar Petra i Serena va guanyar Flavia. Qui va jugar la final?



A) Serena i Ana B) Serena i Garbiñe C) Garbiñe i Agnieska
D) Serena i Flavia E) Garbiñe i Venus

20. En el dibuix hi ha uns quants triangles equilàters els costats dels quals són parallels. El costat del triangle negre que hi ha al centre mesura 2 cm. Els tres triangles puntejats tenen una mesura dels costats igual a 5 cm. Quina és la longitud del costat del triangle més gran?



A) 17 cm B) 19 cm C) 21 cm D) 20 cm E) 18 cm

Qüestions de 5 punts

21. La suma de 36 i 37 és 73. Quants nombres de dues xifres tenen la propietat que si els sumem 36 ens donen el nombre amb les xifres intercanviades?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

22. L'Andreu, en Bernat, en Christian, en Daniel i l'Eugeni són un grup d'amics. Avui l'Andreu ha trobat un dels altres quatre; en Bernat, dos d'ells; en Christian, tres, i en Daniel, quatre. Quants se n'ha trobat l'Eugeni?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

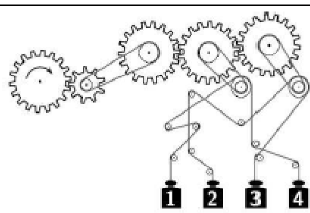
23. Després d'una festa en Pere va rentar la meitat dels vasos. La Jana va rentar la meitat dels que quedaven. Més tard, l'Àlex en va rentar la meitat dels que encara quedaven i així només en van quedar 3 perquè els rentés en David. La meitat de les persones de la festa van utilitzar només un vas cada una, mentre que l'altra meitat en van utilitzar dos. Quantes persones hi havia a la festa?

A) 8 B) 16 C) 18 D) 24 E) 36

24. Deu noies estan jugant a bales. L'Olívia, que només té una bala, s'afegeix al joc. Amb la seva incorporació, la mitjana de bales que tenen ha disminuït en una. Quantes bales tenen en total les onze noies?

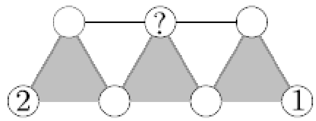
A) 100 B) 110 C) 120 D) 121 E) 144

25. Quins dels pesos van cap amunt quan la roda de l'esquerra gira en el sentit de les agulles del rellotge?



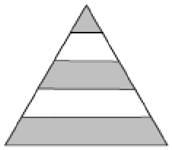
A) Només l'1 i el 2 B) Només el 3 i el 4 C) Només el 2 i el 4
D) Només l'1 i el 4 E) Només l'1 i el 3

26. Hem de posar o bé un 0, o bé un 1, o bé un 2, en cada un dels cercles de la figura. Ho hem de fer de manera que la suma dels nombres que hi ha en els tres cercles de cada un dels dos triangles blancs sigui múltiple de 3 i que, en canvi, la suma dels nombres que hi ha en els tres cercles de cada un dels tres triangles grisos no sigui múltiple de 3. Ja hi hem posat un 2 i un 1. Quin nombre hem de posar en el cercle que té un interrogant?



A) El 0 B) L'1 C) Hi podem posar l'1 i també el 2, però no el 0.
D) Hi podem posar el 0 i també el 2, però no l'1.
E) Hi podem posar qualsevol dels tres nombres.

27. En la figura, el triangle és equilàter i les franges són paral·leles a un dels costats i totes de la mateixa amplada. Quin tant per cent de la superfície del triangle és grisa?

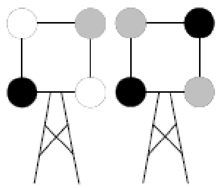


A) El 60% B) El 52% C) El 58%
D) El 68% E) El 72%

28. Un grup d'onze persones visiten un museu. Als més grans de 65 anys els fan un descompte de 3 €. Si el preu de l'entrada és un nombre enter i en total han pagat 61 €, quantes persones més grans de 65 anys hi ha en el grup?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

29. En cada vèrtex d'un quadre de senyals es posa un cercle, que ha de ser de color negre, de color blanc o de color gris. Quants senyals diferents es poden fer des d'aquest quadre de manera que els colors dels cercles de dos vèrtexs veïns siguin, en tots els casos, de diferent color?
En la figura teniu l'exemple de dos senyals diferents que compleixen aquesta condició.



A) 24 B) 18 C) 12 D) 8 E) 6

30. Disposem d'un rellotge digital amb dos dígits per a marcar les hores i dos més per als minuts. Volem saber, al llarg de les vint-i-quatre hores que dura un dia (el rellotge marca des de 00:00 a 23:59), durant quant de temps apareix en pantalla com a mínim un 2.

A) 10 h i 30 min B) 11 h i 45 min C) 6 h i 45 min D) 8 h i 00 min E) 9 h i 30 min

6.2. Anejo 2: I "Canguret" 2012 – Nivel 1º ESO con soluciones

Heu entrat com Santi Lapenya (Sortida)

Per practicar: CANGURET-2012 1r d'ESO

Inici ▶ Cursos ▶ PRIMER D'ESO ▶ c2012_1 ▶ Tema 1 ▶ ACCÉS A LES QÜESTIONS ▶ Previsualització

Començat el	Monday, 8 December 2014, 19:02
Estat	Acabat
Completat el	Sunday, 21 February 2016, 23:38
Temps emprat	1 any 75 dies
Venciment	1 any 75 dies
Qualificació	**0,00** sobre 90,00 (**0**%)
Retroacció	Gràcies per haver participat en el Canguret 2012, la primera edició de la Prova Canguret!

Navegació pel qüestionari

1 2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15 16
17 18 19

Acaba la revisió

Comença una altra previsualització

Pregunta **1**
No s'ha respost
Puntuat sobre 18,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

ATENCIÓ! Aquesta pregunta et dóna 18 punts inicials.

Quin curs fas?

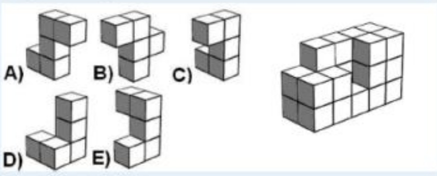
Trieu-ne una:
- 1r d'ESO
- 2n d'ESO

La resposta correcta és: **1r d'ESO**.

Pregunta **2**
No s'ha respost
Puntuat sobre 3,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 1 (3 PUNTS)

La figura mostra un paral·lelepípede parcialment construït. Quina de les següents peces completa el paral·lelepípede?



Trieu-ne una:
- A
- C
- B
- Resposta en blanc
- D
- E

La resposta correcta és: E.

Navegació

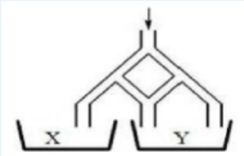
Inici
- La meva pàgina inicial
- Pàgines del lloc
- El meu perfil
- Curs actual
  - c2012_1
    - Participants
    - Insígnies
    - General
    - Tema 1
      - ACCÉS A LES QÜESTIONS
- Cursos

Pregunta **3**
No s'ha respost
Puntuat sobre 3,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 2 (3 PUNTS)

Vessem 1000 litres d'aigua per l'entrada de la conducció de la figura, on hi ha la fletxa. Cada vegada que l'aigua arriba a una bifurcació, el cabal es divideix en dues parts iguals. Quants litres d'aigua arriben al dipòsit Y?

A) 500 B) 660 C) 666,67 D) 750 E) 800



Trieu-ne una:
- D
- E
- Resposta en blanc
- C
- A
- B

La resposta correcta és: D.

Pregunta **4**
No s'ha respost
Puntuat sobre 3,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 3 (3 PUNTS)

Una mosca té 6 potes, i una aranya, 8. Juntes, 2 mosques i 3 aranyes tenen el mateix nombre de potes que 10 ocells i, quants gats?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

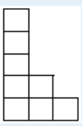
Trieu-ne una:
- C
- Resposta en blanc
- D
- B
- E
- A

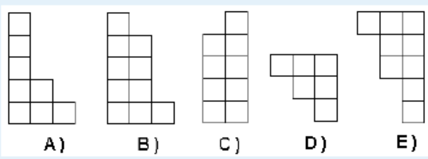
La resposta correcta és: C.

Pregunta **5**
No s'ha respost
Puntuat sobre 3,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 4 (3 PUNTS)

Quina és la peça que, juntament amb aquesta, forma un rectangle?





Trieu-ne una:
- A
- E
- D
- Resposta en blanc
- B
- C

La resposta correcta és: B.

Pregunta 6
No s'ha respost
Puntuat sobre 3,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 5 (3 PUNTS)

Abans de la batalla en la neu, Pau ha preparat diverses boles de neu per llançar. Durant la batalla, fa altres 17 boles i llança 21 als seus companys. Després de la batalla li queden 15 boles de neu. Quantes boles havia preparat abans de la batalla?

A) 53 B) 33 C) 23 D) 19 E) 18

Trieu-ne una:
- E
- B
- C
- A
- D
- Resposta en blanc

La resposta correcta és: D.

Pregunta 7
No s'ha respost
Puntuat sobre 3,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 6 (3 PUNTS)

Es tenen tres caixes, una blanca, una altra verda i la tercera roja. Una d'elles conté una barra de xocolate, una altra una poma i l'última està buida. Se sap que la barra de xocolate està a la caixa blanca o a la roja, i que la poma no està ni a la blanca ni a la verda.
La caixa on està la barra de xocolate és:

A) blanca B) roja C) verda D) roja o verda E) impossible saber-ho

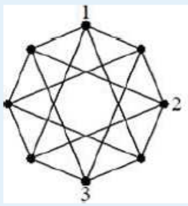
Trieu-ne una:
- E
- B
- A
- Resposta en blanc
- D
- C

La resposta correcta és: A.

Pregunta 8
No s'ha respost
Puntuat sobre 4,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 7 (4 PUNTS)

La figura mostra huit punts units per segments. Un dels números 1,2,3,4 s'escriu en cada punt de manera que els números dels extrems de cada segment siguen diferents. A la figura ja apareixen assenyalats tres dels números. Quantes vegades apareixerà marcat el número 4 quan la figura es complete?



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

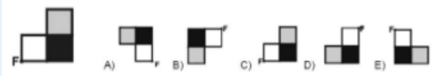
Trieu-ne una:
- D
- Resposta en blanc
- A
- B
- E
- C

La resposta correcta és: D.

Pregunta 9
No s'ha respost
Puntuat sobre 4,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 8 (4 PUNTS)

Si la figura de l'esquerra gira 180º al voltant del punt F, aleshores es converteix en:



Trieu-ne una:

- Resposta en blanc
- E
- D
- B
- C
- A

La resposta correcta és: B.

Pregunta 10
No s'ha respost
Puntuat sobre 4,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 9 (4 PUNTS)

Anna, Blanca, Cecilia i Diana practiquen cadascuna un esport diferent: karate, futbol, voleibol i judo, no necessàriament en aquest ordre. A Anna no li agraden els esports de pilota, la judoka Blanca sovint assisteix als partits de futbol per veure jugar la seua amiga Diana. Quina de les següents és veritat?

A) Anna juga al voleibol B) Blanca juga a futbol C) Cecilia juga al voleibol D) Diana fa karate E) Anna fa judo

Trieu-ne una:

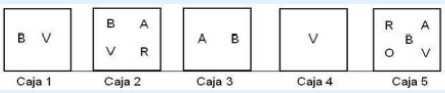
- B
- C
- A
- E
- D
- Resposta en blanc

La resposta correcta és: C.

Pregunta 11
No s'ha respost
Puntuat sobre 4,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 10 (4 PUNTS)

Hi ha 5 caixes. A cada caixa hi ha targetes i en cada targeta està escrita una de les lletres R, A, B, O, V, com es mostra a la figura. Pere vol treure targetes de cada caixa, perquè només quede una targeta a cada caixa, i caixes diferents continguen lletres diferents. Quina targeta queda a la caixa 5?



A) És impossible B) A C) V D) O E) R

Trieu-ne una:

- B
- Resposta en blanc
- D
- E
- C
- A

La resposta correcta és: D.

Pregunta 12
No s'ha respost
Puntuat sobre 4,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 11 (4 PUNTS)

Un riu comença en el punt A. El corrent es bifurca segons es mostra en la figura. En la primera bifurcació, una branca es porta 1/3 de l'aigua i l'altra, la resta. Més tard, esta segona branca es bifurca novament, una de les noves branques es porta 3/4 de l'aigua de la branca, i l'altra la resta. Quina fracció de l'aigua que passa per A flueix pel punt B?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{11}{12}$ D) $\frac{1}{6}$ E) No es pot determinar

Trieu-ne una:
- E
- Resposta en blanc
- B
- A
- D
- C

La resposta correcta és: D.

Pregunta 13
No s'ha respost
Puntuat sobre 4,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 12 (4 PUNTS)

En el grup de dansa hi ha 39 xics i 23 xiques. Cada setmana s'incorporen al grup 6 xics i 8 xiques. Després de diverses setmanes, el nombre de xiques i xics en el grup s'ha igualat. Quantes persones hi haurà aleshores en el grup?

A) 144 B) 154 C) 164 D) 174 E) 184

Trieu-ne una:
- A
- C
- E
- B
- Resposta en blanc
- D

La resposta correcta és: D.

Pregunta 14
No s'ha respost
Puntuat sobre 5,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 13 (5 PUNTS)

Àlex diu que Joel menteix. Joel diu que Marc menteix. Marc diu que Joel menteix. Toni diu que Àlex menteix. Quants dels quatre xics menteixen?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

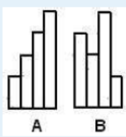
Trieu-ne una:
- Resposta en blanc
- C
- B
- E
- D
- A

La resposta correcta és: C.

Pregunta 15
No s'ha respost
Puntuat sobre 5,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 14 (5 PUNTS)

La figura A mostra quatre cintes d'amplària 10 cm., cadascuna de les quals és 25 cm. més llarga que la precedent. Es disposen les cintes segons la figura B. En quants cm. excedeix el perímetre de la figura B de la figura A?



A) 20 cm B) 25 cm C) 40 cm D) 50 cm E) 0 cm

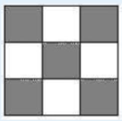
Trieu-ne una:
- D
- A
- E
- Resposta en blanc
- C
- B

La resposta correcta és: D.

Pregunta 16
No s'ha respost
Puntuat sobre 5,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 15 (5 PUNTS)

Es vol recórrer totes les caselles del tauler de la figura, passant una sola vegada per cadascuna, i desplaçant-se en horitzontal o en vertical, però no en diagonal. On s'ha de començar?



A) Només des de la casella central B) Només des d'una casella blanca C) Des de qualsevol casella D) Només des d'una casella gris

E) Només des de les caselles dels cantons

Trieu-ne una:
- A
- Resposta en blanc
- B
- E
- D
- C

La resposta correcta és: D.

Pregunta 17
No s'ha respost
Puntuat sobre 5,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 16 (5 PUNTS)

Les antigues pantalles de TV tenien els costats en la proporció 4:3 i les modernes en la proporció 16:9. Tenim un DVD que ompIe per complet la pantalla 16:9. Volem veure'l en una pantalla 4:3. Si l'amplària del film omple exactament l'amplària de la pantalla, llavors l'àrea no usada de la pantalla és:

A) 15% B) 20% C) 25% D) 30% E) Depén de la grandària de la pantalla

Trieu-ne una:
- D
- Resposta en blanc
- E
- B
- C
- A

La resposta correcta és: C.

Pregunta 18
No s'ha respost
Puntuat sobre 5,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 17 (5 PUNTS)

Es consideren les quatre afirmacions següents relatives al nombre natural X.
X és divisible per 5, X és divisible per 11, X és divisible per 55, X és menor que 10.
Se sap que dues d'aquestes afirmacions són vertaderes, i les altres dues són falses.
Aleshores el nombre X és igual a:

A) 0 B) 5 C) 10 D) 11 E) 55

Trieu-ne una:
- Resposta en blanc
- B
- C
- D
- A
- E

La resposta correcta és: B.

Pregunta 19
No s'ha respost
Puntuat sobre 5,00
Marca la pregunta
Edita la pregunta

QÜESTIÓ 18 (5 PUNTS)

Una pizzeria ofereix un tipus bàsic de pizza amb mozzarella i tomaca. Cal escollir un o dos dels següents ingredients: anxova, olives, albergínies o tàperes. A més d'això, hi ha tres mides de pizza disponibles: xicotet, mitjà o gran. De quantes formes diferents pot ser demanada una pizza?

A) 12 B) 18 C) 72 D) 48 E) 30

Trieu-ne una:
- A
- D
- E
- B
- Resposta en blanc
- C

La resposta correcta és: E.

Acaba la revisió

6.3. Anejo 3: Fotos del V “Canguret” 2012 – IES “Professor Broch i Llop”

Imagen 1 - Foto del grupo de 2ºESO en el "Canguret"

Imagen 2 - Alumnos frente al reto del "Canguret"

Imagen 3 - Alumnos frente al reto del "Canguret"

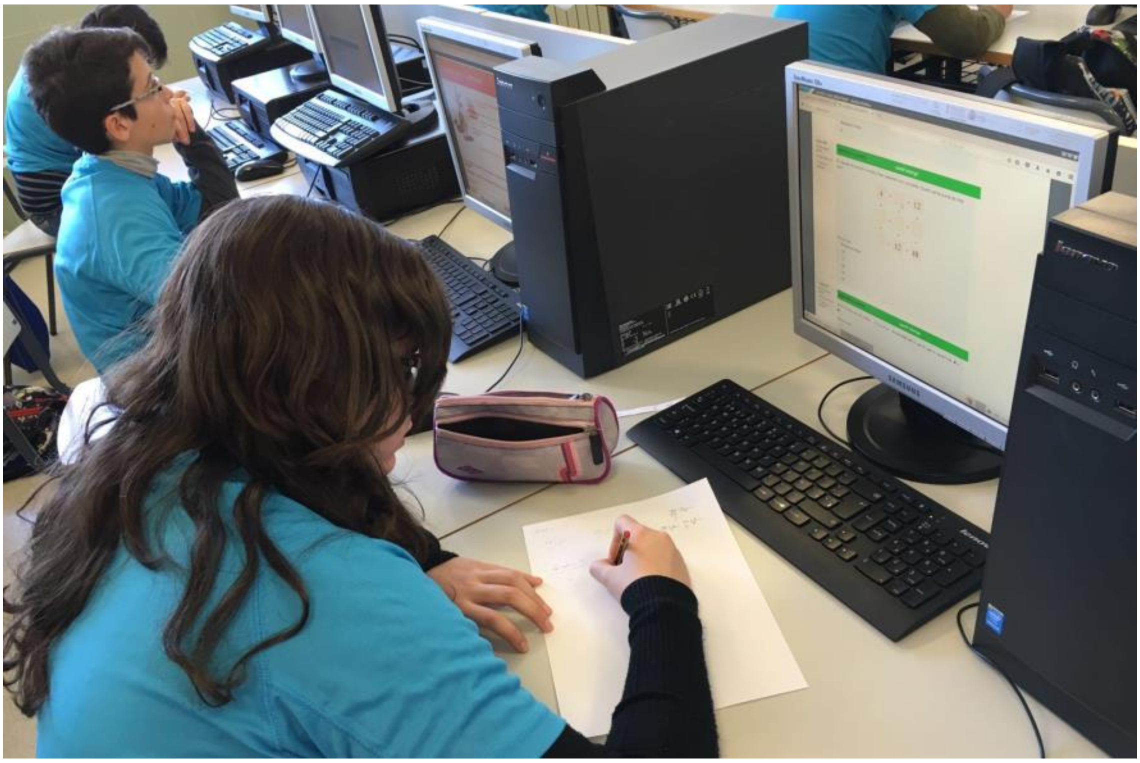


Imagen 4- Alumnos de 1ºESO frente al reto del "Canguret"

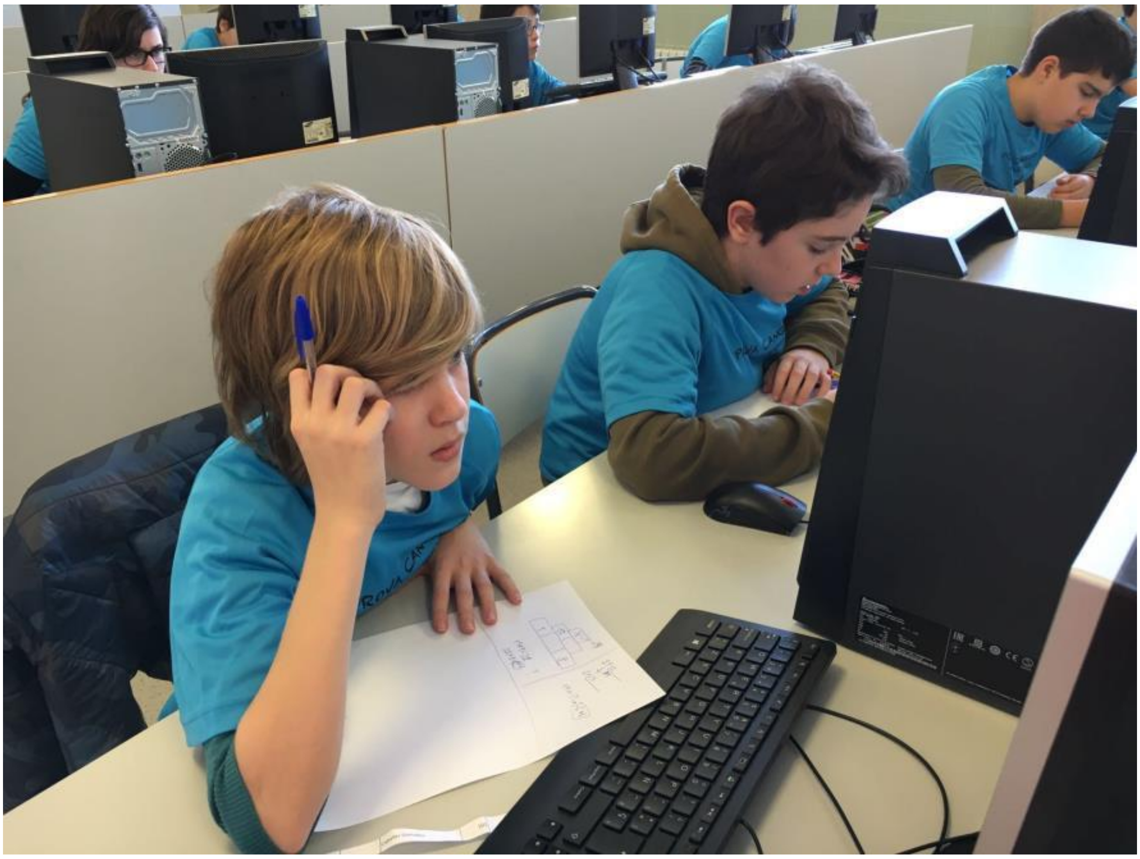


Imagen 5- Alumnos de 1ºESO pensando. "Canguret"

Imagen 6 - Alumno de 1ºESO resolviendo ejercicio de nivel medio en el "Canguret"

6.4. Anejo 4: III Copa "Cangur" 2016 – Enunciados Modelo 2 y soluciones

Societat Catalana de Matemàtiques

III Copa Cangur. 2016. Enunciats model 2

1) Si dividim 15 entre 7, el residu és 1. Quin és el resultat de sumar els 49 nombres naturals més petits que, com el 15, quan es divideixen entre 7 donen de residu 1?

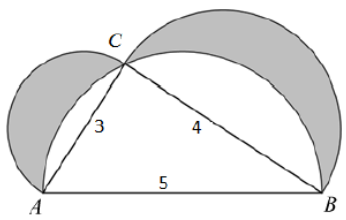
2) Quin és el dígit de les unitats del resultat del producte $17^4 \cdot 22^4 \cdot 19^4 \cdot 33^4 \cdot 11^4$?

3) En Pep ha trobat tots els nombres naturals de tres xifres que la suma dels seus tres dígits és igual al producte d'aquests tres dígits. Quina és la suma dels nombres que ha trobat?

4) A la pastisseria de la Valentina hi ha capses de galetes (més d'una). Sabem que totes les capses contenen el mateix nombre de galetes, i que hi ha més d'una galeta a cada capsa. La Valentina assegura que si ens digués el nombre exacte de galetes que hi ha en total, aleshores podríem deduir amb tota seguretat quantes capses hi ha. Si el nombre total de galetes està entre 200 i 300, quantes capses hi ha?

5) Quantes xifres té el nombre $4^{10} \cdot 5^{23}$?

6) A la figura hi ha dibuixats un triangle rectangle en C, de costats 3, 4 i 5 unitats, i tres semicercles. Quantes unitats quadrades mesura l'àrea ombrejada?

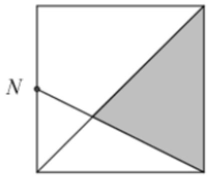


7) 100! (100 factorial) representa el resultat del producte $100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$.
Quin és el valor més gran que pot tenir n perquè la divisió $\frac{100!}{7^n}$ doni com a resultat un nombre enter?

Col·laboren:

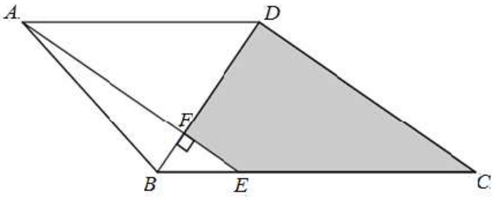
Societat Catalana de Matemàtiques

8) Si el costat d'un quadrat mesura 24 m i el punt N és el punt mitjà d'un costat, com es veu a la figura, quina seria la mesura en m^2 de l'àrea del triangle ombrejat?



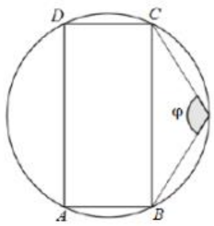
9) Una mare i la seva filla volen mesurar la longitud d'un camí. La filla surt des del principi del camí i camina fins al final. Després la seva mare fa el mateix. La mare fa passes de 90 cm i la filla de 54 cm, i quan la petjada de la mare coincideix amb la de la filla, se sobreposen i la de la filla s'esborra. Si en total queden 2016 petjades marcades sense comptar la del principi, quina és la longitud del camí, expressada en decímetres?

10) En el trapezi $ABCD$ de la figura, els costats paral·lels són BC i AD i, a més, BD és perpendicular a DC.
E és un punt del costat BC per al qual BD i AE són perpendiculars.
F és el punt d'intersecció dels segments BD i AE.
Si AB = 41, AD = 50 i BF = 9, calculeu l'àrea del quadrilàter $FECD$ en unitats quadrades.



11) El dia que es va declarar una estranya epidèmia, el 20% de la població estava malalta i el 80% restant estava sana. Dos dies després, el 20% dels malalts es va curar i el 20% dels que estaven sans va agafar la malaltia. Dos dies després, el 25% dels que estaven malalts es van curar, i el 25% dels que estaven sans van emmalaltir. Quin percentatge de la població estava sana en aquest moment (quatre dies després de declarar-se l'epidèmia) ?

12) Al rectangle de la figura, AB=1 i BC= $\sqrt{3}$. Quants graus mesura l'angle φ?



Col·laboren:

COPA CANGUR

Societat Catalana de Matemàtiques

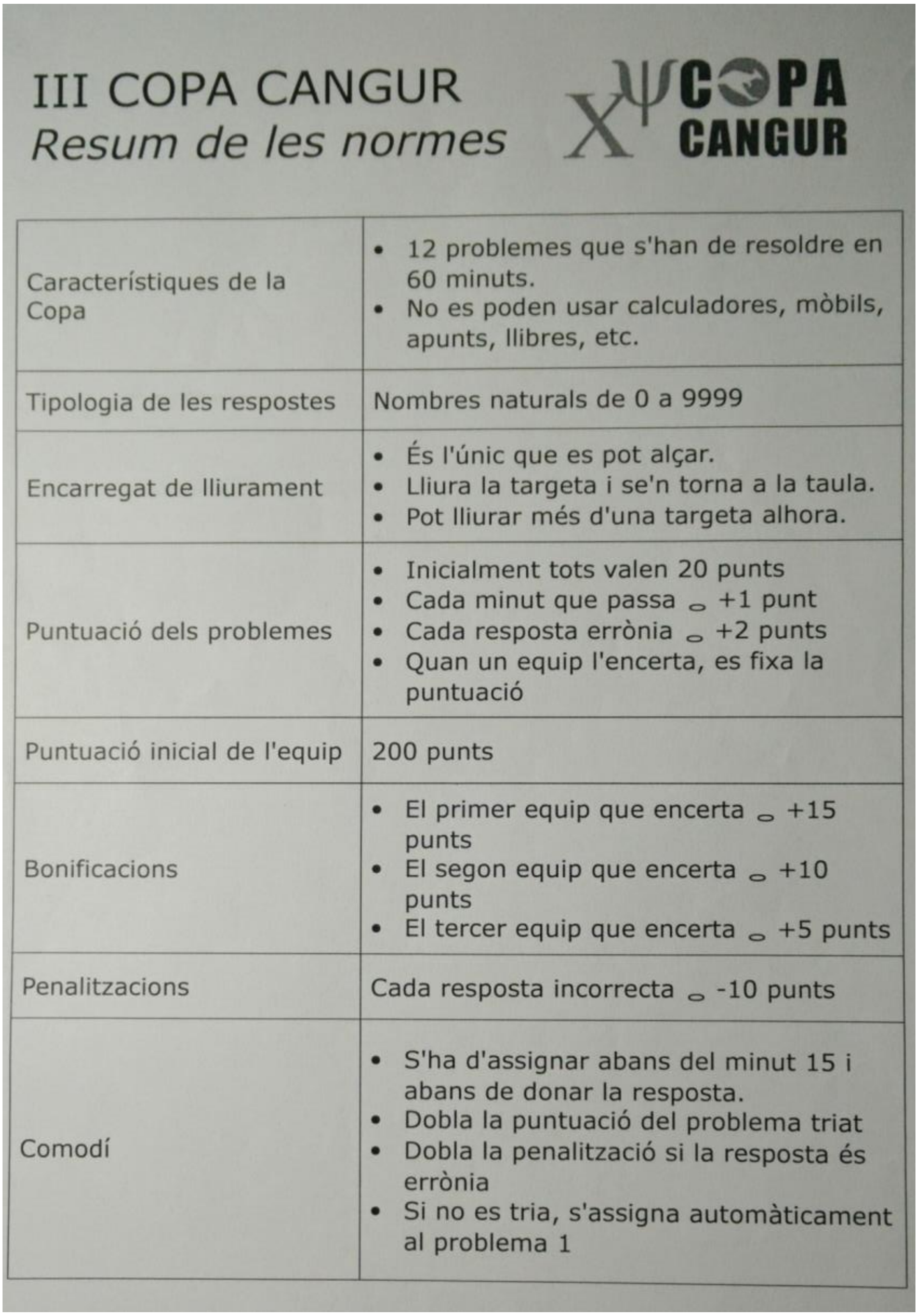
III Copa Cangur. 2016. Solucions

Model 2

Problema 1	8281
Problema 2	6
Problema 3	1332
Problema 4	17
Problema 5	23
Problema 6	6
Problema 7	16
Problema 8	192
Problema 9	7776
Problema 10	960
Problema 11	59
Problema 12	120

Col·laboren: feemcat, explorium

6.5. Anejo 5: Resumen de las normas de la Copa "Cangur"



III COPA CANGUR

Resum de les normes

X COPA CANGUR

Característiques de la Copa	• 12 problemes que s'han de resoldre en 60 minuts. • No es poden usar calculadores, mòbils, apunts, llibres, etc.
Tipologia de les respostes	Nombres naturals de 0 a 9999
Encarregat de lliurament	• És l'únic que es pot alçar. • Lliura la targeta i se'n torna a la taula. • Pot lliurar més d'una targeta alhora.
Puntuació dels problemes	• Inicialment tots valen 20 punts • Cada minut que passa → +1 punt • Cada resposta errònia → +2 punts • Quan un equip l'encerta, es fixa la puntuació
Puntuació inicial de l'equip	200 punts
Bonificacions	• El primer equip que encerta → +15 punts • El segon equip que encerta → +10 punts • El tercer equip que encerta → +5 punts
Penalitzacions	Cada resposta incorrecta → -10 punts
Comodí	• S'ha d'assignar abans del minut 15 i abans de donar la resposta. • Dobla la puntuació del problema triat • Dobla la penalització si la resposta és errònia • Si no es tria, s'assigna automàticament al problema 1

Imagen 7- Resumen de las normas de la Copa "Cangur"

6.6. Anejo 6: Fotos de la III Copa “Cangur” 2016 en sede “Broch i Llop” y fase nacional

Imagen 8- Sala de la Copa "Cangur" preparada para los equipos en IES "Broch i Llop"

Imagen 9- Equipo B del IES "Broch i Llop", participantes en Copa "Cangur"

Imagen 10- Equipo del IES “Ribalta”, ganadores en Copa "Cangur"

Imagen 11- Pantalla de clasificación de equipos y puntuaciones

Imagen 12- Jueces del concurso con ordenador donde introducir respuestas

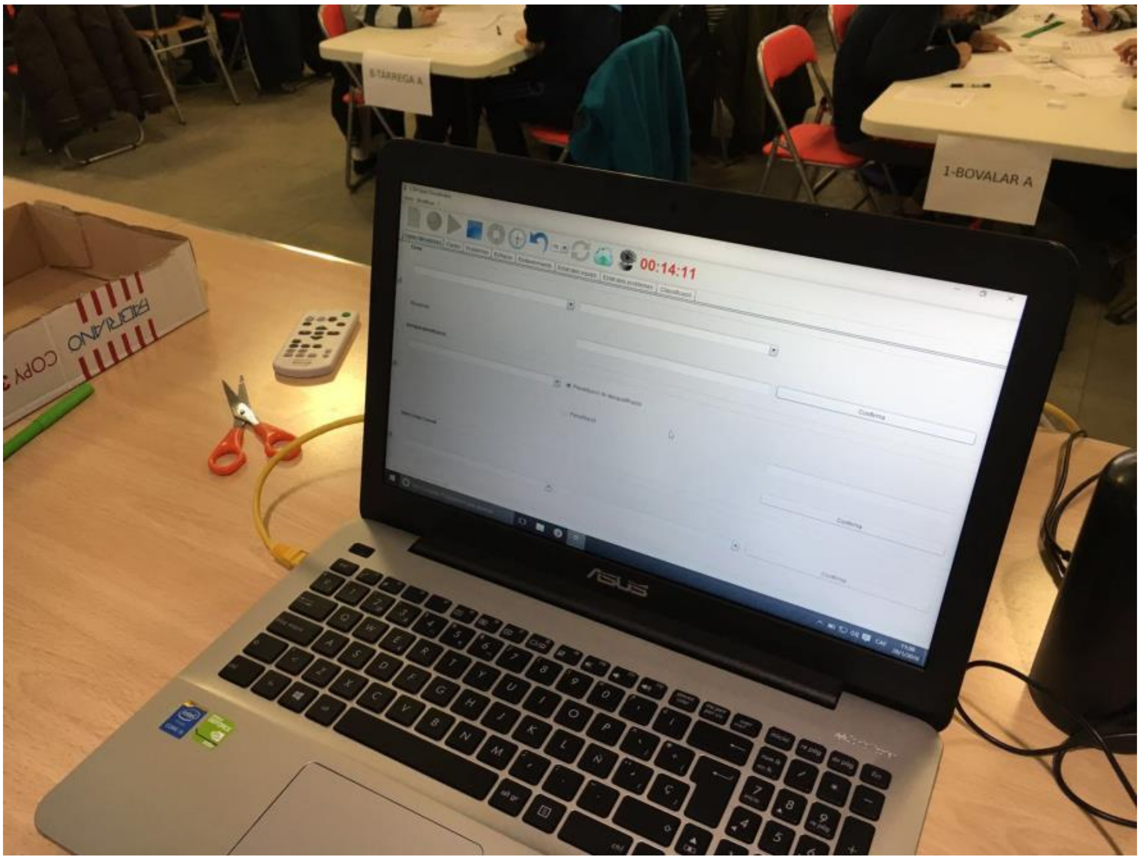


Imagen 13- Ordenador con el software de introducción de respuestas

Imagen 14- Pantalla de clasificación durante los últimos 5 minutos

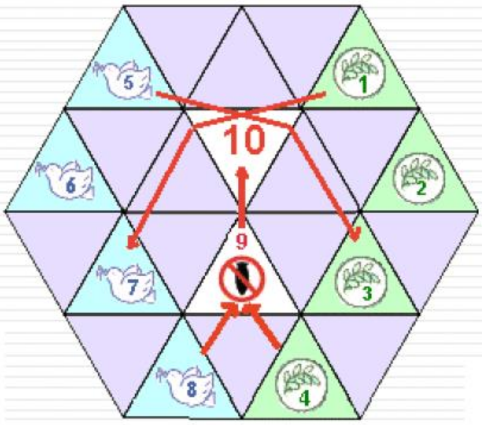
Imagen 15- Equipos concursando en la Copa "Cangur"

Imagen 16- Fase Nacional en Barcelona

Imagen 17- Trofeo de la primera Copa "Cangur"

6.7. Anejo 7: "Problemes a l'Esprint" para 1º y 2º ESO, (24 de Febrero de 2016)

Activitat per a equips de 1r i 2n d'ESO
24 de febrer de 2016

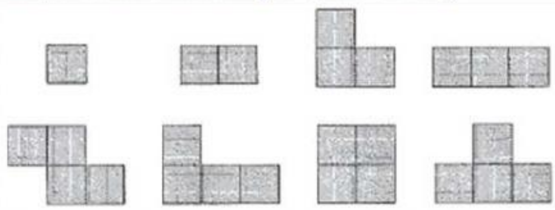


Agafem un nombre de tres xifres i l'escrivim tres vegades consecutivament. Així hem format un nombre de nou xifres.
Per quant s'ha multiplicat el nombre inicial?

Nota: si creieu que la resposta depèn del nombre inicial haureu de contestar 999

Heu de passar la suma de les xifres de la resposta al problema 7. Allà se'n diu número *S*.

La Verònica té aquestes vuit peces de trencaclosques (una de cada).



De quantes maneres pot combinar tres peces diferents per formar un quadrat?

(Nota: si amb les tres mateixes peces es pot formar un quadrat posant-les de maneres diverses només es comptarà una vegada)

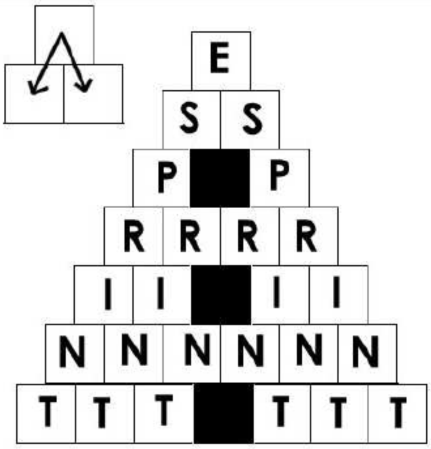
Per resoldre aquest problema cal conèixer un nombre *G* que us han de passar del problema 5

En una classe hi ha en total 32 alumnes. Sabem que 13 alumnes tenen com a mínim una germana, que *G* alumnes tenen com a mínim un germà i que l'Albert, la Berta i la Cristina són els únics que no tenen cap germà ni cap germana. Quina és la quantitat d'alumnes que tenen, com a mínim, un germà i una germana?

En una contrada hi ha dracs d'un cap, dracs de tres caps i dracs de set caps, tots ells amb característiques molt especials.
El cap dels dracs d'un sol cap té set vides, és a dir que cal tallar-lo set cops per matar el drac.
Cada un dels caps dels dracs de tres caps té tres vides i per matar un d'aquests dracs cal eliminar els tres caps, amb tres talls en cada cap. Finalment, cada un dels caps del drac de set caps s'elimina al primer tall, però per matar un d'aquests dracs de set caps cal eliminar-li els set caps.
Un dia un cavaller s'ha vist obligat a matar un ramat de dracs, en què n'hi havia dels tres tipus.
Ha hagut de fer 74 talls per matar tots els dracs. Quants dracs de tres caps hi havia al ramat?

La resposta passa com a nombre *K* al problema 9.

Una formiga es pot moure per les caselles de la figura adjunta. Només es pot moure des de cada casella a una inferior com indiquen les fletxes i inicialment està situada a la casella de la **E**.



Quants camins diferents pot fer que componguin la paraula **ESPRINT**?

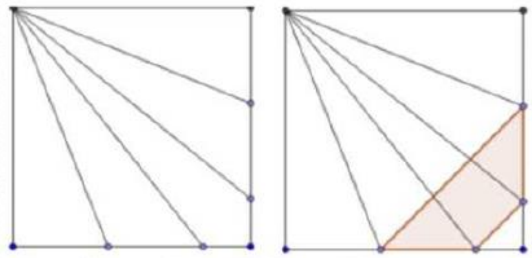
La resposta passa al problema 3. Allà rep el nom de nombre *G*

Un avió surt d'un aeroport A a les 12.00 hores (hora local de A) i arriba a un altre aeroport B a les 16.00 hores (hora local de B).
A la tornada l'avió va a la mateixa velocitat i surt de l'aeroport B a les 18.00 hores (hora local de B) i arriba a l'aeroport A a les 18.00 hores (hora local de A). Quant dura el vol?

Per resoldre aquest problema cal conèixer un nombre *S* que és la suma de les xifres de la solució del problema 1.

En Tomàs, la Maria i la Sara han de fer un treball que els han encarregat. La Maria treballa el doble ràpid que en Tomàs i la Sara el triple ràpid que en Tomàs. Primer de tot en Tomàs fa la quarta part de la feina. Després la Maria treballa 9 minuts. Finalment la Sara acaba la feina en S minuts. Quant de temps els ha costat, en total, acabar la feina?

Un quadrat de costat 5 cm està dividit en cinc parts d'igual àrea com mostra la figura de l'esquerra.



Quina longitud tindria el costat d'un quadrat amb la mateixa àrea que el polígon acolorit a la dreta?

La solució passa al problema 9 com a nombre R.

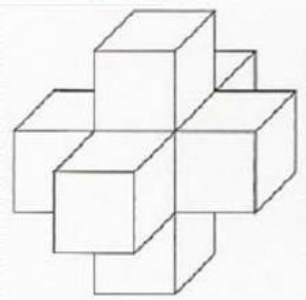
Per trobar la resposta d'aquest problema cal conèixer el valor de dos nombres que passen respectivament del problema 4 (K) i del problema 8 (R)

Dos cargols Alfa i Beta competeixen en una marató que dura molts dies.
Alfa comença la marató, competeix K dies i després en descansa un i així successivament.
Beta surt una setmana més tard i només competeix dia sí dia no, però en un dia recorre el camí que fa Alfa multiplicat per R.
En quin dia de cursa, des de que comença la marató, Beta avançarà Alfa?

Nota: Els dies que competeixen, no fan res més que competir sense descans

10

La Glòria ha enganxat 7 cubs iguals per a construir l'objecte que mostra la figura.



Si el volum de l'objecte és 189 cm^3, quina és la seva superfície exterior total?

6.8. Anejo 8: Prueba de Fase de Distrito de Olimpiada Matemática de la RSME con soluciones

LII Olimpiada Matemática Española

Primera Fase

Primera sesión

Viernes tarde, 15 de enero de 2016

1. En la primera fila de un tablero 5×5 se colocan 5 fichas que tienen una cara blanca y otra negra, mostrando todas la cara blanca. Cada ficha se puede mover de una casilla a cualquiera de las contiguas (horizontal o verticalmente) dándole la vuelta en cada movimiento. Además, varias fichas pueden ocupar una misma casilla. ¿Se puede conseguir mediante una secuencia de movimientos que las 5 fichas queden en la última fila, en casillas distintas y que todas ellas muestren la cara negra?

2. Cada 20 minutos durante una semana se travasa una cantidad exacta de litros de agua (siempre la misma cantidad) desde un tanque con 25000 litros a otro depósito inicialmente vacío. Desde este segundo depósito, a intervalos regulares de tiempo, se extrae primero 1 litro, luego 2, luego 3, etc. Justo al final de la semana coinciden el último travase y la última extracción, quedando en ese momento vacío el segundo depósito. Determinar cuánta agua se ha extraído en total durante la semana, en caso de que los datos del problema lo permitan. (Se supone que los trasvases y las extracciones se realizan instantáneamente. El primer trasvase se hace pasados los primeros 20 minutos y la primera extracción, pasado el primer intervalo de tiempo.)

3. Sea $n \geq 1$ y $P(x)$ un polinomio con coeficientes enteros que cumple que los números $P(1), P(2), \ldots, P(n)$ son $1, 2, \ldots, n$ (no necesariamente en este orden). Demostrar que uno de los números $P(0)$ o $P(n+1)$ es múltiplo de $n!$.

No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se puntúa sobre 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de 3 horas y media.

LII Olimpiada Matemática Española

Primera Fase

Segunda sesión

Sábado mañana, 16 de enero de 2016

4. Para pertenecer a un club cada nuevo socio debe pagar como cuota de inscripción a cada miembro del club la misma cantidad que él tuvo que pagar en total cuando ingresó más un euro. Si el primer socio pagó un euro, ¿cuanto deberá pagar en total el n-ésimo socio?

5. Dos circunferencias C y C' son secantes en dos puntos P y Q. La recta que une los centros corta a C en R y a C' en R', la que une P y R' corta a C en $X \neq P$ y la que une P y R corta a C' en $X' \neq P$. Si los tres puntos X, Q, X' están alineados se pide:

i) Hallar el ángulo $\angle XPX'$.

ii) Demostrar que $(d + r - r')(d - r + r') = rr'$, donde d es la distancia entre los centros de las circunferencias y r y r' sus radios.

6. Encontrar cuántas soluciones enteras tiene la ecuación

$$|5 - x_1 - x_2| + |5 + x_1 - x_2| + |5 + x_2 + x_3| + |5 + x_2 - x_3| = 20$$

No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se puntúa sobre 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de 3 horas y media.

Viernes tarde, primera sesión

1. En la primera fila de un tablero 5×5 se colocan 5 fichas que tienen una cara blanca y otra negra, mostrando todas la cara blanca. Cada ficha se puede mover de una casilla a cualquiera de las contiguas (horizontal o verticalmente) dándole la vuelta en cada movimiento. Además, varias fichas pueden ocupar una misma casilla. ¿Se puede conseguir mediante una secuencia de movimientos que las 5 fichas queden en la última fila, en casillas distintas y que todas ellas muestren la cara negra?

Solución. Si pintamos las casillas del tablero alternativamente de blanco y negro como en un tablero de ajedrez, sucede que una ficha cuyo color visible coincida con el de la casilla, al moverse seguirá teniendo el mismo color que la nueva casilla (puesto que tanto el color de la ficha como el de la casilla cambian). Supuesto que la casilla superior izquierda la hemos dejado blanca, en el inicio hay 3 fichas cuyo color (blanco) coincide con el de la casilla. En todo momento deberá suceder que el color de tres fichas es el mismo que el de la casilla que ocupen (y el de las otras dos, diferente). Sin embargo, colocando las fichas con la cara negra en la última fila, resulta que sólo dos fichas tendrán el color (negro) de su casilla. Por lo tanto, no es posible colocar las fichas de esta manera.

2. Cada 20 minutos durante una semana se travasa una cantidad exacta de litros de agua (siempre la misma cantidad) desde un tanque con 25000 litros a otro depósito inicialmente vacío. Desde este segundo depósito, a intervalos regulares de tiempo, se extrae primero 1 litro, luego 2, luego 3, etc. Justo al final de la semana coinciden el último travase y la última extracción, quedando en ese momento vacío el segundo depósito. Determinar cuánta agua se ha extraído en total durante la semana, en caso de que los datos del problema lo permitan. (Se supone que los trasvases y las extracciones se realizan instantáneamente. El primer trasvase se hace pasados los primeros 20 minutos y la primera extracción, pasado el primer intervalo de tiempo.)

Solución. Sea n el número de extracciones de agua realizadas durante la semana. En total habrán extraído $T_n = 1+2+\cdots+n = n(n+1)/2$ litros. Por otro lado si el caudal que se trasvasa cada 20 minutos al segundo depósito es de k litros, el total de litros que ha entrado es $7 \times 24 \times 3 \times k = 2^3 \times 3^2 \times 7 \times k$, así que $2^3 \times 3^2 \times 7 \times k = n(n+1)/2$ y esta cantidad tiene que ser ≤ 25000, por tanto $2^4 \times 3^2 \times 7 \times k = n(n+1) \leq 50000$. Por la última desigualdad, $n \leq 223$. Ahora, los números n y $n+1$ son primos entre sí luego cada potencia 2^4, 3^2, 7 divide a n o a $n+1$. Ciertamente $2^4 \times 3^2 \times 7 = 1008$ no puede dividir a n ni a $n+1$, dado que $n \leq 223$. Supongamos que $n = 16c$ es múltiplo de 16. Entonces $n+1$ es múltiplo de 9 ó 7. En el primer caso se tendría $n+1 = 16c+1 \equiv 0 \pmod 9$, es decir, $c \equiv 5 \pmod 9$. Pero si $c = 5$, $n = 80$ y 7 no divide a 80×81 y, si $c \geq 5+9 = 14$, $n \geq 16 \times 14 = 224$. Por otro lado, en el segundo caso, $n+1 = 16c+1 \equiv 0 \pmod 7$, de donde $c \equiv 3 \pmod 7$. Pero 9 no divide al producto $n(n+1)$ si $c = 3$ ó 10, y si $c \geq 17$, $n > 223$. Concluimos que n no es múltiplo de 16 y $n+1$ sí. Si n es múltiplo de 9 y $n+1$ de 16×7, tendríamos $n = 16 \times 7 \times c - 1 \equiv 0 \pmod 9$, es decir, $c \equiv 7 \pmod 9$ y entonces $c \geq 7$ y $n > 223$. Similarmente, si n es múltiplo de 7 y $n+1$ de 16×9, $n = 16 \times 9 \times c - 1 \equiv 0 \pmod 7$, es decir, $c \equiv 2 \pmod 7$ y entonces $c \geq 2$ y $n > 223$. El único caso que queda es que n sea múltiplo de $9 \times 7 = 63$ y $n+1$ de 16. Entonces $n+1 = 63c+1 \equiv 0 \pmod{16}$ y $c \equiv 1 \pmod{16}$ y necesariamente $c = 1$ (si no $n > 223$). Por lo tanto sólo hay una solución posible, a saber, $n = 63$, lo que da un volumen total extraído de $T_{63} = 63 \times 64/2 = 2016$ litros.

3. Sea $n \geq 1$ y $P(x)$ un polinomio con coeficientes enteros que cumple que los números $P(1), P(2), \ldots, P(n)$ son $1, 2, \ldots, n$ (no necesariamente en este orden). Demostrar que uno de los números $P(0)$ o $P(n+1)$ es múltiplo de $n!$.

Solución. Si i y j son dos números enteros, se tiene que $i^k - j^k = (i-j)(i^{k-1} + i^{k-2}j + \cdots + ij^{k-2} + j^{k-1})$ es múltiplo de $i-j$. Entonces, si $P(x) = a_m x^m + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$,

$$P(i) - P(j) = a_m(i^m - j^m) + \cdots + a_2(i^2 - j^2) + a_1(i-j)$$

también es múltiplo de $i-j$. En particular, $n-1$ divide a $P(n) - P(1)$. Como $P(1)$ y $P(n)$ son enteros distintos entre 1 y n tiene que ser $P(1) = 1$ y $P(n) = n$ o al revés, $P(1) = n$ y $P(n) = 1$. En el primer caso, $n-2 = (n-1)-1$ divide a $P(n-1) - P(1) = P(n-1) - 1$ y $2 \leq P(n-1) \leq n-1$, luego tiene que ser $P(n-1) = n-1$ y, similarmente $P(n-2) = n-2$, etc.

De forma parecida se ve que en el segundo caso $P(n-1) = 2$, $P(n-2) = 3$, etc.

Si $P(i) = i$ para todo $1 \leq i \leq n$, todos estos números son raíces de $P(x) - x$, luego

$$P(x) = c(x)(x-1)(x-2)\ldots(x-n) + x$$

para algún polinomio con coeficientes enteros $c(x)$. Por otro lado, si $P(i) = n - i + 1$ para todo $1 \leq i \leq n$, se tiene que todos los enteros $1 \leq i \leq n$ son raíces de $P(x) - n + x - 1$, luego

$$P(x) = c(x)(x-1)(x-2)\ldots(x-n) + n - x + 1$$

para algún polinomio con coeficientes enteros $c(x)$. En el primer caso $P(0) = (-1)^n c(0) n!$ y, en el segundo, $P(n+1) = c(n+1)n!$, luego efectivamente $n!$ divide a $P(0)$ o a $P(n+1)$.

S´abado ma˜nana, segunda sesi´on

4, 1. Para pertenecer a un club cada nuevo socio debe pagar como cuota de inscripción a cada miembro del club la misma cantidad que él tuvo que pagar en total cuando ingresó más un euro. Si el primer socio pagó un euro, ¿cuanto deberá pagar en total el n-ésimo socio?

Solución. Sea a_n la cuota total del socio n-ésimo y sea $s_n = a_1 + \cdots + a_n$. El n-ésimo ($n \geq 2$) socio tiene que pagar en total $(a_1 + 1) + (a_2 + 1) + \cdots + (a_{n-1} + 1) = s_{n-1} + n - 1$ euros, luego $a_n = s_{n-1} + n - 1$ y

$$s_n = s_{n-1} + a_n = s_{n-1} + s_{n-1} + (n-1) = 2s_{n-1} + n - 1.$$

Iterando esta relación queda $s_n = 2^{n-1} + 2^{n-2} \times 1 + 2^{n-3} \times 2 + \cdots + 2 \times (n-2) + (n-1)$, de donde $s_n = 2s_n - s_n = 2^n + 2^{n-2} + 2^{n-3} + \cdots + 2 - n + 1 = 2^n + 2^{n-1} - 1 - n$ y entonces, para $n \geq 2$,

$$a_n = s_n - s_{n-1} = 2^n - 2^{n-2} - 1 = 3 \times 2^{n-2} - 1.$$

5, 2. Dos circunferencias C y C' son secantes en dos puntos P y Q. La recta que une los centros corta a C en R y a C' en R', la que une P y R' corta a C en $X \neq P$ y la que une P y R corta a C' en $X' \neq P$. Si los tres puntos X, Q, X' están alineados se pide:

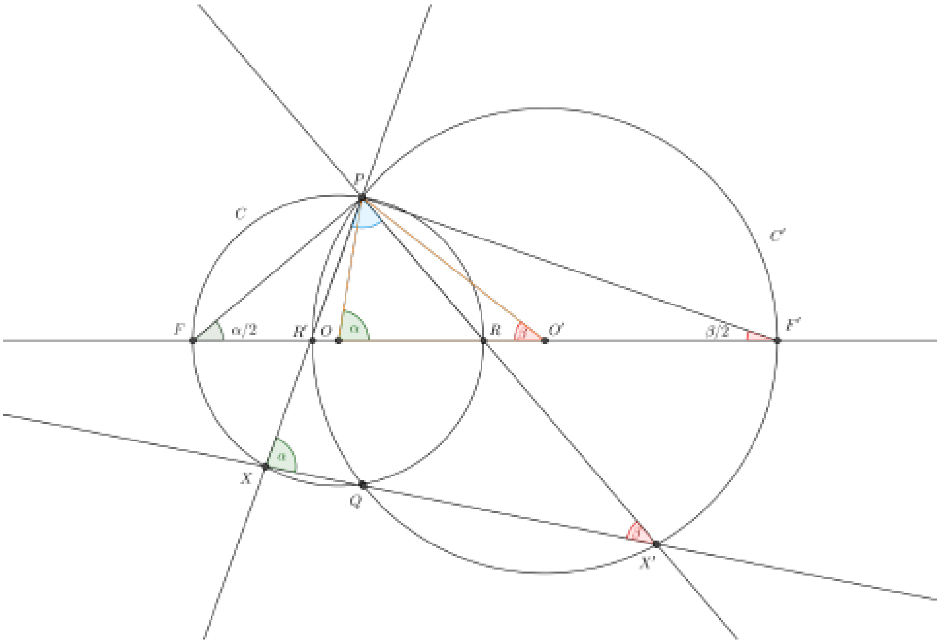
(i) hallar el ángulo $\angle XPX'$.

(ii) demostrar que $(d + r - r')(d - r + r') = rr'$, donde d es la distancia entre los centros de las circunferencias y r y r' sus radios.

Solución. (i) Sean F y F' los puntos diametralmente opuestos a R y R' en C y C', respectivamente. Por el Teorema del ángulo inscrito se tiene que $\angle PFQ = \angle PXQ = \alpha$ que, por simetría, es el doble de $\angle PFR$, luego $\angle PFR = \alpha/2$. Como el triángulo PFR es rectángulo en P (al ser FR diámetro de C), deducimos que $\angle PRF = \pi/2 - \alpha/2$. Similarmente, $\angle PR'F' = \pi/2 - \beta/2$, donde $\beta = \angle PX'Q$. Por otro lado, considerando el triángulo XPX', $\angle XPX' = \pi - \alpha - \beta$, luego sumando los ángulos del triángulo PRR',

$$(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}) + (\frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2}) + (\pi - \alpha - \beta) = \pi,$$

es decir $\alpha + \beta = 2\pi/3$ y $\angle XPX' = \pi/3$.



(ii) Consideramos el triángulo OPO', donde O y O' son los centros de C y C', respectivamente. Nuevamente, por el Teorema del ángulo inscrito, el ángulo central $\angle POR$ es $2\angle PFR = \alpha$ y similarmente $\angle PO'R' = 2\angle PF'R' = \beta$, luego $\angle OPO' = \pi/3$. Los lados del triángulo OPO' son los radios r y r' y la distancia d entre los centros, por tanto el resultado se sigue directamente del Teorema del coseno: $d^2 = r^2 + r'^2 - rr'$, que es equivalente a la relación dada en el enunciado.

6, 3. Encontrar cuántas soluciones enteras tiene la ecuación

$$|5 - x_1 - x_2| + |5 + x_1 - x_2| + |5 + x_2 + x_3| + |5 + x_2 - x_3| = 20.$$

Solución. Podemos reescribir la ecuación en la forma

$$|y_1| + |y_2 - y_1| + |y_3 - y_2| + |20 - y_3| = 20, \tag{1}$$

donde $y_1 = 5 - x_1 - x_2$, $y_2 = 10 - 2x_2$ y $y_3 = 15 - x_2 + x_3$, por tanto toda solución entera de la ecuación original da una solución entera de (??) con y_2 un número par. Recíprocamente, es inmediato comprobar que toda solución de (??) con y_2 par, da una solución de la ecuación del enunciado. Observamos que (??) se puede escribir como

$$d(0, y_1) + d(y_1, y_2) + d(y_2, y_3) + d(y_3, 20) = d(0, 20),$$

donde $d(x, y) = |x - y|$ es la distancia entre los números reales x e y. Sólo puede darse esta situación si $0 \leq y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq 20$ (podemos imaginar una regla de carpintero con cuatro segmentos de longitudes que suman 20 unidades y que tienen que cubrir desde 0 a 20, que es una distancia de 20 unidades. La única posibilidad es que la regla esté completamente estirada). Se trata entonces de contar las ternas de números enteros $0 \leq y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq 20$ con y_2 par. Si escribimos $y_2 = 2k$ con $0 \leq k \leq 10$, hay $2k+1$ posibilidades para y_1 y $21 - 2k$ para y_3, luego el número de soluciones buscado es

$$\sum_{k=0}^{10}(2k+1)(21-2k) = \sum_{k=0}^{10}(21+40k-4k^2) = 21\times 11+40\times 55-4\times 385 = 891.$$

Por tanto el número de soluciones enteras de la ecuación dada es 891.

6.9. Anejo 9: Prueba de Fase Nacional de Olimpiada Matemática de la RSME con soluciones

Real Sociedad Matemática Española

51 OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Olimpiada Matemática Española RSME

LI Olimpiada Matemática Española
Fase nacional 2015, Badajoz
Viernes, 20 de marzo
PRIMERA SESIÓN

Problema 1

Sobre la gráfica de una función polinómica con coeficientes enteros, se eligen dos puntos con coordenadas enteras. Probar que si la distancia entre ellos es un número entero, entonces el segmento que los une es paralelo al eje de abscisas.

Problema 2

En el triángulo ABC, sea A' el punto simétrico de A respecto del circuncentro O de ABC. Probar que:

a) La suma de los cuadrados de los segmentos de tangentes trazadas desde A y A' a la circunferencia inscrita en ABC es igual a $4R^2 - 4Rr - 2r^2$, siendo R y r los radios de las circunferencias circunscrita e inscrita de ABC respectivamente.

b) La circunferencia de centro A' y radio $A'I$ corta a la circunferencia circunscrita de ABC en un punto L, tal que $AL = \sqrt{AB \cdot AC}$.

Problema 3

En la pizarra está escrito un entero $N \geq 2$. Dos jugadores A y B juegan alternadamente, empezando por A. Cada jugador en su turno reemplaza el número existente por el que resulte de realizar una de estas dos operaciones: **restar 1** o **dividir entre 2**, siempre que se obtenga un entero positivo. El jugador que llegue al número 1 gana. Determinar razonadamente el menor número par N que le exige a A jugar al menos 2015 veces para ganar (no se contabilizan los turnos de B).

No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se puntúa sobre siete puntos.
El tiempo de cada sesión es de tres horas y media.

Real Sociedad Matemática Española

51 OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Olimpiada Matemática Española RSME

LI Olimpiada Matemática Española
Fase nacional 2015, Badajoz
Sábado, 21 de marzo
SEGUNDA SESIÓN

Problema 4

Todas las caras de un poliedro son triángulos. A cada uno de los vértices de este poliedro se le asigna de forma independiente uno de entre tres colores: verde, blanco o negro. Decimos que una cara es *extremeña* si sus tres vértices son de distintos colores, uno verde, uno blanco y uno negro. ¿Es cierto que, independientemente de cómo coloreemos los vértices, el número de caras *extremeñas* de este poliedro es siempre par?

Problema 5

Sean p y n enteros positivos, tales que p es primo, $n \geq p$, y $1+np$ es un cuadrado perfecto. Probar que $n+1$ es suma de p cuadrados perfectos no nulos.

Problema 6

Sean M y N puntos del lado BC del triángulo ABC tales que $BM = CN$, estando M en el interior del segmento BN. Sean P, Q puntos que están respectivamente en los segmentos AN, AM tales que $\angle PMC = \angle MAB$ y $\angle QNB = \angle NAC$. ¿Es cierto que $\angle QBC = \angle PCB$?

No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se puntúa sobre siete puntos.
El tiempo de cada sesión es de tres horas y media.

LI Olimpiada matemática Española (Concurso Final)

Enunciados y Soluciones

1. Sobre la gráfica de una función polinómica con coeficientes enteros, se eligen dos puntos con coordenadas enteras. Probar que si la distancia entre ellos es un número entero, entonces el segmento que los une es paralelo al eje de abscisas.

Solución. Sea el polinomio $f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$, $a_i \in \mathbb{Z}$ y sean $A(c, f(c))$ y $B(d, f(d))$ dos puntos con coordenadas enteras. Entonces

$$f(c) - f(d) = \sum_{i=1}^{n} a_i (c^i - d^i)$$

Todos los sumandos de esta suma son divisibles por $c - d$, así que

$$f(c) - f(d) = \sum_{i=1}^{n} a_i (c^i - d^i) = k(c - d),$$

donde k es un entero. Como la distancia entre los puntos A y B, que denotamos por $d(A, B)$ es un entero, entonces $d^2(A, B)$ es un cuadrado perfecto. Pero

$$d^2(A, B) = (c - d)^2 + k^2(c - d)^2 = (c - d)^2(1 + k^2)$$

luego la única posibilidad para que esta expresión sea un cuadrado perfecto es que $k = 0$, en cuyo caso

$$f(c) - f(d) = 0$$

y efectivamente el segmento AB es paralelo al eje de abcisas.

2. En el triángulo ABC, sea A' el punto simétrico de A respecto del circuncentro O de ABC.

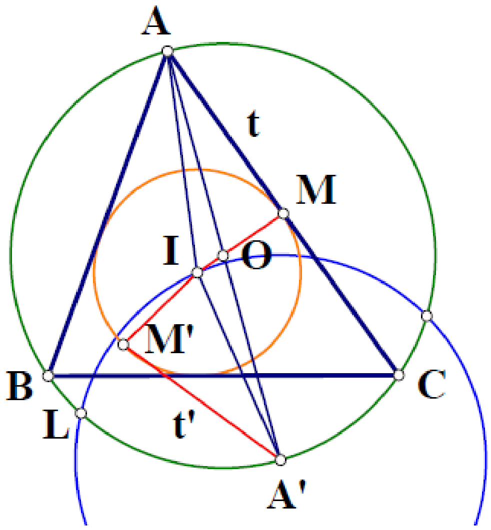
a) *Probar que la suma de los cuadrados de los segmentos de tangentes trazadas desde A y A' a la circunferencia inscrita en ABC es igual a $4R^2 - 4Rr - 2r^2$.*

b) *Sea I el incentro del $\triangle ABC$. Probar que la circunferencia de centro A' y radio $A'I$ corta a la circunferencia circunscrita de ABC en un punto L tal que $AL = \sqrt{AB.AC}$.*

Solución. a) Si t y t' son las longitudes de los segmentos de tangentes, se tiene

$$t^2 = AI^2 - r^2 \quad \text{y} \quad t'^2 = A'I^2 - r^2;$$

por lo tanto,



$$t^2 + t'^2 = AI^2 + A'I^2 - 2r^2$$

Aplicando el teorema de Apolonio al triángulo AIA' con la mediana IO resulta

$$AI^2 + A'I^2 = 2IO^2 + 2R^2 = 2(R^2 - 2Rr) + 2R^2 = 4R^2 - 4Rr$$

Sustituyendo en la expresión anterior resulta la relación pedida.

b) Teniendo en cuenta a) y que $AL^2 = A'A^2 - A'L^2 = 4R^2 - A'I^2$, ya que el triángulo $AA'L$ es claramente rectángulo por ser AA' un diámetro, resulta

$$AL^2 = 4R^2 - (4R^2 - 4Rr - AI^2) = 4Rr + AI^2 = \frac{abc}{p} + \frac{bc(p-a)}{p} = bc,$$

donde las dos últimas expresiones se obtienen a partir de las relaciones entre ángulos y lados en el triángulo, teniendo en cuenta que $t = p - a$ siendo p el semiperímetro.

3. En la pizarra está escrito un número entero. Dos jugadores A y B juegan alternadamente, empezando por A. Cada jugador en su turno reemplaza el número existente por el que resulte de realizar una de estas dos operaciones: restar 1 o dividir entre 2, siempre que se obtenga un entero positivo. El jugador que llegue al número 1 gana. Determinar razonadamente el menor número par que le exige a A jugar al menos 2015 veces para ganar (no se contabilizan los turnos de B).

Solución. Si el valor de N inicial es par, veamos que gana A: ya sea restando 1 o bien dividiendo entre 2 (en el caso $N = 4k + 2$, $\frac{N}{2} = 2k + 1$ impar), A siempre le dejará a B un impar, obligándolo a restar 1 por no poder dividir entre 2, con lo cual al jugar A volverá a encontrarse con un par, menor que el anterior. Así, A se encontrará finalmente con un 2, y ganará.
Hay que destacar que cuando A tiene dos opciones válidas para dejarle a B un impar, siempre preferirá dividir entre 2, para acercarse más rápidamente al objetivo.

A continuación usaremos el siguiente resultado:

Sea y un número par con el cual se encuentra A en su turno. Entonces, dos turnos antes A se encontraba con un número mayor o igual que $2y + 4$.

En efecto, distinguiremos dos casos: (1) Caso $y = 4k + 2$. Proviene de una jugada obligada de B desde $4k + 3$. Antes, A podía estar en $8k + 6$, o bien $4k + 4$ (esto es viable, ya que desde $4k + 4$ A no puede dividir porque $2k + 2$ es par). Es decir, B estaba antes en $8k + 7$ o en $4k + 5$. Si B estaba en $8k + 7$, A pudo estar antes en $16k + 14$ o en $8k + 8$, mientras que si B estaba en $4k + 5$ A sólo pudo estar en $8k + 10$, no en $4k + 6$, porque en ese caso habría preferido dividir en vez de restar. Resumiendo, si $y = 4k+2$, hace dos turnos A podía encontrarse en $16k+14, 8k+10$ o $8k + 8$, siendo la menor opción justamente $2y + 4$.
(2) Caso $y = 4k$. Razonando de forma similar, se deduce que hace dos turnos A se encontraba en $8k + 4$ $(2y + 4)$ o

La solución al problema se obtendrá aplicando repetidamente el resultado anterior.

Definimos la sucesión $a_0 = 2$, $a_{n+1} = 2a_n + 4$, cuya fórmula explícita es

$$a_n = 6 \cdot 2^n - 4$$

Aplicando reiteradamente el resultado, vemos que para todo n se tiene que cualquier N desde el cual se llegue al 2 en $2n$ turnos, debe cumplir $N \geq a_n$. Es decir, contando con que A pasa del 2 al 1 en un turno, hemos probado que para todo n, los números N que le exigen a A al menos $2n + 1$ jugadas cumplen $N \geq a_n$.
Dado que para $n = 1007$ se tiene $2n + 1 = 2015$, se cumple que N es mayor o igual que el término a_{1007} de la sucesión considerada, es decir, el número $6 \cdot 2^{1007} - 4$.
Queda por probar que se alcanza la igualdad. Para ello, basta ver que para todo $n \geq 1$, si A se encuentra con a_n, tras dos turnos estará en a_{n-1}. En efecto,

$$\underbrace{6 \cdot 2^n - 4}_{a_n} \xrightarrow{A} 6 \cdot 2^n - 5 \xrightarrow{B} 6 \cdot 2^n - 6 \xrightarrow{A} 3 \cdot 2^n - 3 \xrightarrow{B} 3 \cdot 2^n - 4 = \underbrace{6 \cdot 2^{n-1} - 4}_{a_{n-1}}$$

4. *Todas las caras de un poliedro son triángulos. A cada uno de los vértices de este poliedro se le asigna de forma independiente uno de entre tres colores: verde, blanco*

o negro. Decimos que una cara es **extremeña** *si sus tres vértices son de distintos colores, uno verde, uno blanco y uno negro. Es cierto que, independientemente de cómo coloreemos los vértices, el número de caras extremeñas de este poliedro es siempre par?*

Solución. Sea C el número de caras del poliedro. Cada cara tiene 3 lados, cada uno de los cuáles pertenece exactamente a dos caras. Luego el número total de aristas del poliedro es $3C/2$, que ha de ser entero. Luego el número C de caras del poliedro es par.
A una arista cuyos vértices extremos son del mismo color la llamaremos *monocroma.* Si sumamos las aristas monocromas de todas las caras, como cada una de ellas está exactamente en dos caras, tendremos un número par. A este número no contribuyen las caras extremeñas, pues no contienen aristas monocromas, y las no extremeñas lo hacen con un número impar: 3, si los tres vértices son del mismo color, o 1 en otro caso. Por tanto, el número de caras no extremeñas tiene que ser par. Como el número total de caras es par, también será par el número de caras extremeñas.

5*. Sean p y n enteros positivos, tales que p es primo, $n \geq p$, y $1+np$ es un cuadrado perfecto. Probar que $n+1$ es suma de p cuadrados perfectos no nulos.*

Solución. Sea $1 + np = k^2$, con k entero positivo. Entonces $np = k^2 - 1 = (k-1)(k+1)$. Ahora consideramos dos casos:

1. Si el primo p divide a $k-1$, entonces $k-1 = p\ell$ y $k = p\ell + 1$, con ℓ entero positivo. Por tanto

   $$1 + np = k^2 = (p\ell + 1)^2 = p^2\ell^2 + 2p\ell + 1 \Leftrightarrow np = p^2\ell^2 + 2p\ell \Leftrightarrow n = p\ell^2 + 2\ell$$

   Entonces, $n+1 = p\ell^2 + 2\ell + 1 = (p-1)\ell^2 + (\ell+1)^2$ como queríamos probar.

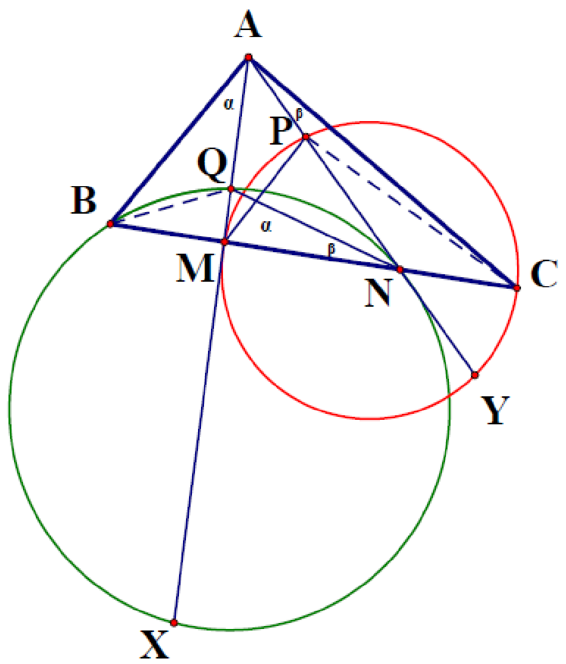
2. Si el primo p divide a $k+1$, entonces $k+1 = p\ell$ y $k = p\ell - 1$, con $\ell > 1$ entero ($\ell = 1$ se corresponde con el caso $n = p-2$, que no es posible). Por tanto

   $$1 + np = k^2 = (p\ell - 1)^2 = p^2\ell^2 - 2p\ell + 1 \Leftrightarrow np = p^2\ell^2 - 2p\ell \Leftrightarrow n = p\ell^2 - 2\ell$$

   Entonces, $n+1 = p\ell^2 - 2\ell + 1 = (p-1)\ell^2 + (\ell-1)^2$ es suma de p cuadrados perfectos.

6*. Sean M y N puntos del lado BC del triángulo ABC tales que $BM = CN$, estando M en el interior del segmento BN. Sean P, Q puntos que están respectivamente en los segmentos AN, AM tales que $\angle PMC = \angle MAB$ y $\angle QNB = \angle NAC$. ¿Es cierto que $\angle QBC = \angle PCB$?*

Solución. La idea clave de la solución es considerar las circunferencias circunscritas de los triángulos BNQ (en verde en la figura) y PMC (en rojo). Si AM corta a la circunferencia (BNQ) en X, y AN corta a la circunferencia (PMC) en Y, es evidente que los cuadriláteros $BQNX$ y $MPCY$ son cílicos. Puesto que $\angle QBC =$



$\angle QBN$ y $\angle PCB = \angle PCM$, los ángulos del enunciado del problema serán iguales si lo son $\angle QBC$ y $\angle PCM$. Pero $\angle QBN = \angle QXN = \angle MXN$ y por otra parte $\angle PCM = \angle PYM = \angle NYM$. Entonces el problema estará resuelto en sentido afirmativo si demostramos que $\angle MXN = \angle NYM$ lo cual es tanto como decir que los cuatro puntos M, N, Y, X están en una circunferencia, para lo cual podemos intentar demostrar que

$$AM \cdot AX = AN \cdot AY \Leftrightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{AY}{AX}$$

Para ello razonaremos de la siguiente manera:

Los triángulos ABM y ACN tienen la misma área, ya que sus bases son iguales por hipótesis y la altura desde A es la misma; entonces

$$AM \cdot AB \cdot \sin\alpha = AN \cdot AC \cdot \sin\beta, \tag{1}$$

donde $\alpha = \angle MAB$ y $\beta = \angle NAC$. Por otra parte, dos de los ángulos del triángulo ABX son α y $\angle BXQ = \angle QNB = \beta$ (en la circunferencia (BNQ)).

Análogamente, dos de los ángulos del triángulo ACY son β y α. Por lo tanto esos dos triángulos son semejantes, y escribiendo la proporcionalidad entre lados homólogos, se tiene

$$\frac{AY}{AX} = \frac{CY}{AB} \tag{2}$$

Por último, aplicando el teorema del seno en el triángulo ACY, tenemos

$$\frac{AC}{\sin\alpha} = \frac{CY}{\sin\beta} \Leftrightarrow \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{CY}{AC}$$

Utilizando (1) y teniendo en cuenta (2), resulta

$$\frac{AM}{AN} = \frac{AC\cdot\sin\beta}{AB\cdot\sin\alpha} = \frac{AC}{AB}\cdot\frac{CY}{AC} = \frac{AY}{AX}$$

y esto demuestra la igualdad de ángulos indicada en el enunciado

PRIMERA SESIÓN DE PROBLEMAS

21 septiembre de 2004

Problema 1

Se deben colorear casillas de un tablero de 1001×1001 de acuerdo a las reglas siguientes:

- Si dos casillas tienen un lado común, entonces al menos una de ellas se debe colorear.
- De cada seis casillas consecutivas de una fila o de una columna, siempre se deben colorear al menos dos de ellas que sean adyacentes.

Determinar el número mínimo de casillas que se deben colorear.

Problema 2

Se considera en el plano una circunferencia de centro O y radio r y un punto A exterior a ella. Sea M un punto de la circunferencia y N el punto diametralmente opuesto a M. Hallar el lugar geométrico de los centros de las circunferencias que pasan por A, M y N al variar M.

Problema 3

Sean n y k enteros positivos tales que o bien n es impar o bien n y k son pares. Probar que existen enteros a y b tales que

$$\text{mcd}\,(a, n) = \text{mcd}\,(b, n) = 1 \quad \text{y} \quad k = a + b.$$

Duración: 4h. 30 m.
Cada problema vale siete puntos

Versión en español

SEGUNDA SESIÓN DE PROBLEMAS

22 septiembre de 2004

Problema 4

Determinar todas las parejas (a,b), donde a y b son enteros positivos de dos dígitos cada uno, tales que $100a + b$ y $201a + b$ son cuadrados perfectos de cuatro dígitos.

Problema 5

Dado un triángulo escaleno ABC, se llaman A', B' y C' a los puntos de intersección de las bisectrices interiores de los ángulos A, B y C con los lados opuestos, respectivamente.

Sean: A'' la intersección de BC con la mediatriz de AA',

B'' la intersección de AC con la mediatriz de BB' y

C'' la intersección de AB con la mediatriz de CC'.

Probar que A'', B'' y C'' son colineales.

Problema 6

Para un conjunto $\mathcal{H}$ de puntos en el plano, se dice que un punto P del plano es un *punto de corte* de $\mathcal{H}$ si existen cuatro puntos distintos A, B, C y D en $\mathcal{H}$ tales que las rectas AB y CD son distintas y se cortan en P.

Dado un conjunto finito $\mathcal{A}_0$ de puntos en el plano, se construye una sucesión de conjuntos $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3, \ldots$ de la siguiente manera: para cualquier j ? 0, $\mathcal{A}_{j+1}$ es la unión de $\mathcal{A}_j$ con el conjunto de todos los puntos de corte de $\mathcal{A}_j$.

Demostrar que si la unión de todos los conjuntos de la sucesión es un conjunto finito, entonces para cualquier j ? 1 se tiene que $\mathcal{A}_j = \mathcal{A}_1$.

Duración: 4h. 30 m. Versión en español

Cada problema vale siete puntos

6.11. Anejo 11: Calendario Matemático 2015-2016

CALENDARIO MATEMÁTICO 2015-2016

Societat d'Educació Matemàtica Al-Khwarizmi

La Sociedad de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana Al-Khwarizmi es una sociedad de profesores y profesoras de Matemáticas. Los objetivos de la Sociedad son, de acuerdo con sus estatutos:

- Difundir las matemáticas y las diversas corrientes de pensamiento matemático.
- Transmitir innovaciones educativas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Impulsar el desarrollo y difusión de investigaciones en Educación Matemática.
- Fomentar todas aquellas actividades encaminadas a superar los obstáculos a la difusión de las matemáticas generados por motivos culturales o de género.
- Colaborar e intercambiar información con Asociaciones y Sociedades de similar carácter y finalidad.
- Colaborar con instituciones y entidades para la realización de estudios y actividades relacionados con las Matemáticas y la Educación Matemática.
- Realizar estudios, críticas y propuestas curriculares para cualquiera de los niveles educativos.

Si consideras que estos objetivos son importantes ponte en contacto con nosotros visitando la página http://www.semcv.org/.

En recuerdo de MAURICI CONTRERAS DEL RINCÓN, muerto hace pocos meses para desconsuelo de sus amigos.

Abridme el vientre
para su reposo,
de mis jardines
traed las mejores flores

"Campanades a mort" Lluis Llach.

CONCURSO DE RESOLUCIÓN DE ACTIVIDADES

CONVOCATORIA

1. A LA SOLUCIÓN MÁS INGENIOSA: Podrá participar cualquier estudiante de ESO o Bachillerato que dé respuesta (solución/comentario) a una actividad planteada un día cualquiera. Cada centro seleccionará las mejores soluciones de sus alumnos enviando sólo una por cada día e incluyendo: nombre completo del estudiante, curso y nivel, centro, dirección, teléfono y correo electrónico. Los premiados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.
2. AL TRABAJO EN GRUPO: Podrá participar un solo grupo de cualquier centro de ESO y/o Bachillerato que dé respuesta (solución/comentario) a todas las actividades planteadas un mes cualquiera. Deberá indicarse el nombre completo del centro, dirección, teléfono y correo electrónico, así como el nombre de todos los estudiantes que lo integran y del profesor/a que lo coordina. Los agraciados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.
3. PRESENTACIÓN Y SELECCIÓN: El plazo de recepción terminará el último día del mes siguiente al que correspondan las actividades. Las soluciones deben dirigirse a calendarmatematic@gmail.com o enviarse a:

   Rafael Martínez Calafat
   Carrer d'Alacant, 14, 1r-B
   12004-CASTELLÓN

   Las soluciones presentadas pueden publicarse cuando la comisión seleccionadora lo considere oportuno

COORDINA: RAFAEL MARTÍNEZ CALAFAT (calendarmatematic@gmail.com)

Societat d'Educació Matemàtica Al-Khwarizmi — UNIVERSITAT JAUME I — DIPUTACIÓ DE CASTELLÓ

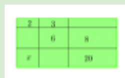
LUNES — MARTES — MIÉRCOLES — JUEVES — VIERNES — SÁBADO — DOMINGO

1 Si sustituimos cada una de las letras de la suma de la derecha por los números 1, 2, 8 y 9, correspondiendo distintos números a distintas letras, ¿cuál es el mayor y menor valor de la suma?

2
O M A R
\+ A M O R
R O M A

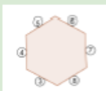
3  Si el triángulo rojo tiene área 24 cm² (24 cm de perímetro). Hallar el área (perímetro) del hexágono.

4 Hemos dividido el rectángulo inicial en nueve rectángulos, como indica la figura. Los números indican el área de algunos de ellos. ¿Cuánto vale x?

5 

6 En la secuencia: ABCDEABCDEABCDE...... ¿qué letra aparece en la posición 2015ª?

7 Seis personas están sentadas. Cada una piensa un número y lo susurra a las dos que tiene adjuntas. Las personas calculan y dicen en voz alta la media aritmética de los dos números que le han susurrado. ¿Cuál es el mayor número pensado?

8 

9 Dos rectángulos están uno sobre otro, como en el dibujo. ¿Cuánto vale x? 

10 

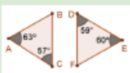
11 Rosa hace pulseras de bolitas de colores. Tiene un cajón con miles de bolitas de 30 colores diferentes. ¿Cuál es el número mínimo de bolitas que debe de sacar para asegurar que tiene 68 del mismo color?

12 ¿Cuántos números enteros n cumplen: $\frac{1}{5} < \frac{n}{15} < \frac{11}{12}$?

13 Si retiras la hoja que contiene a la página 16 de un periódico de 56 páginas, ¿qué otras páginas se retiran también?

14 Los bombones que le gustan a Ana se venden en cajas de 30 y 59. ¿Cuántas cajas de cada clase tendrá que comprar si necesita 2011 bombones?

15 ¿Cuántos triángulos isósceles con lados enteros de perímetro 25 cm existen?

16 De los triángulos de la figura se sabe BC=DF. ¿Qué lados son el más grande y el más pequeño? 

17 En cada olivo hay un mochuelo pero hay un mochuelo sin olivo. Si se colocan dos mochuelos en cada olivo queda un olivo sin mochuelo. ¿Cuántos olivos y mochuelos hay?

18 

19 Halla los divisores de 40 que también son divisores de 60 y 90

20 La media de cinco naturales diferentes es 20, ¿cuál es el mayor natural que puede participar?

21  El pentágono de la figura es equilátero de lado 2 cm y con dos ángulos rectos. ¿Cuál es su área?

22 Un número formado por tres cifras diferentes, abc, verifica: $3 \cdot abc = bbb$ ¿De qué número se trata?

23 ¿Cuántos números de tres cifras distintas hay en los que una cifra sea la suma de las otras dos?

24 En la sucesión de números: 11, 16, 17, 22, 23, 28, 29, 34,........ ¿cuál es el que ocupa la posición 497?

25 Si ordenamos los impares de cuatro cifras de menor a mayor, ¿qué posición ocupa el 5111?

26

27 El 80% de los accidentes suceden al aire libre y el 20% dentro de los edificios. Si el número de accidentes al aire libre se redujese en un 40% ¿en qué porcentaje disminuiría el número total de accidentes?

28 Si n es un cuadrado perfecto, ¿cuál es primer cuadrado perfecto mayor que n?

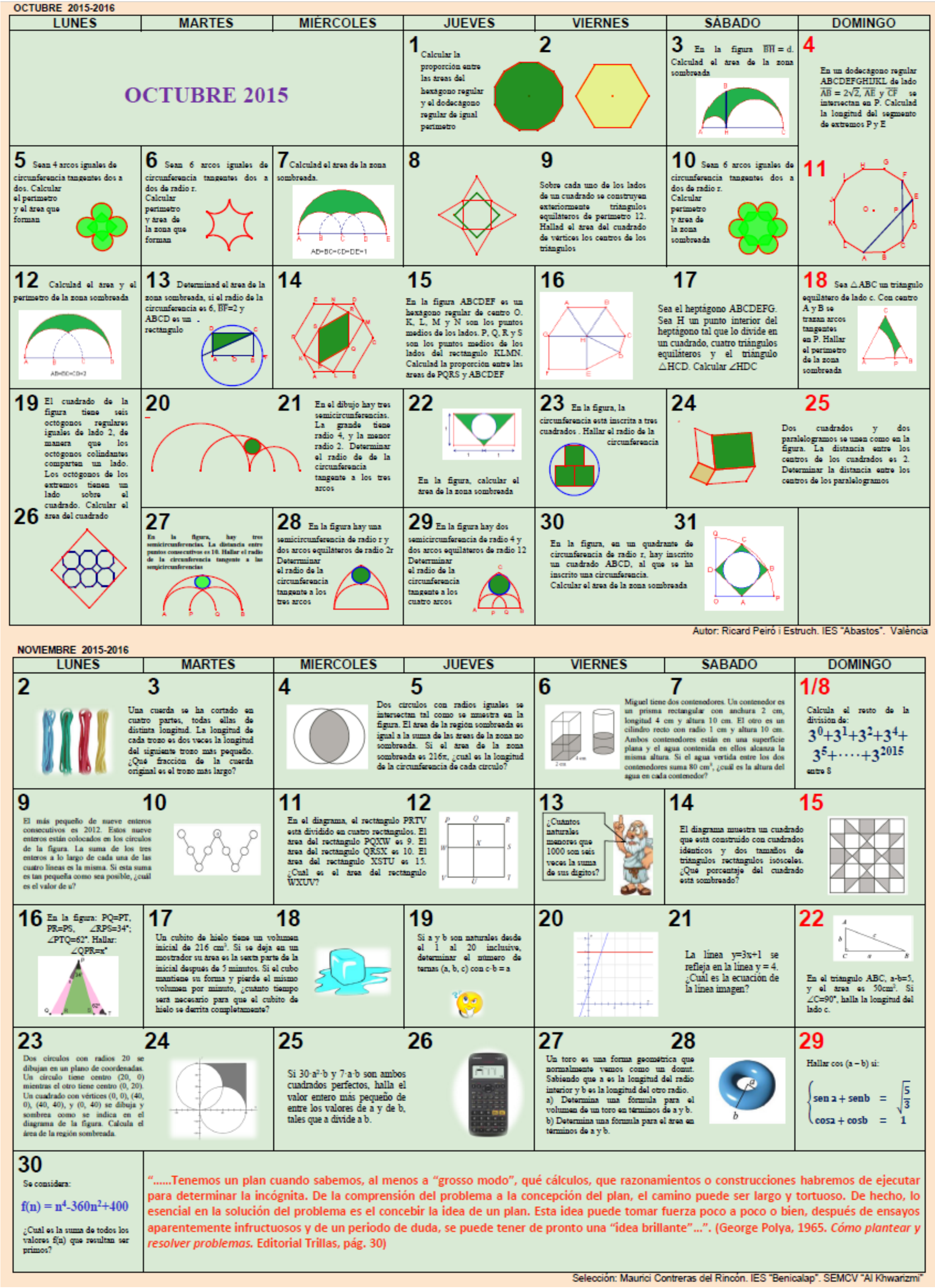
29

30 Juan compra y vende coches de segunda mano. En la última operación compró dos coches y los vendió al mes siguiente por 9999 € cada uno. Si en uno de ellos ganó un 10% y en el otro perdió un 10%, ¿cómo le fue la operación?

SEPTIEMBRE 2015

concurso de primavera

Autor: Colectivo "Concurso de Primavera". Comunidad de Madrid.



OCTUBRE 2015-2016

LUNES | MARTES | MIÉRCOLES | JUEVES | VIERNES | SÁBADO | DOMINGO

OCTUBRE 2015

1 Calcular la proporción entre las áreas del hexágono regular y el dodecágono regular de igual perímetro

2

3 En la figura $\overline{BH} = d$. Calculad el área de la zona sombreada

4 En un dodecágono regular ABCDEFGHIJKL de lado $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{AE}$ y $\overline{CF}$ se intersectan en P. Calculad la longitud del segmento de extremos P y E

5 Sean 4 arcos iguales de circunferencia tangentes dos a dos. Calcular el perímetro y el área que forman

6 Sean 6 arcos iguales de circunferencia tangentes dos a dos de radio r. Calcular perímetro y área de la zona que forman

7 Calculad el área de la zona sombreada.

AB=BC=CD=DE=1

8

9 Sobre cada uno de los lados de un cuadrado se construyen exteriormente triángulos equiláteros de perímetro 12. Hallad el área del cuadrado de vértices los centros de los triángulos

10 Sean 6 arcos iguales de circunferencia tangentes dos a dos de radio r. Calcular perímetro y área de la zona sombreada

11

12 Calculad el área y el perímetro de la zona sombreada

AB=BC=CD=2

13 Determinad el área de la zona sombreada, si el radio de la circunferencia es 6, $\overline{BF}$=2 y ABCD es un rectángulo

14

15 En la figura ABCDEF es un hexágono regular de centro O. K, L, M y N son los puntos medios de los lados. P, Q, R y S son los puntos medios de los lados del rectángulo KLMN. Calculad la proporción entre las áreas de PQRS y ABCDEF

16

17 Sea el heptágono ABCDEFG. Sea H un punto interior del heptágono tal que lo divide en un cuadrado, cuatro triángulos equiláteros y el triángulo △HCD. Calcular ∠HDC

18 Sea △ABC un triángulo equilátero de lado c. Con centro A y B se trazan arcos tangentes en P. Hallar el perímetro de la zona sombreada

19 El cuadrado de la figura tiene seis octógonos regulares iguales de lado 2, de manera que los octógonos colindantes comparten un lado. Los octógonos de los extremos tienen un lado sobre el cuadrado. Calcular el área del cuadrado

20

21 En el dibujo hay tres semicircunferencias. La grande tiene radio 4, y la menor radio 2. Determinar el radio de de la circunferencia tangente a los tres arcos

22 En la figura, calcular el área de la zona sombreada

23 En la figura, la circunferencia está inscrita a tres cuadrados . Hallar el radio de la circunferencia

24

25 Dos cuadrados y dos paralelogramos se unen como en la figura. La distancia entre los centros de los cuadrados es 2. Determinar la distancia entre los centros de los paralelogramos

26

27 En la figura, hay tres semicircunferencias. La distancia entre puntos consecutivos es 10. Hallar el radio de la circunferencia tangente a las semicircunferencias

28 En la figura hay una semicircunferencia de radio r y dos arcos equiláteros de radio 2r Determinar el radio de la circunferencia tangente a los tres arcos

29 En la figura hay dos semicircunferencia de radio 4 y dos arcos equiláteros de radio 12 Determinar el radio de la circunferencia tangente a los cuatro arcos

30

31 En la figura, en un cuadrante de circunferencia de radio r, hay inscrito un cuadrado ABCD, al que se ha inscrito una circunferencia. Calcular el área de la zona sombreada

Autor: Ricard Peiró i Estruch. IES "Abastos". València

NOVIEMBRE 2015-2016

LUNES | MARTES | MIERCOLES | JUEVES | VIERNES | SABADO | DOMINGO

2

3 Una cuerda se ha cortado en cuatro partes, todas ellas de distinta longitud. La longitud de cada trozo es dos veces la longitud del siguiente trozo más pequeño. ¿Qué fracción de la cuerda original es el trozo más largo?

4

5 Dos círculos con radios iguales se intersectan tal como se muestra en la figura. El área de la región sombreada es igual a la suma de las áreas de la zona no sombreada. Si el área de la zona sombreada es 216π, ¿cuál es la longitud de la circunferencia de cada círculo?

6

7 Miguel tiene dos contenedores. Un contenedor es un prisma rectangular con anchura 2 cm, longitud 4 cm y altura 10 cm. El otro es un cilindro recto con radio 1 cm y altura 10 cm. Ambos contenedores están en una superficie plana y el agua contenida en ellos alcanza la misma altura. Si el agua vertida entre los dos contenedores suma 80 cm³, ¿cuál es la altura del agua en cada contenedor?

1/8 Calcula el resto de la división de: $3^0+3^1+3^2+3^4+3^5+\cdots+3^{2015}$ entre 8

9

10 El más pequeño de nueve enteros consecutivos es 2012. Estos nueve enteros están colocados en los círculos de la figura. La suma de los tres enteros a lo largo de cada una de las cuatro líneas es la misma. Si esta suma es tan pequeña como sea posible, ¿cuál es el valor de u?

11

12 En el diagrama, el rectángulo PRTV está dividido en cuatro rectángulos. El área del rectángulo PQXW es 9. El área del rectángulo QRSX es 10. El área del rectángulo XSTU es 15. ¿Cual es el área del rectángulo WXUV?

13 ¿Cuantos naturales menores que 1000 son seis veces la suma de sus dígitos?

14

15 El diagrama muestra un cuadrado que está construido con cuadrados idénticos y dos tamaños de triángulos rectángulos isósceles. ¿Qué porcentaje del cuadrado está sombreado?

16 En la figura: PQ=PT, PR=PS, ∠RPS=34°; ∠PTQ=62°. Hallar: ∠QPR=x°

17

18 Un cubito de hielo tiene un volumen inicial de 216 cm³. Si se deja en un mostrador su área es la sexta parte de la inicial después de 5 minutos. Si el cubo mantiene su forma y pierde el mismo volumen por minuto, ¿cuánto tiempo será necesario para que el cubito de hielo se derrita completamente?

19 Si a y b son naturales desde el 1 al 20 inclusive, determinar el número de ternas (a, b, c) con c·b = a

20

21 La línea y=3x+1 se refleja en la línea y = 4. ¿Cual es la ecuación de la línea imagen?

22 En el triángulo ABC, a-b=5, y el área es 50cm². Si ∠C=90°, halla la longitud del lado c.

23

24 Dos círculos con radios 20 se dibujan en un plano de coordenadas. Un círculo tiene centro (20, 0) mientras el otro tiene centro (0, 20). Un cuadrado con vértices (0, 0), (40, 0), (40, 40), y (0, 40) se dibuja y sombrea como se indica en el diagrama de la figura. Calcula el área de la región sombreada.

25

26 Si 30·a²·b y 7·a·b son ambos cuadrados perfectos, halla el valor entero más pequeño de entre los valores de a y de b, tales que a divide a b.

27

28 Un toro es una forma geométrica que normalmente vemos como un donut. Sabiendo que a es la longitud del radio interior y b es la longitud del otro radio.
a) Determina una fórmula para el volumen de un toro en términos de a y b.
b) Determina una fórmula para el área en términos de a y b.

29 Hallar cos (a – b) si:

$$\begin{cases} \operatorname{sen} a + \operatorname{sen} b = \sqrt{\frac{5}{3}} \\ \cos a + \cos b = 1 \end{cases}$$

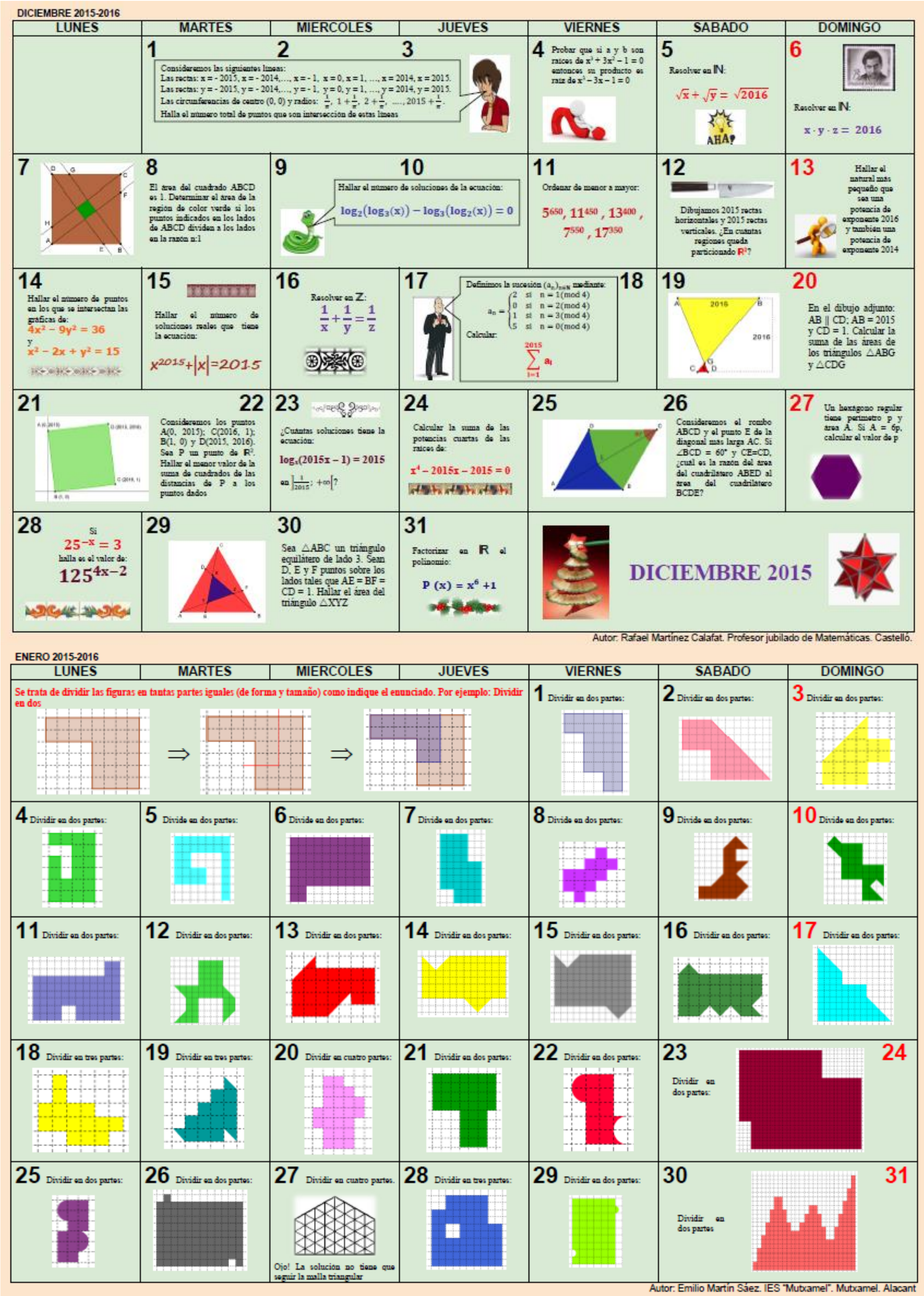
30 Se considera:

$f(n) = n^4-360n^2+400$

¿Cuál es la suma de todos los valores f(n) que resultan ser primos?

"......Tenemos un plan cuando sabemos, al menos a "grosso modo", qué cálculos, que razonamientos o construcciones habremos de ejecutar para determinar la incógnita. De la comprensión del problema a la concepción del plan, el camino puede ser largo y tortuoso. De hecho, lo esencial en la solución del problema es el concebir la idea de un plan. Esta idea puede tomar fuerza poco a poco o bien, después de ensayos aparentemente infructuosos y de un periodo de duda, se puede tener de pronto una "idea brillante"...". (George Polya, 1965. *Cómo plantear y resolver problemas.* Editorial Trillas, pág. 30)

Selección: Maurici Contreras del Rincón. IES "Benicalap". SEMCV "Al Khwarizmi"


DICIEMBRE 2015-2016
LUNES
MARTES
MIERCOLES
JUEVES
VIERNES
SABADO
DOMINGO
Consideremos las siguientes líneas:
Las rectas: x = - 2015, x = - 2014,..., x = - 1, x = 0, x = 1, ..., x = 2014, x = 2015.
Las rectas: y = - 2015, y = - 2014,..., y = - 1, y = 0, y = 1, ..., y = 2014, y = 2015.
Halla el número total de puntos que son intersección de estas líneas
Probar que si x y b son raíces de x³ + 3x² − 1 = 0 entonces su producto es raíz de x³ − 3x − 1 = 0
Resolver en ℕ:
√x + √y = √2016
AHA!
Resolver en ℕ:
x · y · z = 2016
El área del cuadrado ABCD es 1. Determinar el área de la región de color verde si los puntos indicados en los lados de ABCD dividen a los lados en la razón n:1
Hallar el número de soluciones de la ecuación:
log₂(log₃(x)) − log₃(log₂(x)) = 0
Ordenar de menor a mayor:
5⁶⁵⁰, 11⁴⁵⁰, 13⁴⁰⁰, 7⁵⁵⁰, 17³⁵⁰
Dibujamos 2015 rectas horizontales y 2015 rectas verticales. ¿En cuántas regiones queda particionado ℝ²?
Hallar el natural más pequeño que sea una potencia de exponente 2016 y también una potencia de exponente 2014
Hallar el número de puntos en los que se intersectan las gráficas de:
4x² − 9y² = 36
y
x² − 2x + y² = 15
Hallar el número de soluciones reales que tiene la ecuación:
x²⁰¹⁵+|x|=2015
Resolver en ℤ:
1/x + 1/y = 1/z
Definimos la sucesión (aₙ) mediante:
Calcular:
En el dibujo adjunto: AB ∥ CD; AB = 2015 y CD = 1. Calcular la suma de las áreas de los triángulos △ABG y △CDG
Consideremos los puntos A(0, 2015); C(2016, 1); B(1, 0) y D(2015, 2016). Sea P un punto de ℝ². Hallar el menor valor de la suma de cuadrados de las distancias de P a los puntos dados
¿Cuántas soluciones tiene la ecuación:
log₃(2015x − 1) = 2015
Calcular la suma de las potencias cuartas de las raíces de:
x⁴ − 2015x − 2015 = 0
Consideremos el rombo ABCD y el punto E de la diagonal más larga AC. Si ∠BCD = 60° y CE=CD, ¿cuál es la razón del área del cuadrilátero ABED al área del cuadrilátero BCDE?
Un hexágono regular tiene perímetro p y área A. Si A = 6p, calcular el valor de p
Si
25⁻ˣ = 3
halla es el valor de:
125⁴ˣ⁻²
Sea △ABC un triángulo equilátero de lado 3. Sean D, E y F puntos sobre los lados tales que AE = BF = CD = 1. Hallar el área del triángulo △XYZ
Factorizar en ℝ el polinomio:
P (x) = x⁶ +1
DICIEMBRE 2015
Autor: Rafael Martínez Calafat. Profesor jubilado de Matemáticas. Castelló.
ENERO 2015-2016
LUNES
MARTES
MIERCOLES
JUEVES
VIERNES
SABADO
DOMINGO
Se trata de dividir las figuras en tantas partes iguales (de forma y tamaño) como indique el enunciado. Por ejemplo: Dividir en dos
Dividir en dos partes:
Divide en dos partes:
Dividir en tres partes:
Dividir en cuatro partes:
Ojo! La solución no tiene que seguir la malla triangular
Dividir en dos partes
Autor: Emilio Martín Sáez. IES "Mutxamel". Mutxamel. Alacant

FEBRERO 2015-2016

LUNES | MARTES | MIÉRCOLES | JUEVES | VIERNES | SÁBADO | DOMINGO

1 – 2 – 3

El prioraro ya debía a Tom el salario de tres semanas. A razón de cuatro peniques diarios, que era lo que ganaba un maestro constructor, la deuda ascendía a setenta y dos peniques. A medida que pasaban los días aumentaba la deuda, y cada vez le resultaría más difícil al prior Philip prescindir de Tom. Al cabo de medio año, Tom pediría al prior que empezara a pagarle. Para entonces le debería dos libras y media de plata, que Philip habría de conseguir antes de poder despedir a Tom. "LOS PILARES DE LA TIERRA". KEN FOLLETT. Ed. Plaza & Janés. **¿Cuántos días trabajan a la semana?. ¿Cuál sería la deuda al cabo de medio año?. Si en un mes hay cuatro semanas, ¿a cuántos peniques equivaldría una libra de plata?**

4 – 5 – 6

Todos los dibujos de Jack se basaban en sencillas formas geométricas y en algunas proporciones, tales como la proporción de la raíz cuadrada de dos a la raíz cuadrada de tres. Jack había aprendido en Toledo a calcular las raíces cuadradas.... Sabían que si se trazaba un círculo alrededor de las puntas de un cuadrado, el diámetro del círculo era mayor que el lado del cuadrado en la proporción de la raíz cuadrada de dos a uno. Esa proporción, raíz cuadrada de dos a uno, era la fórmula más antigua de los albañiles, porque, en una construcción sencilla, era la proporción entre el ancho exterior con el interior, lo que daba, por lo tanto, el grosor del muro. "LOS PILARES DE LA TIERRA". KEN FOLLETT. Ed. Plaza & Janés. **Si el cuadrado tiene lado 1m (2 m o 5 m) calcula el diámetro de la circunferencia circunscrita. Calcula la relación entre el diámetro y el lado.**

7

Empezó a dibujar el plinto de un pilar de nave. Trazó un diamante; luego, un cuadrado dentro del diamante y, finalmente, un círculo en el interior del cuadrado. "LOS PILARES DE LA TIERRA". KEN FOLLETT. Ed. Plaza & Janés.

8 – 9 – 10

[...] A cambio hay una buena bolsa.
El capitán observó a su amigo interesado. En aquellos momentos, la palabra bolsa habría bastado para arrancarle del más profundo sueño o la más atroz borrachera. ¿Cómo es de buena? Unos sesenta escudos. En doblones de a cuatro.
El capitán apuraba la jarra, pensativo. En aquella época, quince doblones de a cuatro, en oro, eran más de setecientos reales: suficiente para salir de apuros, comprar ropa blanca, un traje, liquidar deudas, ordenarse un poco la vida. (EL CAPITÁN ALATRISTE DE ARTURO Y CARLOTA PÉREZ-REVERTE).
Saca la equivalencia entre todas las monedas que se nombran en el texto.

11 – 12 – 13

He estado leyendo a Euclides. -Los Elementos de Geometría de Euclides era uno de los primeros libros traducidos.
Euclides es un extraño nombre para un árabe – apuntó Ismail, hermano de Raschid.
Era griego -le explicó Jack-. Vivió antes del nacimiento de Cristo. Los romanos perdieron sus escritos, pero los egipcios los conservaron, de manera que han llegado hasta nosotros en árabe.[...] *(LOS PILARES DE LA TIERRA DE KEN FOLLETT)*
Realiza un informe sobre los Elementos de Euclides

14

Si el área del círculo es 1 m², demuestra que el área del cuadrado grande es doble que la del pequeño

15 – 16 – 17

Nuestros descubrimientos astronómicos y nuestros manuscritos científicos, con la colaboración de los traductores mozárabes y de los judíos, fueron asimilados por los cristianos.[...]
Me ha complacido descubrir que matemáticos andaluces trabajaron para el visir persa Rachid al Din y hasta para los mogoles[...]
De clepsidras, esos arcanos relojes de agua, el que más supo fue Abul Kasim Ibn Abderramán[...]
Y ya entonces había una tercera forma, más misteriosa aún, de medir el tiempo: el reloj sideral, que consiste, por lo visto, en un sencillo círculo de cobre agujereado, en cuya periferia dos circunferencias marcan las horas y los meses[...] (EL MANUSCRITO CARMESÍ DE ANTONIO GALA)
Construye un clepsidra

18 – 25

La longitud parece clara - respondió Tánger: 4º51' este.
-Yo no lo veo tan claro. En 1767 los españoles no usaban Greenwich como primer meridiano...
-Claro que no, primero fue el de la isla de Hierro, pero luego cada país terminó usando el suyo. No se unificó en torno a Greenwich hasta 1884. Por eso la carta de Urrutia, impresa en 1751, trae cuatro escalas de longitud diferentes: París, Tenerife, Cádiz y Cartagena. *LA CARTA ESFÉRICA ARTURO PÉREZ REVERTE.* **Haz un informe sobre el meridiano de Greenwich**

19 – 20 – 21

- Pero tío, está demostrado que el calor aumenta un grado cada 24 metros debajo de la superficie terrestre. Si se admite esta progresión constante, y teniendo en cuenta que el radio terrestre tiene 6.300 kilómetros, será evidente que en el centro de la tierra la temperatura pasará de los 200.000 grados centígrados.[...]
-Así que el calor te miedo, ¿no es eso Axel?
-¡Cómo! Aunque no llegásemos más que a unos treinta kilómetros, que es la media de la corteza terrestre[...] *(VIAJE AL CENTRO DE LA TIERRA DE JULIO VERNE)*
Calcula la temperatura que hay en esta parte de la tierra según los datos del texto de Julio Verne.

22

...... la cartela contenía también la indicación. Los números de la Sonda son Brazas de a dos Varas Castellanas. Coy detuvo el dedo en esa línea y miró inquisitivo a Tánger.
Una vara castellana – dijo ella- estaba formada por tres de los llamados pies de Burgos. *LA CARTA ESFÉRICA ARTURO PÉREZ REVERTE*

23 – 24

El día 14 terminamos de disponer todo esto. Mi tío recibió, con placer de nuestro huésped, un mapa de Islandia mucho mejor que el que teníamos. Se trataba nada menos que del mapa de Olaf Olsen, a escala 1/480.000 y publicado por la Sociedad Literaria Islandesa. *(VIAJE AL CENTRO DE LA TIERRA DE JULIO VERNE)* **Si la distancia en el mapa de Olaf Olsen entre dos lugares era de 24 cm, ¿qué distancia existía en la realidad entre ellos?. La distancia entre dos ciudades de Islandia es de 24 km. ¿Qué distancia habría entre ellas en un mapa a la misma escala que el anterior?**

26 – 27 – 28

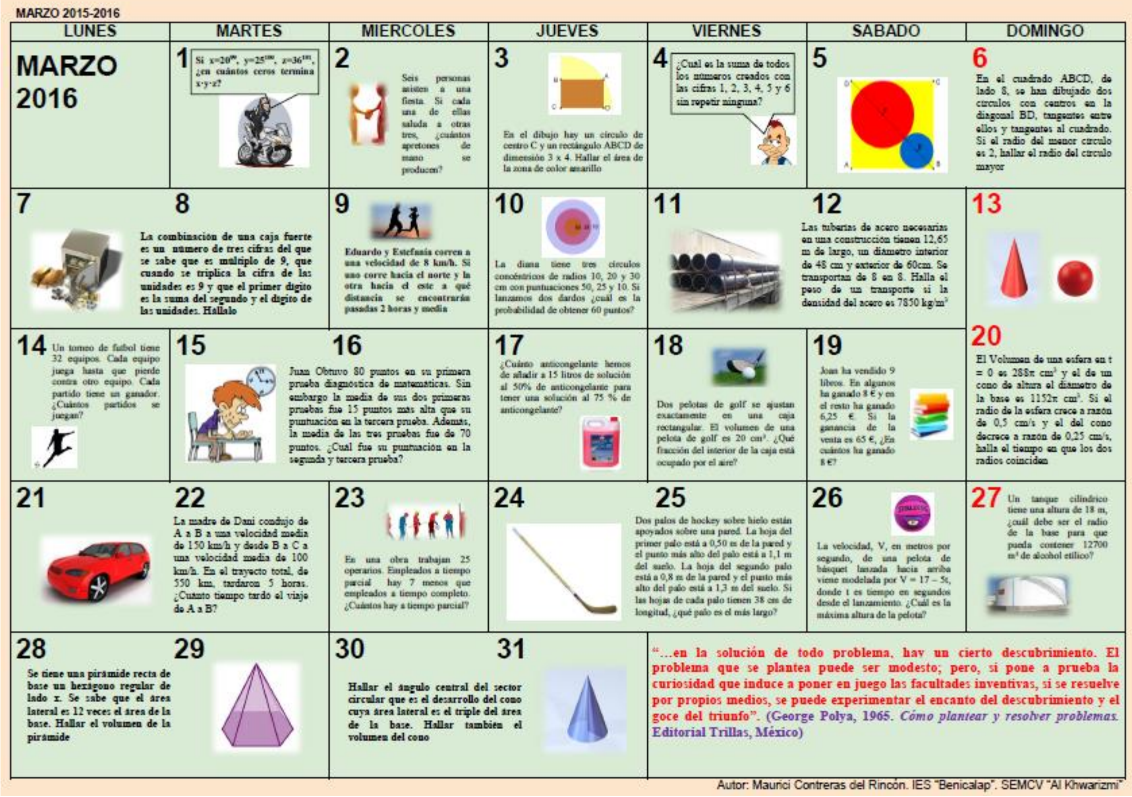
- Es preciso al menos conocer a distancia que nos separa. Si tenéis a mano el manómetro, pronunciad mi nombre y anotad el segundo en que habléis. Yo lo repetiré apenas llegue a mi oído, y usted observará igualmente el momento en que llegue a vosotros mi respuesta.
....
- Apliqué el oído a la pared y tan pronto como oí "Axel", respondí inmediatamente con la misma palabra y esperé.
- Cuarenta segundos -dijo mi tío -. Por consiguiente tu voz ha necesitado veinte segundos para transmitirse de ti a mí. A mil ciento pies por segundo, tenemos veinte mil cuatrocientos, o sea, legua y media, y medio cuarto de legua. (VIAJE AL CENTRO DE LA TIERRA DE JULIO VERNE) **Razona haciendo cálculos la respuesta que da su tío.**

29

¿Cuántos cm son una vara castellana?.
¿Cómo se relacionan la vara castellana y la braza?

FEBRERO 2016

Selección: Catalina Castillo Vizcaíno. IES "Valle del Almanzora". Cantoria. Almería



MARZO 2015-2016

LUNES | MARTES | MIERCOLES | JUEVES | VIERNES | SABADO | DOMINGO

MARZO 2016

1 Si $x=20^{99}$, $y=25^{100}$, $z=36^{101}$, ¿en cuántos ceros termina $x \cdot y \cdot z$?

2 Seis personas asisten a una fiesta. Si cada una de ellas saluda a otras tres, ¿cuántos apretones de mano se producen?

3 En el dibujo hay un círculo de centro C y un rectángulo ABCD de dimensión 3 x 4. Hallar el área de la zona de color amarillo

4 ¿Cual es la suma de todos los números creados con las cifras 1, 2, 3, 4, 5 y 6 sin repetir ninguna?

5

6 En el cuadrado ABCD, de lado 8, se han dibujado dos círculos con centros en la diagonal BD, tangentes entre ellos y tangentes al cuadrado. Si el radio del menor círculo es 2, hallar el radio del círculo mayor

7

8 **La combinación de una caja fuerte es un número de tres cifras del que se sabe que es múltiplo de 9, que cuando se triplica la cifra de las unidades es 9 y que el primer dígito es la suma del segundo y el dígito de las unidades. Hállalo**

9 **Eduardo y Estefanía corren a una velocidad de 8 km/h. Si uno corre hacia el norte y la otra hacia el este a qué distancia se encontrarán pasadas 2 horas y media**

10 La diana tiene tres círculos concéntricos de radios 10, 20 y 30 cm con puntuaciones 50, 25 y 10. Si lanzamos dos dardos ¿cuál es la probabilidad de obtener 60 puntos?

11

12 Las tuberías de acero necesarias en una construcción tienen 12,65 m de largo, un diámetro interior de 48 cm y exterior de 60cm. Se transportan de 8 en 8. Halla el peso de un transporte si la densidad del acero es 7850 kg/m³

13

14 Un torneo de fútbol tiene 32 equipos. Cada equipo juega hasta que pierde contra otro equipo. Cada partido tiene un ganador. ¿Cuántos partidos se juegan?

15

16 Juan Obtuvo 80 puntos en su primera prueba diagnostica de matemáticas. Sin embargo la media de sus dos primeras pruebas fue 15 puntos mas alta que su puntuación en la tercera prueba. Además, la media de las tres pruebas fue de 70 puntos. ¿Cual fue su puntuación en la segunda y tercera prueba?

17 ¿Cuánto anticongelante hemos de añadir a 15 litros de solución al 50% de anticongelante para tener una solución al 75 % de anticongelante?

18 Dos pelotas de golf se ajustan exactamente en una caja rectangular. El volumen de una pelota de golf es 20 cm³. ¿Qué fracción del interior de la caja está ocupado por el aire?

19 Joan ha vendido 9 libros. En algunos ha ganado 8 € y en el resto ha ganado 6,25 €. Si la ganancia de la venta es 65 €, ¿En cuántos ha ganado 8 €?

20 El Volumen de una esfera en $t = 0$ es 288π cm³ y el de un cono de altura el diámetro de la base es 1152π cm³. Si el radio de la esfera crece a razón de 0,5 cm/s y el del cono decrece a razón de 0,25 cm/s, halla el tiempo en que los dos radios coinciden

21

22 La madre de Dani condujo de A a B a una velocidad media de 150 km/h y desde B a C a una velocidad media de 100 km/h. En el trayecto total, de 550 km, tardaron 5 horas. ¿Cuanto tiempo tardó el viaje de A a B?

23 En una obra trabajan 25 operarios. Empleados a tiempo parcial hay 7 menos que empleados a tiempo completo. ¿Cuántos hay a tiempo parcial?

24

25 Dos palos de hockey sobre hielo están apoyados sobre una pared. La hoja del primer palo está a 0,50 m de la pared y el punto más alto del palo está a 1,1 m del suelo. La hoja del segundo palo está a 0,8 m de la pared y el punto más alto del palo está a 1,3 m del suelo. Si las hojas de cada palo tienen 38 cm de longitud, ¿qué palo es el más largo?

26 La velocidad, V, en metros por segundo, de una pelota de básquet lanzada hacia arriba viene modelada por $V = 17 - 5t$, donde t es tiempo en segundos desde el lanzamiento. ¿Cuál es la máxima altura de la pelota?

27 Un tanque cilíndrico tiene una altura de 18 m, ¿cuál debe ser el radio de la base para que pueda contener 12700 m³ de alcohol etílico?

28 **Se tiene una pirámide recta de base un hexágono regular de lado x. Se sabe que el área lateral es 12 veces el área de la base. Hallar el volumen de la pirámide**

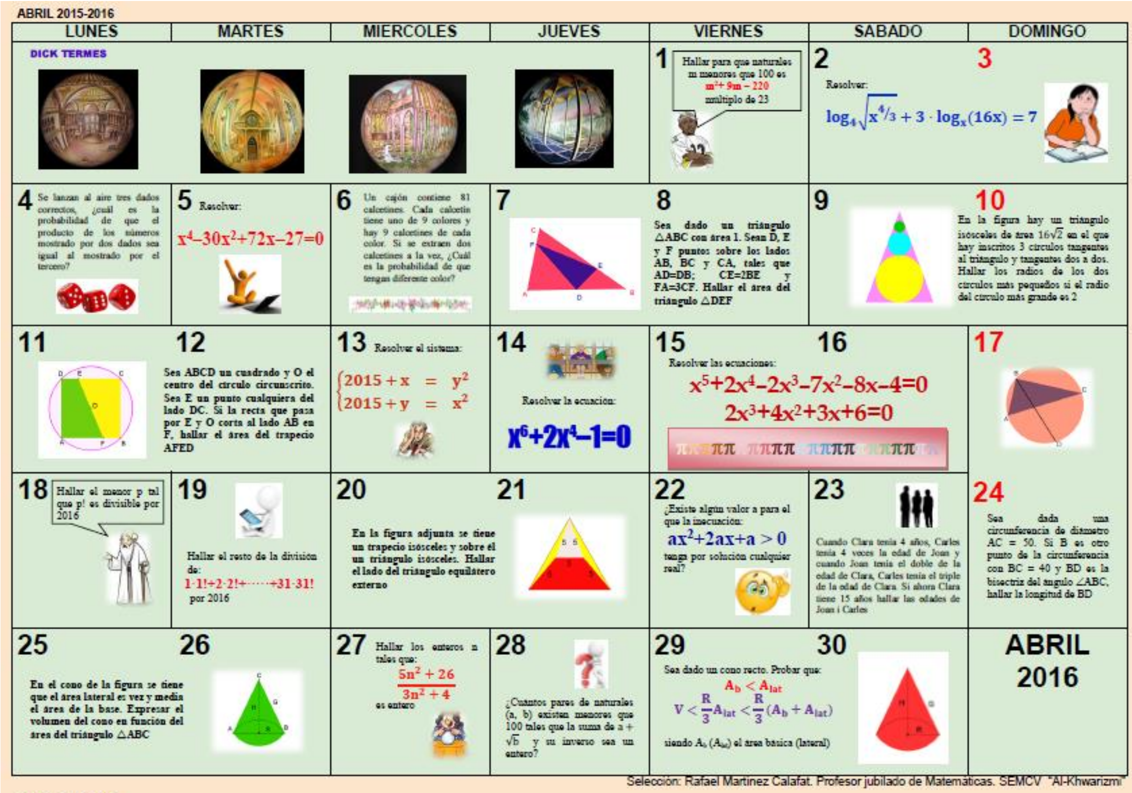
29

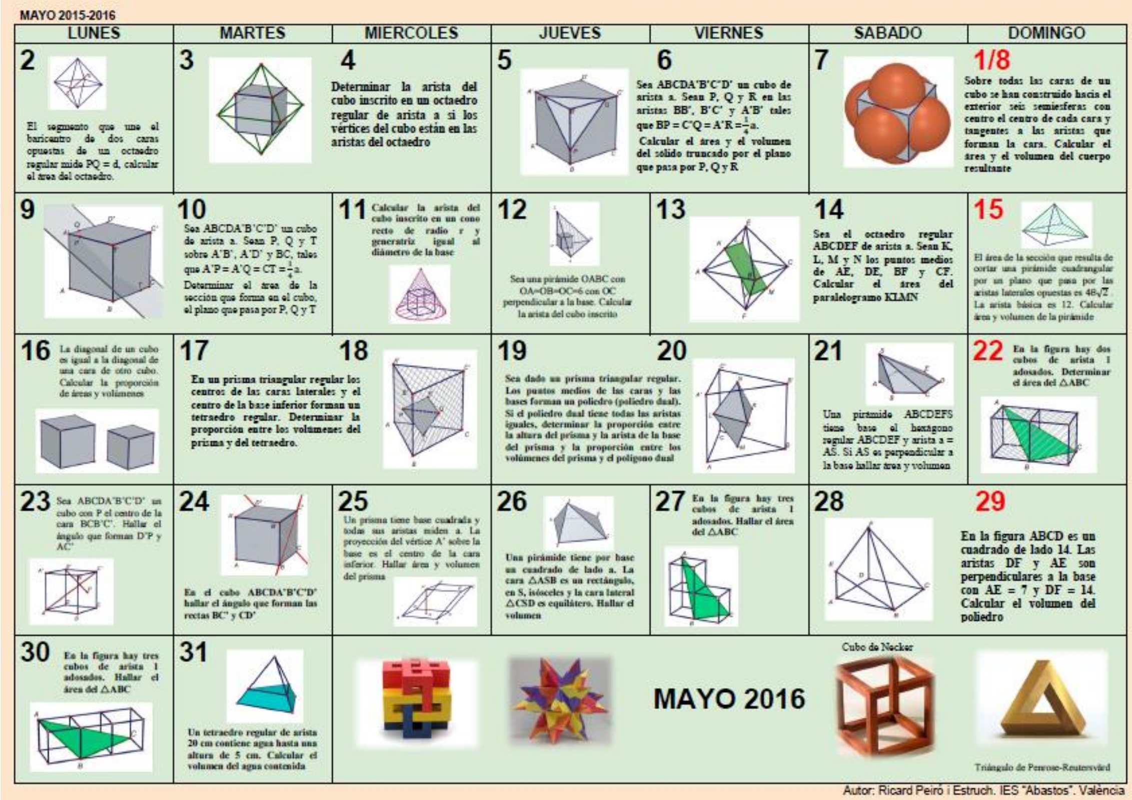
30 **Hallar el ángulo central del sector circular que es el desarrollo del cono cuya área lateral es el triple del área de la base. Hallar también el volumen del cono**

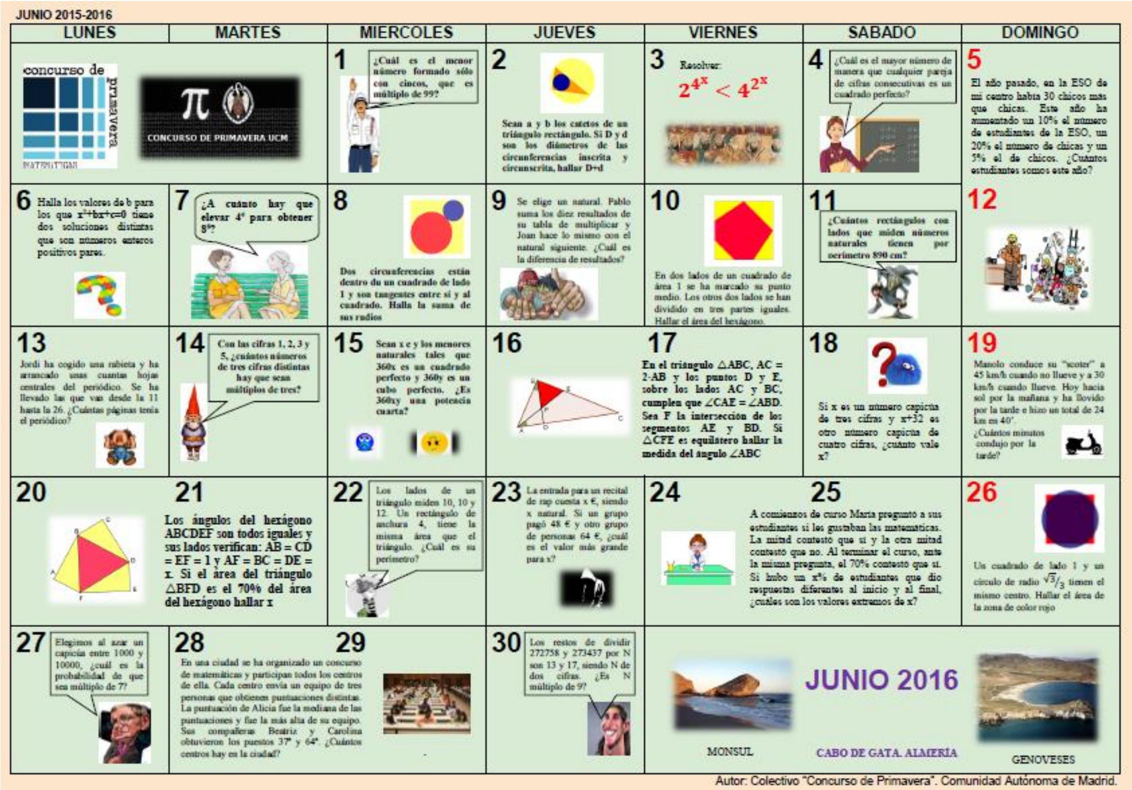
31

"...en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo". (George Polya, 1965. *Cómo plantear y resolver problemas.* Editorial Trillas, México)

Autor: Maurici Contreras del Rincón. IES "Benicalap". SEMCV "Al Khwarizmi"


ABRIL 2015-2016
LUNES
MARTES
MIERCOLES
JUEVES
VIERNES
SABADO
DOMINGO
DICK TERMES
1 Hallar para que naturales m menores que 100 es $m^2+9m-220$ múltiplo de 23
2 Resolver: $\log_4\sqrt{x^{4/3}}+3\cdot\log_x(16x)=7$
3
4 Se lanzan al aire tres dados correctos, ¿cuál es la probabilidad de que el producto de los números mostrado por dos dados sea igual al mostrado por el tercero?
5 Resolver: $x^4-30x^2+72x-27=0$
6 Un cajón contiene 81 calcetines. Cada calcetín tiene uno de 9 colores y hay 9 calcetines de cada color. Si se extraen dos calcetines a la vez, ¿Cuál es la probabilidad de que tengan diferente color?
7
8 Sea dado un triángulo △ABC con área 1. Sean D, E y F puntos sobre los lados AB, BC y CA, tales que AD=DB; CE=2BE y FA=3CF. Hallar el área del triángulo △DEF
9
10 En la figura hay un triángulo isósceles de área $16\sqrt{2}$ en el que hay inscritos 3 círculos tangentes al triángulo y tangentes dos a dos. Hallar los radios de los dos círculos más pequeños si el radio del círculo más grande es 2
11
12 Sea ABCD un cuadrado y O el centro del círculo circunscrito. Sea E un punto cualquiera del lado DC. Si la recta que pasa por E y O corta al lado AB en F, hallar el área del trapecio AFED
13 Resolver el sistema: $\begin{cases}2015+x = y^2\\ 2015+y = x^2\end{cases}$
14 Resolver la ecuación: $x^6+2x^4-1=0$
15
16
Resolver las ecuaciones:
$x^5+2x^4-2x^3-7x^2-8x-4=0$
$2x^3+4x^2+3x+6=0$
ππππ ππππ ππππ ππππ
17
18 Hallar el menor p tal que p! es divisible por 2016
19 Hallar el resto de la división de: $1\cdot1!+2\cdot2!+\cdots+31\cdot31!$ por 2016
20
21
En la figura adjunta se tiene un trapecio isósceles y sobre él un triángulo isósceles. Hallar el lado del triángulo equilátero externo
22 ¿Existe algún valor a para el que la inecuación: $ax^2+2ax+a>0$ tenga por solución cualquier real?
23 Cuando Clara tenía 4 años, Carles tenía 4 veces la edad de Joan y cuando Joan tenía el doble de la edad de Clara, Carles tenía el triple de la edad de Clara. Si ahora Clara tiene 15 años hallar las edades de Joan i Carles
24 Sea dada una circunferencia de diámetro AC = 50. Si B es otro punto de la circunferencia con BC = 40 y BD es la bisectriz del ángulo ∠ABC, hallar la longitud de BD
25
26
En el cono de la figura se tiene que el área lateral es vez y media el área de la base. Expresar el volumen del cono en función del área del triángulo △ABC
27 Hallar los enteros n tales que: $\frac{5n^2+26}{3n^2+4}$ es entero
28 ¿Cuántos pares de naturales (a, b) existen menores que 100 tales que la suma de a + $\sqrt{b}$ y su inverso sea un entero?
29
30
Sea dado un cono recto. Probar que:
$A_b < A_{lat}$
$V<\frac{R}{3}A_{lat}<\frac{R}{3}(A_b+A_{lat})$
siendo A_b (A_{lat}) el área básica (lateral)
ABRIL 2016
Selección: Rafael Martínez Calafat. Profesor jubilado de Matemáticas. SEMCV "Al-Khwarizmi"


MAYO 2015-2016
LUNES
MARTES
MIERCOLES
JUEVES
VIERNES
SABADO
DOMINGO
2 El segmento que une el baricentro de dos caras opuestas de un octaedro regular mide PQ = d, calcular el área del octaedro.
3
4 Determinar la arista del cubo inscrito en un octaedro regular de arista a si los vértices del cubo están en las aristas del octaedro
5
6 Sea ABCDA'B'C'D' un cubo de arista a. Sean P, Q y R en las aristas BB', B'C' y A'B' tales que $BP=C'Q=A'R=\frac{1}{4}a$. Calcular el área y el volumen del sólido truncado por el plano que pasa por P, Q y R
7
1/8 Sobre todas las caras de un cubo se han construido hacia el exterior seis semiesferas con centro el centro de cada cara y tangentes a las aristas que forman la cara. Calcular el área y el volumen del cuerpo resultante
9
10 Sea ABCDA'B'C'D' un cubo de arista a. Sean P, Q y T sobre A'B', A'D' y BC, tales que $A'P=A'Q=CT=\frac{1}{4}a$. Determinar el área de la sección que forma en el cubo, el plano que pasa por P, Q y T
11 Calcular la arista del cubo inscrito en un cono recto de radio r y generatriz igual al diámetro de la base
12 Sea una pirámide OABC con OA=OB=OC=6 con OC perpendicular a la base. Calcular la arista del cubo inscrito
13
14 Sea el octaedro regular ABCDEF de arista a. Sean K, L, M y N los puntos medios de AE, DE, BF y CF. Calcular el área del paralelogramo KLMN
15 El área de la sección que resulta de cortar una pirámide cuadrangular por un plano que pasa por las aristas laterales opuestas es $48\sqrt{7}$. La arista básica es 12. Calcular área y volumen de la pirámide
16 La diagonal de un cubo es igual a la diagonal de una cara de otro cubo. Calcular la proporción de áreas y volúmenes
17
18
En un prisma triangular regular los centros de las caras laterales y el centro de la base inferior forman un tetraedro regular. Determinar la proporción entre los volúmenes del prisma y del tetraedro.
19
20
Sea dado un prisma triangular regular. Los puntos medios de las caras y las bases forman un poliedro (poliedro dual). Si el poliedro dual tiene todas las aristas iguales, determinar la proporción entre la altura del prisma y la arista de la base del prisma y la proporción entre los volúmenes del prisma y el polígono dual
21 Una pirámide ABCDEFS tiene base el hexágono regular ABCDEF y arista a = AS. Si AS es perpendicular a la base hallar área y volumen
22 En la figura hay dos cubos de arista 1 adosados. Determinar el área del △ABC
23 Sea ABCDA'B'C'D' un cubo con P el centro de la cara BCB'C'. Hallar el ángulo que forman D'P y AC'
24 En el cubo ABCDA'B'C'D' hallar el ángulo que forman las rectas BC' y CD'
25 Un prisma tiene base cuadrada y todas sus aristas miden a. La proyección del vértice A' sobre la base es el centro de la cara inferior. Hallar área y volumen del prisma
26 Una pirámide tiene por base un cuadrado de lado a. La cara △ASB es un rectángulo, en S, isósceles y la cara lateral △CSD es equilátero. Hallar el volumen
27 En la figura hay tres cubos de arista 1 adosados. Hallar el área del △ABC
28
29
En la figura ABCD es un cuadrado de lado 14. Las aristas DF y AE son perpendiculares a la base con AE = 7 y DF = 14. Calcular el volumen del poliedro
30 En la figura hay tres cubos de arista 1 adosados. Hallar el área del △ABC
31 Un tetraedro regular de arista 20 cm contiene agua hasta una altura de 5 cm. Calcular el volumen del agua contenida
MAYO 2016
Cubo de Necker
Triángulo de Penrose-Reutersvärd
Autor: Ricard Peiró i Estruch. IES "Abastos". València



JUNIO 2015-2016

LUNES	MARTES	MIERCOLES	JUEVES	VIERNES	SABADO	DOMINGO
concurso de primavera MATEMÁTICAS	CONCURSO DE PRIMAVERA UCM	1 ¿Cuál es el menor número formado sólo con cincos, que es múltiplo de 99?	2 Sean a y b los catetos de un triángulo rectángulo. Si D y d son los diámetros de las circunferencias inscrita y circunscrita, hallar D+d	3 Resolver: $2^{4^x} < 4^{2^x}$	4 ¿Cuál es el mayor número de manera que cualquier pareja de cifras consecutivas es un cuadrado perfecto?	5 El año pasado, en la ESO de mi centro había 30 chicos más que chicas. Este año ha aumentado un 10% el número de estudiantes de la ESO, un 20% el número de chicas y un 5% el de chicos. ¿Cuántos estudiantes somos este año?
6 Halla los valores de b para los que $x^2+bx+c=0$ tiene dos soluciones distintas que son números enteros positivos pares.	7 ¿A cuánto hay que elevar 4^4 para obtener 8^8?	8 Dos circunferencias están dentro du un cuadrado de lado 1 y son tangentes entre sí y al cuadrado. Halla la suma de sus radios	9 Se elige un natural. Pablo suma los diez resultados de su tabla de multiplicar y Joan hace lo mismo con el natural siguiente. ¿Cuál es la diferencia de resultados?	10 En dos lados de un cuadrado de área 1 se ha marcado su punto medio. Los otros dos lados se han dividido en tres partes iguales. Hallar el área del hexágono.	11 ¿Cuántos rectángulos con lados que miden números naturales tienen por perímetro 890 cm?	12
13 Jordi ha cogido una rabieta y ha arrancado unas cuantas hojas centrales del periódico. Se ha llevado las que van desde la 11 hasta la 26. ¿Cuántas páginas tenía el periódico?	14 Con las cifras 1, 2, 3 y 5, ¿cuántos números de tres cifras distintas hay que sean múltiplos de tres?	15 Sean x e y los menores naturales tales que 360x es un cuadrado perfecto y 360y es un cubo perfecto. ¿Es 360xy una potencia cuarta?	16	17 En el triángulo △ABC, AC = 2·AB y los puntos D y E, sobre los lados AC y BC, cumplen que ∠CAE = ∠ABD. Sea F la intersección de los segmentos AE y BD. Si △CFE es equilátero hallar la medida del ángulo ∠ABC	18 Si x es un número capicúa de tres cifras y x+32 es otro número capicúa de cuatro cifras, ¿cuánto vale x?	19 Manolo conduce su "scoter" a 45 km/h cuando no llueve y a 30 km/h cuando llueve. Hoy hacía sol por la mañana y ha llovido por la tarde e hizo un total de 24 km en 40'. ¿Cuántos minutos condujo por la tarde?
20	21 Los ángulos del hexágono ABCDEF son todos iguales y sus lados verifican: AB = CD = EF = 1 y AF = BC = DE = x. Si el área del triángulo △BFD es el 70% del área del hexágono hallar x	22 Los lados de un triángulo miden 10, 10 y 12. Un rectángulo de anchura 4, tiene la misma área que el triángulo. ¿Cuál es su perímetro?	23 La entrada para un recital de rap cuesta x €, siendo x natural. Si un grupo pagó 48 € y otro grupo de personas 64 €, ¿cuál es el valor más grande para x?	24	25 A comienzos de curso María preguntó a sus estudiantes si les gustaban las matemáticas. La mitad contestó que sí y la otra mitad contestó que no. Al terminar el curso, ante la misma pregunta, el 70% contestó que sí. Si hubo un x% de estudiantes que dio respuestas diferentes al inicio y al final, ¿cuáles son los valores extremos de x?	26 Un cuadrado de lado 1 y un círculo de radio $\sqrt{3}/_3$ tienen el mismo centro. Hallar el área de la zona de color rojo
27 Elegimos al azar un capicúa entre 1000 y 10000, ¿cuál es la probabilidad de que sea múltiplo de 7?	28 En una ciudad se ha organizado un concurso de matemáticas y participan todos los centros de ella. Cada centro envía un equipo de tres personas que obtienen puntuaciones distintas. La puntuación de Alicia fue la mediana de las puntuaciones y fue la más alta de su equipo. Sus compañeras Beatriz y Carolina obtuvieron los puestos 37º y 64º. ¿Cuántos centros hay en la ciudad?	29	30 Los restos de dividir 272758 y 273437 por N son 13 y 17, siendo N de dos cifras. ¿Es N múltiplo de 9?	MONSUL	JUNIO 2016 CABO DE GATA. ALMERÍA	GENOVESES

Autor: Colectivo "Concurso de Primavera". Comunidad Autónoma de Madrid.

6.12. Anejo 12: Olimpiada Matemática de la SEMCV 2011 – Prueba individual fase provincial 2º ciclo ESO con soluciones

SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA
DE LA COMUNITAT VALENCIANA
AL- KHWARITZMI

OLIMPÍADA MATEMÀTICA 2011

FASE PROVINCIAL

PROVA INDIVIDUAL ♣ **CATEGORIA 14 –16 ANYS** ♣

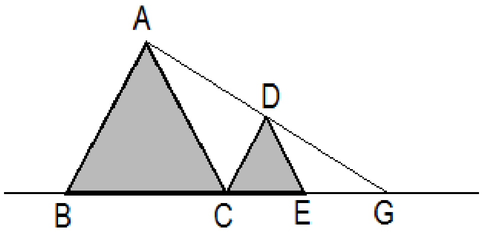
1. Siga N = a679b on a i b son dígits. Si se sap que N és múltiple de 15, trobeu a i b.

2. Siguen donats els triangles VABC i VCDE equilàters de costats 1 i $\frac{1}{2}$ respectivament.

Demostreu que

a. VDEG és isòsceles

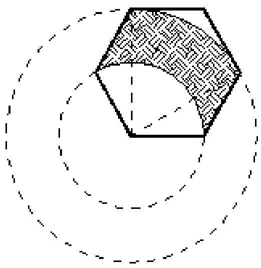
b. VACD és rectangle



3. Trobeu 3 nombres naturals en progressió aritmètica de diferència 2 de manera que la suma dels seus quadrats siga un nombre de 4 xifres iguals.

4. Un biòleg que estudia una colònia d'aus migratòries fa les següents observacions al llarg d'un dia. A migdia se'n van 30 mascles que ja no tornen, i queden a la colònia 2 femelles per cada mascle. Per la vesprada se'n van 90 femelles, que ja no tornen, i queden a la colònia 3 mascles per cada femella. Calculeu quantes aus tenia la colònia al començament del dia.

5. Tenim un hexàgon regular de 12 cm de costat. Quina és l'àrea de la zona ombrejada?



SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA
DE LA COMUNITAT VALENCIANA
AL- KHWARITZMI

SOLUCIONS

1. N = a679b. Si N és múltiple de 15, com 15 = 5·3 tenim que N és múltiple de 5 i múltiple de 3. Com N és múltiple de 5 acaba en 0 o en 5, per tant b = 0 o b = 5.

a) Si b = 0, N = a6790 i com N és múltiple de 3 la suma dels dígits és múltiple de 3, es a dir: a + 6 + 7 + 9 + 0 = 22 + a és múltiple de 3. Per tant a = 2 (pues el menor múltiple de 3 major que 22 és 24) o a = 5 (pues 22 + 5 = 27 que és múltiple de 3) o a = 8 (pues 22 + 8 = 30 que és múltiple de 3). Per tant, nombres que compleixen l'enunciat son: **26790; 56790 i 86790.**

b) Si b = 5, N = a6795 i com N és múltiple de 3 la suma dels dígits és múltiple de 3, es a dir: a + 6 + 7 + 9 + 5 = 27 + a és múltiple de 3. Per tant a = 0 (pues 27 és múltiple de 3) o a = 3 (pues 27 +3 = 30 és múltiple de 3) o a = 6 (pues 27 + 6 = 33 és múltiple de 3) o a = 9 (pues 27 + 9 = 36 és múltiple de 3. Per tant, nombres que compleixen l'enunciat son: **6795; 36795; 66795 i 96795.**

2. Tenim que DE és paral·lela a AC perquè $\hat{C} = \hat{E} = 60^\circ$ al tractar-se de triangles equilàters.

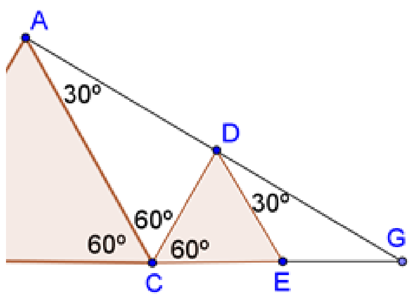
a) Per tant VACG $\approx$ VDEG i d'ací:

$$\frac{EG}{CG} = \frac{DE}{AC} \Rightarrow \frac{EG}{\frac{1}{2}+EG} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2EG = \frac{1}{2} + EG \Rightarrow EG = \frac{1}{2}$$

Per tant DE = EF i per tant VDEF és isòsceles.

b) Una vegada provat a), tenim:

$$\angle EDG = \angle EGD = \frac{180 - \angle DEG}{2} = \frac{180^\circ - (180^\circ - 60^\circ)}{2} = 30^\circ$$



I ara $\angle CAD = 30^\circ$ al ser AC i DE paral·leles. I com $\angle ACD = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ (en VACD), tindrem que $\angle ADC = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$ és a dir VACD és rectangle

SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA
DE LA COMUNITAT VALENCIANA
AL- KHWARITZMI

3. Cal fer servir el concepte de progressió aritmètica per establir que els 3 nombres són de la forma $n-2,\ n,\ n+2$.

La suma dels quadrats dels nombres val:

$n^2+4-4n+n^2+n^2+4+4n=3n^2+8$. Com que ha de ser un nombre de 4 xifres iguals, serà de la forma $k\cdot 1111$ on $k\in\{1,2,3,\Lambda,9\}$. El nombre $k\cdot 1111-8$ i també $4k-8$ és divisible per 3. Per tant, cal buscar solucions de $4k-8=3h$ o $4k-3h=8$. Les possibles solucions són:

$k=2$	$h=0$
$k=5$	$h=4$
$k=8$	$h=8$

Tenint en compte que: $3n^2+8=k\cdot 1111$, aleshores $\dfrac{k\cdot 1111-8}{3}$ a més a més de ser un nombre enter, ha de ser un quadrat. . Açò només es verifica per a $k=5$ amb la qual cosa $n=43$ i els nombres buscats són 41, 43 i 45.

41, 43 i 45.

4. Es tracta d'un sistema d'equacions. Anomenem $x-$ nombre de mascles, $y-$ nombre de femelles.

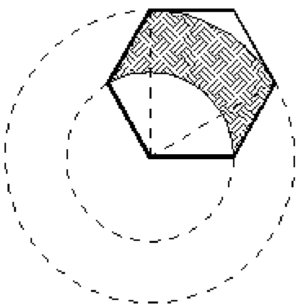
$$\left.\begin{aligned}2\cdot(x-30)&=y\\ x-30&=3\cdot(y-90)\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}2x-60&=y\\ x-30&=3y-270\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}2x-y&=60\\ x-3y&=-240\end{aligned}\right\}\Rightarrow\ x=84,\ y=108$$

Per tant la colònia tenia 192 aus, 84 mascles i 108 femelles

SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA
DE LA COMUNITAT VALENCIANA
AL- KHWARITZMI

5. Problema de l'hexàgon.



El costat fa 12 cm, la distància entre dos vèrtexs oposats 24. Per tant el radi de la circumferència gran serà: $\sqrt{24^2-12^2}=20'7846$ cm.

Considerem aquest radi com a base del triangle, l'altura serà 3 cm.

Com que hi ha dos triangles iguals, la suma de les seues àrees serà:

$$20'7846\cdot 3\cdot 2=124'7076\ \text{cm}^2.$$

L'àrea del sector circular de la circumferència gran i de 60º d'angle central serà:

$$\frac{\pi\cdot 20'7846^2}{6}=226'1944\ \text{cm}^2$$

A aquesta figura li hem de sumar les dues zones ombrejades que hi ha als costats, per tant li podem sumar l'àrea dels dos triangles calculada abans,

$$226'1944 + 124'7076 = 350'902 \text{ cm}^2$$

Ara li hem de restar el sector circular de la circumferència de radi 12 cm i 120º d'amplitud. La seua àrea és: $\frac{\pi \cdot 12^2}{3} = 150'7964 \text{ cm}^2$.

L'àrea de la figura ombrejada serà: $350'902 - 150'7964 = 200'1055 \text{ cm}^2$.

6.13. Anejo 13: Olimpiada Matemática de la SEMCV 2016 – 3 pruebas de la Fase Autonómica 2º ciclo ESO

S. E. M. C. V. AL-KHWARIZMI

XXVII OLIMPÍADA MATEMÀTICA - FASE AUTONÒMICA

ALACANT

28 DE MAIG DE 2.016 – PROVA CARRER
NIVELL B (2n cicle SECUNDÀRIA)

NÚMERO

1. EL TÚNEL

Quan apleguem a la Plaça d'Armes, ens trobem amb l'edifici del Cos de Guàrdia. En aquest edifici ens trobem amb un túnel al final del qual hi ha dos portes tancades.

Calculeu el volum d'aquest túnel.

2. PUM, PUM!! QUI ÉS?

La porta d'entrada de la Plaça d'Armes té dos fulles iguals amb aquesta forma tan bonica.

Ens podeu dir quants quadrats veieu en una fulla de la porta?

3. VA DE NÚMEROS

Ens trobem a una de les presons que hi ha al castell. Dins hi ha uns panells informatius de la història del castell. Anem a buscar nombres amb diferents propietats que apareixen als cartells.

Trobeu:

- Tots els nombres primers que hi ha (si hi ha algú)
- Un nombre que siga quadrat perfecte (si hi ha algú)
- Un nombre que siga un cub perfecte (si hi ha algú)

Parlant de nombres, estem en l'any 2016, ens podríeu dir els nombres primers, anterior i posterior, a aquest nombre?

4. VAJA HOME, ARA NO FA SOL!!

Pujant a les dependències més altes del castell ens trobem amb aquest rellotge de sol.

Sabríeu dir-nos qui és l'angle que forma la fletxa amb el sòl?

5. ACÍ SEGUR QUE HI HA COBERTURA!!!!

La part més alta del Castell de Santa Bàrbara s'anomena "El Macho". En ell es troba una antena de telecomunicacions molt gran.

Heu de calcular la seua alçada.

S. E. M. C. V. AL-KHWARIZMI

XXVII OLIMPÍADA MATEMÀTICA - FASE AUTONÒMICA

Alacant

*28 i 29 DE MAIG DE 2016 - **PROVA DE VELOCITAT***

NIVELL B (2n cicle ESO)

GRUP

1. PAQUETS

"Tenim quatre paquets i sabem que no hi ha dos que pesen el mateix. Sabent que els pesos de totes les parelles són: 14, 17, 21, 21, 25 i 28 kg respectivament. Quant pesa la suma de tots?"

1. PAQUETES

Tenemos cuatro paquetes y sabemos que no hay dos que pesen lo mismo. Sabiendo que los pesos de todas las parejas son: 14, 17, 21, 21, 25 y 28 kg respectivamente. ¿Cuánto pesa la suma de todos?

2. LES 7 BOLES

Introduïm en una bossa set boles numerades de l'1 al 7. Si extraiem boles una a una (i no les tornem a la bossa), què és més probable, que isquen primer totes les imparells o totes les parells?

2. LAS 7 BOLAS

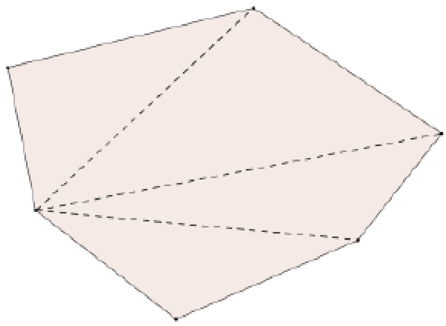
Introducimos en una bolsa siete bolas numeradas del 1 al 7. Si extraemos bolas una a una (y no las devolvemos a la bolsa), ¿qué es más probable, que salgan primero todas las impares o todas las pares?

3. EL POLÍGON DE N COSTATS

La suma dels angles interiors d'un polígon és inferior al 2016. Quin és el nombre més gran de costats que pot tindre?

3. EL POLÍGONO DE N LADOS

La suma de los ángulos interiores de un polígono es inferior a 2016. ¿Cuál es el mayor número de lados que puede tener?



4. ELS QUADRATS DEL TRIANGLE

En dos triangles rectangles isòsceles iguals s'inscriu en cada un d'ells un quadrat distint (un en cada una de les dos posicions possibles). Quina relació hi ha entre les àrees d'ambdós?

4. LOS CUADRADOS DEL TRIÁNGULO

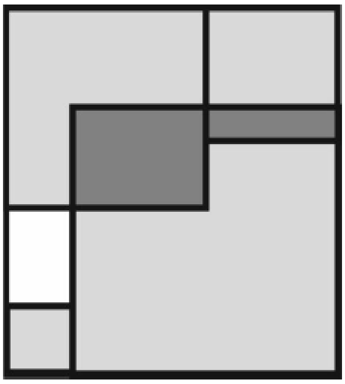
En dos triángulos rectángulos isósceles iguales se inscribe en cada uno de ellos un cuadrado distinto (uno en cada una de las dos posiciones posibles). ¿Qué relación hay entre las áreas de ambos?

5. LES OMBRES DE GRIS

Quatre quadrats de costat 1, 2, 3 i 4 estan recolzats en cada un dels vèrtexs d'un rectangle, segons la figura. Si la part de l'àrea no ombrejada és d'1'5 cm^2. Quant mesura l'àrea de la part ombrejada en gris fosc?

5. LAS SOMBRAS DE GRIS

Cuatro cuadrados de lados 1, 2, 3 y 4 están apoyados sobre cada uno de los vértices de un rectángulo, según la figura. Si la parte del área no sombreada es de 1'5 cm^2. ¿Cuánto mide el área de la parte sombreada en gris oscuro?



6. OBLIT SIMÈTRIC

6. DESPISTE SIMÉTRICO

7. ELS DINERS

Entre Ana, Bárbara i Carlos, tenen 209 €. Si Bárbara té un 50% més de diners que Ana, i Carlos té un 50% més que Bárbara, quant té cada un?

7. EL DINERO

Entre Ana, Bárbara y Carlos, tienen 209 €. Si Bárbara tiene un 50% más de dinero que Ana, y Carlos tiene un 50% más que Bárbara, ¿cuánto tiene cada uno?

8. ELS NOMBRES

En l'últim examen de matemàtiques el professor demanava calcular la relació existent entre dos nombres **a** i **b**. A l'eixir de l'examen i comentar els resultats, Daniel diu que **a** és un 25% major que **b**, a la qual cosa Alba contesta que ho té malament, la verdadera relació entre ambdós és que **b** és un 20% menor que **a**.

És possible que tinguen raó els dos?

8. LOS NÚMEROS

En el último examen de matemáticas el profesor pedía calcular la relación existente entre dos números **a** y **b**. Al salir del examen y comentar los resultados, Daniel dice que **a** es un 25% mayor que **b**, a lo que Alba contesta que lo tiene mal, la verdadera relación entre ambos es que **b** es un 20% menor que **a**.

¿Es posible que tengan razón los dos?

9. LA CALCULADORA

Necessite saber quina és la xifra de les unitats de 7^{7^7}, però quan he intentat fer-ho amb la calculadora, el nombre és massa gran i no he aconseguit un resultat. Em pots ajudar?

9. LA CALCULADORA

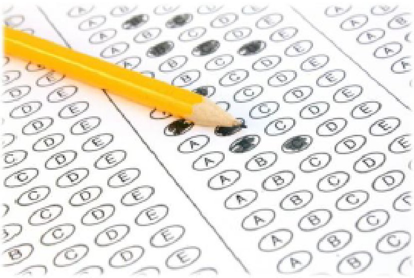
Necesito saber cuál es la cifra de las unidades de 7^{7^7}, pero cuando he intentado hacerlo con la calculadora, el número es demasiado grande y no he conseguido un resultado. ¿Me puedes ayudar?

10. MOLTES OPCIONS

En una prova tipus test es puntua amb 12 punts cada resposta correcta, es resten 7 punts per cada resposta incorrecta i es puntua amb 0 punts cada resposta que deixem en blanc. Si el test està format per 30 preguntes i he tret 234 punts, quantes respostes he encertat, quantes he fallat i quantes he deixat en blanc?

10. MUCHAS OPCIONES

En una prueba tipo test se puntúa con 12 puntos cada respuesta correcta, se restan 7 puntos por cada respuesta incorrecta y se puntúa con 0 puntos cada respuesta que dejemos en blanco. Si el test está formado por 30 preguntas y he sacado 234 puntos, ¿cuántas respuestas he acertado, cuántas he fallado y cuántas he dejado en blanco?



S. E. M. C. V.
AL-KHWARIZMI

XXVII OLIMPÍADA MATEMÀTICA - FASE AUTONÒMICA

Alacant

28 i 29 DE MAIG DE 2016 – PROVA INDIVIDUAL
NIVELL B (2on cicle ESO)

NÚMERO

1. SUPER-PESADES

Tenim 12 boles d'igual aspecte de manera que 11 d'elles pesen exactament igual però hi ha una que pesa diferent (no sabem si pesa més o menys que la resta). Volem trobar la bola de diferent pes (o "falsa"), per a la qual cosa disposem d'una balança de platets (sense pesos, només amb les boles). Troba-la raonadament amb el menor nombre de pesades possible.

1. SUPER-PESADAS

Tenemos 12 bolas de igual aspecto de manera que 11 de ellas pesan exactamente igual pero hay una que pesa diferente (no sabemos si pesa más o menos que el resto). Queremos encontrar la bola de diferente peso (o "falsa"), para lo que disponemos de una balanza de platillos (sin pesas, sólo con las bolas). Encuéntrala razonadamente con el menor número de pesadas posible.

---

2. CIRCUMFERÈNCIA

És possible disposar els nombres del 0 al 9 al voltant d'una circumferència de manera que la suma de tres nombres consecutius qualssevol sigui, com a molt,

a) 14?

b) 15?

2. CIRCUNFERENCIA

¿Es posible disponer los números del 0 al 9 alrededor de una circunferencia de forma que la suma de tres números consecutivos cualesquiera sea, como mucho,

a) 14,?

b) 15?

---

3. **INFOWIFI.COM**

Sandra i Joan, una parella de jóvens emprenedors, volen obrir una empresa informàtica i de telecomunicacions per a resoldre problemes informàtics i abastir de wifi a les famílies dels tres pobles de la seua comarca. Si ens situem en sa casa, a 1,8 km en direcció oest es troba el poble d'Antares, a 3,2 km en sentit contrari (direcció est) es troba Betelgeuse, i a 2,4 km en direcció nord està Corcel. Els tres pobles mencionats estan units per carreteres rectilínies que formen un triangle. Sandra i Joan volen ubicar la seua oficina (la seu de la seua empresa) en un punt d'eixes carreteres, amb la condició que la suma de distàncies de la dita seu a cadascú dels pobles (en línia recta) siga mínima. On hauran de situar la seua oficina?

3. **INFOWIFI.COM**

Sandra y Juan, una pareja de jóvenes emprendedores, quieren abrir una empresa informática y de telecomunicaciones para resolver problemas informáticos y abastecer de wifi a las familias de los tres pueblos de su comarca. Si nos situamos en su casa, a 1,8 km en dirección oeste se encuentra el pueblo de Antares, a 3,2 km en sentido contrario (dirección este) se encuentra Betelgeuse, y a 2,4 km en dirección norte está Corcel. Los tres pueblos mencionados están unidos por carreteras rectilíneas que forman un triángulo. Sandra y Juan quieren ubicar su oficina (la sede de su empresa) en un punto de esas carreteras, con la condición de que la suma de distancias de dicha sede a cada uno de los pueblos (en línea recta) sea mínima. ¿Dónde deberán situar dicha oficina?

---

4. **SUPERFÍCIE DE TRIANGLE EN CUADRAT**

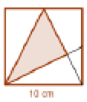
Sabries calcular l'àrea de la zona ombrejada de la següent figura?

Nota: tots els segments que ixen d'un vèrtex del quadrat acaben en el punt mitjà d'un dels costats.

4. **SUPERFICIE DE TRIÁNGULO EN CUADRADO**

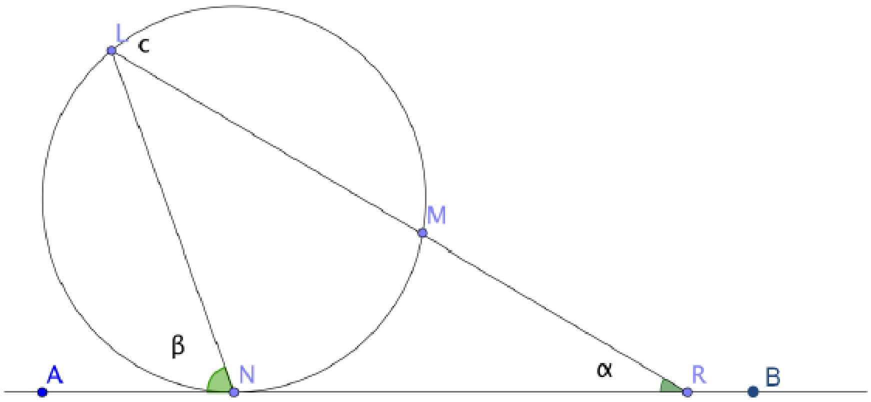
¿Sabrías calcular el área de la zona sombreada de la siguiente figura?

Nota: todos los segmentos que parten de un vértice del cuadrado terminan en el punto medio de uno de los lados.



5. TANGÈNCIES

La circumferència de la figura és tangent a la recta AB en el punt N. Les cordes LN i LM tenen la mateixa longitud. La prolongació de la corda LM talla AB en el punt R. Quin és el valor de 3β - α?



5. TANGENCIAS

La circunferencia de la figura es tangente a la recta AB en el punto N. Las cuerdas LN y LM tiene la misma longitud. La prolongación de la cuerda LM corta a AB en el punto R

¿Cuál es el valor de 3β - α?

6. UNA EXPRESSIÓ LLARGA

Calcula el valor numèric de l'expressió

$$E=\frac{x\cdot(x+yz)+y\cdot(y+xz)+z\cdot(z+xy)}{x\cdot(x-yz)+y\cdot(y-xz)+z\cdot(z-xy)} \quad \text{si} \quad \frac{x}{yz}+\frac{y}{xz}+\frac{z}{xy}=1$$

6. UNA EXPRESIÓN LARGA

Calcula el valor numérico de la expresión

$$E=\frac{x\cdot(x+yz)+y\cdot(y+xz)+z\cdot(z+xy)}{x\cdot(x-yz)+y\cdot(y-xz)+z\cdot(z-xy)} \quad \text{si} \quad \frac{x}{yz}+\frac{y}{xz}+\frac{z}{xy}=1$$