

**LA DIVISION
A L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE**

— Compte-rendu des situations d'enseignement
réalisées avec des enfants de CE₂, CM₁ et CM₂ —

Document pour les enseignants

1 9 8 5

Cette brochure a été réalisée dans le cadre de l'I.R.E.M. de Bordeaux grâce à :

* l'observation des enfants de l'école Jules Michelet (Etablissement expérimental de plein exercice sous la tutelle de l'I.R.E.M.).

* la précieuse participation des maîtres des cours élémentaires et cours moyens, à l'organisation des observations.

* la collaboration étroite entre les professeurs d'Ecole Normale de l'Académie de Bordeaux et M. Guy BROUSSEAU Maître de Conférences à l'Université de Bordeaux I.

Joël BRIAND (PEN Mérignac)
Nadine BROUSSEAU (Institutrice Ecole J.Michelet)
Marie-Françoise GRESILLIER (Institutrice Ecole
J.Michelet)
Denise GRESLARD (Institutrice Ecole J.Michelet)
Marie-José LACAVE-LUCIANI (Institutrice Ecole
J.Michelet)
Pierre TEULE-SENSACQ (PEN Mont-de-Marsan)
Gérard VINRICH (PEN Agen)

S O M M A I R E

* * *

*

Au C.E.2. (pages vertes)

Préambule	p. 1
A propos de maîtrise de la numération....	p. 3
Les activités.....	p. 6

Au C.M.1. (pages blanches)

Préambule.....	p. 2
Antécédents.....	p. 4
Les séances.....	p. 8
Conclusion.....	p. 85

Au C.M.2. (pages jaunes)

Préambule.....	p. 1
Antécédents.....	p. 3
Les activités.....	p. 8

ANNEXES (pages bleues)

Utilisation de la calculette	p. 2
Utilisation du micro-ordinateur.....	p. 4
Bibliographie.....	p. 7

P R É A M B U L E

L'approche de la division (euclidienne) au CE.2 se situe généralement en fin d'année scolaire

Rappelons - le programme 1985

- Reconnaissance de problèmes relevant de la division ; détermination du quotient et du reste par une méthode empirique de calcul.

- les instructions

... Lors de l'introduction de notions nouvelles, les élèves sont mis en situation d'apprentissage actif : ils découvrent les notions comme des réponses à des problèmes.

.../...

Il nous semble important de rappeler deux principes de base qui garantissent la reproductibilité des activités décrites ci-après :

① Sur le plan de la conduite de classe : plusieurs activités étant organisées sous forme de jeux de communication, il importe que les enfants aient une certaine habitude d'échanger des informations, de justifier leurs affirmations en vue d'organiser des "débats" permettant de construire un savoir devant être institutionnalisé par le maître.

② Sur le plan des savoirs-faire, il est indispensable que les enfants aient une certaine maîtrise du fonctionnement de la numération et une pratique "correcte" de l'addition, de la multiplication et de la soustraction.

Dans ce cadre on pourra se reporter utilement aux divers fascicules de l'IREM de Bordeaux.

- Ateliers mathématiques (1983)
- Math-C.P. (1984)
- Multiplication au C.E. (parution fin 85)
- Soustraction au C.E. (parution fin 85)

A PROPOS DE MAITRISE DE LA NUMERATION

Une première étude organisée par l'IREM de Bordeaux a permis de dégager un certain nombre de difficultés rencontrées par des enfants de Cycle Élémentaire sur des exercices de numération :

- Difficulté à compter de 10 en 10 ou de 20 en 20.
- Difficulté à concevoir le nombre comme un polynôme c'est-à-dire à établir le lien entre l'écriture canonique d'un nombre et ses diverses décompositions.

$$\text{Ex : } 425 = (4 \times 100) + (2 \times 10) + 5 = (42 \times 10) + 5$$

Ce premier diagnostic a permis de mettre en place une étude plus fine sur les procédures utilisées par les enfants lors de la résolution de problèmes mettant en jeu des décompositions de nombres.

Voici deux de ces situations :

- Q₁ : On veut distribuer un chewing-gum à chacun des 245 enfants d'une colonie de vacances.
Chaque paquet contient 11 chewing-gum.
Quel est le nombre de paquets qu'il faut ouvrir ?
- Q₂ : Les crayons sont livrés par paquets de 10
Combien de paquets doit-on commander pour donner un crayon aux 127 enfants d'une école ?

Ces deux questions relèvent sur le plan de l'analyse mathématique d'un même modèle de division euclidienne mais peuvent être résolues par des enfants de Cycle Élémentaire à l'aide de procédés différents :

- La solution Q_2 repose sur la décomposition de 127 $127 = (12 \times 10) + 7$ et l'encadrement entre deux multiples de 10 $12 \times 10 < 127 < 13 \times 10$ activité relevant pour l'enfant de la recherche du "nombre de paquets" de 10 dans 127, travail caractéristique des activités de numération.

- La solution de Q_1 nécessite la mise en oeuvre d'une combinaison des procédures additives, multiplicatives, soustractives, seules disponibles pour les enfants de CE2 à l'époque de l'année (Mars) où la question est posée. Les comportements sur des situations analogues font l'objet des premières activités dans ce document.

QUELQUES RESULTATS : (A titre indicatif sur l'Académie de Bordeaux).

24 % de réussite à Q_2
16 % de réussite à Q_1
9 % de réussite à Q_1 et Q_2
16 % de non réponse pour Q_1 et Q_2

Constatant le pourcentage de réussite peu élevé à la question Q_2 et le faible écart à Q_1 , l'étude détaillée du questionnaire (*) a permis de confirmer les hypothèses suivantes :

- Traitement analogue pour les nombres 10 et 11
- Absence de statut particulier du nombre 10
- Non identification des problèmes de numération comme problèmes de division.

.../...

(*) Les questionnaires et les résultats sont disponibles à l'IREM de Bordeaux et l'ensemble des travaux a donné lieu à la publication de 2 fascicules :

- Analyse des travaux sur la numération
- Séminaire I.D.E.N. 1981

Il semble important avant d'aborder l'étude de la division euclidienne de proposer aux enfants, outre les exercices "classiques" de numération, un certain nombre d'énoncés de type Q_2 en vue de faire fonctionner simultanément une décomposition d'un nombre (référence aux dizaines, centaines,....) et le sens qu'elle a par rapport à la situation proposée.

.../...

LA DIVISION : 1ÈRE ACTIVITÉ

(3 séances)

INTENTIONS PEDAGOGIQUES

Ces trois premières séances ont pour objet de conduire les enfants à "déterminer le quotient et le reste d'une division euclidienne par une méthode empirique de calcul".

Pour cela, les élèves seront amenés à résoudre des situations de division en utilisant éventuellement les diverses procédures dont ils disposent :

- procédure additive
- procédure multiplicative
- procédure soustractive

MATERIEL

Pour chaque groupe de 2 :

- Le texte du problème à résoudre
- Une feuille de papier assez grande et un feutre

SITUATION DE RECHERCHE

Situation 1 (1ère séance)

On veut distribuer un gâteau à chacun des 245 enfants d'une colonie de vacances pour le goûter. Chaque paquet contient 18 gâteaux. Quel est le nombre de paquets qu'il faut ouvrir ?

Situation 2 (2ème séance)

Le confiseur a fabriqué 310 bonbons au chocolat. Pour les vendre, il veut les ranger dans des boîtes de 16.

Trouve le nombre de boîtes qu'il devra se procurer pour pouvoir vendre ses bonbons.

Situations 3 et 4 (3ème séance)

Sit.3

Le restaurateur reçoit 187 invités. Il veut mettre 12 personnes par table.

Combien de tables devra-t-il placer dans la salle de restaurant ?

Sit.4

Carole a une boîte de 350 perles. Elle fabrique des colliers de 28 perles chacun.

Combien de colliers peut-elle fabriquer ?

DEROULEMENT

Chaque séance se déroule selon la même organisation :

- Distribution de l'énoncé à chaque groupe
- Contrôle d'une bonne compréhension de l'énoncé par tous (par exemple en cachant l'énoncé et en posant des questions).
- Temps de recherche et rédaction des productions dans chaque groupe (40 minutes environ)
- Phase de synthèse au cours de laquelle des élèves viennent présenter leurs types de procédures (20 minutes environ).

Un enfant ne vient présenter le travail de son groupe que si la procédure utilisée est identifiée comme différente de celles présentées jusqu'alors.

RESULTATS

1°) Exemple de procédure additive (la plus souvent utilisée)

On veut distribuer un gâteau à chacun des 245 enfants d'une colonie de vacances pour le goûter. Chaque paquet contient 18 gâteaux. Quel est le nombre de paquets qu'il faut ouvrir?

$$\begin{array}{r} 0 \\ 18 \\ + 18 \\ \hline 36 \\ + 18 \\ \hline 54 \\ + 18 \\ \hline 72 \\ + 18 \\ \hline 90 \\ + 18 \\ \hline 108 \\ + 18 \\ \hline 126 \\ + 18 \\ \hline 144 \\ + 18 \\ \hline 162 \\ + 18 \\ \hline 180 \\ + 18 \\ \hline 198 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 138 \\ + 18 \\ \hline 216 \\ + 18 \\ \hline 234 \\ + 18 \\ \hline 252 \\ - 07 \\ \hline 245 \end{array}$$

il faut ouvrir 14 paquets de gâteau.

Carole a une boîte de 300 perles. Elle fabrique des colliers de 28 perles chacun. Combien de colliers peut-elle fabriquer?

$$28 \times 10 = 280$$

$$\begin{array}{r} + 28 \\ + 28 \\ \hline 336 \end{array}$$

elle peut se faire 12 colliers

2°) Exemple de procédure multiplicative

Un restaurateur reçoit 187 unités.
Il veut mettre 12 personnes par table.
Combien de tables devra-t-il placer dans la salle du restaurant ?

$12 \times 12 = 144$

$12 \times 14 = 168$

$12 \times 15 = 180$

$12 \times 16 = 192$

Il faut qu'il mette 16 table dans restaurant

3°) Exemple de procédure soustractive

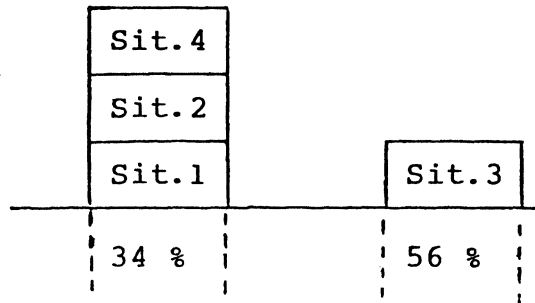
Un restaurateur reçoit 187 unités.
Il veut mettre 12 personnes par table.
Combien de tables devra-t-il placer dans la salle du restaurant ?

il devra placer 16 tables

.../...

A titre indicatif, voici les résultats obtenus dans la classe de C.E.2. de l'école J.Michelet.

Histogramme des situations en ce qui concerne la réussite :



Répartition des procédures utilisées pour chaque situation :

	Sit.1	Sit.2	Sit.3	Sit.4
Faire n'importe quoi →	R 13%	9%	9%	9%
Procédure additive →	A 65%	65%	61%	65%
Procédure soustractive →	S 13%	9%	13%	17%
Procédure multiplicative →	M 9%	17%	17%	9%

Lors de cette première activité, le maître tout en validant les bons résultats n'institutionnalisera pas telle ou telle procédure.

Il est nécessaire de laisser la liberté aux enfants d'évoluer dans les différentes procédures exposées.

LA DIVISION : 2ÈME ACTIVITÉ

(2 séances)

INTENTIONS PEDAGOGIQUES

Les deux séances suivantes ont aussi pour objet de résoudre des situations de division qui, cependant, diffèrent des précédentes. En effet, elles s'appuient sur un matériel particulièrement familier aux enfants : le quadrillage....ce qui favorisera la mise en oeuvre de procédures multiplicatives et facilitera la justification des résultats (phase de validation).

1ère Séance

MATERIEL

Pour chaque groupe de 2 :

- Une feuille quadrillée de 16 carreaux de large et, au minimum, de 32 carreaux de long.
- Un feutre.
- Une paire de ciseaux.

DEROULEMENT

Après avoir distribué le matériel.....

Consigne orale : Situation 5

"Vous avez une bande de 16 carreaux de largeur. On veut la découper de façon à obtenir un rectangle qui ait toujours 16 carreaux de large qui ne dépasse pas 460 carreaux en tout, mais qui s'en approche le plus possible"

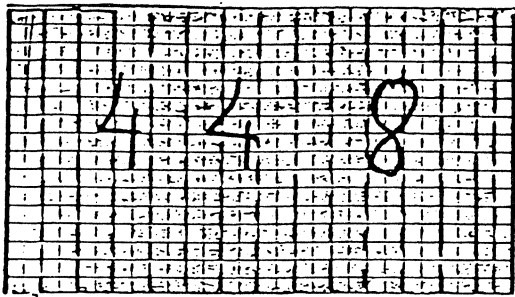
Les élèves ont la possibilité d'écrire sur le quadrillage.

Le maître doit exiger l'écriture de la longueur du rectangle qui se rapproche le plus de 460 carreaux.

.../...

QUELQUES TRAVAUX D'ELEVES

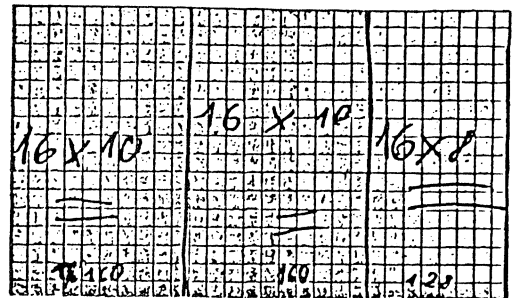
- Procédure additive
par paquets de 2x16



Après avoir essayé 448+16, les enfants ont barré l'addition. — — — — —
(On ne voit pas apparaître dans ce travail le nombre 28 : longueur de la bande)

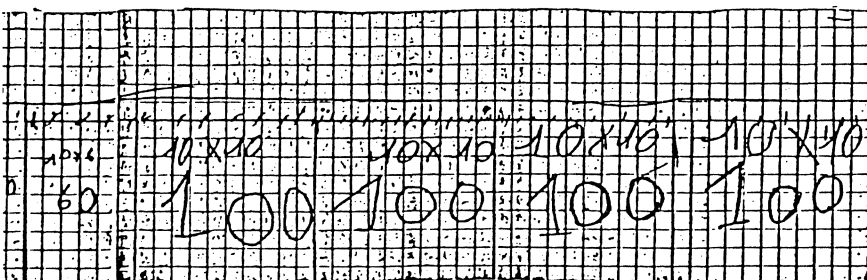
- Procédure additive
par paquets de 10x16

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 160 \\ + 160 \\ + 128 \\ \hline 448 \end{array}$$



- Exemple d'erreur

Les enfants "oublient" que le rectangle doit toujours faire 16 carreaux de largeur.



$$\begin{array}{r} 100 \\ + 100 \\ + 100 \\ + 100 \\ \hline 400 \\ + 0 \\ \hline 400 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \times 10 = 30 \\ 2 \times 10 = 20 \\ 10 \\ + 0 \\ \hline 10 \end{array}$$

2ème séance

Il s'agit d'affiner les méthodes de calcul en proposant un nombre de carreaux ("dividende") beaucoup plus grand en supprimant, bien sûr, le support matériel quadrillage.

MATERIEL

Pas de quadrillage mais un dessin pourra être fait au tableau au moment de la consigne orale pour concrétiser ce que l'on cherche.

• Les élèves disposent d'une feuille blanche et d'un feutre par groupe de 2.

DEROULEMENT

Après avoir rappelé brièvement ce qui a été fait la veille.....

Consigne orale : Situation 6

"Aujourd'hui, nous allons chercher la longueur d'une bande qui a encore 16 carreaux de large, mais je voudrais m'approcher le plus possible de 3300 carreaux. Je ne vous donne pas de bande, car je n'en ai pas d'assez grande, mais vous allez prévoir à combien, il faudrait que je coupe"

Durant le travail, le maître intervient dans les groupes qui auraient oublié la consigne et le but du travail (savoir où l'on doit couper sur la longueur).

.../...

QUELQUES TRAVAUX D'ELEVES

$16 \times 35 = 560$
 $95 \times 16 = 1520$
 $16 \times 174 = 2784$
 $16 \times 195 = 3120$
 16×225
 16×206

il faut 206
 carrés de largeur

← Procédure multiplicative

Les essais : 16×35

16×95

16×124

16×174

16×195

16×225

16×206

Contrôle avec $3296 + 16$

(Erreur dans l'addition)

• Procédure additive par paquets

Schématisation du quadrillage

$16 \times 2 = 32$
 $16 \times 3 = 48$
 $16 \times 1 = 16$

200
 16 3200 32 48 16

Un quart d'heure environ avant la fin de la séance, on expose quelques exemplaires du travail effectué. Les élèves sont amenés à remarquer les méthodes qui ont été les plus économiques et les plus rapides.

.../...

LA DIVISION : 3ÈME ACTIVITÉ

(3 séances)

INTENTIONS PEDAGOGIQUES

Les trois séances qui suivent vont permettre aux enfants de prévoir le résultat d'une "division" en estimant l'ordre de grandeur du quotient.

Cette prévision sera accompagnée d'une justification et suivie d'une vérification.

MATERIEL

Pour chaque groupe de 2 (les 2 premières séances) ou pour chaque enfant (3ème séance) :

- Le texte du problème à résoudre.
- Une feuille blanche et un feutre.

TEXTES DES PROBLEMES

Situation 7 (1ère séance)

*J'ai 2500 bonbons à partager entre 23 enfants.
Peux-tu prévoir combien de bonbons va recevoir chaque enfant ? Entoure le nombre qui d'après toi convient et explique pourquoi tu l'as choisi.*

15 - 75 - 95 - 108 - 305 -

.../...

Situation_8 (2ème séance)

On range 18 gâteaux dans un paquet. Combien de paquets peut-on remplir avec 1840 gâteaux ?

Prévois ta réponse, entoure le nombre correspondant et explique pourquoi tu l'as choisi.

85 - 100 - 102 - 250 - 272 -

Situation_9 (3ème séance)

Vous avez une bande de 15 carreaux de largeur. On veut la découper de façon à obtenir un rectangle de même largeur, qui ne dépasse pas 78 carreaux, mais qui s'en approche le plus possible.

Combien aura-t-on de carreaux sur la longueur ?

10 - 5 - 73 - 83 - 15

Entoure la réponse qui te paraît correcte.
Vérifie.

DEROULEMENT

Les deux premières séances se déroulent selon la même organisation :

- Distribution de l'énoncé à chaque groupe de 2.

.../...

- Contrôle d'une bonne compréhension de l'énoncé par tous.
- Temps de recherche et production (environ 10 mn)

Il est nécessaire d'exiger, durant cette phase de recherche, que les enfants après avoir entouré le nombre prévu, rédigent les raisons de leurs choix. (Explications de type calcul mental par exemple).

- Phase de mise au point collective
 - on fait l'inventaire des différents nombres choisis comme prévision.
 - les élèves expliquent dans chaque cas à leurs camarades les raisons de leurs choix.
- Phase de vérification (retour au travail de groupes)
 - on vérifie en effectuant les calculs si la prévision a été bien faite.

La 3ème séance se déroule individuellement à partir de la situation 9.

Le relevé des résultats est un moyen pour le maître de faire le point sur les connaissances de chaque enfant.

RESULTATS

Nous ne présentons ci-dessous que les résultats sur Sit.7. En effet, les observations que l'on peut formuler sont de même nature pour Sit.8 et Sit.9

- 60 % des enfants prévoient la réponse correcte : 108
- Les autres enfants ne répondent pas ou choisissent une autre réponse parmi 75 - 95 - 305 (la réponse 15 n'apparaît pas)
- 65 % des enfants valident leur prévision en utilisant une structure correcte (x23) (Certains enfants font une prévision correcte qu'ils ne savent pas valider).

.../...

LA DIVISION : 4ÈME ACTIVITÉ

Les situations suivantes proposées permettent d'améliorer la présentation, de bien repérer le "nombre que l'on cherche" (le quotient). Ce quotient peut-être selon les cas, le nombre par excès ou par défaut. (Ce ne sont que des propositions que chaque maître est libre d'adapter à sa classe).

Situation A

Dans la boîte j'ai 948 cubes. Je veux les distribuer à 4 enfants.

Combien chaque enfant aura-t-il de cubes?

Situation B

La bibliothécaire range ses livres pendant l'été. Elle a compté 987 livres. Elle les range dans des caisses. Chaque caisse contient 25 livres. Combien de caisses doit-elle préparer ?

Situation C

Dans une usine de biscuits on doit emballer les biscuits en paquets de 24. Combien faut-il de papiers d'emballage pour 6195 biscuits ?

.../...

Situation D

A la cantine d'une usine, 1347 ouvriers viennent manger. Ils s'installent à des tables de 9. Sur combien de tables, les cantinières doivent-elles mettre le couvert ?

Situation E

Dans un élevage, les poules ont pondu 6870 oeufs. Les employés les installent dans des boîtes de 12. Combien pourront-ils vendre de boîtes ?

Situation F

Emile veut ranger sa collection de timbres. Il y a 2467 timbres. Il achète un album. Sur chaque page, il peut coller 14 timbres. Combien va-t-il utiliser de pages ?

Situation G

On a une bande de papier de 27 carreaux de largeur. On veut la découper pour obtenir une bande de même largeur, qui ne dépasse pas 1176 carreaux, mais qui s'en rapproche le plus possible. Combien aura-t-on de carreaux sur la largeur ?

A titre indicatif voici les résultats obtenus par 18 élèves de CE2 (Juin) aux situations A,B,C,D,E,F,et G.

2 → Résultat correct 0 → Pas de réponse
 1 → Erreur(s) A → Elève absent

	A	B	C	D	E	F	G	
BAN	2	1	1	1	1	1	1	FGDE : soustrait 1 à 1, n'achève pas
CAN	1	2	1	1	1	0	1	G : erreurs de calcul aux soustractions, EC : inachevé. B : aide du maître
COH	2	2	2	2	1	2	2	E : erreur au décompte final
CRL	1	2	0	1	2	2	1	D : erreur dans le décompte final G : non conclu
DAZ	2	1	2	1	1	A	A	D : erreur de retenue à une soustraction E : inachevé - B : inachevé (encadrement par mult.)
MAM	A	2	A	2	1	1	2	F : erreur de calcul à une soustraction
MOZ	2	2	1	2	1	2	1	G : procède par encadrement à l'aide de mult. E : erreur de calcul au décompte final
PAS	2	1	1	1	1	1	1	B : erreur de calcul C : soustrait n'importe quoi
PEB	2	2	2	2	2	2	2	
OBO	1	1	1	0	1	1	1	B : inachevé. C : soustrait n'importe quoi. EF : soustrait 1 à 1, n'arrive pas au bout.
PIC	1	2	2	2	2	1	2	F : erreur de retenue dans une soustraction E : calcul juste mais n'a pas conclu
RAD	2	1	1	1	0	1	1	B : confond quotient et dividende D : soustrait des nombres au hasard
RIS	1	1	1	1	1	1	1	FG : ne comprend pas le sens de ce qu'elle fait
ROI	2	0	1	1	1	2	0	E : erreurs sur les zéros (100 devient 1000) D : trop long : retransche par 90 C : inachevé ; retransche par 24
SEC	1	2	1	1	1	1	2	F : inachevé. DE : calculs au hasard A : procède par encadrement de mult.
VEC	1	1	1	A	A	1	1	C : confond nombre de paquets et nbr.de biscuits A : essaie par encadrement de multiplication
VIC	1	1	0	2	2	1	2	F : bonne démarche, mais réponse fausse
WIM	1	1	1	1	1	1	1	BFDC : perd de vue l'objectif, soustrait n'importe quoi



47%	45%	24%	35%	24%	29%	35%
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

.../...

P R É A M B U L E

La construction de la division euclidienne, quel que soit le nombre de chiffres du dividende, du diviseur, du quotient, s'effectue en un nombre relativement faible de séquences.

Celles-ci sont réparties comme suit :

- Une première période de trois semaines à la fin de laquelle les enfants disposent d'un procédé leur permettant d'effectuer n'importe quelle division euclidienne.

- Une deuxième période qui s'étale sur le reste de l'année scolaire, moins dense, qui sera l'occasion d'utiliser ce procédé dans des situations problèmes, de le perfectionner afin de parvenir à la division dans son utilisation et sa présentation définitive.

Nous attirons l'attention du lecteur sur deux aspects qui nous semblent importants. Les séquences telles que nous les concevons supposent :

1°) que les enfants aient un tant soit peu une certaine pratique du débat contradictoire et argumenté lors des activités mathématiques.

- Plusieurs leçons sont en effet basées sur le principe de l'échange d'information entre enfants ou groupes d'enfants.

- Si l'enfant a été habitué à résoudre des exercices dans le seul cadre des exercices d'application, il sera surpris devant un problème qui ne suppose pas une réponse immédiate. Cette rupture d'habitudes, si elle est souhaitable au cours des séquences de mathématiques serait inopinée si elle coïncidait avec le début des leçons de cet ouvrage.

2°) Que les enfants aient une pratique des opérations addition, soustraction, multiplication qui ne se limite pas au seul procédé de calcul.

Par exemple, savoir utiliser l'ordre de grandeur prévisible d'un résultat comme moyen d'auto-contrôle, avoir une idée nette de la liaison entre l'addition et la multiplication, utiliser les écritures en ligne nous paraissent être des préalables indispensables.

C'est à cet effet que le début de ce fascicule porte sur un rapide tour d'horizon d'activités menées au premier trimestre du cycle moyen première année.

LES ANTECEDENTS

Nous attirons l'attention du lecteur sur ce qui risque d'être négligé en période de révision et qui est indispensable pour pouvoir construire ultérieurement la division.

Concernant la numération :

En CM1, des enfants peuvent ne pas bien maîtriser la structure de l'écriture d'un nombre. Toute activité qui permettra cette maîtrise est nécessaire. Cela peut faire l'objet de séquences de classes mais aussi d'activités plus informelles dans des ateliers.

Quelques exemples :

* Jeu le compte est bon :

Voici la liste des nombres tirés :

100 5 3 25 50 15 10 7 80 18

En choisissant des nombres de cette liste, (chaque nombre une seule fois), comment peux-tu trouver par addition les nombres ci-dessous ?

238 135 207 196

Réponse :

238 = 100+80+50+5+3 100+25+10 100+80+15+5+7 80+50+25+15+8+5+3

Vous trouverez une série d'activités dans les cahiers "ateliers mathématiques" publiés à l'IREM de BORDEAUX.

.../...

- Regard sur les autres numérations en liaison avec l'éveil.

Grâce aux codages et aux décodages les enfants ont un autre aperçu des écritures numériques. Il existe de nombreux travaux de ce genre dans les manuels scolaires.

- Travail sur des écritures en ligne qui sont souvent une écriture fonctionnelle pour poser un problème :

Exemple : Voici un énoncé de situation-problème :

Je dispose de deux billets de 100 francs. Je dois acheter 25 stylos-feutres à 13,4 francs et 25 cahiers à 5 francs. Ai-je assez d'argent ?

Le problème peut être analysé comme suit :

Comparer 2×100 et $(25 \times 13) + (25 \times 5)$

ou bien

Comparer 2×100 et $25 \times (13 + 5)$

De telles écritures en ligne doivent devenir des procédures économiques que les enfants utiliseront en vue de résoudre leur problème.

- Maîtrise de la décomposition des nombres en puissance de dix. Sans tomber dans un rituel pédagogique du type suivant :

Exemple : $3475 = 3 \times 1000 + 4 \times 100 + 7 \times 10 + 5$

Complète: $5752 = . \times 1000 + . \times 100 + . \times 10 + .$

$2345 = . \times 1000 + . \times 100 + . \times 10 + .$

qui fait que l'enfant peut très bien réussir l'exercice sans avoir à comprendre ce que l'exercice voulait contrôler (Il suffit de mettre sur les points le nombre de gauche), on peut reprendre des exercices à trous en variant la présentation :

Complète : $2345 = . \times 100 + . \times 1000 + . \times 10 + .$

et en acceptant, pourquoi pas des réponses telles que :

$2345 = 23 \times 100 + 0 \times 1000 + 4 \times 10 + 5$

- Activités plus informelles sur des écritures en ligne :

Exemple :

On sait que : $15 \times 6 = 90$ et que $15 \times 2 = 30$

Calcule 15×4

.../...

Dans cette activité, il ne s'agit pas d'instituer des règles, ni de vouloir à tout prix donner des noms à des propriétés mais seulement de mettre par écrit ce que l'enfant pratique spontanément en calcul mental.

Concernant les pratiques opératoires :

Souvent peu d'enfants sont capables de passer aisément de l'écriture

$87+87+87+87+87+87+87+87+87+87+87$

à l'écriture 87×11 donc $870 + 87$ c'est-à-dire 957.

Les enfants ne doivent pas seulement effectuer des additions, soustractions, multiplications, mais aussi comprendre les liaisons qui existent entre ces opérations. La construction de la division nécessite la compréhension de ces liaisons.

Nous ne détaillerons pas les activités qui pourraient illustrer ces propos concernant les pratiques opératoires afin que le sujet principal de ce fascicule reste "la division au cours moyen".

CHRONOLOGIE CM 1

Les séquences de classe qui sont décrites dans ce fascicule s'échelonnent sur les 2ème et 3ème trimestres du cycle moyen lère année. Nous donnons un exemple de calendrier suivi, afin que le lecteur puisse situer, dans le temps, la densité des séquences concernant ce sujet.

	J	F	M	A	M	J
1						
2		6°	16°		26°	
3						
4			17°			
5		7°	18°			
6						
7						
8			19°			
9		8°	20°			
10						
11			21°		27°	
12			22°		28°	
13						
14	1°	9°	23°			
15	2°	10°	24°			
16	3°	-				
17	4°	-				
18		-				
19		-				
20		-				
21		-				
22						
23				25°		
24		11°				
25		12°				
26	5°	13°				
27		14°				
28						
29		15°			29°	
30					30°	
31						

VERS LA DIVISION
1ÈRE SÉANCE

Dans cette première séance nous proposons aux enfants une situation problème de division. Les enfants n'ayant pas abordé cette opération cette année, vont traiter cette situation comme une situation de recherche. Nous pensons qu'ils investiront les notions revues au 1er trimestre.

MATERIEL

. Pendant le mois précédent cette leçon, les enfants ont apporté des emballages à oeufs de formes différentes (conditionnement par 6,12,24,etc....).

. Chaque groupe a à sa disposition une grande feuille de papier (70x50) et un marker. Ce matériel permet, lors de la phase de correction un affichage rapide des travaux et évite aux enfants de réécrire le travail.

SITUATION DE RECHERCHE

Texte du problème

Un éleveur de volailles expédie chaque semaine des oeufs à un supermarché. Cette semaine, il dispose de 369 oeufs. Imagine comment il peut les expédier.

- . Le texte est écrit au tableau et lu collectivement.
- . Le matériel apporté par les enfants au cours du mois précédent est présent dans la classe. Il s'agit de boîtes d'oeufs (boîtes de 24).

1°) Première partie de l'activité (10 mn)

a) Consigne orale

"Vous lisez ce texte. S'il y a des mots que vous ne comprenez pas, nous les expliquerons ensemble lorsque vous aurez lu".

L'objectif de cette première partie est :

- . de s'assurer de la compréhension de la situation
- . de se mettre d'accord sur la manière d'expédier les oeufs.

b) Déroulement

Les élèves lisent le texte :

Question : Ca veut dire quoi, expédier ?

Réponse : Ca veut dire envoyer

Question : Qu'est-ce qui pond des oeufs ?

Réponse : Les canards, les poules, les pintades, etc....

La maîtresse : Qui peut dire de quoi parle ce texte ?

.../...

Commentaire :

A chaque fois qu'un problème est posé aux enfants, nous laissons 10 mn de discussions qui peuvent parfois déborder largement le simple énoncé proposé.

Les enfants regardent ces boîtes, s'interrogent sur les bords de cette boîte qui pourrait recueillir des oeufs en plus.

Pour les boîtes de 24, les enfants comptent les lignes et les colonnes 6 x 4 c'est 24.

La maîtresse dit :

"Nous allons simplement utiliser les boîtes de 24"

2°) Deuxième partie de l'activité (25 mn)

Le maître constitue, par tirage au sort cinq groupes d'élèves. Un de ces groupes aura la tâche particulière de réaliser effectivement, avec le matériel, l'emballage des oeufs.

a) Consigne orale

"Vous allez travailler par groupes :

- 1 groupe de 4 élèves va emballer les oeufs et comptera les boîtes. A la fin, si une boîte n'est pas tout à fait remplie, vous le direz"

...../.....

- "Les 4 autres groupes : vous allez prévoir, par le calcul les résultats du 1er groupe"

- Les "B" sont les emballeurs.

Remarque :

. Il est essentiel que les enfants des groupes de calcul aient bien perçu que ce qu'ils font est le même problème que le groupe des emballeurs.

. Toutefois, le maître saura que les emballeurs produiront un résultat qui ne sera pas obtenu par des procédés comparables à ceux des groupes de calculs car la nature de la tâche n'est pas la même.

. Dans chaque groupe, tous les enfants devront être d'accord avec ce qui sera écrit sur la feuille.

Pour cela, lors de la troisième phase (correction) le maître tire au sort l'enfant qui vient exposer le travail du groupe.

. Aucune consigne n'est donnée quant à la disposition des calculs.

b) Déroulement, bilan

(1) Le groupe des emballeurs termine son travail en 10 mn.

(voir illustrations page suivante)

(2) Les autres groupes :

Un groupe a fait 15 soustractions.

Trois groupes ont procédé par multiplication pour approcher

Certains enfants ont des difficultés pour conclure. Ce sont ceux qui ne parviennent que difficilement à lier leur activité numérique au problème posé. Pour ceux-là, la production du groupe des emballeurs sera nécessaire.

3°) Troisième partie de l'activité (20 mn)

(1) Il s'agit de confronter les résultats des groupes qui ont calculé avec ceux du groupe qui a fait l'emballage.

(2) Dans un premier temps, la maîtresse demande les résultats sans s'occuper des méthodes. // ou

(3) Ce n'est qu'après avoir conclu sur les résultats que chaque groupe va expliquer sa méthode.

a) Consigne orale

"Le groupe des emballeurs va vous dire ce qu'il a fait"
Puis, plus tard :

"Chaque groupe est-il d'accord avec le résultat ?"
Puis :

"Un représentant de chaque groupe va au tableau pour donner le résultat et expliquer la méthode suivie".

Remarque :

Il est important que les commentaires faits à partir des travaux de groupe portent sur la méthode employée. C'est pour cela que nous devrons d'abord demander les résultats. L'enfant qui vient au tableau sait qu'il ne vient pas pour donner un résultat.

.../...

$$\begin{array}{r} 369 \\ - 24 \rightarrow 1 \\ \hline 345 \\ - 24 \rightarrow 2 \\ \hline 321 \\ - 24 \rightarrow 4 \\ \hline 297 \\ - 24 \rightarrow 5 \\ \hline 273 \\ - 24 \rightarrow 6 \\ \hline 259 \\ - 24 \rightarrow 7 \\ \hline 225 \\ - 24 \rightarrow 8 \\ \hline 201 \\ - 24 \rightarrow 9 \\ \hline 177 \\ - 24 \rightarrow 10 \\ \hline 153 \\ - 24 \rightarrow 11 \\ \hline 129 \\ - 24 \rightarrow 12 \\ \hline 105 \\ - 24 \rightarrow 13 \\ \hline 81 \\ - 24 \rightarrow 14 \\ \hline 57 \\ - 24 \rightarrow 15 \\ \hline 33 \\ - 24 \rightarrow 9 \\ \hline 009 \end{array}$$

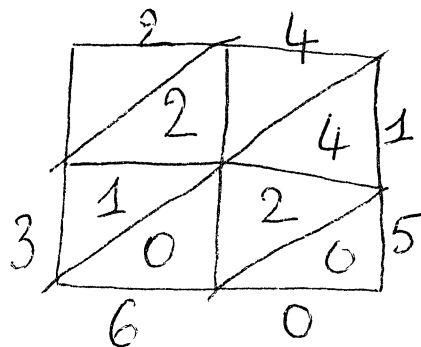
L'éleveur envoie
 15 boîtes de 24 œufs
 au supermarché
 et il lui en
 restera 9 œufs

$24 \times 10 = 240$

$24 \times 20 = 480$

$24 \times 15 = 360$

il peut expédier avec 15 boîtes et il restera 9



Les soustractions successives

Multiplication (encadrement du nombre d'œufs)

$369 = (15 \times 24) + (1 \times 9)$

Il peut expédier
 15 boîtes de 24 œufs
 + une boîte de 9 œufs

b) Déroulement

Le groupe qui a travaillé sur les soustractions successives suscite l'étonnement.

La maîtresse pose quelques questions :

- Quelles sont les méthodes qui vous paraissent "un peu au hasard" ?
- Quelles sont les méthodes qui vous paraissent "moins au hasard" ?
- Quelles sont les méthodes qui vous paraissent sûres ?
- Quelles sont les méthodes que l'on pourrait raccourcir ?
- Quelles sont les méthodes difficiles à raccourcir ?

Les enfants font des commentaires sur les méthodes et sont déjà capables de porter des jugements argumentés.

Par exemple :

"Les soustractions c'est long, mais on est sûr d'y arriver si on ne se trompe pas"

"Les multiplications ça peut être très court mais c'est le hasard"

"Les soustractions ça peut se raccourcir"

Remarque : Cette 3ème partie est plus qu'une phase de correction. C'est pour cela que, si la séance a duré plus que prévue, il vaut mieux remettre cette 3ème partie à plus tard dans la journée (retour de récréation), afin que les enfants soient disponibles.

.../...

VERS LA DIVISION
2ÈME SÉANCE

Les enfants vont reconnaître dans cette séance une situation qui ressemble à la 1ère séance. Outre la recherche du résultat, nous espérons voir apparaître des remarques sur des procédés de calcul.

MATERIEL

- . Plusieurs feuilles comportant au total 2422 carreaux et n'ayant pas 23 carreaux de côté.
- . Une grande feuille pour coller les rangées de 23 carreaux.
- . Plusieurs paires de ciseaux.
- . Un rouleau de scotch.
- . De grandes feuilles de papier blanc et des markers .
- . Des aimants.

SITUATION DE RECHERCHE

Un carreleur dispose de 2422 carreaux.
Il doit les poser sur un mur par rangées de 23 carreaux.
Combien de rangées complètes peut-il faire avec les 2422 carreaux ?

Ce texte est écrit au tableau (caché)

.../...

1°) Première partie de l'activité (5 mn)

L'objectif de cette première partie est d'explicitier la situation de recherche.

a) Déroulement

- La maîtresse montre les feuilles (voir matériel) à toute la classe et demande aux enfants d'essayer d'évaluer le nombre de carreaux qu'ils ont sur les feuilles.

Nous avons eu : 350, 160, 3200, 2720, 3500, 950....

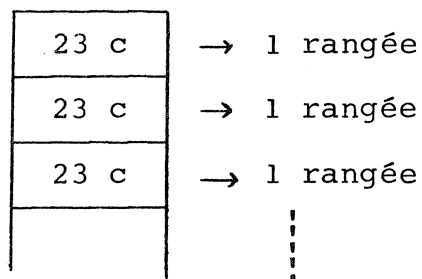
- Puis la maîtresse donne le nombre exact : 2422 et explique que ce sont les carreaux qu'un carreleur doit poser sur un mur par rangées de 23 carreaux.

- Le texte de la situation, écrit au tableau, est alors montré, puis lu.

Consigne orale

"Vous lisez ce texte silencieusement. Si vous ne comprenez pas quelque chose, vous le direz lorsque tout le monde aura lu"

Un enfant vient simuler par un dessin au tableau la pose des carreaux afin que tous les enfants soient bien d'accord sur ce qu'est une rangée.



.../...

2°) Deuxième partie de l'activité (40 mn)

Un groupe de 5 enfants va réaliser la pose des 2422 carreaux par rangées de 23 pendant que quatre autres groupes prévoieront par les calculs le nombre de rangées réalisées par les carreleurs avec les 2422 carreaux.

a) Consigne orale

- Vous allez travailler par équipes : 4 équipes. Je vais donner une lettre à chacun des membres de chaque équipe.

- Tous ceux qui auront la lettre B (par exemple) vont se réunir, ce sont les carreleurs.

Vous allez, par découpage et collage représenter le mur carrelé avec les 2422 carreaux posés par rangées de 23 carreaux. Vous compterez le nombre de rangées complètes que vous aurez pu faire.

- Les quatre groupes prévoieront par les calculs le nombre de rangées trouvées par le groupe des carreleurs.

- Tous les membres d'un groupe doivent se mettre d'accord avant d'écrire les calculs sur les grandes feuilles.

b) Déroulement

La maîtresse donne la consigne en s'assurant que le contrat soit bien clair. Elle fera répéter à une enfant quel est le travail de chaque équipe.

.../...

Il est important que les enfants sachent bien que les "carreleurs" et les "calculateurs" recherchent la même chose.

* Distribution du matériel

. 1 grande feuille blanche et un "marker" par équipe (le numéro de l'équipe y est inscrit immédiatement).

. Les feuilles quadrillées, paires de ciseaux, scotch, markers, 1 grande feuille, au groupe des carreleurs.

* Mise au travail

. Très rapidement les "carreleurs" découpent les rangées de 23 carreaux, les collent et comptabilisent en les groupant par 20 (20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 5).

Chaque enfant vérifie le comptage

Puis ils écrivent la phrase-réponse et la vérification "le carreleur a fait 105 rangées de 23 carreaux. Il reste 7 carreaux.

$$23 \times 105 = 2415$$

$$2415 + 7 = 2422$$

* L'équipe 1 part de $19 \times 23 = 437$

Puis par addition à trous se rend compte qu'il reste 1985 carreaux à poser ($437 + \dots = 2422$)

- Par encadrements successifs arrive à $23 \times 86 = 1978$

- Quelques difficultés ensuite à remettre de l'ordre dans les raisonnements.

.../...

Puis $1978 + 437 = 2415$

$86 r + 19 r = 105 r$

$2415 + \dots \cdot 7 = 2422$

il reste 7 carreaux

* L'équipe 2 essaie de se rappeler de ce qu'ils ont fait la dernière fois mais disent-ils : "il faut faire plus gros".

Ils commencent par $23 \times 100 = 2300$

Puis en 6 tâtonnements arrivent à $23 \times 105 = 2415$

Travail effectué très rapidement.

(Voir le travail des enfants p. 22)

* L'équipe 3 après avoir écrit 23×23 fait des additions successives alors qu'ils n'ont auparavant jamais employé ni vu cette méthode.

(Voir le travail des enfants p.23)

* L'équipe 4 : opposition entre les différents membres. Ils ont perdu de vue ce qu'il fallait calculer et cherchent 23×2422 .

Il leur faudra 30 mn pour poser une multiplication à trous et conclure : "ça ne marche pas".

La maîtresse les aide à remettre un peu d'ordre dans leurs calculs et, après un long temps, ils arriveront au résultat en utilisant sensiblement la même méthode que l'équipe 1.

3°) Troisième partie de l'activité

- Il s'agit de confronter les résultats des groupes qui ont calculé avec ceux du groupe qui a posé les carreaux.

- On pourra faire remarquer qu'une méthode est plus rapide ou plus sûre qu'une autre mais on se gardera de déclarer que c'est la meilleure et de demander aux enfants de l'appliquer. La pluralité des stratégies est acceptée, seule l'expérience conduira à abandonner les moins bonnes. .../...

a) Consigne orale

(1) Le groupe des "carreleurs" vient exposer son travail et rendre compte du résultat trouvé.

(2) Un représentant de chaque groupe (lettre D) vient afficher et commenter les calculs effectués et le résultat obtenu.

b) Déroulement

Remarques :

Avoir toujours en tête que l'objectif n'est pas d'expliquer dans le détail mais de s'interroger constamment sur la sûreté, la fiabilité de la solution.

- Le groupe des carreleurs vient afficher son travail et expliquer rapidement son résultat.

- L'équipe 1 : résultat exact. On conclut avec eux que la méthode utilisée est un peu compliquée.

- L'équipe 2 : ils expliquent pourquoi ils ont choisi de démarrer par $23 \times 100 = 2300$

→ "C'est pour se rapprocher le plus possible de 2400, ils remarquent qu'ils auraient pu faire plus vite !"

- L'équipe 3 : Ils explicitent rapidement leur méthode sans détailler.

.../...

La maîtresse demande : "Pourquoi ont-ils un résultat faux ?"

Les enfants remarquent qu'il y a beaucoup trop d'opérations donc beaucoup de risques d'erreurs.

- La maîtresse demande s'il ne serait pas possible de raccourcir les calculs.

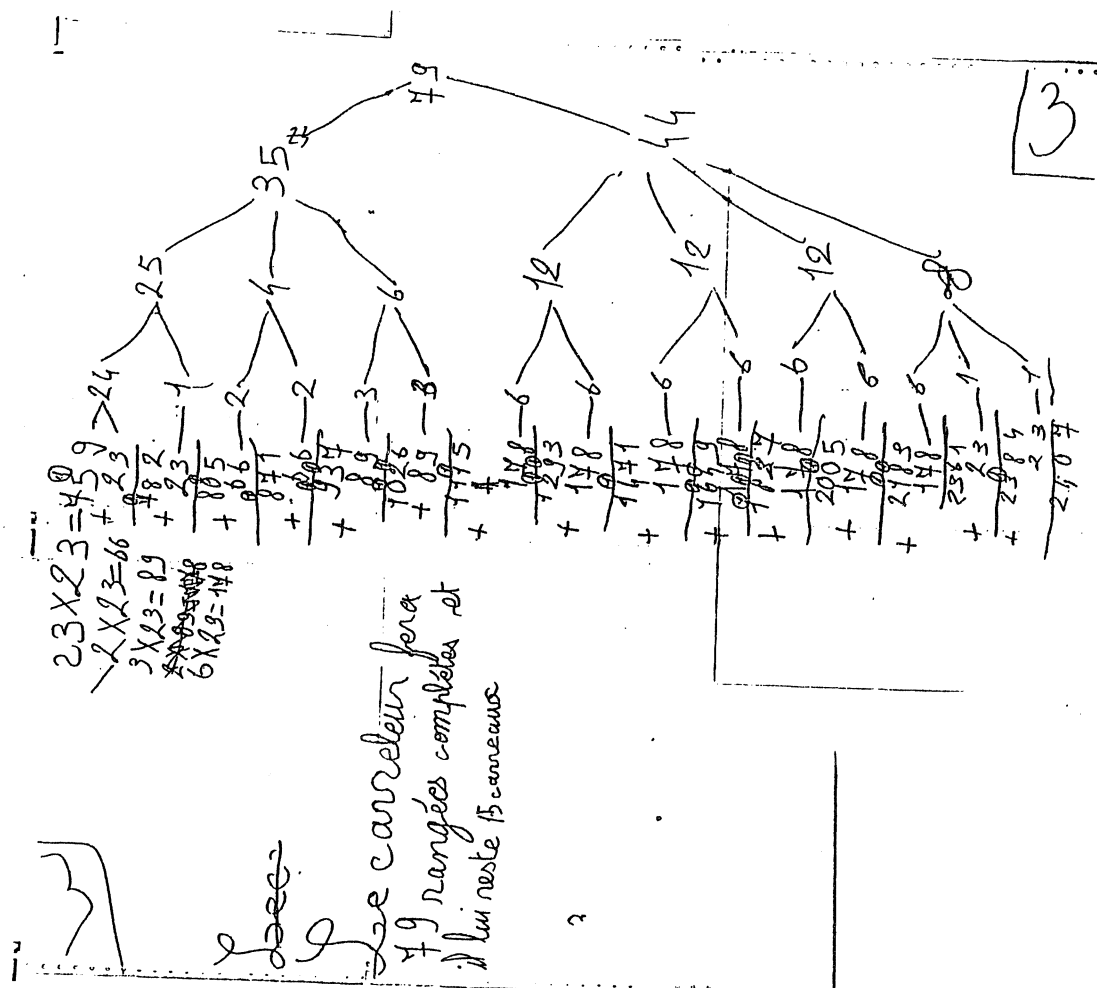
- Une enfant de l'équipe 3 fait remarquer qu'ils ont déjà fait 23×2 , 23×6 pour raccourcir et qu'ils avaient remarqué que 23×100 aurait été plus rapide mais qu'ils n'ont pas voulu recommencer !

Travail de l'équipe 2

$23 \times 100 = 2300$
$23 \times 150 = 3450$
$23 \times 110 = 2530$
$23 \times 108 = 2484$
$23 \times 104 = 2392$
$23 \times 106 = 2300 + 138 = 2438$
$23 \times 105 = 2300 + 145 = 2445$

Il y a 105 rangées de 23 carreaux
Il reste 57 carreaux

Travail de l'équipe 3 - Résultat faux - méthode juste, l'erreur a été analysée.

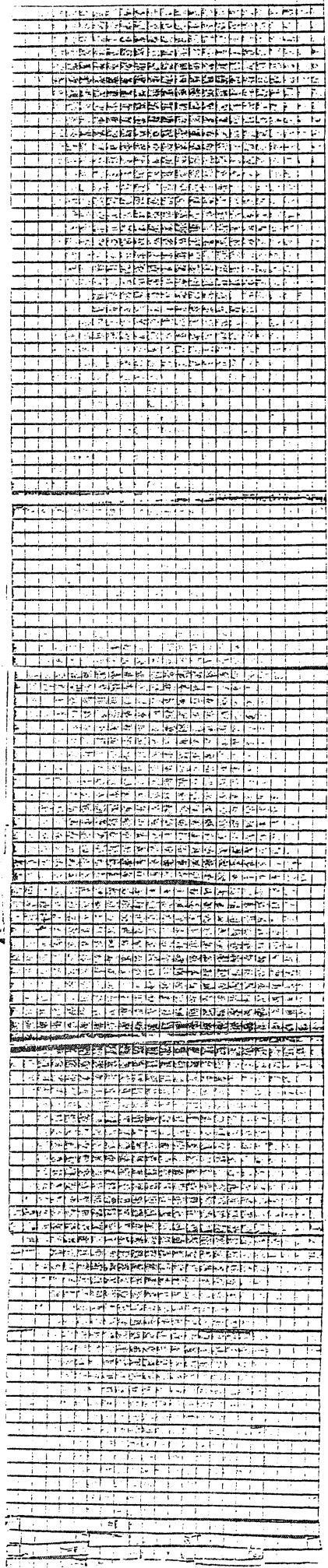


.../...

Production du groupe des
carreleurs (les carreaux
font en réalité 1 cm de
côté).

$105 \times 23 =$
 2415
Il reste 7 carreaux.

Le carreleur a fait
105 rangées de 23.



BILAN DE LA 1ÈRE ET 2ÈME SÉANCE

COMMENTAIRES

Dans les deux premières séances, nous voyons fréquemment les enfants utiliser la multiplication pour résoudre ce problème. De là, deux types de comportement apparaissent.

(1) Les enfants qui font $24 \times 10 = 240$, puis $24 \times 16 = 384$ puis 24×15 .

(2) Les enfants qui font 24×10 puis mesurent l'écart entre 240 et 369 (soit 129) et qui complètent 24×5 .

Ils concluent ensuite 24×10 et 24×5 soit 24×15 .

- Le premier comportement utilise la multiplication. L'enfant approche 369 en cherchant x tel que $24 \times x$ soit proche de 369.

- Le deuxième comportement utilise la multiplication munie de propriétés qui la lient à l'addition. Sans que celui-ci soit explicité, le modèle de la distributivité fonctionne.

$24 \times 10 + 24 \times 5 = 24 \times 15$ (cf. travaux du 1er trimestre).

C'est la disponibilité de cette propriété qui fait que l'enfant travaille sur l'écart, donc sur les soustractions. Ce second modèle est perfectible, souple. Le premier reste hasardeux.

.../...

Les variables^(*) sur lesquelles nous pouvons maintenant jouer pour favoriser l'apparition de ce second modèle sont les suivantes :

Variables numériques :

- grandeur du dividende
- grandeur du diviseur
- grandeur du quotient (liée aux 2 premières)

Variables didactiques :

- Présence d'un répertoire (voir exemple page 35) qui diminue le coût des essais en multiplication, tout en faisant utiliser la loi des zéros.

- "Ressemblance" entre le début du dividende et l'un des résultats du répertoire (exemple : Leçon 3 : $171 \times 2 = 342$ et 34794).

Pour la 3ème séance, nous choisirons donc des nombres en fonction de ces remarques et nous donnerons un répertoire.

(*) La notion de variable est définie plus précisément dans d'autres publications de didactique des mathématiques.

.../...

LA DIVISION

3ÈME SÉANCE

répertoire

- Cette séance utilise la même situation, mais avec des nombres choisis d'après les remarques faites en bilan de la 1ère et 2ème séance.

- Nous introduisons un répertoire pour dégager les enfants des difficultés de calcul. (voir page 35)

- Nous espérons qu'un débat s'installera sur ce qui caractérise une solution économique.

- Cette séance ne comporte pas une validation aidée par le travail d'un groupe de carreaux. Elle est, en cela, très différente des 2 premières.

MATERIEL

- 5 grandes feuilles (voir figure page 32)
- Markers .
- Panneau avec les rangées de carreaux collées confectionné lors de la leçon précédente.
- Aimants .
- 5 répertoires sur feuilles cartonnées .

1°) Première partie de l'activité (5 mn)

L'objectif de cette phase est d'explicitement la situation afin que les enfants se mettent en recherche sans tarder.

.../...

SITUATION DE RECHERCHE

Un carreleur doit carreler le mur extérieur d'un immeuble. Il dispose de 34794 carreaux. Il doit les poser par rangées de 171 carreaux. Combien fera-t-il de rangées complètes ?

a) Consigne orale

"Je vais encore vous parler du carreleur. Cette fois-ci, je vous lis le texte et vous me direz quels sont les renseignements importants"

- "Si vous ne connaissez pas certains mots, nous les expliquerons"

b) Déroulement

- Le maître lit le texte.

- Les enfants font des "Oh !" devant la grandeur des nombres.

- Explication de "immeuble" et "extérieur"

- Les enfants extraient rapidement les renseignements importants qui sont écrits au tableau.

Ils remarquent que c'est le même calcul que la dernière fois.

- Un enfant absent lors de la dernière séance est invité à dessiner au tableau, ce qu'il imagine de la situation.

..../...

- La maîtresse affiche au tableau le travail des contrôleurs effectué lors de la 2ème séance.

2°) Deuxième partie de l'activité (25 mn)

L'objectif de cette activité est toujours de trouver par les calculs un nombre de rangées complètes mais cette fois le groupe des "Vérificateurs" ne simulera pas totalement le travail du carreleur.

X Ils vont imaginer un dessin qui représente ce carrelage (sans dessiner les carreaux un par un bien sûr mais par rangées).

a) Consigne orale

- "Nous allons travailler aujourd'hui aussi par groupes.
- Tous ceux qui portent la lettre A seront les "carreleurs".

Voici le travail que vous devez faire :

Mardi, les carreleurs avaient découpé les rangées de 23 carreaux et les avaient collées les unes sous les autres pour représenter le travail du carreleur. Puis ils avaient compté le nombre de rangées complètes (Montrer le panneau).

.../...

Aujourd'hui, vous allez dessiner le panneau carrelé avec les 34794 carreaux posés par rangées de 171 carreaux et essayer de prévoir comment ça se terminera (restera-t-il des carreaux ou non ?)

- Les autres groupes : Vous allez prévoir en calculant combien de rangées complètes de 171 carreaux les carreleurs vont dessiner sur la feuille.

Je donne à chaque groupe un répertoire que vous allez utiliser pour vos calculs.

- Lorsque vous aurez terminé, un élève de chaque groupe tiré au sort viendra expliquer ce que le groupe a fait.

- Vous présenterez clairement vos calculs sur les feuilles (sans en mettre dans tous les sens)"

b) Objectifs

On souhaite qu'apparaisse le modèle des soustractions successives, qu'il y ait une prise en compte du résultat précédent, que l'écart soit mesuré puis calculé par une autre multiplication.

Pour cela, nous avons choisi des nombres tels que le début du dividende se trouve dans un des nombres du répertoire.

très important

c) Déroulement

- L'enseignant doit s'assurer en faisant répéter à plusieurs élèves le début de leur travail, que la consigne est bien comprise.

.../...

- Un groupe utilise de suite la loi des zéros (x100)
- Les autres groupes sont troublés par la présence du répertoire. Ils pensent utiliser le plus grand nombre que ce répertoire leur donne : c'est-à-dire $171 \times 9 = 1539$
- Mais 5 mn plus tard, 2 groupes utilisent
 171×2 171×200

- Après ces essais, les enfants cherchent "pour compléter". Ils font les soustractions "de tête". La maîtresse demande que la soustraction fasse partie du travail écrit.

Le groupe des contrôleurs, n'a plus, cette fois-ci le recours au matériel. Sa tâche est en fait, la même que celle des autres groupes, avec le souci de représenter en plus. La tâche de ce groupe devient donc délicate. La maîtresse va les aider pour dessiner. Cela fait partie des remarques : le calcul (précision) s'avère de plus en plus rapide par rapport au travail réel ou simulé.

Le groupe des contrôleurs a aussi utilisé 171×200 .

3°) Troisième partie de l'activité (20 mn)

L'objectif de cette activité est de comparer les méthodes utilisées après s'être assuré que les résultats sont exacts afin de dégager des stratégies "économiques".

a) Consigne orale

- Chaque groupe vient afficher ses résultats.
- Vous avez quelques minutes pour observer ce qui a été fait.

.../....

Les enfants regardent les travaux affichés.

Le groupe des carreleurs vient expliquer le dessin fait et le résultat trouvé.

Les groupes "calculs" : l'élève tiré au sort explique rapidement la méthode utilisée pour arriver au résultat.

b) Déroulement

Lors de la confrontation des méthodes, l'enseignant veillera à ce que l'enfant qui explique les calculs faits ne se perde pas dans les détails mais sache faire la synthèse de la méthode.

On s'attachera également à bien faire préciser ce que représente chaque nombre.

AFFICHAGE DES RESULTATS

a) Constats : 4 groupes trouvent le même résultat.
1 groupe n'a pas terminé, mais était en bonne voie.

b) Consigne : "*Vous regardez 2 minutes le travail des autres groupes pour trouver des idées*".

c) Chaque équipe explique sa méthode.

Exemple 1 :

"On a fait $171 \times 2 = 342$
 $171 \times 200 = 34200$

On a fait $34794 - 34200$ pour savoir ce qui restait comme
carreaux....etc..."

Exemple 2 :

"J'ai pris 342 parce que ça commençait pareil que 34794".

REMARQUE :

Le dessin des contrôleurs permet à la maîtresse
de tenir un discours qui utilise des mots du pro-
blème : rangées, carreaux, etc....

C'est la première séance pour laquelle il n'y a
pas de validation à l'aide du matériel. C'est la
concordance des résultats ainsi qu'une formulation
des méthodes qui fait que le groupe classe va ac-
quérir la certitude que les 4 groupes qui ont le mê-
me résultat ont un résultat exact.

Dès à présent, la maîtresse doit inviter les enfants
à mettre au point une façon de vérifier leur travail :
multiplier le nombre de rangées par le nombre de
carreaux par rangées puis ajouter le nombre de
carreaux de la rangée incomplète.

Il serait inutile de vouloir se dégager de ces mots
et vouloir introduire un vocabulaire lié à la di-
vision qui n'aurait aucune raison d'être ici.

.../...

La maîtresse termine en demandant :

- Quelles sont les opérations sur les feuilles de papier ?
- En combien de coups ^(*) vous avez fait ce travail ?

Cette dernière question permettra d'enchaîner avec la 4ème leçon, les enfants élisent les travaux ① et ④.

Le travail ① restera affiché lors de la 4ème séance.

(*) (le nombre de coups est dans l'état des connaissances des enfants le nombre d'opérations d'ajustement pour approcher le nombre qui sera, plus tard, le dividende.

: Illustrations.

$171 \times 2 = 342$
$171 \times 3 = 513$
$171 \times 4 = 684$
$171 \times 5 = 855$
$171 \times 6 = 1026$
$171 \times 7 = 1197$
$171 \times 8 = 1368$
$171 \times 9 = 1539$

Le répertoire est une fiche cartonnée proposée à chaque groupe. Son utilisation permet aux enfants de se libérer momentanément des tâches de multiplication.

pas seulement
→ plus tard travail sur les rangs et non sur la
totalité du dividende en unités simples

.../...

- Un exemple de production écrite

Carreaux 34794

$$\begin{array}{r} 34794 \\ - 34200 \rightarrow 2002 \\ \hline 00594 \\ - 513 \rightarrow 32 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$10 \times 171 = 4710$$

$$21 \times 171 = 3591$$

$$3420 \star 171 = 3591$$

$$171 \times 100 = 17100$$

$$120 \times 171 = 17100 + 34204 \\ = 20520$$

$$190 \times 171 = 17100 + 15390 \\ = 32490$$

$$200 \times 171 = 34200$$

$$215 \times 171 = 34200$$

$$1710 + 855 = 36765$$

Voici un exemple de production écrite d'un groupe lors de la 3ème séance.

Les enfants sont dans une phase de recherche. Il ne s'agit pas d'exiger une disposition proche de la division.

Toutefois les maîtres ont les exigences habituelles de présentation afin que les enfants présentent des travaux lisibles.

C'est en même temps que la classe prend conscience qu'elle élabore un nouvel algorithme que les exigences concernant la disposition des calculs seront développées. Le maître y apportera les conventions reconnues dans la pratique de la division. (Cf. voir débat reproduit en 5ème séance).

.../....

LA DIVISION

4ÈME SÉANCE

Le but de cette séance est de faire réfléchir les enfants sur leur stratégie qui se révélera être petit à petit l'algorithme de la division. Pour cela, nous les faisons parier sur le nombre de coups. Cette séance ne comporte pas de validation matérielle.

nombre d'opérations d'ajustement -

MATERIEL

- 5 grandes feuilles blanches
- Markers
- Aimants
- 5 répertoires

1°) Première partie de l'activité (5 mn)

SITUATION DE RECHERCHE

Cette fois notre carreleur a un stock de 57896 carreaux. Il doit carreler le sol d'une grande pièce et pour cela il fait des rangées de 1912 carreaux chacune.

Peux-tu dire combien il pourra faire de rangées complètes ?

L'objectif de cette partie est d'expliciter la situation. On pourra faire dessiner aux enfants le début de la représentation du carrelage, car cette activité ne comportera pas de vérification expérimentale.

a) Consigne orale

Le texte du problème est écrit au tableau.

(1) *"Vous lisez ce texte ; s'il y a des mots que vous ne comprenez pas, nous les expliquerons une fois que tout le monde aura lu"*

(2) *Quels sont les renseignements importants donnés dans ce texte ? Que demande-t-on de chercher ?*

b) Déroulement

- Les enfants lisent silencieusement le texte.
- Expliquer : stock.
- Recherche des renseignements importants → on le note au tableau, ainsi que la question posée.
- Puis quelques enfants sont chargés de résumer la situation afin que l'enseignant s'assure qu'elle est bien comprise, que tout le monde sait bien ce qu'il faut chercher.

.../...

2°) Deuxième partie de l'activité (30 mn)

L'objectif de cette activité va être :

(1) De parier par équipe sur le nombre de "coups" par lesquels les calculs seront faits pour trouver le quotient et le reste.

On amorce ainsi une évaluation de l'ordre de grandeur du quotient. Cependant, lors de cette séance, les enfants ne feront référence qu'aux méthodes utilisées et élues hier.

(2) Calculer le nombre de rangées complètes (quotient) et le nombre de carreaux restant (reste de division).

a) Consigne orale

- *Nous allons travailler en cinq équipes. A chaque élève est attribuée une lettre.*

- *"Avant de calculer, vous allez parier, par équipe, en combien de coups vous pouvez faire ce travail".*

- *"La dernière fois, vous aviez choisi le travail du groupe 1"*

(La maîtresse affiche le travail du groupe 1 est de la 3ème séance et réexplique le nombre de coups).

- *"Vous allez parier, l'équipe qui aura gagné sera celle qui aura prévu juste, ou qui fera en moins de coups que prévu".*

.../...

b) Déroulement

- Les enfants travaillent en 5 équipes de 5.

- L'enseignant donne la consigne 1.

Les enfants ont quelques minutes pour discuter dans l'équipe (ils possèdent le répertoire lié au problème : cf. exemple de répertoire page 35)

très important -

- Les paris sont écrits au tableau.

Equipe	coups prévus	coups réalisés	Résultats
Equipe 1			
Equipe 2			
Equipe 3			
Equipe 4			
Equipe 5			

- Les enfants calculent ensuite dans leur équipe.

- L'enseignant rappelle les exigences sur une présentation claire en donnant comme exemple les travaux du groupe 1 de la séance précédente.

.../...

Plusieurs groupes continuent à faire des soustractions "de tête",

Nous pensons que cela est dû :

(1) A la présence d'un nombre "très proche" du dividende dans le répertoire (exemple : $192 \times 3 = 576$ et 57896). Arrivés à 57600, les enfants voient bien de tête qu'il reste 296 pour parvenir à 57896. Nous avons évoqué, plus haut, les raisons de ce choix.

(2) Au fait qu'il faut répondre en le moins de coups possible. Ceci a le défaut de rendre les enfants avarés en écriture !

Nous pensons toutefois que les enfants ont élaboré la stratégie qui prépare la division. Nous modifierons les nombres afin de rendre les soustractions difficiles à faire de tête.

3°) Troisième partie de l'activité (20 mn)

L'objectif de cette partie est de formuler une méthode générale de calcul utilisant des procédés efficaces pour trouver le quotient et, à la fin d'opter pour une disposition commune des calculs.

a) Consigne orale

- Nous allons afficher les résultats de chaque équipe et comparer les résultats,
- L'enfant qui a la lettre C viendra expliquer les calculs faits.
- Puis nous discuterons sur les méthodes utilisées.
- Enfin, nous verrons si les paris ont été tenus.

.../...

b) Déroulement

Lors de la mise en commun, les enfants ont eu à préciser ce que signifiait un coup (une multiplication et la soustraction associée).

- Le but de cette séance n'était pas de résoudre le problème en le moins de coups possible mais, par le biais de cette consigne, de préciser plus nettement la nature de la tâche : mettre au point un procédé de calcul. Notons que les enfants ne disposent pas d'une méthode leur permettant de prévoir le nombre de coups. L'idée même de pouvoir prévoir peut étonner les enfants. (C'est pour cela que nous parlons de paris).

Un groupe avait prévu 7 coups. Il a réalisé le travail en 3 coups.

- Les autres groupes avaient prévu 4 coups, tous sauf un ont réalisé le travail en 3 coups.

.../...

BILAN DE LA 3ÈME ET 4ÈME SÉANCE, OBJECTIFS

COMMENTAIRES

La mise en place d'un algorithme est lancée. Les enfants ont une stratégie. Celle-ci est facilitée par l'existence du répertoire et les choix numériques qui favorisent les découvertes. Dans la première phase de la 4ème séance il s'agissait de se mettre d'accord sur une stratégie. Maintenant, il va falloir que cette stratégie se montre utilisable dans des situations moins favorables "a priori".

Mais nous n'allons pas poursuivre cette progression à la même allure. Les séquences peuvent s'espacer (sous peine de rendre moindre l'intérêt).

Pour les "variables numériques", nous allons proposer des situations-problèmes dans lesquelles le résultat (que nous n'appelons pas encore le quotient) ne soit pas du type des 3ème et 4ème séance (203, 302).

Rappelons que ces résultats permettaient à une ligne du répertoire d'être proche de la partie gauche du dividende. Mais continuer ce genre d'exemple mettrait en place des habitudes non souhaitées à moyen terme.

Choisir un quotient du type 754, rendra plus difficile l'utilisation d'un répertoire mais réhabilitera la soustraction. Plus tard seulement, nous proposerons des situations-problèmes sans répertoire.

.../...

PERSPECTIVES

Plusieurs points sont à voir maintenant :

(1) Depuis la 3ème séance, il n'y a plus de preuve par une action réellement faite par un groupe. Aussi il va falloir se munir d'une preuve d'une autre nature. Cela sera l'occasion d'introduire l'écriture en ligne $a = b.q + r$

(2) Les **situations** que nous avons proposées sont volontairement typées (oeufs - carrelages). Elles avaient les qualités souhaitées pour le démarrage d'un apprentissage. Il va falloir que nous élargissions dès à présent le champ d'utilisation de ce que sera la division. La 5ème séance répond en partie à ce 2ème point.

(3) Jusqu'à présent, nous n'avons pas effectué de contrôle individuel. Cela aurait nuit au contrat maître-élève en explicitant trop les attentes du maître. Nous attendrons encore 2 ou 3 séances avant de pratiquer ce contrôle. Nous prévoyons qu'à ce stade, les enfants auront mieux explicité leur reconnaissance d'une "nouvelle" opération à laquelle nous donnerons le nom de division. Dès lors, un contrôle leur paraîtra logique.

LA DIVISION
5ÈME SÉANCE

Dans cette séance, nous proposons une situation problème où la division n'est pas la seule opération à effectuer.

MATERIEL

- 5 grandes feuilles blanches
- Markers
- 5 répertoires

1°) Première partie de l'activité (5 mn)

SITUATION DE RECHERCHE

Un centre d'accueil organise un séjour de classe de neige pour le mois de Février

Il dispose de subventions de

- *La DASS : 526 890 F*
- *La Mairie : 350 000 F*
- *La Jeunesse et Sports : 97 437 F*

Le montant du séjour pour un enfant est de 2752 F.

Le but de cette activité est d'explicitier le texte et de discuter sur ce **que l'on** peut trouver avec tous ces renseignements.

.../...

a) Consigne orale

- "Vous lisez chacun le texte. Nous expliquerons ce que vous ne comprenez pas.

- Que pensez-vous de cette situation ?"

b) Déroulement

Le texte écrit au tableau est lu par les enfants. Des explications sont données : centre d'accueil, subventions, DASS, Jeunesse et Sports, montant.....

. Très vite, les enfants remarquent qu'il n'y a pas de questions dans ce problème et se demandent ce que l'on peut trouver avec ces renseignements.

De combien d'argent dispose le centre ?

Combien d'enfants peuvent aller en classe de neige pour le mois de février...?

. La maîtresse s'assure que la situation est bien comprise que tout le monde sait bien ce que l'on cherche.

2°) Deuxième partie de l'activité

Le but de cette activité est :

(1) De répondre individuellement à la lère question

(2) De prévoir par les calculs le nombre d'enfants pouvant partir en classe de neige.

Les calculs souhaités seront : un minimum de multiplications et de soustractions.

Des exigences de présentation seront demandées.

.../...

a) Consigne orale

(1) Vous allez calculer sur le brouillon le total des subventions puis nous corrigerons ensemble.

(2) Par équipe vous allez prévoir en combien de coups (de multiplications-soustractions) vous pourrez trouver le nombre d'enfants pouvant partir à la neige en Février.

Puis vous calculerez en présentant très clairement vos calculs et vos résultats.

b) Déroulement

(1) Les enfants trouvent très rapidement le total des subventions. Correction collective. On note le résultat dans le texte.

(2) Le maître demande de prévoir en combien d'opérations (multiplications-soustractions) il serait possible de trouver le résultat. (Il est important de se mettre d'accord sur le sens de "coups" c'est le nombre de "couples" multiplications-soustractions).

- Chaque équipe, après discussion, demande un répertoire qui ayant été préparé sur feuille cartonnée, est distribué. Puis le maître relève les paris de chaque équipe qui sont notés dans un tableau identique à celui de la séance précédente.

- Le maître rappelle les exigences de présentation: des calculs en affichant les travaux d'un groupe de la séance précédente, ces travaux ayant été choisis par les enfants, car ils étaient clairs et rapides.

.../...

Donc, on inscrit clairement :

- . à gauche les opérations en ligne (les essais),
- . à droite le nombre d'enfants

Tous les calculs doivent figurer même ceux faits "de tête"

La phrase réponse est exigée.

3°) Troisième partie de l'activité

Le but de cette activité est de confronter les méthodes utilisées et de conclure sur le fait que la stratégie des multiplications-soustractions est la plus rapide et la plus sûre.

La maîtresse demande comment on peut vérifier un résultat obtenu, et précisera que l'on est en train de construire un procédé de calcul de la division.

a) Consigne orale

- Chaque équipe va afficher ses résultats
- Vous avez quelques minutes pour comparer les méthodes utilisées
- Un membre de chaque équipe va expliquer la méthode utilisée par son équipe.
- On verra si les paris sont vérifiés.

.../...

b) Déroulement

En ce qui concerne le nombre d'enfants, la plupart des équipes ont trouvé le même résultat.

Trois équipes ont trouvé le bon résultat en 3 coups :
Le quotient a été obtenu par $\times 300$ suivi de $\times 50$ suivi de $\times 4$.

Une équipe l'a trouvé en 4 coups :
: $\times 300$ (Ils s'aperçoivent
x 5 très vite qu'ils
x 9 auraient pu calcu-
x 40 ler en 3 "coups")

La 5ème équipe a commencé par 2752×300 , puis a hésité entre 2752×50 et 2752×60 , mais a perdu très vite le sens des calculs entrepris.

Lors de la correction, les enfants de cette équipe ont vu leur erreur et retrouvé la bonne démarche.

Cette équipe a posé la multiplication 2752×354

Ce qui permet au maître d'introduire la notion de validation.

"Comment peut-on voir si on ne s'est pas trompé ?"

Bien insister sur la signification de chaque nombre.

La vérification est présentée ainsi :

$$974\ 327 = (2752 \times 354) + 119$$

Le maître conclut la séance en disant qu'à travers tous ces calculs les enfants sont en train de construire une division (bien sûr un peu différente de celle connue par leurs parents).

Puis le maître demande aux enfants pour la séance suivante d'inventer un problème dans lequel il y aura une division.

.../...

LA DIVISION 6ÈME SÉANCE

Dans cette séance, nous allons demander à chaque enfant de rédiger lui-même un problème où il pense qu'il aura une division à effectuer.

Une telle activité est proposée dans le but :

. de bien préciser qu'à un même type de problèmes correspond un type de résolution que l'on appelle division ; c'est une nouvelle opération.

. d'obtenir de nouvelles situations.

. de développer le sens des responsabilités dans la gestion de la classe.

. les problèmes produits sont présentés ci-après.

. au cours de cette séance, un seul problème sera traité par l'ensemble de la classe.

1°) Première partie de l'activité

- Les problèmes inventés par les enfants sont lus par chacun d'eux.

- Après chaque lecture, les enfants commentent : "c'est un problème de division " (ou non)

Remarque :

La majorité des enfants ont trouvé des situations que l'on peut résoudre par division ; quelques-uns font appel uniquement à une soustraction (combien manque-t-il de ? ou à une multiplication (un livre coûte 35 F combien coûtent 275 livres que possède une librairie ?) (Cf. Problèmes joints en Annexe)

.../...

- Certains problèmes avec des nombres trop simples seront revus. Une dizaine de situations est choisie. Parmi ces situations, un problème est élu par les enfants.

- A propos de ce problème, le nombre de voitures du garagiste a fait l'objet de quelques remarques.

TEXTE DU PROBLEME CHOISI (Frédéric et Olivier)

Un marchand de voitures a besoin de 952 752 F. Il a 910 192 voitures dans son atelier. Une voiture coûte 9999 F. Combien devra-t-il vendre de voitures pour avoir l'argent dont-il a besoin ?

2°) Deuxième partie de l'activité

- Le problème est écrit au tableau et lu silencieusement.
- Les auteurs du problème répondent aux questions de leurs camarades.

- Mise au travail.

a) Préparation du matériel

- . grandes feuilles blanches
- . distribution des markers
- . constitution collective du répertoire demandé par les enfants

b) Le maître rappelle les consignes de présentation ?

Essais

Francs

Nombre de voitures

.../...

Les rôles des colonnes sont retrouvées collectivement.

c) Les enfants travaillent par groupes (toujours les mêmes qu'aux précédentes séquences)

. Olivier et Frédéric font également les calculs

3°) Troisième partie de l'activité

- Les résultats sont affichés au tableau.

- Olivier et Frédéric donnent leurs résultats vérifiés auparavant par le maître.

- Après avoir observé les résultats et s'être mis d'accord sur le bon résultat, chacun observe les méthodes utilisées.

Commentaires : (Voir travail des groupes pages 53 et 54)

- 3 groupes sur 5 ont calculé en deux opérations

$$9999 \times 90$$

$$9999 \times 5$$

- 1 groupe a été un peu plus long

$$x 90 \quad x 3 \quad x 2$$

- 1 groupe enfin a très bien démarré

$$9999 \times 90$$

Mais a ensuite enlevé 9999×1 cinq fois.

Il est rassurant cependant qu'il n'y ait pas de perte de sens.

- Les calculs ont été très bien disposés nous nous intéressons tout de suite à la comparaison des méthodes (Ex : quelles sont celles qui nécessitent le moins de calculs).

.../...

Travail du groupe 4

Les essais

$$9999 \times 90 = 899910$$

$$9999 \times 2 = 19998$$

$$9999 \times 3 = 29997$$

952 752

$$\begin{array}{r} 952 \ 752 \\ - 809090 \ 910 \\ \hline \end{array} \rightarrow 90$$

$$\begin{array}{r} 052 \ 842 \\ - 52 \ 842 \\ \hline \end{array} \rightarrow 2$$

$$\begin{array}{r} 32 \ 844 \\ - 290 \ 987 \\ \hline \end{array} \rightarrow 3$$

$$\begin{array}{r} 02 \ 847 \\ \hline \end{array} \rightarrow 95$$

nombre de voitures

Il a vendu 95 voitures pour avoir son argent.

6 scènes

.../...

Travail du groupe 5

les essais

$9999 \times 90 = 899910$		
$952\ 752$		
$- 9999 \times 910$		
$052\ 842$		
$- 9999 \times 999$	→	90
$052\ 843$		
$- 9999 \times 999$	→	1
$032\ 844$		
$- 9999 \times 999$	→	1
$032\ 844$		
$- 9999 \times 999$	→	1
22845		
$- 9999 \times 999$	→	1
12846		
$- 9999 \times 999$	→	1
02847		
	→	95

952 752

nombre de ~~comptes~~ voitures

95

5

Il nous a 95 voitures et il lui reste 2847.

Annexe séquence n°6

- Textes des autres enfants

Serge

Un aéroport a besoin de 3 360000 F. Pour avoir cet argent, l'aéroport fait augmenter les prix de 5600 F par personne.

Combien faudra-t-il de personnes pour avoir tout cet argent ?

Christophe

Un jardinier a 24399 radis, il veut en mettre 171 par rangée.

Combien fera-t-il de rangées complètes ?

Silvia

Dans un magasin un vendeur dispose de 97352 boîtes. Il doit les mettre par rangées de 1312. Combien fera-t-il de rangées ?

Corinne

C'est un jardinier qui veut planter 23 284 fraisiers. Il ne peut en planter que 600 par rangée.

Combien de rangées aura-t-il ?

Salem

Un boulanger dispose de 25729 pains. Il veut savoir si on ne lui a rien volé, mais il veut les compter par rangées de 200 pains.

Combien y-a-t-il de rangées complètes ? Combien lui restera-t-il de pains ? (s'il y en a)

MICHEL

Un marchand de fleurs a 8636 fleurs. Il ne peut mettre que 20 fleurs dans un vase.

Combien y-a-t-il de vases ?

LAURENCE

La bibliothécaire a reçu 47982 livres. Elle doit les mettre par rangées de 78.

Combien y aura-t-il de rangées complètes ?

Sonia

Un vendeur a 23456 sucettes. Il veut les ranger dans des boîtes. Dans une boîte il peut en mettre 24.

Combien aura-t-il de boîtes complètes ?

Christophe

Ma mère veut acheter 10 chiens. Les 10 chiens coûtent 3560F.

Combien coûte un chien ?

Oliver

Un fermier a du foin pour nourrir 8000 vaches pendant 120 jours. Il achète 4 vaches de plus. Avec la même réserve de foin.

Combien de jours pourra-t-il nourrir le nouveau troupeau ?

Valérie

Un jardinier doit planter des arbres dans son jardin, par rangées de 9098. Il y a 100800 arbres. Combien fera-t-il de rangées complètes ?

Sandrine

Un boulanger dispose de 2240 baguettes d'avance. Il les range en vitrine par rangées de 85.

Combien va-t-il faire de rangées complètes ?

JOEL

Maman veut acheter des lits pour les enfants. Elle amène 2759,59 F au marché ? Un lit coûte 150 F.

Combien de lits pourra-t-elle acheter ?

JEROME

En classe de mer un boulanger a 1986 chocolatinnes. Il en vend 8 par enfant. Combien d'enfant pourront acheter des chocolatinnes et combien en restera-t-il au boulanger ?

LUDOVIC

Une mairie à 100752 F et elle veut faire une équipe de football. Elle donne 5040 F à l'entraîneur et 6500 F à chaque joueur.

Combien de joueurs pourront aller jouer ?

Bertrand

Un enquêteur a fait 25775 enquêtes en trois ans. Combien en moyenne a-t-il fait d'enquêtes par mois ?

Sandrine

Un livreur de bananes va apporter 300 bananes pour l'école. Les élèves sont 1550 il n'a pas assez de bananes.

Combien va-t-il chercher de bananes ?

VALERIE

Dans une école, il y a 45673 pots de colle, on est 369 élèves dans l'école.

Combien aurons-nous de pots de colle chacun ?
Combien restera-t-il de pots de colle ?

KARINE

Le jardinier a 58510 fleurs. Il fait des paquets de 300 fleurs. Combien fera-t-il de paquets ?

Le jardinier a fait 194 paquets de fleurs. Il lui reste 290 fleurs.

VIRGINE

Je suis allée au marché, j'ai acheté 10665 kg de poires pour le grossiste. Dans un cageot, il y avait 25 kg de poires. Combien y avait-il de cageots ?

LA DIVISION
7ÈME SÉANCE

- Séance de bilan pour que le maître se rende compte de ce que chaque enfant est capable de faire individuellement. (travail individuel dans l'apprentissage).

- Depuis 2 séances, il a été demandé aux enfants d'inventer des situations problèmes que l'on peut résoudre par une division, afin de redonner du sens à l'opération.

- Le maître pour cette nouvelle séance à partir de textes d'enfants, a choisi une situation utilisant un dividende à 5 chiffres, et au futur quotient à trois chiffres dont le nombre des centaines est 9, afin de favoriser le groupement des centaines.

1°) Première partie de l'activité

- Le texte choisi est écrit au tableau.
- Les enfants le copient sur une feuille de classeur.

SITUATION DE RECHERCHE

*Un vendeur a 23456 sucettes ; il veut les ranger dans des boîtes. Dans une boîte, il peut mettre 24 sucettes.
Combien aura-t-il de boîtes complètes.*

a) Consigne orale

- Vous lisez ce problème, s'il y a quelque chose que vous ne comprenez pas, nous l'expliquerons ensuite.

b) Déroulement

- Lecture silencieuse du texte

- Discussion : le maître s'assure que chaque enfant "imagine" bien la situation. Il fera bien préciser ce que l'on cherche.

2°) Deuxième partie de l'activité

a) Consigne orale

- Vous allez travailler tout seul.

- Nous allons ensemble chercher quelle opération il faut faire pour répondre au problème de Sonia.

b) Déroulement

- Les enfants reconnaissent une situation de division.

- Tous ensemble on rappelle les consignes quant à la disposition des trois colonnes.

- On les trace et on donne du sens à chacune d'elle .

<u>Les essais</u>	<u>nombre de sucettes</u>	<u>nombre de boîtes</u>

- Les enfants réclament un répertoire.

- Le maître demande à chacun de le calculer sur le brouillon.

- Travail individuel.

.../...

Il n'y aura pas de correction immédiate.
Le maître relève les feuilles et fera un bilan
personnel

c) Résultats

- 7 élèves ont réussi en faisant entre 3 et 8 coups .
- 5 n'ont pas terminé.
- 9 n'ont rien fait ou se sont perdus, lors des calculs
- 3 ont juste commencé.

.../...

LA DIVISION 8ÈME SÉANCE

APRES LE CONTROLE

- Dans ce contrôle, nous n'avons pas donné de répertoire. En effet, si les enfants prennent l'habitude d'utiliser le répertoire sans l'avoir conçu ils perdent de vue le sens de la situation. Le contrôle le confirme pour 9 élèves.

Aussi nous reprenons cette situation sous forme de séquence.

Objectif

- Sur la situation-problème du contrôle, chaque élève va constituer le répertoire.

- Constituer des petits groupes de la manière suivante :

Les 7 élèves qui peuvent terminer restent seuls.

Les 9 élèves qui n'ont rien s'associent aux 7 élèves qui ont terminé. (Par groupes de 2 ou 3).

Déroulement

(1ère phase) : 10 mn : la maîtresse écrit la situation au tableau. Les enfants relisent la situation.

.../...

Consigne

Vous allez fabriquer le répertoire qui permettra de résoudre ce problème.

(2ème phase) : 20 mn : constitution des groupes selon ce qui a été indiqué plus haut.

Consigne

Chaque groupe doit produire un résultat. Pour cela vous utilisez une feuille de papier. Vous êtes en groupe pour que chacun comprenne.

On explique comment les groupes ont été constitués. La maîtresse n'a pas statué sur le résultat. De sorte que les élèves qui ont terminé supposent avoir trouvé le résultat exact, mais n'en sont pas persuadés. Nous ne voulons pas faire une correction avec production du modèle réussi.

Notre objectif était que les 7 élèves qui n'avaient pas terminé auraient terminé et que les 9 autres qui n'avaient rien ou peu fait auraient progressé. Résultats : Deux élèves parmi les 9 sont en difficulté. Il nous paraît important que les enfants se réinvestissent dans leur travail de la veille. Pour cela, il ne faut pas dire quel est le résultat exact. Le but de cette séance serait, dans ce cas tout autre.

.../...

LA DIVISION
9ÈME SÉANCE

Cette séance propose une situation dans laquelle il n'y a pas de division à effectuer. Toutefois cette situation peut aboutir à une écriture de type $a = (b \times c) + d$. Ce type d'écriture en ligne sera repris dans les séquences suivantes .

1°) Première partie de l'activité

Le problème suivant est écrit au tableau.

Une usine de mise en conserve de haricots verts expédie 216 caisses complètes contenant chacune 48 boîtes de haricots, et une caisse incomplète contenant 35 boîtes.

a) Consigne orale

- Vous lisez le texte, s'il y a quelque chose que vous ne comprenez pas, nous l'expliquerons ensuite"

b) Déroulement

- Les enfants réexpliquent la situation.

- Précisions données sur la caisse incomplète. Certains enfants disent que le supermarché n'acceptera pas la caisse incomplète : on indiquera sur la caisse qu'il n'y a que 35 boîtes.

- Les enfants trouvent rapidement la question à poser.

.../...

La maîtresse l'écrit au tableau

Trouve le nombre de boîtes de haricots verts expédiées par l'usine.

2°) Deuxième partie de l'activité

a) Consigne orale

- "Vous allez travailler par deux, sur une feuille de brouillon".

b) Déroulement

Les enfants voient rapidement qu'il faut faire une multiplication : 216×48

3°) Troisième partie de l'activité (Voir page 64)

Correction

a) Un élève vient au tableau faire la correction.

$216 \times 48 = 10\ 368$	(Multiplication effectuée à la grecque)
$(216 \times 48) + 35 = 10\ 403$	

b) Commentaires

* Un élève propose une autre façon de calculer

$(217 \times 48) = 10\ 416$

.../...

- Un exemple de travail réalisé lors de la 3ème partie de l'activité.

$$216 \times 48 = 10368$$

	2	1	6	
1	① 8	① 4	① 4	4
0	1 6	8	4 8	8
	3	6	8	

$$10368 + 35 = 10403$$

L'usine envoie 10403 pâtes*

.../...

"J'ai fait comme si la dernière caisse était complète ce qui fait 10 403 boîtes expédiées.

Puis, j'ai enlevé 13 boîtes qui n'étaient pas dans la dernière caisse.

Donc : $10\ 416 - 13 = 10\ 403$ "

* La maîtresse propose de travailler sur l'encadrement pour faire la synthèse de ces deux remarques :

? < 10 403 < ?

Soit $10\ 368 < 10\ 403 < 10\ 416$

$(216 \times 48) < 10\ 403 < (217 \times 48)$

4°) Quatrième partie de l'activité

Le but de cette partie est d'utiliser les résultats de la 3ème phase.

a) Consigne orale

*"Si je commence le problème ainsi :
Une usine a préparé 10 403 boîtes de haricots verts pour les expédier à un super-marché"*

Comment peut-on continuer ?

b) Déroulement

- Une élève propose d'indiquer que dans une caisse il y a 48 boîtes de haricots verts.

.../...

- Un autre propose la question :

"Combien de caisses complètes l'usine va-t-elle expédier ?"

Un élève demande : "Mais ce n'est pas la même question que tout à l'heure !"

Un élève lui répond : "Bien sûr, on part dans le sens contraire".

- Les enfants voient vite qu'ils connaissent le résultat. Quel est-il? demande la maîtresse

- 216 caisses et il reste 35 boîtes.

5°) Cinquième partie de l'activité

a) Consigne orale

"Vous allez essayer de retrouver ce résultat par le calcul"

b) Déroulement

- "C'est une division" disent les élèves.

- La maîtresse distribue une nouvelle feuille et les élèves se remettent au travail par 2.

- La plupart des enfants refont totalement le répertoire de 48. (Voir page 67)

.../...

Notre objectif était que les enfants décomposeraient
leurs calculs immédiatement

en 200

10

6

- Une correction collective ne sera pas faite car
la maîtresse est passée dans chaque groupe et
s'est donc assurée que chaque groupe avait une
démarche correcte.

.../...

LA DIVISION
10ÈME SÉANCE

Lors de cette séance, les enfants seront amenés à faire des divisions par 10, 100, 1000. Les enfants doivent savoir s'éloigner des techniques toutes prêtes.

MATERIEL

- Feuilles quadrillées (10 x 10) matérialisant des casiers à oeufs.
- Markers
- Grandes feuilles blanches, pour les groupes de calcul.

1°) Première partie de l'activité (Présentation de la situation)

SITUATION DE RECHERCHE

Voici des casiers à oeufs. On veut expédier 2542 oeufs. dans un supermarché. Combien faut-il prévoir de casiers pour les emballer ?

a) Consigne orale

. Chaque feuille quadrillée représente un casier à oeufs (vu d'en haut). Combien y-a-t-il de cases ?

.../...

- "Vous allez présenter les oeufs par une croix. Comment peut-on emballer les 2542 oeufs ?"

b) Déroulement

Le maître propose la situation et fait simuler la manipulation.

2°) Deuxième partie de l'activité : Phase de calculs/Manipulation.

R : On prévoit que les enfants proposent des démarches qui évitent de poser une division.

a) Consigne orale

- Nous allons travailler par groupes comme d'habitude.
- Un groupe va emballer les oeufs

Les autres devront calculer.

- Vous devez tous prévoir le nombre de casiers nécessaires pour emballer les 2542 oeufs.

b) Déroulement

- Les enfants reconstituent les groupes comme de coutume. Ceux qui portent la lettre B constitueront le groupe des manipulateurs.

- On espère que le groupe des manipulateurs redécouvrira que 25 feuilles de 100 cases font 2500 cases.

..../...

3°) Troisième partie de l'activité : Bilan

a) Consigne orale

- . Les groupes de calcul vont afficher les travaux.
- . Les groupes de manipulation donnent les résultats en expliquant la méthode utilisée.
- . Confrontation des résultats avec ceux du groupe manipulation (qui tient lieu de vérificateurs).

- "Vous avez quelques minutes pour comparer les méthodes utilisées par les calculateurs"

- . Discussion

b) Commentaires

Il est souhaitable que lors de la discussion ressorte bien sûr les méthodes les plus rapides et les plus claires mais surtout que les enfants puissent sans difficultés : - encadrer le dividende entre 25×100 et 26×100

$$25 \times 100 < 2542 < 26 \times 100$$

$$2500 < 2542 < 2600$$

- écrire la division sous la forme

$$a = bq + r$$

$$2542 = (25 \times 100) + 42$$

4°) Quatrième partie : Exercices d'application

Calculer le reste de la division suivante

$$1572 = (. \times 100) + r$$

$$2715 = (. \times 10) + r$$

..../...

LA DIVISION
11-12ÈME SÉANCES

Le but de cette séance est de faire le point sur l'algorithme en reprécisant comment :

- Reconnaître un problème de division
- Faire des calculs en le moins de "coups" possible.
- Essayer de ne pas écrire tout le répertoire.
- Donner un sens à l'égalité : $a = bq + r$.
- Pouvoir situer le dividende en l'encadrant de plus en plus précisément.

1°) Première partie de l'activité

Les trois situations suivantes sont écrites au tableau.

(1) Pour nourrir les singes, Tarzan a cueilli 33 333 bananes. Il veut les mettre dans des filets. Un filet peut contenir 22 bananes. Un singe recevra un filet.

Combien Tarzan pourra-t-il nourrir de singes ?

(2) Un livreur de bananes va apporter 300 bananes pour l'école. Les élèves sont 1550. Il n'y a pas assez de bananes.

Combien va-t-il en rechercher ?

.../...

(3) En classe de mer un boulanger a 1986 chocolatinnes.
Il en vend 8 par enfant.

Combien d'enfants pourront acheter de chocolatinnes et
combien en restera-t-il au boulanger ?

a) Consigne orale

- Vous lisez ces trois situations (ce sont des problèmes choisis parmi ceux que vous aviez inventés).

- Parmi ces trois problèmes lequel ou lesquels se résolvent par une division ?

- Les problèmes sont lus silencieusement par chaque élève et expliqués .

- Les enfants choisissent celui ou ceux qui se résolvent par une division (dans leur tête).

2°) Deuxième partie de l'activité

a) Consigne orale

- Parmi les problèmes qui se résolvent par une division, vous en choisissez un.

- Ensuite, vous allez faire les calculs en le moins de "coups" possible.

- Essayez également de ne pas écrire tout le répertoire.

- Vous écrivez la vérification.

.../....

b) Déroulement

- Les enfants travaillent individuellement.
- Le maître s'assure que tous savent ce qu'est calculer en le moins de "coups" possibles.
- Il demande aussi d'effectuer une vérification (cf. leçons précédentes)
- Tous ont éliminé le problème de Sandrine.

4°) Troisième partie de l'activité

- Les problèmes sont lus par un élève
- On reconnaît les 2 problèmes qui se résolvent par une division, (en mettant de côté le problème de Sandrine qui sera corrigé ultérieurement).

Exemple: pour le problème (1)

22 x 1000	< 33	333	<	22 x 2000
22 x 1500	< 33	333	<	22 x 1600
22 x 1510	< 33	333	<	22 x 1520
22 x 1515	< 33	333	<	22 x 1516

.../...

c) Résultats.

C'est le problème n°3 qui a fait l'objet d'une correction plus approfondie que les autres.

(Problème 1 → pas de difficulté pour ceux qui l'ont choisi)

(Problème 2 → correction très rapide).

Un élève en difficulté vient corriger au tableau.

Après un 1er essai : $8 \times 200 = 1600$

L'élève se propose de se "rapprocher" davantage et donne

$$8 \times 300 = 2400$$

$$\text{puis : } 8 \times 220$$

$$8 \times 250$$

$$8 \times 240$$

$$\text{puis : } 8 \times 242 \quad 8 \times 247 \quad 8 \times 249 \quad \rightarrow 8 \times 240 < 1986 < 8 \times 250$$

$$8 \times 245 \quad 8 \times 248 \quad \rightarrow 8 \times 248 < 1986 < 8 \times 249$$

→ Le même élève demande l'encadrement.

$$1600 < 1986 < 2400$$

$$8 \times 200 < 1986 < 8 \times 300$$

Commentaire :

- Bien insister sur l'écriture de la vérification et bien expliquer à quoi renvoie chaque nombre.

- Sans les instituer demander des encadrements du dividende de plus en plus précis.

LA DIVISION

13ÈME SÉANCE

Il s'agit, au travers d'un contrôle, d'observer si, à la suite de la 13ème activité, les enfants peuvent réinvestir une technique de calculs "en le moins de coups possibles" à partir de l'encadrement du dividende.

1°) Première partie de l'activité

La situation suivante est écrite au tableau

Cette situation a été inventée par une élève. Les nombres ont été modifiés afin d'éviter des problèmes de calcul. (par exemple : les deux premiers chiffres du dividende constituent un nombre supérieur au diviseur).

*Les parents ont fait 9728 crêpes pour la fête de l'école.
Ils en mettent 36 par assiette.*

Combien y aura-t-il d'assiettes complètes ?

- 1) Tu écriras l'opération utilisée en ligne.
- 2) Tu calculeras "en le moins de coups possibles" et sans écrire le répertoire.

a) Consigne orale

Vous lisez ce texte et vous le copiez sur une feuille de classeur.

b) Déroulement

- Le maître s'assurera que les questions posées sont comprises par tous.

2°) Deuxième partie de l'activité

Résultats

- * Les enfants travaillent individuellement ,
- * 13 enfants ont rapidement résolu le problème .
- * 4 enfants ont utilisé une démarche correcte (approche le plus près possible du dividende, par un nombre trouvé en multipliant le diviseur par x 100,....) mais les enfants ont fait :
 - soit des erreurs dans le calcul des multiplications
 - soit un arrêt avant l'achèvement.
- * 4 enfants ont fait de très nombreux essais (multiplications) en tentant de retrouver le dividende en 1 seul coup. Ils reviennent donc au modèle d'encadrements par multiplications. Mais la plupart des enfants ont fait des erreurs d'opérations (multiplications - soustractions).
- * Enfin 4 enfants ont échoué.
 - 2 élèves ont fait une confusion de ce type

$$36 \times 130 = \left| \begin{array}{r} 9728 \\ - 130 \\ \hline 9598 \end{array} \right| \begin{array}{l} \rightarrow 130 \\ \text{répertorié} \\ \text{au quotient} \end{array}$$

.../...

* 1 enfant a utilisé un modèle plus primitif
(x 7, x 4...)

* 1 enfant a enfin démarré par des essais cohérents,
puis a perdu le sens.

Ces quatre élèves seront repris lors d'un mo-
ment de soutien par le maître.

3°) Troisième partie de l'activité

Correction :

Une correction individuelle est faite.

LA DIVISION
14ÈME SÉANCE

OBJECTIFS

1°) A partir de l'écriture : $a = bq + r$, être capable de retrouver la division.

2°) Consolidation du sens de la division par la démarche inverse de celle suivie auparavant : Jusqu'alors, le travail sur la division se faisait à partir d'une situation déterminée. Cette fois, on demande aux enfants d'inventer une situation-problème en l'adaptant à une division donnée.

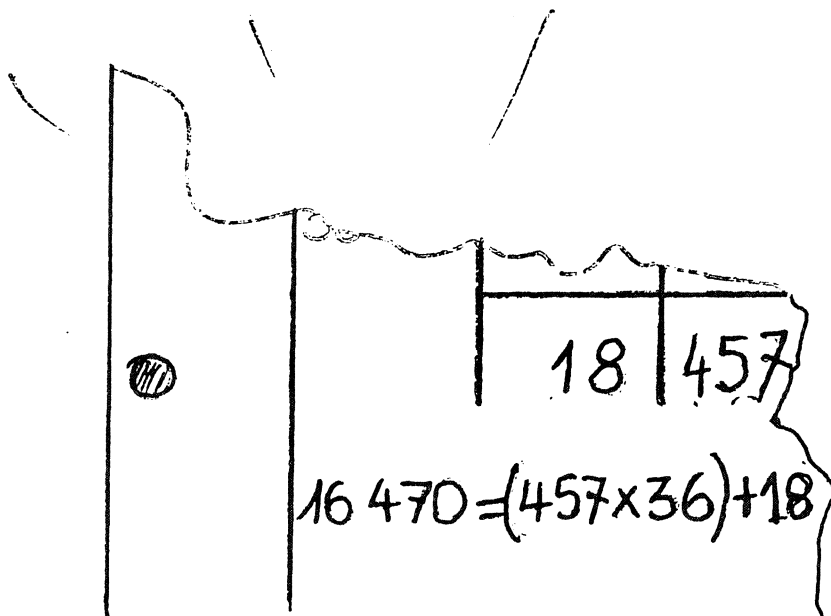
MATERIEL

- 1 feuille de classeur par enfant.
- 1 photocopie par enfant dont voici un exemplaire.

La feuille de Nicolas a été déchirée...

Peux-tu l'aider à retrouver la division qu'il avait faite?

- Ecris-la en ligne.
- Invente une histoire qui peut correspondre à cette division.



.../...

lère partie de l'activité : 10 minutes.

Explicitation de la situation de recherche.

Chaque enfant possède un exemplaire photocopié.
La maîtresse a représenté au tableau le "dessin" qui figure sur le polycop.

Consigne 1 :

"Vous lisez le texte silencieusement et vous cherchez ce que représente le dessin. Ceux qui le voudront pourront expliquer ensuite à leurs camarades ce qu'ils pensent reconnaître".

Un élève lit le texte à haute voix, puis tous tentent d'interpréter le "dessin". On discute et la maîtresse s'assure que tout le monde a bien compris qu'il s'agit d'une feuille de classeur déchirée.

Très vite, les enfants remarquent qu'il s'agit là de la fin de la division. L'un d'entre eux explique que, d'après la disposition des nombres, 18 est le reste et 457 le résultat de la division.

L'écriture : $16470 = (457 \times 36) + 18$ est alors reconnue comme étant la vérification de la division.

Deuxième partie de l'activité (50 minutes)

Consigne 2 :

"Maintenant, vous avez tout ce qu'il faut pour retrouver la division que Nicolas avait faite.

N'oubliez pas d'écrire l'opération en ligne.

Et inventez une histoire qui pourrait correspondre à cette division".

Pendant cette partie de l'activité, chaque enfant est en situation de recherche indivi-

.../...

duelle.

Le rôle de la maîtresse est surtout d'aider ceux qui sont bloqués au début (il y en a eu deux) dans le démarrage de leur activité. Par la suite, elle se contentera de répondre à des questions ponctuelles, mais veillera à ne pas influencer les enfants dans la progression de leur recherche. Elle se gardera bien de dire "c'est juste" ou "c'est faux". Sur 24 élèves présents, 15 se lancent tout de suite dans la reconstitution de la division, 9 préfèrent d'abord une situation-problème.

ANALYSE DES RESULTATS.

24 élèves présents.

A) Reconstitution de la division.

Première analyse : (23) élèves ont posé 16470 au dividende, 36 au diviseur.

(1) élève a posé 16470 au dividende, 18 au diviseur.

Deuxième analyse : (21) ont retrouvé la division
(3) n'ont pas retrouvé la division.

Troisième analyse : Sur les 21 élèves qui ont reconstitué la division :

(17) l'ont faite en trois coups, comme prévu (à savoir : $(400 \times 36) + (50 \times 36) + (7 \times 36)$).

(2) l'ont faite en deux coups : $(36 \times 450) + (36 \times 7)$ et $(36 \times 400) + (36 \times 57)$.

(1) l'a faite en trois coups, mais de façon surprenante : $(36 \times 300) + (36 \times 140) + (13 \times 17)$.

(1) l'a faite en cinq coups.

.../...

B) Ecriture en ligne de la division.

Première analyse :

- ⑮ élèves ont trouvé l'écriture attendue, à savoir :
 $16470 \div 36 = 457$ (reste : 18)
- ⑨ n'ont pas retrouvé cette écriture.

Deuxième analyse :

Sur les ⑨ qui n'ont pas trouvé l'écriture en ligne :

- ④ ont oublié de l'écrire, mais avaient reconstitué la division correctement
- ② ont des écritures en ligne erronées bien qu'ils aient reconstitué la division correctement.
- ③ n'ont pas retrouvé l'écriture en ligne et n'avaient pas su reconstituer la division.

C) Histoires à inventer.

⑩ ont trouvé des histoires cohérentes, dont voici un exemple : "Des pêcheurs attrapent 16470 poissons. Ils mettent 36 poissons dans un paquet. Combien auront-ils besoin de paquets et combien restera-t-il de poissons ?"

① a commencé une histoire cohérente, mais n'a pas formulé de question.

⑤ ont trouvé une histoire cohérente dont la question porte sur le reste. Exemple : "un épicier a 16470 sucres ; il veut les mettre par boîtes de 36.

Combien va-t-il lui rester de sucres ?"

⑥ ont écrit des histoires incohérentes. Exemple : "un marchand a 16470 fraises. Il va à une usine et achète des noix. Il fait tomber toutes les noix en route. Il les ramasse mais il s'inquiète. Il veut les ranger par 36.

Combien fera-t-il de rangées complètes ?" ???

② n'ont rien écrit.

La correction a fait l'objet d'une séance collective au cours de laquelle :

- un élève au tableau reconstitue la division
 - les problèmes rédigés sont lus et commentés afin d'apprécier s'ils sont compatibles ou non avec le travail de Nicolas.
- .../..

LA DIVISION
15ÈME SÉANCE

Le but de cette séance est d'amener les enfants à trouver le nombre de chiffres du quotient par encadrement du dividende.

1°) Première partie de l'activité

Problème (a)

Voici une division : $8543 : 72 =$
Peux-tu dire si l'essai utilisé par "le premier coup"
peut s'écrire :

72×10	}	?
72×100		
72×1000		
72×10000		

Déroulement

- Les enfants travaillent par deux sur le brouillon.
- Correction immédiate au tableau.
- Justification de la correction : 72×100

$$72 \times 100 < 8543 < 72 \times 1000$$

.../...

* Problème (b)

Peux-tu dire maintenant si le résultat de la division (on l'appelle le quotient) se trouve entre 10 et 100, entre 100 et 1000, entre 1000 et 10000.

Déroulement-Correction

- Si l'essai du 1er coup s'écrit 72×100 , le quotient q sera supérieur à 100

$$100 < q < 1000$$

Ce sera un nombre de 3 chiffres.

Afin de prouver que ce n'est pas "magique",
les enfants font la division.

$$8543 : 72 = 118 \quad \text{reste } 47$$

Même déroulement et même consigne pour :

$$12\ 548 : 57 = 220 \quad \text{reste } 8$$

$$53\ 821 : 23 = 2340 \quad \text{reste } 1$$

2°) Deuxième partie de l'activité : Systématisation-Exercices

De combien de chiffres se compose le résultat (le quotient) de ces divisions ? Justifie ta réponse (partie recherche).

* Ce problème peut être abordé immédiatement.

.../...

253 : 18 = → 2 chiffres

7019 : 64 = → 3 chiffres

6238 : 85 = → 2 chiffres

54703 : 295 = → 3 chiffres

35143 : 4819 = → 1 chiffre

- Correction après chaque opération.

- Des remarques seront faites quant au nombre de chiffres du quotient par rapport au nombre de chiffres du diviseur et du dividende.

C O N C L U S I O N

Les 15 premières séances ont permis la découverte d'une nouvelle classe de problèmes dont la résolution s'accompagnait de l'élaboration de l'algorithme de la division euclidienne.

Au stade de la **progression**, les productions écrites de l'algorithme de la division sont, par exemple :

$$\begin{array}{r|l} \textcircled{1} & 5584 & 32 \\ & - 3200 & \hline & 2384 & 100 \\ & - 2240 & 70 \\ & 0144 & 4 \\ & - 128 & \\ & 016 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \textcircled{2} & 5584 & 32 \\ & - 3200 & \hline & 2384 & 100 \\ & 1600 & 50 \\ & 0784 & 10 \\ & 320 & 10 \\ & 464 & 4 \\ & 320 & \\ & 144 & \\ & - 128 & \\ & 16 & \end{array}$$

$$5584 = 32 (100+70+4)+16$$

$$\begin{array}{r|l} \textcircled{3} & 5584 & 32 \\ & - 3200 & \hline & 2384 & 174 \\ & 2240 & \\ & 0144 & \\ & - 128 & \\ & 016 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \textcircled{4} & 5584 & 32 \\ & - 3200 & \hline & 2384 & \underbrace{100+70+4}_{174} \\ & - 2240 & \\ & 0144 & \\ & - 128 & \\ & 016 & \end{array}$$

.../...

Certains enfants ont encore tendance à ne pas réaliser la division ou le minimum de coups (ex : (2)). La plupart des enfants conservent les soustractions écrites.

Les séquences 15 à 30 inscrites sur le planning indicatif en début de la partie C.M.1. sont des séquences (non décrites dans ce fascicule) au cours desquelles la division a été abordée dans des situations problèmes et qui permettent de mettre en place définitivement une présentation de type (3) Mais ces dernières séquences n'ont plus pour objet premier la mise en place de la division.

P R É A M B U L E

Depuis la fin du C.E.2. et particulièrement au C.M.1., les enfants ont construit, utilisé et perfectionné des procédés permettant d'effectuer n'importe quelle division euclidienne.

Il s'agit pour les élèves de C.M.2. :

- De confirmer les notions de quotient et de reste
- De manipuler "toujours et encore" l'ordre de grandeur du quotient.
- De parvenir à une présentation économique et éventuellement "définitive" d'une technique de calcul.
- De mettre en oeuvre cette technique à bon-escent avec une fiabilité raisonnable tout au long de l'année scolaire.

REMARQUE :

On ne trouvera, dans les activités décrites ci-après ni l'élaboration ni la mise en oeuvre d'une technique de calcul de quotients décimaux approchés de deux naturels. En effet, ce travail à l'école Jules Michelet est intimement liée aux activités sur les nombres décimaux qui font l'objet d'un autre fascicule en cours de rédaction à l'I.R.E.M. de Bordeaux.

.../...

Comme dans le préambule du CE2 et du CM1, il nous semble important de rappeler deux principes de base qui garantissent la reproductibilité des activités décrites ci-après :

① Sur le plan de la conduite de classe : plusieurs activités étant organisées sous forme de jeu de communication, il importe que les enfants aient une certaine habitude d'échanger des informations, de justifier leurs affirmations en vue d'organiser des "débat" permettant de construire un savoir devant être institutionnalisé.

② Sur le plan des savoirs-faire, il est indispensable que les enfants aient :

- une "bonne" maîtrise du fonctionnement de la numération.
- une pratique fiable de l'addition, de la multiplication et de la soustraction.
- une certaine pratique de l'estimation de l'ordre de grandeur d'un résultat (sans poser l'opération).

A N T É C É D E N T S

Nous pouvons reprendre ici intégralement les ANTECEDENTS décrits dans la partie CM1. Le lecteur s'y reportera avec profit en adaptant éventuellement les exemples au niveau de sa classe.....

• Complétons en rappelant le résultat d'une étude (Voir Compte Rendu du Stage IDEN-IREM de Bordeaux) faite à propos de 2 exercices suivants :

- (A) Quel est le nombre de dizaines du nombre 458 ?
- (B) Une équipe de relais comprend 10 élèves. Combien d'équipes peut-on former avec les 458 élèves de l'école ?

Indépendamment de l'"éternel" problème du vocabulaire CHIFFRE des dizaines (ici 5) et NOMBRE de dizaines (ici 45) l'examen des comportements des enfants de CM (Echantillon sur l'Académie) sur ces 2 exercices montre que la plupart des élèves ne fait pas le rapprochement entre l'exercice (A) et la situation (B)

D'où l'intérêt de manipuler depuis le CE non pas uniquement des décompositions du type $458 = 4 \times 100 + 5 \times 10 + 8$ mais aussi $458 = 45 \times 10 + 8$ ("45 paquets de 10 plus 8").

.../...

• Décrivons maintenant quelques exercices sur l'estimation de l'ordre de grandeur d'un résultat (sans poser les opérations). A titre indicatif nous donnons quelques pourcentages obtenus dans les deux CM2 de l'Ecole Jules Michelet durant le courant du mois d'Octobre.

Tu entoures la réponse qui te semble la plus proche du résultat, sans poser l'opération.

1052+857+8149	5000	6%	10000	80%	20000	13%
42500+24+39284	80000	71%	50000	9%	100000	19%
4528-3719	800	25%	1200	72%	200	2%
9999-1001	7000	4%	8000	24%	9000	71%
387x7	2100	29%	1500	10%	2800	60%
53x18	1000	71%	2000	12%	3000	16%

• La 3ème ligne pose des problèmes aux enfants... il est cependant important au niveau de la soustraction (pour la division !) d'avoir un comportement fiable pour l'ordre de grandeur.

• L'avant dernière ligne montre que beaucoup d'enfants (presque 1 sur 3) arrondissent 387 par 300 !...

• A signaler que 27 % des enfants font au plus une erreur (5 ou 6 réponses exactes).

.../...

Sans poser la multiplication, relie chaque produit à la cible indiquant l'ordre de grandeur du résultat (voir exemple).

5012 x 204 96 x 100 3400 x 300
48% 83% 67%

987 x 98 28 x 37
50% 58%

110 x 9 501 x 19 3 x 4 112 x 8
65% 88% 77%

10 10 100 10 000 100 000 1 000 000

- 39 % des enfants font au plus une erreur (7 ou 8 réponses exactes).

- Toutes les erreurs constatées le sont à un zéro près !

.... / ...

Pour chaque produit, un seul des résultats est exact. Sans poser la multiplication, entoure le bon résultat.

34x9	2736	12%	377	2%	306	85%
24x11	2604	2%	264	90%	604	8%
79x23	1817	70%	14321	18%	3427	12%
48x35	1680	65%	590	2%	1250	32%
56x189	10585	15%	5624	15%	10584	70%

- 65 % des enfants font au plus une erreur (5 ou 6 réponses exactes).

Autres exercices

<p>Sachant que $336 \times 18 = 6048$ Complète (sans poser l'opération).</p> <p>$336 \times 19 = 6048 + \dots$ $337 \times 18 = 6048 + \dots$ $335 \times 18 = 6048 - \dots$ $336 \times 17 = 6048 - \dots$ $3360 \times 18 = \dots$ $336 \times 180 = \dots$</p>	<p>Sachant que $36 \times 28 = 1008$ Donne les résultats des produits (sans poser l'opération).</p> <p>$18 \times 28 = \dots$ $36 \times 56 = \dots$ $18 \times 56 = \dots$ $72 \times 14 = \dots$ $12 \times 56 = \dots$ $14 \times 18 = \dots$</p>
--	---

Complète en remplaçant le point
par un chiffre

80	<	21	x	.	<	100
900	<	325	x	.	<	1000
500	<	301	x	.	<	600
450	<	68	x	.	<	550
80	<	4	x	. 5	<	110
800	<	9	x	9 .	<	850

Au dernier match de football, on a enregistré au stade municipal 10 783 entrées à 48 F et 1987 entrées à 105 F. Donne un ordre de grandeur de cette recette (en évitant de poser des opérations).

LA DIVISION : 1ÈRE ACTIVITÉ

Dans cette première séance, nous proposons une "situation-problème" (comme en C.M.1) qui devrait permettre à chaque enfant d'aboutir à un résultat...

- En réinvestissant les notions acquises les années précédentes lors des leçons sur la division.

- Ou en utilisant d'autres procédures.

(Il est important de préciser qu'il n'a pas été dit aux enfants qu'il s'agissait là d'un problème de "division").

MATERIEL

• 1 texte de problème photocopié pour chaque enfant (Si le maître n'a pas la possibilité de faire reproduire le texte, il peut tout simplement l'écrire sur le tableau).

• Des feuilles de papier affiche (65 x 50 environ)

• Des stylos feutres.

.../...

SITUATION DE RECHERCHE

Texte du problème :

45 pays ont participé à une réunion internationale. Chaque pays a envoyé une délégation. Trente d'entre eux ont envoyé une délégation de cinquante personnes, les autres, une délégation de 25 personnes.

Lors de cette réunion, une excursion en cars a été organisée.

Combien a-t-il fallu de cars de 56 personnes chacun ?

1°) Première partie de l'activité (25 à 30 mn)

a) Consigne orale :

"Vous lisez ce texte plusieurs fois de manière à bien le comprendre. S'il y a des mots que vous ne connaissez pas ou qui vous gênent, nous les expliquerons ensemble lorsque vous aurez lu".

Pour le texte du problème proposé "Réunion Internationale" et "Délégation" ont fait l'objet d'explications collectives. La question : "Que doit-on savoir pour trouver le nombre de cars" peut être formulée à l'issue de ces explications.

.../...

b) Déroulement

Durant cette première partie, les enfants ne cherchent que le nombre de participants en travaillant individuellement sur leur cahier de brouillon.

Au bout du temps qu'il jugera raisonnable, l'enseignant dirigera une phase collective pour aider les enfants en difficultés sur cette première étape de résolution du problème.

2°) Deuxième partie de l'activité (30 mn)

a) Consigne orale

"Vous connaissez tous le nombre de participants que je marque sur le tableau. Vous allez maintenant chercher le nombre de cars nécessaires pour amener tous ces participants en excursion.

Vous ferez cette recherche en groupes de 2 ou 3 sur des feuilles de papier que je vais vous distribuer avec des stylos feutres".

Tous les calculs que vous faites doivent être marqués sur cette feuille".

b) Déroulement

Les enfants s'organisent en groupes (2 ou 3) et cherchent le nombre de cars.

.../...

Le maître n'intervient pas dans cette activité sauf si ce n'est pour encourager ou donner des renseignements qui ne peuvent en aucun cas, induire les enfants dans telle ou telle démarche (un résultat de table de multiplication par exemple).

A la fin de l'activité, l'enseignant relève les feuilles sur lesquelles ont travaillé les enfants et qui seront examinées lors de la séance suivante (il ne portera aucun jugement sur les résultats ou le travail réalisé).

3°) Résultats

Tous les groupes ont trouvé une procédure et un résultat (Voir 2ème activité).

.../...

LA DIVISION : 2ÈME ACTIVITÉ

Cette séance a pour but d'analyser et de comparer les différentes procédures mises en oeuvre par les enfants durant l'activité précédente et de mettre en évidence l'algorithme le plus économique.....

Elle se déroule en deux parties :

1°) Première partie de l'activité : Examen collectif des procédures et des résultats (30 mn environ)

a) Consigne

"Hier nous avons fait un problème. Vous souvenez-vous de ce qui s'est passé ?" (Le maître fait faire un rappel très rapide de l'activité précédente).

"Je vais mettre toutes les feuilles au tableau. Vous allez les regarder attentivement et vous pourrez ensuite faire des remarques.

Puis chaque groupe viendra expliquer comment il a procédé".

Après affichage de toutes les feuilles, l'enseignant laisse quelques minutes aux enfants pour observer leurs productions.

La consigne ci-dessus , très "ouverte" peut paraître vague et peu rigoureuse ("regarder... faire des remarques") cependant l'existence d'un contrat implicite entre l'enseignant et les enfants conduit ces derniers à débattre sur la pertinence, l'économie et la validation des différents travaux.

b) Déroulement

Selon les procédures utilisées (il y en a toujours au moins deux) les enfants font des remarques ou des propositions telles que : "Il faudrait ranger les feuilles autrement. On devrait mettre ensemble toutes celles où il y a des multiplications et après celles où il y a des divisions....etc...".

Après les avoir laissé s'exprimer spontanément, le maître demande aux enfants de venir expliquer la méthode qu'ils ont utilisée. Chaque groupe vient donc (au tableau) l'un après l'autre, pour exposer sa démarche, répondre éventuellement aux questions des autres groupes, apporter des précisions, prouver la véracité d'un calcul.....

Un débat entre enfants s'instaure souvent à propos d'une telle situation, débat qu'il convient pour le maître de mener discrètement - sans porter de jugement définitif - mais d'une manière constructive, en retenant les remarques pertinentes qui pourront être reprises dans une phase ultérieure, et en ne relevant pas celles qui n'ont aucun intérêt.

.../...

c) Résultats

53 élèves - 22 groupes de travail (2 classes de CM2)

Il apparaît trois procédures :

1er type : Recherche du résultat
par soustractions
(1 groupe)

Procédure éliminée par les enfants car elle est estimée trop longue

Handwritten student work for the first procedure. It shows three subtraction problems:

$$\begin{array}{r} 7875 \\ - 56 \\ \hline 7819 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7879 \\ - 560 \\ \hline 7259 \\ - 720 \\ \hline 0739 \end{array}$$

To the right, there is a division attempt:

$$\begin{array}{r} 56 \times 10 = 560 \\ 56 \times 11 = 616 \\ \hline 1190 \\ \hline 1190 \\ \hline 0 \end{array}$$

Below the division, there is another calculation:

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 34 \\ \hline 224 \\ + 1680 \\ \hline 1904 \end{array}$$

At the bottom, a handwritten note says: "il a fait 34 car il reste 10 plus."

2ème type : Recherche du résultat
par encadrement avec
des multiplications
(6 groupes)

Procédure aussi éliminée car elle suppose des tâtonnements qui risquent d'être longs.

Handwritten student work for the second procedure. It shows two multiplication problems:

$$56 \times 30 = 1680$$

$$56 \times 4 = 224$$

$$1680 + 224$$

Below these, there is a vertical addition:

$$\begin{array}{r} 1680 \\ + 224 \\ \hline 1904 \end{array}$$

At the bottom, a handwritten note says: "Il faut 34 cars."

Les enfants de ce groupe ont dit après avoir expliqué leurs calculs : "on savait qu'il fallait faire une division, on l'avait posée mais on n'a pas su la finir : on avait bien trouvé 30 mais après, on avait mis 4, c'était trop grand et on n'y est pas arrivé. Alors, on a fait des multiplications !"

.../...

3ème type : Recherche du résultat par un algorithme de division
(plus ou moins économique)

(15 groupes)

①

Nombre de personnes qui partent en excursion : 1875

Nombre de cars pour l'excursion
 $1875 : 56 = 33$ reste 27 personnes

Il faudra commander 34 cars.
et il y en aura un où il restera 29 places.

56	x	20	=	1120
56	x	10	=	560
56	x	3	=	168
				1875
				- 1120
				0755
				- 560
				195
				- 168
				27

$56 \div 1875 =$ reste 27
33

56	x	30	=	1680
56	x	3	=	168
				0027

On a fait une division pour obtenir combien il faut de cars : Il en faut 34

②

$1875 \div 56 = 33$ et reste 27

56		1875	:	33
		168		
		0195		
		168		
		027		

③

2°) Deuxième partie de l'activité : Comparaison des différentes divisions (20 mn environ)

a) Déroulement

Les enfants observent les feuilles qui sont restées affichées. (Seuls sont laissés au tableau, les travaux qui font apparaître un algorithme de division : 3ème type de procédure).

Les enfants doivent rechercher l'algorithme le plus économique.

- . L'algorithme de type (2) (voir page précédente) a été retenu
- . Une comparaison avec le type (3) a été effectuée... (travail d'une redoublante).
- . Des difficultés ont été rencontrées car certains élèves acceptent avec beaucoup de réticences le fait que l'on écrive directement 33 au quotient (c'est cependant cette technique qui doit être mise en place à la fin de l'apprentissage - Voir 3ème activité).

3°) Troisième partie de l'activité :(10 mn environ)

Le maître propose alors une autre division sur le tableau, en précisant qu'il va falloir la faire avec le moins possible de "coups".

Cette division est faite collectivement :

- . Les enfants proposent des procédés ; seuls les plus rapides sont retenus et mis en place.
- . C'est le maître ou un élève qui marque au fur et à mesure les résultats obtenus sur le tableau.

.../...

LA DIVISION : 3ÈME ACTIVITÉ

Cette séance est consacrée à la mise en place de l'algorithme définitif. Pour que cette étude ne soit pas trop fastidieuse, nous avons organisé les phases suivantes :

- Prévisions de l'ordre de grandeur du quotient.
- Vérification des prévisions
- Mise en place de l'algorithme
- Preuve de la division
- Application

I/ PREVISION DE L'ORDRE DE GRANDEUR DU QUOTIENT (5 mn)

L'enseignant écrit sur le tableau l'opération suivante :

$$34\ 728 : 327$$

et demande à un enfant de la lire

a) Consigne orale

"Pouvez-vous essayer de deviner combien il y aura de chiffres au quotient ? Dès que vous aurez une idée, vous écrirez votre réponse sur le cahier de brouillon".

.../...

b) Déroulement

Après quelques instants de réflexion les enfants notent leurs prévisions sur leur cahier de brouillon. Elles sont ensuite marquées sur le tableau et se pose le problème suivant :

"Comment savoir parmi toutes les prévisions que vous avez faites laquelle est la "bonne"?"

Les enfants proposent immédiatement de "faire" l'opération. Ils effectuent leur calcul et comparent le résultat obtenu avec leurs prévisions.

II/ VERIFICATION DES PREVISIONS (10 mn)

a) Consigne orale

"Qui avait bien deviné ?"

"Qui saurait expliquer le raisonnement qu'il a fait pour prévoir ?"

b) Déroulement

Cette phase se déroule sous forme d'un débat entre les enfants. A tour de rôle, ils formulent le raisonnement effectué pour pouvoir prévoir. Il est important que ceux qui ont élaboré un pronostic erroné explicitent leur procédure, ce qui permet au maître de faire avancer la discussion,

.../...

Tous les enfants de la classe ne peuvent intervenir ce qui serait beaucoup trop long. Lorsqu'une stratégie a été exposée, le maître recense les enfants qui ont utilisé cette méthode. Seuls interviennent par la suite ceux des enfants qui ont élaboré un raisonnement différent.

c) Quelques raisonnements faits par les enfants :

- "J'ai vu que si je faisais 327×100 , ça faisait 32700 et je pouvais enlever 32700 de 34728 une seule fois. Alors j'ai pensé que je trouverai des centaines, ce qui fait 3 chiffres".

- "Moi j'ai regardé le nombre de chiffres : j'ai vu que dans 34728, il y a 5 chiffres, dans 327, il y a 3 chiffres. Si j'ajoute 2 zéros à 327, ça fait aussi 5 chiffres et je trouve un nombre plus petit que 34728 mais pas beaucoup plus petit. Alors j'ai vu que ça faisait 3 chiffres au quotient".

- Un enfant intervient : "quelquefois le nombre de chiffres peut faire tromper parce que 5 chiffres à ce nombre (il montre le dividende) et 4 chiffres à celui-là (il montre le diviseur) il peut y avoir 1 chiffre au quotient ou 2 chiffres au quotient (et il donne un exemple de ce type).

12432 : 9872 → 1 chiffre au quotient

75204 : 3241 → 2 chiffres au quotient
ça dépend des nombres".

.../...

III/ MISE EN PLACE DE L'ALGORITHME DEFINITIF (20 mn)

Le maître s'appuie sur la discussion précédente pour faire comprendre l'algorithme définitif aux enfants.

a) Consigne orale

"Nous allons corriger cette division, mais nous allons essayer de trouver le résultat le plus rapidement possible, avec le moins de "coups" possible".

b) Déroulement

L'opération est posée sur le tableau

$$327 \quad \boxed{34728}$$

Le maître prend en compte les recherches des enfants et revient sur la signification de l'activité qui consiste à retrancher 32700 de 34728.

- Comment passe-t-on de 327 à 32700 ?
- Comment continuer le calcul ?

.../...

Le maître profite de la réponse à la première question pour introduire une nouvelle convention d'écriture. Au lieu d'écrire 100 comme on le faisait précédemment on écrira 1 centaine. Le problème de la disposition est résolu rapidement par les enfants "on place 1 au-dessus de 7 car dans 34728 il y a 347 centaines"

Les enfants continuent alors leur calcul, prévoient combien de fois on peut enlever 327 de 2028 (34728 - 32700) et placent 6 au-dessus de 8 car 10 fois c'était trop grand. Ceci a conduit aux dispositions suivantes :

1ère étape

$$\begin{array}{r} 327 \\ 327 \times 100 \rightarrow \begin{array}{r} \\ \\ \hline \\ \end{array} \end{array}$$

2ème étape

$$\begin{array}{r} 327 \\ 327 \times 100 \rightarrow \begin{array}{r} \\ \\ \hline \\ \end{array} \\ 327 \times 6 \rightarrow \begin{array}{r} \\ \\ \hline \\ \end{array} \end{array}$$

Les enfants remarquent immédiatement que l'écriture est incorrecte et qu'il faut placer un zéro au-dessus du chiffre des dizaines.

.../...

$$\begin{array}{r} 106 \\ \vdots \vdots \vdots \vdots \\ 327 \\ 327 \times 100 \rightarrow - \quad 34 \quad 728 \\ \hline \quad \quad \quad 02 \quad 028 \\ 327 \times 6 \rightarrow - \quad 1 \quad 962 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \quad 066 \end{array}$$

Cette phase s'est déroulée rapidement et a été grandement facilitée par la maîtrise qu'avaient les enfants du système de numération ainsi que par leur capacité à apprécier des ordres de grandeur.

Voici à titre indicatif le type de raisonnement qu'ils ont utilisé pour la 2ème étape de calcul.

Le maître demande :

"Pouvez-vous prévoir combien de fois on peut enlever 327 de 2028 ?"

"On ne peut pas l'enlever 10 fois car $327 \times 10 = 3270$ c'est trop".

La moitié de 3270 c'est dans les 1600 car $2 \times 16 = 32$ c'est plus petit que 2028 mais peut-être qu'avec les retenues ça ira ?" Ils essaient alors successivement $327 \times 5 = 1635$ et $327 \times 6 = 1962$

"Pour être vraiment sûr que c'est 6 fois il faut essayer 7 fois. $327 \times 7 = 2289$ c'est trop grand"

L'enseignant pose la question :

"L'opération est-elle terminée ? Pourquoi ?"

Il fait formuler par les enfants : - le reste est inférieur au diviseur.

a) Ici, pour des raisons de commodité, il peut introduire les mots : "dividende", "diviseur" ; (les enfants connaissent déjà les mots : "quotient" et "reste").

b) Il demande ensuite aux enfants de regarder si l'opération qu'ils avaient faite est juste ou fausse. . Si elle est juste, il leur demande s'ils l'ont faite de la même manière (comparaison du nombre de "coups"). . Si elle est fausse, il leur demande pourquoi et les invite à trouver leur erreur (erreur de table, de retenue, de soustraction, etc.....).

IV/ PREUVE DE LA DIVISION

a) Consigne

"Tous ceux qui avaient prévu 3 chiffres au quotient ont bien deviné. Pourtant, malgré cela, certains ont fait l'opération fausse. Comment, auraient-ils pu se rendre compte qu'elle était fausse ?

Et qui saurait prouver que celle qui vient d'être corrigée est exacte ?"

b) Déroulement

Le maître demande ce que signifie le résultat que l'on trouve.

Réponse des enfants :

"On a pu enlever 106 fois 327 de 34728 et il reste 66"

.../...

Les enfants comprennent très vite ce qu'il faut faire et l'un d'entre eux vient écrire sur le tableau :

$$(106 \times 327) + 66$$

Chacun fait son calcul sur son cahier de brouillon et constate qu'effectivement on trouve 34728. Le maître écrit alors sur le tableau :

$$(106 \times 327) + 66 = 34728$$

V/ EXERCICE D'APPLICATION (10 mn)

Le maître propose une autre division :

$$4573 : 78$$

"Avant de la faire, pouvez-vous deviner combien il y aura de chiffres au quotient ?"

Les enfants font des propositions qui sont inscrites sur le tableau. Puis, ils calculent sur leur cahier de brouillon. La correction se fait au tableau par un enfant en difficulté aidé par le maître.

VI/ RESULTATS

Dans l'ensemble tous les enfants ont compris. Mais il ne faut pas espérer qu'ils sont tous capables maintenant de résoudre l'opération par le procédé le plus rapide. Il y aura encore des tâtonnements, des essais....Il ne faut pas oublier que cette technique (qui sera définitive) doit en remplacer une qui était déjà maîtrisée par beaucoup d'enfants.

.../....

Pour que l'algorithme se mette progressivement en place, le maître peut donner pendant quelques temps (une semaine ou deux) une division à faire très rapidement au début de la séance de mathématiques.

- . Les enfants prévoient l'ordre de grandeur du résultat
- . Ils résolvent l'opération

La correction est immédiate. Le maître peut ainsi repérer les enfants qui progressent, ceux qui sont en difficulté... et intervenir comme il convient.

Il réduit progressivement le temps (de 10 minutes, il passe à 8, puis à 5 minutes....) avec l'accord des enfants, et sous forme d'un jeu (une course contre la montre, par exemple). Simultanément, le maître fait une révision des tables* de multiplication et du calcul mental.

1ère division : 227 825 : 2536

80 % trouvent le nombre de chiffres du quotient

72 % font des calculs exacts

2ème division : 35 728 : 29

88 % trouvent le nombre de chiffres du quotient

65 % font des calculs exacts

Ces résultats semblent illustrer que ce n'est pas le nombre de chiffres du diviseur (idée longtemps répandue !) mais au contraire celui du quotient qui soit une "bonne" variable discriminante quant à la "difficulté" d'une division.

LA DIVISION : 4ÈME ACTIVITÉ

Au cours de cette activité, les enfants inventent des énoncés de problème à partir d'une division donnée. Un de ces énoncés sera retenu et communiqué ensuite à une autre classe, ce qui est une activité importante pour les enfants.

I/ REDACTION DE LA SITUATION (20 mn)

Le maître demande aux enfants de proposer une division. L'une d'entre elles est retenue et écrite sur le tableau :

$$453 \ 532 : 3524$$

Le maître retient une division avec des grands nombres (ce sont d'ailleurs presque toujours celles-là qui sont proposées par les enfants).

a) Consigne

"Vous allez inventer une situation qui correspond à cette division. Lorsque vous l'aurez rédigée, vous chercherez le résultat. Puis, nous en choisirons une que vous enverrons à vos camarades de l'autre classe qui devront la faire.

Vous mêmes vous en recevrez une qu'ils vont préparer et vous envoyer".

.../...

b) Déroulement

Les enfants travaillent par groupes de 2 ou 3 : ils ont une feuille blanche sur laquelle ils doivent rédiger le texte de la situation puis effectuer le calcul sur leur cahier de brouillon.

Le maître relève ensuite tous les textes proposés par les élèves.

II/ ANALYSE DES TEXTES (30 mn)

a) consigne

"Je vais lire ces textes l'un après l'autre et vous direz ce que vous en pensez"

b) Déroulement

1°) Chaque texte est lu à haute voix et lentement par le maître. Les enfants donnent leurs impressions : "ça va, ou ça ne va pas". Le maître leur demande alors de préciser pourquoi "ça ne va pas" et ainsi il les amène progressivement à se rendre compte de la plausibilité d'une situation et à éliminer toutes celles qui ne sont pas plausibles.

En effet, pour les enfants du moment que l'énoncé correspond à la division proposée, il est correct.

2°) Au fur et à mesure, les textes seront répartis en trois tas.

.../...

1er tas

Les textes qui ne correspondent pas à une division
(il y en eu qu'un seul)

En 1980 il y avait 453532 souris et
Maintenant en 1982 il en reste 3524.
Combien a disparut de souris depuis
1980 à 1982 ?

2ème tas

Les textes qui correspondent à une situation de division
qui ne sont pas plausibles (les plus nombreux).

Un ranchet possède 453532 vaches il met
3524 vaches par prés -
Combien faudra t-il de prés ?

Gierre a 453532 billes, il veut faire
des paquets de 3524
Combien faut-il qu'il fasse de paquets
et ?

3ème tas

Les textes qui correspondent à une situation de division qui sont plausibles (il y en a très peu)

Une maison d'édition a imprimé 453 532 livres au cours de plusieurs années, 3524 bibliothèques ont acheté ces livres. Combien de livres aura acheté chaque bibliothèque, en sachant que chacune d'elle en a le même nombre.

Une péniche citerne peut contenir 944 t de pétrole. Elle a 378 784 t de pétrole à livrer. Combien doit-elle faire de voyages ?

Seuls les textes du 3ème tas sont retenus.

Un de ceux-ci, choisi par les enfants (sous la conduite du maître) fait l'objet d'une rédaction en commun pour être transmis à la classe parallèle

Les deux textes ci-dessus ont fait l'objet de la communication entre les deux classes parallèles.

.../...

III/ ECHANGE DE TEXTES

Le maître écrit sur le tableau le texte de l'autre classe. Il est lu et commenté par les enfants.

a) Consigne

"Cherchez vite la solution sur votre cahier de brouillon"

b) Déroulement

Les enfants cherchent individuellement. Lorsqu'ils ont terminé, le maître relève les résultats qui seront vérifiés sur le tableau, puis communiqués à l'autre classe.

Le maître peut organiser la même activité en faisant 2 groupes dans la classe (chaque groupe jouant le rôle d'une classe).

Dans ce cas, il est évident que ce sont les enfants d'un même groupe qui se mettront d'accord pour choisir un texte et que ces derniers ne seront analysés qu'après l'échange.

IV/ RESULTATS

Au cours de cette séance, les enfants ont donc inventé des situations qu'ils ont analysées et effectué 2 divisions dont ils ont contrôlé l'exactitude.

Cette activité a fortement intéressé les enfants.

LA DIVISION : 5ÈME ACTIVITÉ

La "dernière" séance consacrée à la division dans \mathbb{N} peut être la résolution d'un problème classique dans lequel il y a une ou plusieurs divisions.

Il est évident que l'étude de la division dans \mathbb{N} n'est pas terminée une fois pour toute. Ce n'est qu'en faisant régulièrement des opérations que les mécanismes se mettront en place. Ces opérations peuvent être données d'une manière systématique ou utilisées dans l'étude d'autres notions (les deux solutions sont souhaitables).

Ce problème peut être :

- composé par le maître (en fonction des notions déjà étudiées).

- ou choisi dans un manuel scolaire de C.M.2 (toujours en tenant compte des connaissances et des acquisitions des enfants).

Exemple de problème proposé :

M. DURAND veut entourer un pré qui a la forme d'un rectangle de 352 m sur 283 m d'une clôture électrique. Cette clôture se vend par rouleaux de 75 m chacun.

1°) Combien M.DURAND devra-t-il acheter de rouleaux ?

2°) Chaque rouleau coûte 95 Francs.

Pour poser la clôture il doit aussi acheter 130 piquets qui valent 18 Francs pièce.

Quelle sera la dépense totale de M.DURAND pour clôturer son pré ?

• Résultats (à titre indicatif) dans les deux CM.2. de Jules Michelet (51 élèves)

- 24 % réussite complète
- En ce qui concerne la 1ère question
 - 76 % des élèves proposent une division par 75
 - 63 % des élèves font un calcul correct (quotient 16 reste 70).
 - 57 % des élèves donnent la réponse 17

A N N E X E 1

* * *
*

1 UTILISATION DE LA CALCULETTE 2 UTILISATION DU MICRO-ORDINATEUR

Tout au long de ces progressions et particulièrement au C.M.1., nous avons essayé de mettre en évidence le rôle du maître dans la gestion de variables didactiques, par exemple :

- le maître décide si les enfants ont à leur disposition ou non, le répertoire
- le maître sait que le nombre de chiffres du quotient détermine les actions des enfants. Il décide donc du nombre de chiffres du quotient
- le maître décide si les enfants doivent prévoir le nombre de coups ou non.

Mais il y a d'autres variables qui pourraient permettre une meilleure approche, par exemple :

- les soustractions successives pourraient être effectuées automatiquement, afin de libérer momentanément les enfants de ces opérations
- l'addition finale pourrait être effectuée elle aussi, automatiquement.

① L'usage des calculettes permet avantageusement le traitement des soustractions successives à condition qu'elles aient le facteur constant en deuxième position pour la soustraction (ce qui est le cas sur la plupart des calculettes "bon marché").

Voici deux exemples d'activités possibles :

.../...

• A partir du C.E.2.

Quatre vingt-dix ouvriers se présentent à la cantine de l'entreprise pour déjeuner. Ils doivent s'installer par tables de douze personnes....

Traitement à la machine.....

Clavier	9	0	-	1	2	=	=	=	=	=	=	=
Affichage	9	90	90	1	12	78	66	54	42	30	18	6

7 tables pleines

1 table pour les 6 derniers

• Au C.M.

Si on classe les entiers dans un tableau, de la façon indiquée ci-contre, dans quelle colonne trouvera-t-on les nombres 1984 ? 10000 ? 3333333 ?

0	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15
..

Traitement à la machine

Clavier	1984	M+	:	7	=	283	x	7	=	M-	MRC
Affichage	1984	1984	1984	7	283.42857	283	283	7	1981	1981	3

Nombre traité

Quotient : sa partie entière est le quotient entier

Réintroduction de la partie entière obtenue

② L'Ecole Normale de Mérignac a produit un logiciel utilisant les idées développées dans cette approche de la division :

Le logiciel se compose en deux parties.

1/ Une partie destinée au maître qui lui demande de fixer certaines variables.

POUR LE MAITRE

Pour l'écriture du quotient :
addition automatique ou non.... : OUI/N ?
pour l'écriture du reste :
soustraction automatique ou non : 0 /NON ?

utilisation possible du répertoire
par l'élève ou non..... : OUI/N ?
L'enfant devra prévoir le nombre
de coups..... : OUI/N ?

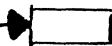
Nombre de chiffres maximum du dividende
4
Nombre de chiffres minimum du dividende
4
Nombre de chiffres maximum du quotient
3
Nombre de chiffres minimum du quotient
-

Première page écran : entrée des données qui participent à la caractérisation de la situation.

2/ Une partie destinée à l'élève :

Il s'agit de la page de travail proprement dite. La division à résoudre est affichée et l'enfant se sert du stylo optique ainsi que du clavier.

$\begin{array}{r} 13494 \\ - 10200 \\ \hline 3294 \\ - 170 \\ \hline 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 17 \\ \hline 600 \\ 10 \end{array}$	<p>Combien de fois veux tu prendre</p> <table><tr><td>1</td><td>10</td><td>100</td><td>1000</td></tr><tr><td>2</td><td>20</td><td>200</td><td>2000</td></tr><tr><td>3</td><td>30</td><td>300</td><td>3000</td></tr><tr><td>4</td><td>40</td><td>400</td><td>4000</td></tr><tr><td>5</td><td>50</td><td>500</td><td>5000</td></tr><tr><td>6</td><td>60</td><td>600</td><td>6000</td></tr><tr><td>7</td><td>70</td><td>700</td><td>7000</td></tr><tr><td>8</td><td>80</td><td>800</td><td>8000</td></tr><tr><td>9</td><td>90</td><td>900</td><td>9000</td></tr></table>	1	10	100	1000	2	20	200	2000	3	30	300	3000	4	40	400	4000	5	50	500	5000	6	60	600	6000	7	70	700	7000	8	80	800	8000	9	90	900	9000
1	10	100	1000																																			
2	20	200	2000																																			
3	30	300	3000																																			
4	40	400	4000																																			
5	50	500	5000																																			
6	60	600	6000																																			
7	70	700	7000																																			
8	80	800	8000																																			
9	90	900	9000																																			

Si tu as fini, appuie ici 

Page de travail

L'élève décide du nombre de fois 17 en utilisant le stylo optique. Il a appuyé ici 600, puis, après avoir effectué la soustraction (version manuelle) il a appuyé sur 10.

.../...

L'élève peut travailler selon ses propres décisions. Le nombre de soustractions possibles n'est pas limité. A la fin de son activité, si le maître a choisi cette option, l'enfant a le bilan de son travail.

13494	17	Il t'a fallu
- 10200		8 coup(s)
<hr/> 3294	600	
- 170	10	Tu as prévu
<hr/> 3124	100	5 coup(s)
- 1700	80	Essaie mieux
<hr/> 1424	3	
- 1360	<hr/> 793	
<hr/> 64		
- 51		
<hr/> 13		

STYLO

Page écran : Bilan de l'activité

Possibilité de conserver le travail de l'enfant en recopiant les pages-écrans sur imprimante.

A N N E X E 2
* * *
*

BIBLIOGRAPHIE

B I B L I O G R A P H I E

Titre du document	Quelques précisions	Où se le procurer ?
Recherches sur l'enseignement du calcul numérique G. BROUSSEAU (1974)	Suggestions théoriques relatives à la connaissance des processus d'apprentissage du calcul numérique (économie, incertitude, coût)	Cahier 15 IREM de Bordeaux
Processus de mathématisation G. BROUSSEAU (1972)	Description de "modèles" apparaissant dans un processus dialectique d'appropriation de la connaissance (Action, Formulation-Validation)	"La mathématique à l'Ecole Élémentaire" A.P.M.E.P. (p. 428)
La division euclidienne G. BROUSSEAU (1972)	Explicitation d'un choix didactique au travers d'une suite de leçons	"La mathématique à l'Ecole Élémentaire" A.P.M.E.P. (p. 267)
L'observation des activités didactiques G. BROUSSEAU (1982)	Etude méthodologique des conditions et des contraintes d'une observation (Développement d'une théorie de recherche en didactique)	Revue Française de Pédagogie (n° 45)
A propos d'ingénierie didactique G. BROUSSEAU (1982)	Etude des situations problématiques comme situations d'apprentissage. Identification des variables de commandes permettant le franchissement d'un saut informationnel. Fonctionnement du contrat didactique au travers de situations de communication, de preuve, d'insitutionnalisation	Compte rendu de la 2ème Ecole d'Eté
Etude locale des processus d'acquisition en milieu scolaire G. BROUSSEAU (1978)	Illustration du processus de mathématisation à partir d'un exemple de leçon (la course à vingt)	Cahier 18 (p. 7) IREM de Bordeaux
La division J. BRIAND (1979)	Dossier comprenant trois modules - présentation du sujet - information - observation de séquence	Compte rendu du 6ème Colloque des PEN-APM-IREM (p. 33) IREM de Bordeaux
Résolution de problèmes de division au Cycle Élémentaire dans deux types de situations didactiques P. TEULE-SENSACQ - G. VINRICH (1982)	Etude comparative des comportements d'élèves face à des situations relevant d'un apprentissage soit empirique, soit dialectique	Educational Studies in Mathematics (n° 13)

B I B L I O G R A P H I E (S U I T E)

<i>Titre du document</i>	<i>Quelques précisions</i>	<i>Où se le procurer ?</i>
Etude de l'influence des communications sur les acquisitions dans les groupes d'enfants M.RESTES (1974)	Mémoire de psychologie scolaire (La course à 20 comme situation problématique)	IREM DE BORDEAUX
La division à l'école élémentaire ELEM MATH III	Fascicule regroupant quelques questions relatives à la pratique de la division euclidienne et aux modalités de mise en oeuvre (Techniques opératoires)	A.P.M.E.P.
"Qui dira vingt ?" (Film 30 mn) G.BROUSSEAU (1973)	Une situation didactique : point de départ possible à la mise en place de la division	Radio-Télévision scolaire C.N.D.P.
"Algorithme de la division" (Film 30 mn) G.BROUSSEAU - E.FAUCON (1974)	Série de séquences (CM ₁) montrant la mise en place d'un algorithme de plus en plus économique de division euclidienne.	Radio-Télévision scolaire C.N.D.P.

Adresses des organismes cités ci-dessus :

- Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (I.R.E.M.)
351, Cours de la Libération - 33405 TALENCE CEDEX
- Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (A.P.M.E.P.)
29, Rue d'Ulm - PARIS CEDEX 05
- Centre National de Documentation Pédagogique
29, Rue d'Ulm - PARIS CEDEX 05
- Educational Studies in Mathematics
Editeur A.J.BISHOP, Dep^t of Education, Université de Cambridge
17 Trumpington Street - CAMBRIDGE CB2 3PT, U.K.