N° d'ordre: 1273

THESE

PRESENTEE A

L'UNIVERSITE BORDEAUX I

ECOLE DOCTORALE DE MATHEMATIQUES-INFORMATIQUE

Par Dilma FREGONA

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

SPECIALITE: Didactique des Mathématiques

Les figures planes comme "milieu" dans l'enseignement de la géométrie: interactions, contrats et transpositions didactiques

Soutenue le: 4 février 1995

Après avis de: MM.	Yves CHEVALLARD Gérard VERGNAUD	Rapporteurs

Devant la Commission d'examen formée de:

MM.	Michel MENDES FRANCE. Professeur Université Bordeaux I	Président
	Yves CHEVALLARD, Professeur Université IUFM Marseille	
	Gérard VERGNAUD, Directeur de recherches CNRS	
	Guy BROUSSEAU, Professeur Université IUFM d'Aquitaine	Examinateurs
Mme.	Marie-Hélène SALIN, Maître de conférences IUFM	Rapporteur

-- 1995 --

A tous ceux
qui ont pu m'attendre

Une thèse, je suppose, est toujours une aventure intellectuelle mais elle fait aussi partie de la vie de quelques sujets, le thésard en particulier. Ce n'est pas seulement parce qu'elle légitime socialement un statut -à l'occasion celui de didacticien- mais aussi et j'ose dire essentiellement, à cause de "doctorats parallèles" -empruntant l'expression d'une très chère amie- qu'elle entraîne.

Je remercie d'abord ceux qui m'ont donné les moyens matériels de réaliser cette thèse :
le CONICET, pour m'avoir fait confiance dans un domaine de recherche qui n'est pas encore enregistré comme tel,
le Rectorat de l'Université Nacional del Comahue, qui a appuyé pendant deux ans ma formation en France,
la Facultad de Matematica, Astronomia y Fisica et la Facultad de Filosofia y Humanidades de la Universidad Nacional de Cordoba, qui ont rendu possible la dernière étape.

Ce travail a été possible grâce à un groupe de personnes, collègues et amis, qui m'ont apporté leur soutien pendant des années. Et ce travail existe aussi malgré les efforts de quelques uns -dont je veux oublier le nom- qui ont essayé de le rendre impossible.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Yves Chevallard et Gérard Vergnaud qui ont accepté la charge de rapporteurs, et Marie-Hélève Salin qui en acceptant d'être membre du Jury a témoigné une fois de plus l'intérêt qu'elle a toujours porté à mes recherches. Je remercie vivement M. Michel Mendes France d'avoir accepté de faire partie du jury.

Je remercie également la communauté didactique autour du L.A.D.I.S.T.. et de l'I.R.E.M. de Bordeaux. Les enseignants de l'école Jules Michelet à Talence ont occupé une place très importante tout au long de mon travail et de ma vie de thésarde, en particulier Christine Destouesse et Denise Greslard qui m'ont offert leur compétence professionnelle, leur solidarité et leur amitié.

Mon travail de réflexion a été stimulée par la communication entre didacticiens, enseignants et psychologues. Je remercie vivement Harrisson Ratsimba-Rajohn, René Berthelot, Jacques Péres, Pilar Orus, Claire Margolinas, Graciela Ricco, Annie Bessot, Nadine Brousseau, Monique Comet, Christine Amaré, Fabienne Giraud, Michèle Artaud, Annie Berté. Et comment oublier les discussions pendant de longues marches avec Julia Centeno.

Mon séjour en France a été aussi possible grâce à mes collègues argentins qui ont dû assurer mes charges académiques par des heures supplémentaires.

Et finalement une place très particulière pour Guy Brousseau. Je ne crois pas avoir été l'étudiante qu'il attendait. Par contre j'ai trouvé en lui un maître. Et malgré l'asymétrie il est devenu un ami. Je souhaite vivement que cette thèse ne soit pas notre dernier entreprise commune.

Sommaire

Chapitre 3
Les interactions effectives: une situation d'action

Chapitre 4
Les interactions effectives: une situation de communication

Annexes

Résumé

Les figures planes sont structurées par la géométrie élémentaire en un **milieu** cohérent, c'est à dire en un ensemble de situations, de questions et de problèmes résolubles par des connaissances adéquates, proches et complémentaires et ne mettant en scène qu'un petit nombre d'objets.

La théorie des situations montre que la mise en relation a-didactique de l'élève avec un milieu spécifique est nécessaire à la transmission des savoirs de la scolarité obligatoire. Brousseau et Galvez, puis Salin et Berthelot ont étudié les principaux caractères déterminants des milieux a-didactiques spécifiques (les types de situations, les types d'espaces et les rôles réciproques des connaissances spatiales et géométriques).

La première partie montre que l'efficacité des figures géométriques utilisées comme moyen d'exercice et d'apprentissage de la géométrie, dépend de la relation didactique et de l'épistémologie qu'elle véhicule. La mise en relation des élèves avec les moyens mobilisés institue des milieux différents, aux propriétés ergonomiques différentes. Il en résulte que deux variables devraient caractériser principalement l'action didactique: la première précise si une relation à un milieu est évoquée ou s'il s'agit d'un contrat didactique d'**ostension** (au sens introduit par Ratsimba-Rajohn), la seconde indique si les élèves sont impliqués **effectivement** ou **fictivement** dans les situations a-didactiques qui leur sont proposées.

La deuxième partie étudie la relation ostensive, celle-ci consiste essentiellement pour le professeur et pour l'élève à postuler implicitement l'identité de leurs codes de lecture des figures. Ce contrat apparaît plus économique (en temps, en difficultés de gestion pour l'enseignant et en présupposés épistémologiques et métadidactiques) et il est donc le plus utilisé. Mais il conduit irrésistiblement à concevoir tout relation de l'élève avec un milieu comme une relation empirique. Il conduit ainsi à l'usage de figures prototypiques et tend à capturer les autres procédés. Cependant il est souvent défaillant, l'enseignant doit alors

utiliser l'autre tactique, pour permettre chez l'élève le fonctionnement non-didactique des connaissances visées. La mise en relation effective de l'élève avec les figures révèle des différences - transpositives- entre le milieu qu'elles constituent pour lui et pour le professeur. Les conclusions sont appuyées sur quelques statistiques à propos d'exercices classiques.

La troisième partie propose un ensemble d'observations cliniques portant sur deux types d'interactions effectives: une situation originale d'action pour définir les **translations** où les élèves confrontent leurs anticipations à un résultat objectif et une **situation de communication** sur la définition des figures élémentaires. Dans les deux cas l'étude porte sur l'évolution des relations au milieu. Elle met en évidence leur caractère dialectique et montre les difficultés de la réduction progressive des différences de répertoire de lecture entre le professeur et les élèves. En définissant le **sens d'une connaissance** par l'ensemble des situations qui permettent d'en contrôler l'usage, il est alors montré par ces observations qu'une situation de communication peut rendre effectif un rapport au langage sans pour autant permettre d'en contrôler le sens. Il faut donc aussi une implication effective des interlocuteurs dans une action effective particulière. Les interactions effectives sont généralement coûteuses en temps, aléatoires et difficiles à gérer, mais parfois incontournables.

Les professeurs recherchent sans cesse un équilibre entre les deux contrats: ostension ou implication. La thèse tend à donner les moyens de décrire et d'analyser cette recherche et les indices qui pourraient permettre de l'optimiser.

Présentation

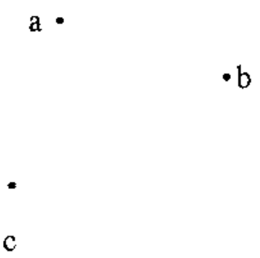
1. Introduction

Lorsque nous nous intéressons à l'enseignement de la géométrie, nous sommes en face d'un objet, les figures, dont le rôle est la cible de débats et l'occasion d'appréciations très variées. Ainsi, Poincaré disait: "(...) la géométrie est l'art de bien raisonner sur des figures mal faites... ". Quelques dizaines d'années plus tard, Dieudonné écrivait avec défi: "Je me suis permis aussi de n'introduire *aucune figure* dans le texte, ne serait-ce que pour faire voir que l'on s'en passe fort bien; mais ici encore c'est un manque auquel mes lecteurs suppléeront d'eux-mêmes."

Ces affirmations soulèvent une problématique traditionnelle dans l'enseignement (ou l'apprentissage) de la géométrie: celle de la rupture entre l'espace de nos sensations et l'espace géométrique. Dans l'enseignement élémentaire, la trace de ce dysfonctionnement apparaît ainsi exprimée dans les Instructions Officielles: l'enseignant a la responsabilité d'amener "(...) les élèves, grâce à de nombreuses activités sur ces objets physiques, à changer d'angle de vue, c'est à dire à les considérer de façon plus géométrique: cube, pavé, tétraèdre... puis, si l'on s'attache aux faces: parallélogramme, rectangle, triangle... enfin, si l'on s'attache aux arêtes: segment, sommet, milieu... "[1].

[1] Compléments aux programmes et instructions du 13 mai 1985, Activités Géométriques. Ministère de l'Education Nationale.

Dans le système didactique, un dessin est un moyen de mettre en place l'objet de l'enseignement. Quand l'enseignant fait un "dessin", qu'est-ce qu'il mobilise comme information? Quel est le message transmis?
Par exemple -nous empruntons l'exemple à Chevallard- si l'on trouve sur un tableau le dessin suivant, que peut-on en inférer sur l'objet d'enseignement?



S'agit-il d'une figure géométrique? Les lettres font-elles partie de la figure? Faudra-t-il "lire" un triangle? Ou un cercle? Ou bien trois points? Ou encore trois droites? Ou peut-être une composition de translations? Le contenu de ce message est-il stable pendant la relation didactique? Quels sont les moyens de l'enseignant pour gérer cet objet? Dans cette figure quelle est la partie contingente et quelle est la partie nécessaire? L'acte didactique consistant à présenter cette figure est-il suffisant pour organiser un milieu autour de la connaissance visée?

En prenant comme condition préalable que les figures sont des instruments adéquats pour transmettre, dans la scolarité obligatoire, les savoirs géométriques le premier chapitre de notre travail étudie -avec les instruments de la théorie des situations- la nécessité théorique d'un milieu spécifique pour apprendre la géométrie ainsi que quelques conditions qui peuvent en faire un milieu a-didactique.

Un milieu n'est pas seulement caractérisé par les "objets" mis à disposition de l'élève mais aussi par les interactions d'un acteur avec ce système. En conséquence, quand le professeur prépare son cours, ce qu'il organise est la *situation objective*, c'est-à-dire le milieu initial et les actions d'un acteur avec ce milieu. Pour établir la relation didactique, le professeur envisage aussi des phases didactiques.

Un projet didactique peut intégrer de nombreuses pratiques d'enseignement. Nous avons distingué deux types de contrats didactiques qui permettent de caractériser, d'une façon générale, l'enseignement: le contrat "d'ostension" opposé à "l'implication effective".

L'étude du fonctionnement de l'ostension en tant que pratique d'enseignement, fait l'objet du Chapitre 2. Ce concept a été mis en évidence par Ratsimba-Rajohn[2] et repris dans le cadre de l'enseignement de la géométrie par Berthelot et Salin[3].

L'ostension a, par rapport à d'autres formes de présentation d'un objet nouveau, des propriétés ergonomiques extraordinaires. Cependant elle est souvent défaillante du point de vue de l'apprentissage. L'enseignant doit donc entamer un autre acte didactique pour permettre chez l'élève, le fonctionnement non-didactique des connaissances visées. "L'implication effective" de l'élève implique un type d'interaction avec son milieu qui montre les inévitables différences entre les rapports aux figures des élèves et ceux du professeur. Nous avons étudié cet écart sur une situation d'action et sur une situation de communication.

La situation d'action modélise le fonctionnement a-didactique de la connaissance sur les droites parallèles comme ensemble d'images par une translation. L'étude des confrontations entre les anticipations d'un sujet et le contrôle du micro-espace compose le Chapitre 3.

Le Chapitre 4 a pour objet l'étude de l'évolution d'un milieu a-didactique organisé par une situation de communication de figures dont le but est la reproduction de formes géométriques simples dans une tâche à plusieurs: chaque équipe est divisée en deux groupes, le groupe [A] possède ces formes en carton et il doit obtenir du groupe [B] une copie superposable. Pour cela [A] doit lui envoyer des renseignements sous forme d'un message écrit, mais pas de figure ni de croquis. La validation se fait par superposition de la reproduction avec le modèle.

---

[2] Ratsimba-Rajohn, H. (1977): *Etude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques*. D.E.A. Université Bordeaux I.

[3] Berthelot, R. et Salin, M. H. (1992): *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse, Université Bordeaux I.

L'évolution de ce milieu a-didactique exige des interventions bien contrôlées de l'enseignant, c'est pourquoi notre étude porte sur les différents domaines de confrontation auxquels sont soumis les élèves et sur les enjeux de l'enseignant au cours de l'activité.

Dans les conclusions, le travail montre à propos d'un objet de connaissance particulière, comment l'enseignement peut être caractérisé par la recherche d'un équilibre entre les deux types de contrats didactiques déjà signalés.

2. L'objet d'étude

2.1. Diverses recherches dans l'enseignement de la géométrie

Il n'est pas facile d'articuler la galaxie de travaux sur la connaissance et l'enseignement de la géométrie. Même en se limitant aux revues internationales et à quelques travaux bien connus, et en ignorant quantité d'articles souvent très intéressants publiés par les revues professionnelles, les sujets semblent choisis d'abord pour baliser le terrain et le découper en territoires. D'autre part chaque article ou volume traite de plusieurs aspects des questions qui nous intéressent. Cette prolifération d'approches est caractéristique d'une phase où la didactique n'est pas encore parvenue à identifier, classer, articuler et unifier son champ d'étude.

L'origine et la chronologie permettent néanmoins de regrouper ceux qui utilisent les mêmes termes, les mêmes perspectives, les mêmes préoccupations et les mêmes méthodes de recherche. Ils sont souvent typiques d'une même équipe et permettent une première classification selon l'objet principal d'étude.

a) Les **objets géométriques particuliers**: (apprentissage de la reconnaissance et des propriétés, représentations et erreurs, propositions d'ingénierie)
- Les <u>figures</u> du plan ou de l'espace, par exemple: le cube par Caron-Pargue (1981), le cercle par Artigue et Robinet (1982).
- Les <u>transformations</u> ont fait l'objet de nombreuses études. La symétrie orthogonale a été abordée par Gallou-Dumiel (1987) à l'aide de l'ordinateur. Grenier (1988) étudie un

processus d'enseignement de la symétrie pour des élèves de 11 ans. Bautier après avoir étudié la perspective (1982) analyse les conditions didactiques qui influent sur la possibilité d'une construction par les élèves d'une théorie mathématique dans le cadre d'un premier apprentissage de la symétrie orthogonale (Bautier 1988). Tavignot (1993) analyse le processus de transposition didactique relativement à la symétrie orthogonale en sixième lors de la réforme de 1985. Josse et Robert (1993) mettent en oeuvre une analyse de discours du professeur dans une séance introductive à l'étude de l'homothétie en seconde.

- On ne trouve pas, sauf chez Berté (à paraître), une étude centrée exclusivement sur un théorème.
- Les études de structures géométriques ont disparu depuis la fin des années 70.

b) L'utilisation de **figures comme cadre pour l'apprentissage** d'autres sujets mathématiques. C'est le cas des fractions (Pothier et Sawada, 1984) et du concept d'aire de surface plane (Douady et Perrin-Glorian, 1989). La mesure du volume en particulier, est l'occasion d'une étude géométrique du parallélépipède rectangle à l'école élémentaire (Vergnaud et al.)

c) Les **caractères des rapports a-didactiques** de l'élève avec les figures

- Marion et Ovaert (1980) ont travaillé sur la problématique de la configuration, laquelle a été reprise et approfondie par Audibert (1982). Cette dernière recherche ouvre les questions sur la normalisation des figures proposées par l'enseignant. Cordier J. et F. (1991), dans le cadre théorique de la typicalité, ont étudié les représentations typiques dans le cas du théorème de Thalès et les erreurs qu'elles produisent. A propos du même théorème, Brousseau (1994) a approfondi l'étude et a identifié des phénomènes didactiques liés à l'utilisation de la typicalité des figures.
- Laborde (1982) a étudié l'utilisation d'un code symbolique dans la désignation des objets mathématiques sur une figure donnée.
- Tout un ensemble de recherches porte sur la représentation plane d'objets de l'espace et sur le dessin technique: Bessot et Eberhard (1987), Parzysz (1988), Weill-Fassina et Rachedi (1993), Vérillon et Rabardel (1993).

d) L'utilisation de figures pour l'étude du **raisonnement** et de la déduction.

- Le rôle des figures dans l'initiation au raisonnement déductif occupe une place très importante dans la recherche en didactique. Nous trouvons dans ce cadre les travaux de Arsac (1989) et Berté (1993). Balacheff (1988) a traité les relations entre preuves et contradictions dans la résolution d'un problème mathématique.
- Les figures en tant qu'outil heuristique dans les phases de recherche est un sujet abordé par Duval (1988, 1994) à la suite des travaux de Polya (1945) sur le "rôle des figures dans la solution des problèmes". Padilla (1990, 1992) s'est interrogé sur la lecture de figures en géométrie.

e) Les études plus générales sur **l'objet de la géométrie** et les phénomènes liés à son enseignement. On y trouve principalement deux approches.

- La première prend appui sur la théorie de la transposition didactique. Chevallard, Jullien, Mercier et Tonnelle (1991-1992) abordent la problématique de l'objet de la géométrie dans l'enseignement et ils ont examiné les rapports entre le didactique et le mathématique au travers des problèmes de construction et constructibilité en géométrie euclidienne.
- La seconde utilise la théorie des situations. Galvez (1985) a étudié une famille de situations pour l'enseignement de la géométrie relative à l'orientation dans l'espace urbain. Cette recherche correspond à ce qui avait été signalé par Brousseau[4] comme une des situations organisées autour d'un milieu artificiellement créé où un sujet doit prendre des décisions sur l'espace: en l'occurrence, choisir une route pour aller à un endroit donné. Elle a montré qu'il y a chez les sujets une logique des représentations (micro, meso, macro-espace) liée aux interactions effectives avec des milieux de tailles différentes.

Berthelot et Salin (1992) ont étudié les rapports entre l'apprentissage des connaissances spatiales et celle de la géométrie.

f) Il existe un univers de travaux qui ont leur origine dans **la conception et l'utilisation des logiciels** dans l'enseignement de la géométrie. C'est le cas de la géométrie de la TORTUE LOGO de Pappert, d'EUCLIDE, de CABRI. Ces sujets ont été pris, parmi d'autres

[4] Brousseau, G. (1983): Etude de questions d'enseignement. Un exemple: la géométrie. *Séminaire de Didactique des mathématiques et de l'informatique*. LSD IMAG, Université J. Fourier, Grenoble (1982-1983)

chercheurs, par Rouchier (1985), Gras (1987), Dupuis et Guin (1989), Artigue, Belloc et Touaty (1989), Chazan (1993), Laborde et Capponi (1994).
Dans les publications destinées aux enseignants, on trouve des exemples d'activités déjà mises en places dont l'objet est soit l'introduction d'objets nouveaux soit l'introduction et l'utilisation des différents moyens matériels ou procédures dans les stratégies d'enseignement. Ainsi, différents auteurs proposent des activités autour du pliage, des problèmes de construction, de la droite et l'alignement, etc.

La classification de tous ces travaux n'est pas unique, selon les questions que l'on se pose on pourrait obtenir d'autres regroupements. Il serait intéressant de produire, en utilisant la théorie des situations, une analyse des résultats obtenus pour faire ressortir les problèmes et bien dégager ceux que nous continuerons. Même si nous n'avons pas fait cette analyse, le texte de notre travail empruntera des nombreux résultats extraits de toutes ces recherches.

2.2. Problématique

Berthelot et Salin énoncent trois propositions sur l'enseignement de la géométrie, dont la troisième suggère l'initiation à la géométrie "en introduisant les concepts fondamentaux de la géométrie comme outils pour résoudre des problèmes spatiaux effectifs." Dans ce cadre, et en reprenant une autre des activités signalées par Brousseau dans l'article déjà cité, nous étudions les rapports d'un acteur avec son milieu quand il s'agit de tracer une figure superposable à une autre par le biais d'une situation de communication.

Pourquoi étudier les figures planes en ayant recours à une situation de communication? Cette pratique d'enseignement n'est pas la plus économique en temps et en contrôle de gestion. Pourquoi un type de rapport ostensif n'est-il toujours pas suffisant pour l'apprentissage? Quand l'enseignant fait un "dessin" il suppose que cette tache est le moyen le plus adapté pour transmettre un message. Cependant, les "objets" mobilisés par le dessin - figures, signes, instruments, concepts, définitions, propriétés- participent à des modes de fonctionnement distincts relativement à la situation et à l'acteur.

Un rectangle ABCD de diagonale AC et le cercle γ de diamètre AC constituent une *figure géométrique* dès lors que l'utilisateur conçoit comme nécessaire que le sommet B appartienne au cercle γ.
Le dessin d'un rectangle de dimensions particulières et d'un cercle approximatif, tel que B semble extérieur à γ, est une *figure* dès lors que l'utilisateur le considère comme un représentant de tout rectangle et du cercle déterminé par la diagonale. C'est une figure, "fausse" pour un géomètre -le sujet peut croire, par exemple, que l'appartenance au cercle dépend des proportions du rectangle- mais c'est une figure objective tout de même.
Ce même dessin peut être lu comme une *forme* objective (définie à ses déplacements et homothéties près) c'est par exemple un logo où les proportions deviennent alors essentielles.
Enfin la *tache* d'encre sur le papier, faite avec des traits qui ont une certaine épaisseur, est un objet physique sur lequel il va finalement falloir travailler si on mesure ou si on "regarde".

Cette distinction est-elle théorique? Peut-elle être repérée dans une pratique d'enseignement? Dans ce cas, quels sont les indices qui permettent de distinguer ces différents fonctionnements? Ces objets constituent-ils un *milieu* spécifique des connaissances visées? Ce milieu est-il structuré en un ensemble de situations correspondant à un ensemble de problèmes cohérents, résolubles par des connaissances proches et complémentaires? Facilite-t-il toujours l'apprentissage? Facilite-t-il la gestion de l'enseignement?

L'utilisation d'une tache comme signe pour transmettre une information permet à l'enseignant d'avancer sur son projet d'enseignement, et si l'élève "répond" à ses attentes, celui-ci progresse dans le processus de signification de ce signe. Les guillemets ci-dessus pour désigner l'activité de l'élève indiquent quelques doutes: les réponses de l'élève ont-elles un caractère *idoine*, c'est-à-dire conforme au contrat didactique noué dans cette relation didactique particulière? Sont-elles aussi *adéquates* au problème proposé et permettent-elles de le résoudre? Sont-elles *justes*, par rapport au savoir mathématique officiel? De plus, les attentes du professeur sont-elles stables et universelles? Si ce n'est pas le cas, comment fait-il savoir à l'élève ce qu'il *doit* comprendre et ce qu'il *doit* faire?

Comment évoluent les enjeux de l'enseignant et de l'élève dans un fonctionnement non didactique de la connaissance visée?

2.3. Les affirmations "fortes"

Tout notre discours est articulé autour d'une série d'affirmations dont le statut est différent. Vu qu'elles constituent l'ossature de notre travail, nous les présentons réunies par chapitre.
Notre étude prend appui sur une **hypothèse** que nous acceptons sans la discuter: les figures sont des instruments adéquats pour transmettre, dans la scolarité élémentaire, les savoirs géométriques.
Une autre **hypothèse** d'ordre méthodologique structure notre travail: quand le professeur prépare son cours, ce qu'il organise est la situation objective, c'est-à-dire *le milieu matériel* et l'action d'un *acteur objectif*.

Dans le Chapitre 1, nos affirmations déclarent:
Conjecture 1: l'action didactique destinée à enseigner la géométrie est défaillante lorsque les enseignants n'organisent pas un *milieu* efficace qui permette un fonctionnement non-didactique des connaissances visées.
Conjecture 2: un milieu efficace pour l'enseignement de la géométrie serait celui qui permet un jeu dialectique effectif.
Conjecture 2.1: un dessin, traité comme figure par l'enseignant, ne constitue pas un milieu efficace pour l'apprentissage de la géométrie.
Conjecture 2.2: une dialectique effective avec le micro espace est celle capable d'ouvrir le champ de choix du sujet.

Les conjectures à propos de l'ostension sont:
Conjecture 3: la pratique didactique de l'ostension s'explique par une idéologie des enseignants qui relève d'une épistémologie empiriste.
Conjecture 4: l'ostension est une réponse adaptative, mais pas toujours économique, aux contraintes de la relation didactique.
Conjecture 5: l'ostension *capture* les autres procédés didactiques.

Conjecture 6: L'ostension gomme, pour les professeurs et donc pour le système d'enseignement, certaines des difficultés liées à l'apprentissage de la géométrie.

Conjecture 7: les métonymies géométriques contribuent à la formation de figures typiques.

Conjecture 7.1: l'utilisation de la *figure typique* comme *figure didactique* ordinaire, transforme la *figure idéale* en *forme*.

Par rapport à la situation de communication, nous pouvons affirmer:

Conjecture 8: les situations a-didactiques de communication sont indispensables pour définir un langage, et pour que ce langage soit associé à des modèles implicites d'action efficaces, il faut que la communication soit effective.

Conjecture 8.1: Par rapport à une situation d'action, la situation de communication de figures augmente l'incertitude du sujet.

Conjecture 9: la dialectique de la communication fabrique un milieu a-didactique de l'élève où les confrontations se produisent autant au niveau du langage qu'au niveau du contrôle sur le micro-espace.

Conjecture 9. 1: la dialectique de la communication ne peut pas être réduite à la mise au point du langage. Cette dialectique a un effet sur la construction des conceptions.

Conjecture 9. 2: la dialectique de la communication ne peut pas avoir un fonctionnement complètement a-didactique.

2.4. Méthodologie

Les moyens fondamentaux que nous avons utilisés pour préciser le problème, et le décortiquer sont la *structuration du milieu* et *l'ingénierie didactique*, toutes deux étant des outils fournis par la théorie des situations. Une analyse statistique sur l'identification de figures planes permet de dégager certaines caractéristiques des interactions de l'élève avec ces objets proposés comme dessin.

L'analyse faite à l'aide de la structuration du milieu didactique permet de prévoir et d'expliquer les types de situations présentes et les milieux associés. Cette approche donne accès aux différents fonctionnements de la connaissance pour l'élève et pour le professeur. Dans le problème qui nous occupe, ces éléments sont fondamentaux pour dégager les différents domaines de déclaration sur les figures, les terrains de confrontation proposés par chaque milieu et les moyens de contrôle que ce milieu spécifique exige.

L'ingénierie didactique, en tant que méthodologie de recherche, apporte les éléments pour préparer, réaliser, observer et analyser des séquences d'enseignement. C'est particulièrement dans l'étude de la situation d'action que nous avons utilisé cette méthode.

L'étude de la situation de communication de figures est basée sur l'expérimentation de leçons "ordinaires" au Cours Moyen à l'Ecole Jules Michelet à Talence. Les guillemets sur le mot "ordinaires" se justifient car à Michelet, depuis les années 80, l'enseignement de figures planes suit une progression marquée par une situation de communication. Mais cette pratique n'est pas habituelle dans le système d'enseignement, malgré la diffusion de ce type de situations dans les milieux didactiques.
La progression réalisée à Michelet n'avait pas été l'objet d'une recherche. Quelques résultats du jeu de communication de figures avaient été identifiés par Brousseau (1983), et le travail de mise au point de la situation continue: chaque année les enseignants et les professeurs d'IUFM responsables de chaque niveau, essayent d'introduire quelques variantes pour mieux conduire l'apprentissage.
Notre travail n'arrive pas encore à contrôler toutes les variables qui rendent possible le fonctionnement non didactique du savoir dans une situation de communication. Il s'agit plutôt de cerner le fonctionnement, dans une situation a-didactique à des fins didactiques, des sous-systèmes concernés.

Les données sur lesquelles est fondée notre étude sont les suivantes:
- les fiches didactiques et les analyses préalables des séances réalisées,
- les comptes-rendus des séances observées,
- l'enregistrement en vidéo de certaines séances,
- la transcription des séances enregistrées,
- les travaux des enfants,
- les réponses de 198 élèves -lors du Contrôle Annuel Scolaire sur cinq années consécutives- à un exercice de reconnaissance de figures planes.

La présentation des exemples qui aident à illustrer les phénomènes didactiques repérés nous semble insuffissante pour étudier ces objets. Il s'agit d'une première utilisation des observations, cependant nous essayerons d'ébaucher une *méthode d'analyse des corpus obtenus à partir des transcriptions de leçons.*

La méthode envisage différentes phases selon un découpage qui n'est pas temporel, mais qui, en certains points, devient séquentiel:

I. Identification:

a) Repérage de phénomènes

Il s'agit d'élaborer une liste de phénomènes et pour chacun d'eux de donner: la définition (comment le reconnaître? quels sont les indices qui permettent de l'idéntifier?), les variables caractéristiques (à l'intérieur de ce phénomène), les variantes, etc.

b) Repérage de situations

D'après la théorie de situations, ces phénomènes d'enseignement peuvent être modélisés par des situations. Pour chacune d'elles, nous envisageons le même type d'analyse que précédemment.

c) Recherche d'un découpage

La distinction entre les différentes situations conduit à un découpage de la transcription, processus qui exige:

- l'explicitacion des indices de découpage (indices d'inclusion et d'exclusion, etc.)
- la reconnaissance des objets repertoriés (connaissances, enjeu(x) de l'enseignant, enjeu(x) de l'élève, enjeu(x) prévu dans la situation, stratégies de base, savoirs, etc.)
- si l'on prétend faire une analyse de toute la leçon, il ne faut pas négliger les "restes", c'est-à-dire les parties qui ne se rattachent pas aux objectifs de la recherche. Pour ces fragments: les causes de sa mise en place, son caractère nécessaire ou pas dans le déroulement de la séance, les rapports entre ces phases non idéntifiées et les autres, etc.

II. Analyse "amorphe"

. Analyses lexicales et syntaxiques

. Analyse des variables caractéristiques: Analyse à Composantes Principales, Analyse Factorielle de Correspondances, Analyse Hiérarchique, Analyse Implicative.

III. Analyse des processus

. Etablissement des chroniques

. Statistique des chroniques

IV. Analyse clinique

Comme le déclare Monod[5] : "L'importance relative attribuée à différents développements, comme le choix des exemples proposés, reflètent il est vrai des tendances personnelles."
Notre objectif est que nos observations, remarques et interprétations soient suffisamment ajustées pour produire des conclusions acceptables par la communauté de didactique. Nous ne prétendons pas nous en tirer sans erreur.

2.5. Les classes concernées

Plusieurs enseignants de Michelet ont participé à cette recherche, en particulier ceux du Cycle Moyen pendant la période 89-90 et 93-94[6], ainsi que ceux du Cycle Elémentaire de l'année scolaire 93-94.[7]

La situation de communication de figures est réalisée au Cours Moyen. C'est au CM1 que les élèves sont confrontés par la première fois à ce type de situation, et au CM2 il y a une reprise pour mettre au point ce qui -d'après l'avis des enseignants- n'a pas encore un statut convenable. Notre travail a donc été centré sur la progression réalisée en neuf séances, dans deux classes de CM1, pendant l'année 89-90.

---

[5] Monod, J. (1970).
[6] Un concours de circonstances ont fait que ma recherche soit interrompue pendant trois années. C'est la raison de trouver, dans les données recueillies, deux périodes: les années scolaires 89-90 et 93-94. Les enseignant du Cours Moyen pendant la première période (89-90) étaient: Monique Commet, Fabienne Giraud, Christine Amaré, Denise Greslard, Georges Marbot. En différentes opportunités Nadine et Guy Brousseau ont participé activement à l'analyse des observations ainsi qu'aux décisions sur la suite de la progression.
Pendant la période 93-94: Monique Comet, Nicole Boulounaud, Christine Amaré, Isabelle Vincent. Denise Greslard a fait partie de quelques réunions de discussion.
La participation active de Joël Briand et Alain Duval, professeurs d'IUFM responsables du CM1 et CM2 respectivement, a été d'une grande valeur pour la conception et l'ajustement des progressions.
7 Les enseignant de CE1. 93-94: Dominique Vizcaino, Christiane Destouesse et Christophe Emerit

Deux séances effectuées au CM1 en 88-89 sur la reproduction d'une figure à l'aide de l'ordinateur font l'objet de l'Annexe IX.

La situation d'action à propos des droites parallèles a été expérimentée dans deux classes du Cours Moyen 2, année 89-90.

Pendant l'année 93-94 nous avons suivi le processus d'un peu plus loin au CM1, et avec une certaine participation au CM2. Nous avons pu remarquer quelques variantes par rapport à ce qu'on avait fait avant. Celles relatives aux figures planes constituent aussi notre objet d'étude.

Dans l'année 93-94, nous avons commencé au CE1 l'introduction de figures, en particulier le carré. Le compte rendu de ces activités est présenté dans l'Annexe X.

Chapitre 1

L'aménagement du milieu dans les pratiques d'enseignement

> "En situation scolaire l'enseignant organise et constitue un milieu, par exemple un problème, qui révèle plus ou moins clairement son intention d'enseigner un certain savoir à l'élève mais qui dissimule suffisamment ce savoir et la réponse attendue pour que l'élève ne puisse les obtenir que par une adaptation personnelle au problème proposé. La valeur des connaissances acquises ainsi dépend de la qualité du milieu comme instigateur d'un fonctionnement "réel", culturel du savoir, donc du degré de refoulement a-didactique obtenu.[1] "

1. Nécessité théorique d'un sous-système "milieu" dans le système didactique

Conjecture 1: L'action didactique destinée à enseigner la géométrie est défaillante lorsque les enseignants n'organisent pas un *milieu* efficace qui permette un fonctionnement non-didactique des connaissances visées.

Pour expliquer cette conjecture, il nous faut d'abord discuter la *nécessité*, dans le système didactique, d'un sous-système milieu. Et ensuite, considérer quel serait un milieu "efficace" pour apprendre la géométrie aux enfants de l'école obligatoire.

---

[1] Brousseau, (1989), p. 325.

A l'heure actuelle, au sein de la communauté française de didactique, l'existence d'un sous-système milieu est encore un débat ouvert. Bien que nombreuses recherches en didactique de mathématiques se servent de cet élément pour décrire la relation didactique, il n'est pas souvent l'objet d'étude sauf pour certains chercheurs, parmi eux les plus acharnés, Brousseau et Margolinas[2]. Chevallard introduit aussi un certain milieu[3] avec un sens différent. Nous proposons une étude de l'évolution de cette notion avec, le cas échéant, les précisions que nous jugeons pertinentes.

Déjà en 1972, Brousseau[4] écrivait:

> "La pédagogie tend à organiser les relations de l'enfant avec son milieu de façon à faire jouer des comportements acquis en vue de la création de comportements nouveaux".

Ici, le mot "milieu" apparaît dans un sens équivalent à celui qu'emploie Piaget[5] pour définir, par exemple, l'action:

> "Il faut définir l'action comme une réequilibration de la conduite en cas de modification du milieu".

Il nous semble pertinent de donner la définition de "milieu" comme terme didactique de biologie (Petit Robert, 1991): «Ensemble des objets matériels, des êtres vivants, des conditions physiques, chimiques, climatiques qui entourent et influencent un organisme vivant.»

A l'Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques 1980, Yves Chevallard a fait un cours dont le sujet est "la transposition didactique"[6]. Avec l'intention de définir l'objet d'étude de la didactique des mathématiques, Chevallard[7] écrit:

---

[2] C'était l'objet des travaux de G. Brousseau (1986 a, 1986 b, 1989) et C. Margolinas (1993, 1994)
[3] Chevallard, (1989), p. 215.
[4] Brousseau, (1972), p. 428.
[5] Cité par Battro, A. (1966), Dictionnaire d'épistémologie génétique, PUF, p. 4.
[6] "La transposition didactique -du savoir savant au savoir enseigné" a paru quelques années plus tard. Cf. Chevallard, (1985).
[7] Ibid. p. 14.

"Le didacticien des mathématiques s'intéresse au jeu qui se mène -tel qu'il peut l'observer, puis le reconstruire, en nos classes concrètes- entre un *enseignant*, des *élèves*, et un *savoir mathématique*. Trois places donc: c'est le *système didactique*. Une relation ternaire: c'est la relation didactique. Voilà la base du schéma par lequel la didactique des mathématiques peut donc entreprendre de penser son objet."

Dans cette modélisation, pas de milieu: il n'est pas nécessaire.

Avant de justifier la nécessité d'un *milieu* comme sous système dans la relation didactique, Brousseau essaie de montrer brièvement les limites de quelques schémas classiques qui veulent expliquer le jeu didactique.
Il présente donc une première approche[8] :

"(...) le jeu didactique met en relation un premier joueur: le système éducatif -le maître- porteur de l'intention d'enseigner une connaissance et un second joueur, l'enseigné, l'élève. (...) Est-il possible de définir le jeu didactique en se limitant à ces deux sous-systèmes? Plusieurs schémas ont été proposés pour cela, celui de la communication dû à Osgood et celui du conditionnement scolaire dû à Skinner."

Il analyse ensuite les deux schémas choisis, d'abord celui proposé par la communication[9] :

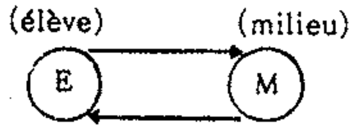
"(...) le système éducatif est un émetteur d'informations, l'élève un récepteur qui décode les messages qu'il reçoit, à l'aide de son répertoire. Il est clair que la règle qui s'impose à un maître qui adopterait ce modèle, serait de ne jamais introduire de connaissance nouvelle autrement que par une méthode de construction connue portant sur des concepts connus."

Finalement il présente la théorie du comportement[10] :

"Le béhaviorisme (...) propose un schéma d'apprentissage composé de deux sous-systèmes: l'élève qui influence (nous dirons qui agit sur) le milieu, et le milieu qui "informe" ou sanctionne l'élève.

---

[8] Brousseau, (1986 a): Chapitre VI, "Les situations a-didactiques", paragraphe 6.1. "Les sous-systèmes fondamentaux", p. 85.
[9] Brousseau, (1986 a) p. 86. Nous reviendrons sur les limites de ce schéma à propos de l'analyse de la situation de communication.
[10] Ibid. p. 87.



L'élève, perturbé par l'influence du milieu, tente d'annuler ces sanctions par des modifications du milieu et/ou par des apprentissages qui le modifient, lui. Bien sûr, l'enseignant est une partie du milieu et peut même se substituer à lui."

Ici le milieu apparaît comme ce qui est extérieur à l'élève, et en tant qu'élément perturbateur, il réclame une action comme moyen pour rétablir un certain équilibre.
Les deux théories brièvement esquissées prétendaient expliquer, dans le cadre d'un jeu didactique dont les partenaires sont l'enseignant et l'élève, n'importe quelle activité d'enseignement dans l'espace scolaire, car la spécificité du savoir à enseigner ne faisait pas partie de la modélisation. Ensuite, sous le titre: "Première décomposition proposée", Brousseau présente une modélisation de l'activité d'enseignement[11] et après il donne une définition de milieu en justifiant la nécessité de son existence depuis un point de vue théorique.

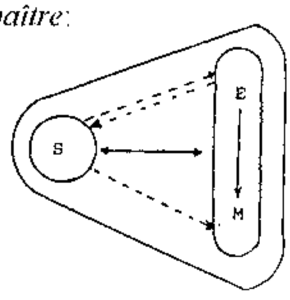
"(...) il faut considérer deux types de jeux distincts:

a) les jeux de l'élève avec le milieu a-didactique qui permettent de préciser quelle est la fonction du savoir après et pendant l'apprentissage. Ces jeux sont évidemment spécifiques de chaque connaissance.

b) les jeux du maître en tant qu'organisateur de ces jeux de l'élève (en tant qu'ils sont aussi spécifiques du savoir visé). Ces jeux concernent au moins trois partenaires et généralement quatre: le maître, l'élève, l'environnement immédiat de l'élève, le milieu culturel. "

Voici la figure qu'il a choisi pour représenter *le jeu du maître*:

S: enseignant
E: élève
M: milieu a-didactique de l'élève



[11] Ibid. pp.87-88.

La figure montre trois systèmes -bien que dans le texte, Brousseau parle de quatre partenaires- et un système assez complexe de rapports qui ne sont pas individualisés.
Cette première lecture des schémas suggère quelques questions à différents niveaux:

- "le milieu culturel": où réside-t-il?

- la connaissance visée: où se place-t-elle? Et le savoir correspondant: où est-il?

- ce schéma: représente-t-il le jeu du maître aussi bien dans les situations a-didactiques que dans les situations didactiques?

- les différents types de flèches représentent des interactions différentes entre systèmes: dans le cas général, peut-on caractériser ces interactions?

- cet élément appelé "milieu": est-il stable pour tout acteur de la relation didactique et pour toute situation quelque soit son évolution? Est-ce que tout "l'environnement immédiat de l'élève" fait partie du milieu?

- quels types d'objets intègre un milieu? Des objets concrets, *ou bien* des objets évoqués qui sont déjà connus des élèves, *ou* tous les objets "présents" qu'ils aient ou pas une relation avec l'objet de l'enseignement, *ou* les connaissances institutionnalisées pertinentes à l'enjeu de l'enseignant, *ou* les états permis et les règles de jeu... Ce connecteur "*ou*", exclut-il les différents types d'objets caractérisés dans chaque terme?

- quel type d'interaction peut établir l'élève avec le milieu? Ces rapports, est-il possible de les anticiper? Comment les caractériser? Quand sont-ils différents?

Nous allons revenir sur ces questions, soit pour les reformuler soit pour approcher une réponse. A présent nous continuons notre étude sur l'évolution de la notion de milieu.

1.1. Milieu a-didactique. Milieu tout court

Après une première modélisation sur le jeu du maître, Brousseau montre la nécessité du sous-système *"Milieu a-didactique"*[12]:

> "(...) dans le cas général, la situation didactique ne peut être modélisée comme une simple communication, ou comme une simple interaction sociale. Il est nécessaire de faire intervenir un autre système.

[12] Ibid. pp. 88-89.

Cette nécessité découle d'une des clauses du contrat didactique lui-même qui implique le projet de son extinction: il est sous-entendu, dès le début de la relation didactique, qu'un moment doit arriver où il se rompra. A ce moment, à la fin de l'enseignement, le système enseigné sera supposé pouvoir faire face, à l'aide du savoir appris, à des systèmes dénués d'intentions didactiques. Le savoir enseigné à l'élève est supposé lui donner alors la possibilité de *lire* ses relations avec ces systèmes comme des nouvelles *situations a-didactiques* et par ce moyen, leur apporter une réponse appropriée. Le *milieu* est le système antagoniste du système enseigné, ou plutôt, précédemment enseigné."

Cette définition de *milieu a-didactique* est en rapport avec la notion de *situations a-didactiques* et donc nous pouvons dire:

- une situation a-didactique est nécessaire parce que le milieu "naturel" est non didactique,

- le milieu a-didactique est un type particulier de milieu, et ce milieu existe dans n'importe quelle situation d'enseignement.

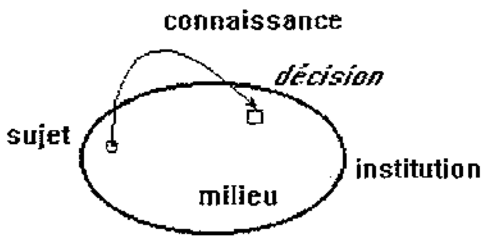
Il faut décortiquer la définition pour distinguer quels sont les objets -et leurs contraintes- que permettent de repérer ce sous-système. Trois éléments (différenciés en italique) nous semblent fondamentaux dans l'énoncé ci-dessus:

"(...) à la fin de l'enseignement, *le système enseigné sera supposé pouvoir faire face*, à l'aide du savoir appris, à des systèmes dénués d'intentions didactiques.

(...) Le milieu est le système *antagoniste* du système enseigné, ou plutôt, *précédemment* enseigné.

Pour que l'élève puisse faire face, à la fin de l'enseignement, à des situations quotidiennes comme à de nouvelles situations a-didactiques, le professeur essaie de restaurer un environnement où l'activité mathématique dépasse le simple domaine de l'apprentissage de connaissances.

La situation a-didactique est un moyen didactique du professeur pour apprendre à ses élèves la connaissance visée et son fonctionnement. Cette connaissance a, généralement, une existence indépendante de l'institution scolaire[13]. Elle permet à un individu -en tant que sujet d'une institution et dans un contexte précis- de prendre des décisions sur son milieu, c'est-à-dire d'interagir avec tout ce qui n'est pas lui dans une institution donnée. Ceux qui ont suivi des cours avec Guy Brousseau connaissent le schéma suivant:



La situation modélise ce rapport -le sujet est aussi un élément de la situation- et dans la relation didactique il faut donc créer un milieu - dans la plupart des cas artificiel, relativement à celui qui est à l'origine de la connaissance visée- pour avoir les conditions d'existence de cette connaissance[14].

> [Le milieu a-didactique est] "(...) l'image dans la relation didactique du milieu "extérieur" à l'enseignement lui-même (...)"

Est-ce que la connaissance, ou le cas échéant le savoir, n'ont pas pour eux-mêmes la vertu de "vivre"[15] dans l'institution scolaire?
Ils ont un certain mode d'existence du moment où on les trouve dans les Programmes et les Instructions Officiels. Mais ceci n'est qu'un cadre pour les enseignants, c'est dans la relation didactique que ce savoir commence effectivement à exister. Précision des idées déjà faite, nous affirmons que la connaissance ne peut pas vivre toute seule -telle qu'elle se trouve dans les différentes institutions- dans l'institution qui a pour objet de la transmettre à un secteur désigné comme celui qui a besoin d'elle. Le processus de la transposition didactique stricto

[13] Pour des raisons de légitimité il serait souhaitable qu'elle soit toujours une connaissance culturellement reconnue, mais on a assisté à la mise en place de "créations didactiques" -empruntant l'expression à Chevallard- dans l'enseignement.
[14] Brousseau (1989), p. 324.
[15] Dans son approche anthropologique, Chevallard (1989) p. 213, déclare: "Plus précisément l'analyse de *l'écologie institutionnelle* du savoir S conduit à établir, étant donné un objet Os, ce que sont ses *habitats*, soit les "endroits" où on le trouve, et les objets Os' avec lesquels y entre en association; et ce qu'est, en chacun de ses habitats, sa *niche écologique*, soit ce que sont l'ensemble des *interrelations* que l'objet Os considéré y entretient avec les objets associés Os', ainsi que la *structure* et les *fonctions* de ces interrelations. (Note: On peut décrire la notion d'habitat en disant qu'il s'agit de l'*adresse* de l'«objet» considéré, et la niche en disant qu'il s'agit de la *profession* que cet "objet" exerce en cet habitat."

sensu s'avère nécessaire, mais dans l'enseignement il ne suffit pas seulement de transmettre l'objet d'enseignement, il faut aussi que la connaissance fonctionne[16],

> "(...) comme production libre de l'élève dans ses rapports avec un milieu a-didactique"

C'est pourquoi Brousseau, dans l'analyse de la dévolution de la recherche du terme inconnu d'une somme[17], essaie de

> "(...) montrer sur un exemple le fonctionnement de la notion de milieu a-didactique et la nécessité de construire ce milieu comme objet de savoir pour l'élève. "

Ce milieu a-didactique pour apprendre les mathématiques, est-il nécessaire seulement dans une relation didactique à l'intérieur d'un système d'enseignement? Est-il particulièrement nécessaire à un certain niveau de l'apprentissage mathématique?

Nous pouvons relier les réponses à ces questions aux conceptions de ce qui constitue le progrès en mathématique. D'après Thurston[18], dans le paragraphe sur "Que font les mathématiciens?", le travail des mathématiciens consiste à trouver des moyens permettant aux gens de *comprendre les mathématiques* et de pouvoir y penser, y réfléchir. Il critique le modèle de communication des savoirs mathématiques dont la description un peu caricaturale est "définition-théorème-preuve (DTP)". Ce modèle n'explique pas -parmi d'autres limitations- *l'origine des questions*.

Nous retrouvons ici ce qui pour Brousseau fait partie du travail de l'élève[19]:

> "On ne fait des mathématiques que lorsqu'on s'occupe des problèmes mais on oublie parfois que résoudre un problème n'est qu'une partie du travail; trouver de bonnes questions est aussi important que leur trouver des solutions."

Donc, si l'on veut communiquer les mathématiques de façon à que les gens les comprennent on ne peut pas faire l'économie d'envisager l'origine de ces notions.

16 Brousseau (1989), p. 324.
17 Ib. p. 312.
18 Thurston (1994).
19 Brousseau, (1986 a), p. 37.

Dans la modélisation de la théorie des situations, le sous-système qui joue ce rôle c'est le milieu.

Le problème didactique ouvert est: faut-il créer une situation a-didactique pour chaque notion mathématique à communiquer? Quels sont les types de rapports à établir avec le milieu?

De plus, ce milieu doit-il reproduire la situation d'origine de la connaissance visée? Un milieu artificiel est-il moins légitime du point de vue didactique? Ces dernières questions ont justifié de nombreuses études des rapports entre l'épistémologie et l'histoire des mathématiques et la didactique. Dans le cadre de la théorie des situations[20],

> "Il n'est pas question de réintroduire la méthode historique dans l'enseignement mais de comprendre les mécanismes de production des savoirs qui nous intéressent en termes de conditions reproductibles."

Dans le cas particulier de la géométrie élémentaire dans la scolarité obligatoire, comment répondre à toutes ces questions? Nous avons avancé dans notre première conjecture l'origine de certaines difficultés dans l'enseignement de la géométrie. Il nous faut nous introduire dans ce domaine pour présenter les outils méthodologiques qui vont nous permettre de revenir sur l'analyse d'un milieu adéquat à ce projet didactique.

2. Pourquoi les figures du plan comme milieu pour enseigner la géométrie élémentaire?

> "La dialectique de l'espace élaborée par F. Gonseth dans son ouvrage (...) *La géométrie et le problème de l'espace*, est une philosophie de la géométrie, ce qui ne veut pas dire (...) une philosophie de la figure.[21] "

Quand on pense à la transmission des connaissances de la géométrie euclidienne, on fait appel aux dessins pour représenter les objets géométriques en question. Cette affirmation est particulièrement vraie dans l'enseignement, mais aussi dans des autres institutions. Il

---

[20] Brousseau (1987), p. 440-441.
[21] Sinaceur (1991), p. 187.

suffit de reprendre ce que disait Poincaré en 1912: "(...) la géométrie est l'art de bien raisonner sur des figures mal faites...".

C'est vrai aussi que dans la communication des mathématiques les figures n'ont pas toujours eu le même statut. Par exemple Dieudonné[22] exhibait avec un air de suffisance:

> "Je me suis permis aussi de n'introduire *aucune figure* dans le texte, ne serait-ce que pour faire voir que l'on s'en passe fort bien; mais ici encore c'est un manque auquel mes lecteurs suppléeront d'eux-mêmes."

Remarque:
Le nom "figure" désigne tantôt l'objet qu'on montre, tantôt la notion mathématique. C'est pourquoi plusieurs chercheurs discutent des acceptions du mot "figure" et proposent des qualificatifs pour distinguer les différents objets auxquels ce nom renvoie.

Ainsi, Arsac (1989) déclare:

> "Nous distinguerons dans la suite le dessin de la figure, désignant par dessin le dessin concrètement tracé sur une feuille de papier (ou dans le sable pour Archimède) et par figure l'objet mathématique dont le dessin n'est qu'une représentation."

C'est la distinction que nous avons prise jusqu'à présent. Cependant, il y a des nuances qui ne sont pas mises en évidence par cette distinction. La preuve en est des différents qualificatifs ajoutés au nom: ainsi sous le mot "figure" en tant que dessin, il est possible de trouver des *figures précises* -chez l'élève ou chez les professeurs- pour favoriser les conjectures, des figures *à main levée*, des *figures fausses* ou bien des *schémas* comme supports aux raisonnements dans l'introduction à la pensée déductive, des *épures* où les traces relèvent d'un problème de construction, etc.

En plus, les fonctions de ces objets et les possibles relations entre eux relèvent de problématique qui ne sont nullement équivalentes. Par exemple le problème mathématique de constructibilité d'une figure en tant qu'objet géométrique n'a rien à voir avec le savoir-faire nécessaire pour tracer le dessin.

---

[22] Dieudonné. (1968), p. 15.

Souvent, les exigences sur les constructions précises cachent les moyens de dire quel est le rapport non didactique à la figure. Une construction non précise montre que tout repose sur les connaissances théoriques de l'usager. Dans ce cas, il ne peut attendre du dessin que de l'information, parce qu' il a à sa charge les propriétés de la figure.

Un dessin faux représente une figure où l'usager va essayer de montrer, aussi près que possible, un contre-exemple. Un dessin imprécis, fait n'importe comment, ne peut pas servir de dessin faux. Obtenir un dessin faux oblige à réfléchir, et à raisonner correctement pour trouver les conditions qui vont manifestement rendre fausse la propriété -la connaissance- visée. Le dessin imprécis montre une figure qui semble incorrecte, où les propriétés sont censée être à la charge de l'utilisateur. Tandis que dans un dessin précis, l'utilisateur abandonne un maximum de responsabilité sur l'objet.

Dans la transmission des connaissances mathématiques la place d'un dessin précis peut ne pas apparaître comme importante, mais ce n'est pas pareil dans la résolution d'un problème. Tous les élèves savent que, à un certain moment, s'ils font un dessin précis, ils auront d'avantage d'indices que s'il font un dessin purement symbolique.

Chevallard et Jullien (1990), dans la discussion de l'objet de la géométrie, disent:

> "Lorsqu'elle est manipulée naïvement, la notion de figure conduit à regarder la figure, tracée sur un support quelconque, comme une représentation *de l'objet*. Dans la conception de la géométrie comme s'intéressant à l'espace, en revanche, la figure n'est pas une représentation de l'objet, mais une représentation (matérielle-graphique) de *l'ensemble des points de l'espace* que l'objet (matériel) vient occuper. La première conception est la source de plusieurs difficultés."

Cette distinction permet de traiter l'opposition concrète-abstrait, mise en évidence par les I. O. (Ecole Elémentaire. Compléments aux Programmes et Instructions du 13 mai 1985):

> "Peu à peu on amène les élèves, grâce à de nombreuses activités sur ces objets physiques, à changer d'angle de vue, c'est à dire à les considérer de façon plus géométrique (...)".

Laborde et Capponi (1994) expliquent:

> "Par figure géométrique on entend ici les rapports entre un objet géométrique et les dessins qui lui sont associés."

D'après cette dernière "définition", un objet géométrique, comme le quadrilatère de Saccheri[23] qui n'appartient pas à la géométrie euclidienne, est-il une figure géométrique?

R. Duval (1994), dans son étude du fonctionnement des figures dans une démarche géométrique distingue quatre types d'appréhensions possibles d'une figure géométrique: perceptive, discursive, séquentielle et opératoire. Son intérêt est attaché au "rôle des figures dans la solution des problèmes", c'est-à-dire aux figures en tant qu'outil heuristique. Relativement à nos préoccupations -les figures "objets géométriques" en tant qu'objet d'enseignement- ce point de vue relève d'un glissement métacognitif[24]: l'objet d'enseignement n'est plus la connaissance mathématique mais les moyens heuristiques. Il faudrait étudier le prix de cette substitution, et comment transformer une activité cognitive en connaissance mathématique.

Nous allons étudier, après la structuration du milieu, les différents domaines de déclaration sur les figures.

2.1. L'espace en tant que milieu

On pourrait donc imaginer, selon la géométrie et le fonctionnement des savoirs qu'on prétende enseigner différents milieux qui permettent de faire comprendre les connaissances visées.

Tous les discours sur l'enseignement dans la scolarité obligatoire -parmi eux, les I.O. depuis le début des années 80- déclarent l'importance de la géométrie -bien entendu, la géométrie euclidienne- dans la construction de l'espace.

---

[23] "Taking a quadrilateral ABCD in which sides AD, BC are equal, and perpendicular to the base AB, he [Saccheri] proved that the angles at C and D are equal. These angles, often called the *summit angles* of the quadrilateral, are therefore either right, obtuse, or acute." Martin, (1975), p. 22.

[24] Brousseau G., (1986 a) p. 43.

Selon Chevallard et Jullien (1990),

> "La conception euclidienne semble surtout concernée, non pas par l'espace, mais par les "objets" de l'espace (qu'elle rend par des *figures*) et par les *propriétés* ("géométriques") des objets de l'espace".

Ceci expliquerait la prégnance des figures dans l'étude scolaire de la géométrie.
Cependant, en revenant à la modélisation par une situation d'un certain rapport d'un sujet à un milieu réel dans un contexte précis, et en sachant que les interactions qui nous intéressent sont celles qui mettent en fonctionnement les connaissances de la géométrie, alors il semble assez naturel -et aussi très naïf- de concevoir "l'espace" comme le milieu réel de fonctionnement des savoirs géométriques. A nos jours on sait bien qu'il n'y a pas un "espace", de même qu'il n'y a pas "une réalité" et Gonseth a forgé le concept d'"horizons de réalité".

Pour Bachelard,

> "On ne trouve pas l'espace, il faut toujours le construire."[25]

Donc, sur quel espace voudrions nous agir? D'après Barbin[26] :

> "Gonseth répond dans *Les fondements des mathématiques* de 1925: "La géométrie est la science de l'espace géométrique". Pour lui, cette identité verbale prouve que la géométrie n'est définissable que par construction. Avec sa <u>dialectique de l'espace</u>, Gonseth nous propose toute une réflexion sur les rôles respectifs de l'intuition, de l'expérience et de la théorie dans la construction de la géométrie." [C'est moi qui souligne.]

D'après Sinaceur[27], Gonseth emploi le terme "dialectique" selon différents sens. Parmi ceux répertoriés, nous nous intéressons particulièrement à deux d'entre eux: l'un nous permet de décrire le *milieu réel*, et l'autre une méthode de progrès de la connaissance qui met l'accent sur la source de ce progrès. Sinaceur[28] déclare:

---

[25] Bachelard cité par P. Ginestier, (1968): "Pour connaître la pensée de Bachelard", Bordas p. 102.
[26] Barbin, E., (1991): Présentation de "La figure et l'espace", Actes du 8ème colloque Inter-IREM Epistémologie et Histoire des Mathématiques, IREM de Lyon, Université Claude Bernard.
[27] Sinaceur (1991), p. 187.
[28] Ibid., p. 190.

"*Les différents sens de la dialectique selon Gonseth*

1) C'est un "discours", expression ou explicitation de notions intuitives, expérimentales ou même théoriques et des règles de leurs combinaisons.

(...) La dialectique de l'espace est ici le discours spécifique de cette géométrie dont nous trouvons l'exposé systématique dans les *Eléments* d'Euclide. Dominé par les notions d'intuition et d'évidence, c'est le discours de ce que Gonseth appelle "l'espace représentation", c'est-à-dire l'espace en tant qu'il constitue (...) la forme de l'expérience sensible; il sera relayé par le discours de l'expérimentation physique, qui s'effacera à son tour devant la dialectique de l'espace mathématique."

Vu cette présentation épistémologique de la théorie des situations nous pouvons préciser certaines nuances, par exemple:

- "la forme de l'expérience sensible" n'est pas universelle, elle est liée, d'après les travaux de Galvez et de Berthelot et Salin, au type d'interactions du sujet à l'espace (micro, meso, macro),

- la suite ordonnée: expérience sensible - expérimentation physique - espace mathématique, n'est pas linéaire et dépend des situations où la connaissance en question doit fonctionner;

- l'expression "espace représentation" suppose un produit culturel -comme, par exemple, l'étude des figures- et non un fait individuel.

L'autre sens que nous avons pris parmi ceux inscrits par Sinaceur[29] montre la dialectique comme mouvement:

"4) Dialectiser c'est donc tenir compte, dans une théorie de la connaissance, de *l'expérience effective* des sciences. Cette nouvelle facette de la dialectique est en continuité avec la précédente, mais l'accent porte ici non sur le progrès lui-même mais sur sa source: le terrain de l'expérience, "lieu de la décision". Le progrès advient "sous la pression de l'expérience", se gagne "sur le front de l'expérience" dans le vif d'une action qui se programme et trouve ses principes en même temps qu'elle s'accomplit (...)."

[29] Ibid., p. 194.

Plus loin, Sinaceur[30] déclare:

" Le jeu dialectique en géométrie: quelques remarques.

C'est à dessein que je reprends à Gonseth ce terme de "jeu" par lequel il signifie l'interaction réglée entre différents aspects de la connaissance, qui paraissent, lorsqu'on les considère isolément l'un de l'autre, antagonistes.

1. Première synthèse dialectique: intuition, expérience (technique) et théorie (ou représentation, mesure et déduction)

La première synthèse dialectique est celle par laquelle nous obtenons la géométrie élémentaire, antérieur à la découverte des géométries non euclidiennes et à l'axiomatique. C'est la première solution d'approche du problème de la connaissance spatiale. (...) Je me bornerai à rappeler l'interpénétration réciproque des trois aspects et l'omniprésence de l'intention dialectique. Si, par exemple, l'intuition pouvait être autonome, il n'y aurait pas de *doctrines* préalables mais seulement *une* intuition première. De plus, l'intuition de l'espace est une intuition de formes, autant dire une intuition formelle, non nécessairement constituée d'avance et une fois pour toutes, mais "en voie de constitution sous la pression de l'expérience". La technique "s'empare" de l'intuition, la précise, la prolonge. Cependant, l'expérimentation n'est pas plus autonome que l'intuition (...) Inversement, la théorie ne dispose pas d'une "boussole logique", qui la conduirait infailliblement, "sans tâtonnement et sans détour" des théorèmes aux problèmes. (...) Le propre de la dialectique est sa capacité à ressaisir et réinterpréter l'antérieur dans le postérieur, le primitif dans l'évolué, le simple dans le différencié."

Tout cet apport théorique sur la dialectique de l'espace selon F. Gonseth ne nous permet pas de répondre à la question posée au début du paragraphe 2 -c'est-à-dire, pourquoi les figures du plan comme milieu pour enseigner la géométrie élémentaire?- mais il nous permet de déclarer:

Condition préalable: Les figures sont des instruments adéquats pour transmettre, dans la scolarité élémentaire, les savoirs géométriques.

[30] Ibid. p. 197.

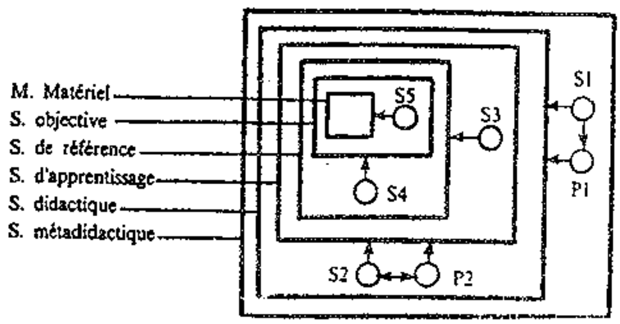
Conjecture 2: Un milieu efficace pour l'enseignement de la géométrie serait celui qui permet un jeu dialectique effectif.

Avant de tenter la discussion et l'explication de nos conjectures, il nous faut introduire un outil méthodologique, la structuration du milieu didactique, et distinguer les différents domaines de déclaration sur les figures.

3. La structuration du milieu didactique

A travers la structuration du milieu selon le schéma dit "l'oignon", nous essayerons de décortiquer les rapports aux figures et en conséquence de reformuler quelques problèmes sur lesquels bute l'enseignement élémentaire de la géométrie. Pour cette analyse nous prenons comme bibliographie deux articles de Guy Brousseau diffusés dans les Ecoles d'été 86 et 89. Ces travaux ont été repris plusieurs fois, soit pour les commenter soit pour les utiliser; on peut nommer spécialement Margolinas (1992), Orus-Baguena (1992), Berthelot et Salin (1992), Brousseau et Centeno (1992), Perrin-Glorian (1993), Banwitiya (1993).

Nous essayerons d'étudier les différents rôles du maître et de l'élève dans une situation d'enseignement des figures du plan, ainsi que de décrire les divers niveaux de structuration de milieu. Le schéma global qui représente les différentes positions est le suivant:



S1 sujet universel	S3 sujet de l'apprentissage	P1 professeur prépararant son cours
S2 élève générique	S4 sujet agissant	P2 professeur enseignant
	S5 acteurs objectifs	← agit sur ou observe

L'enseignant, en tant qu'organisateur des jeux de l'élève doit prendre de décisions sur "les éléments de choix, ses enjeux et ses règles"[31] relativement à la connaissance visée.
Quand le professeur, dans la position P1, prépare son cours, ce qu'il organise est la situation objective, à savoir *le milieu matériel* et *l'acteur objectif*[32]. Il doit choisir quelles sont les figures sur lesquelles portera le travail, les conditions des rapports prévus et les actions attendues -au début ou comme résultat de l'enseignement envisagé[33] - de la part de l'élève. Le milieu est ici appelé *milieu matériel* (même s'il n'y a pas d'objets concrets) et l'élève est un élément de la modélisation. Il est dans la position *S5*, celle de *l'acteur objectif* et c'est symbolique[34].

> [L'acteur S5] "(...) effectue des actions non seulement formulables simplement, mais aussi culturellement repérées, répertoriées et qui sont supposées connues de l'élève puisqu'elles doivent lui être communiquées. Il s'agit donc de procédures, d'algorithmes."

D'habitude, le milieu matériel pour l'étude des figures est composé des pièces, des dessins, des objets, et même des expressions écrites -ou bien orales- en langage courant ou mathématique. Dans une situation non didactique, les dessins portent un nom, celui qui est habituel dans le milieu de l'élève: "une bande", "un morceau", le losange de Renault, "cédez le passage" pour un triangle, etc. Ainsi, tandis qu'à l'extérieur de la relation didactique, *le milieu matériel* constitué par des morceaux de carton n'est qu'une collection de pièces ou de bouts avec certaines propriétés, dans une situation didactique ce milieu se place dans une *situation objective* où un *acteur objectif* (S5) reconnaît sur ces objets des propriétés géométriques.

D'après les programmes, un des premiers buts à atteindre dans l'étude des figures, est "la reconnaissance de figures simples". L'enseignant peut supposer que ces dites "figures simples" ou des objets qui peuvent les représenter sont rencontrés partout dans ce qui est le

---

[31] Brousseau G., (1986 a), p. 63.
[32] Cette affirmation constitue une hypothèse méthodologique sur laquelle nous reviendrons plus loin.
[33] Ceci dépend du caractère de la situation à étudier: s'il s'agit d'un exercice d'application, c'est bien au début qu'on attend une action déterminée; par contre s'il s'agit d'une situation d'apprentissage a-didactique, il est fort probable que l'élève puisse comprendre de quoi il s'agit mais qu'il n'arrive pas à obtenir un résultat du premier coup.
[34] Brousseau, (1986 b), p. 63.

produit de l'activité humaine (il y en a aussi dans la nature, mais généralement elles y sont moins "simples": ainsi une fenêtre, une porte, la page d'un livre, l'ombre d'un objet, etc. "sont" des rectangles, des cercles, des triangles, etc.) Cet enseignant prendra donc comme *milieu matériel* le milieu naturel de l'élève, et le cas échéant le renforcera pour l'enrichir. Dans ce choix, généralement, l'acteur S5 doit observer avec soin pour apprendre à reconnaître les figures envisagées dans les objets présentés.

Pour le professeur, en tant que *professeur préparant son cours*, cette situation est l'expression de son propre rapport officiel à un certain savoir.

Dans la structuration du milieu, S5 est un sujet qu'on suppose capable de comprendre et d'agir selon la consigne du maître. Quand le maître prépare son cours et pense à dire aux élèves: "On trace un triangle équilatéral..." peut-être, n'est-il pas sûr que toute la classe saura le construire mais cette consigne structure la progression.

L'élève qui va écouter cette instruction et se place dans la position S5 va attribuer à un objet le nom de "triangle équilatéral". Il sait que cet objet existe quelque part et que quelqu'un peut le reconnaître et le construire. S5 n'est pas soumis à une confrontation quelconque, il applique un savoir tout fait, il est censé résoudre le problème d'une façon standard. C'est l'existence de S5 qui va nous permettre de parler des figures géométriques à partir des objets placés -effectivement ou fictivement- dans le *milieu matériel*. Dans la *situation objective* la figure a un statut symbolique, c'est-à-dire qu'elle résume les propriétés reconnues par le milieu culturel de la relation didactique.

Le *milieu matériel* et *l'acteur objectif* font partie de la *situation objective* pour un *acteur particulier S4* (ou sujet agissant[35]). Brousseau[36] déclare:

> [Le sujet positionné comme élève devant la situation objective, est] "(...) en position de sujet connaissant et agissant S4. Bien sûr, il peut, non seulement imaginer et se représenter S5, mais aussi s'identifier à lui par la pensée et comprendre son point de vue. Pour un observateur extérieur d'une situation d'action réelle, il n'y a pas de différence entre un sujet S5 et un sujet S4 mais pour l'acteur lui-même, il y a la différence qui sépare soi et les autres."

[35] Désignation prise de Brousseau, (1989), p. 319.
[36] Brousseau, (1986 b), p. 61.

Si le sujet agissant a la possibilité de confronter ce qu'il sait sur la figure et le contrôle effectif sur une figure donnée, par exemple dans le micro-espace, la "pression de l'expérience" -d'après la citation de Gonseth- se fait sentir.

Au moment d'écouter la consigne qui parle d'un triangle, S4 -supposons-le élève de CM1- se représente et l'objet "triangle" et quelqu'un (un S5) qui peut - ou qui a pu- le construire. Lui même, comme élève qui doit prendre des décisions pour construire cette figure, se trouve devant un problème. C'est le cas de ACL[37].

> *L'enseignant commence à écrire au tableau le message suivant:*
> ***Faites un triangle avec un côté mesurant 15 cm 7 mm, puis un côté mesurant 19 cm 2 mm et enfin un côté mesurant 9 cm.***
> (...)
> M.: Qu'est-ce que tu as à dire? Vas-y!
> ACL: Moi je ne comprend pas parce qu'il a dit: un côté... un côté... un côté... On ne sait pas de quel côté on parle, s'il est à droite... ou en bas...

ACL pose la question avant même que l'enseignant ne demande de construire la figure décrite par le message, cependant il peut anticiper le déroulement de la séance. ACL, en tant que sujet agissant se place dans la position d'un S5 qui lui, doit construire ce triangle. Si on a les mesures des côtés, quel est le côté qu'il faut mettre en bas? Est-ce qu'avec deux côtés c'est suffisant pour déterminer la figure ou pas? Le triangle, jusqu'à ce moment-là, était plutôt un symbole, reste-t-il "le même" si perceptiblement -dans une position différente- il est si distinct? Quelles sont les transformations permises pour obtenir "le même"?[38] On voit bien ici, selon l'expression de Brousseau, "la différence qui sépare soi et les autres".

Par contre, si les choix du professeur sont de nature à éviter l'incertitude, il est toujours possible d'entamer un discours qui enchaîne ce que l'élève sait sur la figure et ce que le professeur veut lui faire passer. Pas de confrontation de la part de l'élève, le professeur a le sentiment que l'élève apprend quelque chose parce qu'il a pu avancer dans son programme.

[37] Cf. Annexe V, transcription de la séance du 16.03.90.
[38] Ce fait a été soulevé par Arsac comme la conception selon laquelle "(...) l'existence d'un triangle dépend de l'ordre de ses côtés". Arsac, (1989), p. 89.

Indépendamment des résultats obtenus par l'élève[39],

> [la situation d'action] "(...) peut devenir par une intériorisation et/ou par le jeu d'un rapport social particulier, l'objet des préoccupations d'un sujet S3 *[sujet épistémique]* pour qui elle forme alors un milieu M3 que nous appellerons *"milieu de référence"*. (...) Un élève peut se trouver dans une position S3 sans que la position S4 [de sujet agissant] ait été réalisée ni même soit envisagée. Dans ce cas, le sujet S3 observe M3 sans imaginer entrer en interaction avec lui, ce qui peut limiter sensiblement ses possibilités de raisonnement."

Si nous reprenons l'exemple sur le triangle, pour un bon nombre d'enfants, la mesure de deux côtés est suffisante pour le déterminer: à partir d'un point on dessine les segments correspondants à ces côtés, et forcément le troisième côté est déjà fixé par "le trou"[40]. C'est l'action, mise en oeuvre par S4, et la réflexion sur cette action, faite par le sujet dans la position S3 (*sujet de l'apprentissage*[41]), qui donne la découverte des autres possibles[42].

Le professeur, jusqu'à présent, reste comme une sorte d'observateur[43]: sa présence était imprimée dans tous les choix didactiques, mais il n'intervient pas comme un acteur dans ces situations, toutes à caractère a-didactique. Son rôle est d'éviter, dans la mesure du possible, les dérapages par rapport à ce qui est son jeu: l'enjeu de la situation didactique. C'est par le biais de la *situation de référence* que le professeur a accès à S3, c'est-à-dire par les actions effectives ou fictives du sujet -dans la position S4- sur un milieu objectif.

C'est la *situation de référence* et le *sujet de l'apprentissage S3* (ou résolveur de problèmes) qui forment la *situation d'apprentissage* (ou situation d'apprentissage a-didactique) sur laquelle le professeur pourra prendre appui pour développer son projet d'enseignement.

---

39 Brousseau. (1986 b), p. 61.
40 Cf. Annexe II, message 12, p. 70.
41 Brousseau, (1989), p.319.
42 Cf. dans ce chapitre, § 7.1.
43 Nous sommes d'accord avec C. Margolinas (1992), p. 252.

Le professeur devient acteur, il se place en *P2 professeur enseignant agit sur ou observe* et l'élève devient le *sujet "épistémologique" S2*[44], (*élève générique*, selon la désignation de 89).

> "Ces rapports entre un sujet S3 réfléchissant à une situation de référence, avec peut-être les ingrédients additionnels propres aux rapports sociaux dont nous parlions plus haut, sont du type de ceux qu'un professeur doit établir entre un élève réel et un problème. Pour lui, ces rapports constituent une situation d'apprentissage ou un exercice, dont il se sert pour son projet d'enseignement. Sa propre position est la position P2, et le milieu dont il s'occupe et avec lequel il interagit est le milieu de l'apprentissage a-didactique.
> (...) Mais l'élève est, lui aussi, invité par moments à considérer la situation d'apprentissage et les comportements qu'elle a suscités de sa part, ne serait-ce que lorsque le professeur les corrige et les commente, ou encore au cours de l'institutionnalisation des connaissances."

Le sujet dans la position S2 n'est plus dans l'enjeu de l'action, de résoudre le problème mais il est dans un processus nommé "metacognition"[45] : il est en train de regarder -par sa propre initiative ou par l'intervention du professeur- comment il a pu résoudre le problème. Il est en position de se voir comme *sujet agissant* (S4) et comme *sujet de l'apprentissage* (S3)[46].

> [P2 en tant qu'acteur] "(...) communique ou s'abstient de communiquer, selon le cas, des informations, des questions, des méthodes d'apprentissage, des heuristiques, etc. L'enseignant est donc impliqué dans un jeu avec le système des interactions de l'élève avec les problèmes qu'il lui pose. Ce jeu ou cette situation plus vaste est la *situation didactique*."

Parfois, dans la position de P2 l'enseignant peut intervenir pour relancer la situation a-didactique. Cependant, généralement, avec l'intervention effective du professeur, nous sommes dans le niveau où se trouve la source de tous les phénomènes de didactique: soit parce que la situation a-didactique n'a pas les propriétés attendues et donc le professeur,

---

[44] Brousseau, (1986 b), pp. 61-62.
[45] Flavell J.H. (1976), cité par Chevallard: "Quelques représentations touchant le concept de représentation".
[46] Brousseau G., (1986 a) p. 50.

pour pouvoir continuer son projet, a besoin de changer la signification des connaissances envisagées, soit parce qu'il y a des contraintes qu'il ne peut pas prendre à sa charge et il s'échappe alors par le biais du contrat didactique. Dans le premier cas, nous rencontrons les effets Topaze, Jourdain, le glissement métacognitif... Dans le deuxième nous retrouvons, par exemple, des savoirs que le maître ne peut pas enseigner mais qu'il a besoin de les supposer connus des élèves. Dans notre exemple du triangle dont la position est vue comme élément définitoire de la figure, le professeur dans la situation P2, n'a d'autres moyens qu'une sortie par le contrat didactique et il pose la question suivante avec une voix "décourageante": "Faut-il toujours dire quel côté est à gauche, ou à droite?". Sinon, il est obligé de prendre le problème en charge, de l'aborder avec un discours culturel, et donc il devrait ici entamer l'étude des isométries du plan.

Les *situations objectives*, *de référence* et *d'apprentissage* sont toutes des situations a-didactiques. Le professeur n'intervient pas directement mais c'est lui qui les a organisées.
S'il découvre -ou envisage- un échec au niveau de la *situation d'apprentissage*, il peut intervenir à différents niveaux (du point de vue de la structuration du milieu) pour obtenir de l'élève une réponse idoine. Habituellement, cette attitude devient une pratique d'enseignement; c'est le cas de la présentation ostensive des notions[47]. Avec des expressions du type: "Regardez, qu'est-ce que vous voyez?", ou "Regardez ce que vous avez fait", il obtient des réponses qui lui permettent d'opérer sur la *situation d'apprentissage*. Il pousse le sujet à se placer en S3, qu'il ait ou non vécu la place S4. Avec cette pratique, l'enseignant fait appel tantôt à S3 tantôt à S2: "Ce que vous avez appris, ce que vous avez dit, c'est ça". Dans la présentation ostensive des notions, le professeur essaie de faire établir aux sujets dans S2 un rapport particulier au *milieu matériel* en revenant aux positions S4 et même S3. Avec des clichés du type: "Est-ce que vous avez bien compris?" le professeur incite l'élève à se placer en S2, il lui parle de son apprentissage et donc il a la possibilité de fermer la situation d'apprentissage. Nous reviendrons sur la présentation ostensive des notions, car elle prend des dimensions extraordinaires dans la problématique qui nous occupe.

[47] Cf. chapitre 2.

Le professeur qui regarde la situation didactique est P1, *le professeur préparant son cours* et si l'élève atteint cette place, il est S1, *l'élève générique*[48] (*sujet universel*, selon la désignation de '89).

> "Le professeur réfléchissant à son activité d'enseignement ou la préparant, envisage ses propres rapports avec ses élèves; il se place ainsi dans une position P1, réflexive par rapport à la situation précédente qui se constitue alors pour lui, en un nouveau milieu M1: le milieu didactique, ou situation didactique au sens du professeur. Cette position est similaire pour le maître à la position S3 pour l'élève. Remarquons que l'élève peut lui aussi se placer devant cette position (S1) pour observer, juger ou tirer parti de façon consciente de la situation didactique."

S1, le *sujet universel*, sort de la relation didactique, il la juge. C'est le cas de l'élève qui tire des déductions de sa connaissance sur la gestion didactique menée par son professeur, c'est l'élève qui connaît les conditions scolaires et qui est capable de dégager des enseignements sur la situation didactique.
Ainsi, dans la progression appelée "Construction de droites parallèles"[49], la feuille problème avait été découpée d'une façon irrégulière pour éviter le contrôle au jugé sur les directions verticale et horizontale. Un élève a affirmé: "en plus, elle [l'enseignante] a découpée la feuille pour ne pas suivre les bords."

> "Les rapports entre S1 et M1 peuvent évidemment être pris comme objets d'étude par les acteurs de la relation didactique, comme par un observateur extérieur mis alors en position S0. La situation ainsi créée étant une situation d'analyse de la didactique."[50]

On y retrouve le "P-constructeur" et le "P-noosphérien", selon la désignation de Margolinas[51].

---

48 Brousseau G., (1986 b) p. 62.
49 Cf. Annexe I, Matériel.
50 Brousseau G., (1986 b) pp. 62-63.
51 Margolinas C., (1993) p. 254.

Il découle de cette analyse que les interactions d'un acteur sur un milieu matériel peuvent être bien différentes. C'est pourquoi il est nécessaire de distinguer à chaque niveau les objets desquels on parle.
Les objets d'un milieu matériel vont d'abord être traités par l'enseignant comme des figures. Quand l'enseignant dit: "Voilà un triangle" sur un objet fabriqué avec un géoplan, il révèle quelque chose sur une bande en caoutchouc et des clous. Mais qu'est-ce qu'une figure pour le professeur? Et pour l'élève?

3.1. Différents domaines de déclarations sur les figures

Quand l'enseignant fait un dessin et qu'il le traite comme figure -"Voilà un triangle"- qu'est-ce qu'il mobilise comme information?

D'habitude son dessin d'un triangle est un symbole: trois points non alignés ne sont pas envisagés comme un triangle. Et le polygone formé par les trois côtés non plus.
A l'école Michelet, par exemple, étant donné que lorsqu'on travaille avec des figures découpées, toutes les figures deviennent des choses découpées. C'est un effet pervers de la situation didactique, de la transposition didactique sur l'enseignement: pour pouvoir parler de la géométrie, pour traiter les figures, il y a une déformation de la conception de la géométrie. Tant qu'on travaille sur des dessins qui sont proches d'une certaine conception des figures géométriques, ça reste de la géométrie. Mais dès lors qu'on veut envisager des figures qu'on ne peut pas découper, il y a des objets -les segments, les angles, les points- qui ne sont plus des figures, ils ne rentrent plus dans le schéma.
Le professeur, comme être humain, sait très bien ce qu'est une figure, cependant durant la période où elle est l'enjeu de l'enseignement cet objet mathématique se transforme. C'est un exemple de ce que Chevallard[52] a distingué comme rapport personnel et rapport officiel (de l'enseignant) à l'objet de savoir.

L'objet mathématique "triangle" n'est pas contenu dans un dessin, celui ci est une spécification de la figure. Néanmoins quand l'enseignant travaille dans la contingence, il a

[52] Chevallard (1989).

plusieurs figures susceptibles de correspondre au même dessin: on peut regarder un segment comme un triangle aplati, ou un carré comme un rectangle.

Ce que l'enseignant dessine a des rapports avec des figures, mais ces rapports sont dus à une conception donnée. Généralement le dessin correspond à toute une classe d'objets. C'est pourquoi il faut éviter qu'une spécification élimine des cas qu'il veut examiner dans une figure. Autrement dit, il faut que le dessin satisfasse des conditions supplémentaires pour être un *bon* dessin d'une figure. Par exemple, un représentant "honorable" de la figure triangle ne peut pas être un triangle isocèle parce qu'il ne suffit pas qu'il soit triangle, il faut qu'il soit visiblement quelconque... Mais dès lors qu'on a un paradigme de dessin qui convient -ou qui ne convient pas- pour un triangle scalène, il fonctionne comme un signe[53].

Ce statut de signe interdit-il un fonctionnement opératoire de l'objet? Pas nécessairement si dans l'enseignement on entame une action didactique pour traiter les composantes du signe[54].

Dans l'introduction de ce paragraphe nous avons esquissé les rapports de l'enseignant à la figure. Mais le rapport aux dessins est différent pour celui qui le propose et pour l'observateur. Parzysz[55] déclare:

> "(...) some properties of the representation appear only thanks to the reader's good will (restitution of the meaning)."

Dans un dessin il n'y a pas seulement ce qu'on voit, mais aussi ce qu'on sait sur l'objet représenté. D'une certaine manière on retrouve le "réalisme intellectuel"[56] analysé par Luquet consistant à dessiner non pas ce que le sujet voit de l'objet (réalisme visuel fondé sur la perspective), mais tout ce qui y est.

A partir de la structuration du milieu nous avons les moyens de montrer que le statut d'un objet, le "dessin" à l'occasion, est défini par sa fonction dans la situation proposée et par la

---

[53] Cf. Chapitre 2. § 8.1

[54] Pour les élèves, une figure est caractérisée par sa position. Ainsi, un losange *a* ses diagonales selon les directions privilégiées (verticale et horizontale). Nous avons utilisé cette composante pour que les élèves fassent le dessin, mais la vérification par superposition avec un objet découpée libérait la figure de sa composante "position". Cette construction donne la possibilité de découvrir des propriétés de la figure et donc d'avoir un rapport opératoire à l'objet. (Cf. Annexe II. Fiches didactiques).

[55] Parzysz. (1988). p. 81.

[56] Piaget et Inhelder. (1972). p. 65.

position du sujet (élève ou professeur). Nous pouvons différencier différents domaines de déclarations sur les figures:

- La *figure matérielle* est une tache sur un papier, un point sur l'écran, une description, avec laquelle on peut établir les rapports les plus universels: regarder, découper, plier, tracer, réfléchir, etc. Elle est supposée être la même pour le professeur et pour l'élève.

- La figure *représentation mentale* résulte d'une sorte de négociation entre la perception de la figure matérielle et les conceptions du sujet. C'est le rapport personnel d'un sujet soit agissant (S4) soit apprenant (S3) à la figure[57], c'est celle que l'élève utilise dans ses décisions. Cette figure, pour l'élève de l'école élémentaire, est caractérisée par un *prédicat amalgamé* attribué[58] à l'objet, en conséquence elle n'est pas stable.
Par exemple, la figure représentation mentale pour un élève de CE1 correspondante à un triangle est, d'après sa description orale: "Il ressemble à un triangle un peu tordu. Pour être un triangle, si un côté mesure par exemple 10 cm, tous les autres doivent mesurer 10 cm". Personne dans la classe n'a discuté cette définition qui semblait être partagée -du moins ne se sont-ils pas senti agressés par l'affirmation- par tous les élèves.

- La *figure dévolue* à l'élève est celle qui est dans la situation qu'on lui a proposée, c'est celle que l'élève traite quand il veut résoudre un problème. Seules certaines caractéristiques sont pertinentes, adéquates et idoines suivant le système dans lequel elles sont exigées. L'élève peut pressentir, voir ou ignorer ces rôles mais c'est lui qui détermine la réussite.
Exemples:
1) Les deux triangles en position de Thales qui permettent d'écrire une démonstration ne sont ni dans la figure matérielle (plus riche) ni dans la représentation mentale jusqu'au moment où l'élève perçoit ou conçoit cet arrangement qui lui permet de résoudre son problème.
2) Dans un jeu de communication, la représentation mentale qu'un sujet a d'un triangle est à la base de la description de cette figure, mais celle-là ne suffit pas pour déterminer la formulation. Quand l'émetteur se met à la place du récepteur, il essaie de: chercher un

---

[57] On pourrait s'intéresser au rapport personnel de l'enseignant, mais dans notre travail nous le prendrons en tant qu'épistémologie du professeur, c'est-à-dire en tant que facteur des choix didactiques.
[58] Cf. Chapitre 2, § 11.2.

répertoire commun clair et précis, de décrire soigneusement soit l'objet -ses éléments, y compris notamment sa position- soit une procédure de construction en utilisant un système de référence ou bien une suite d'instructions.

3) On peut placer les figures fausses et les schémas -quand elles sont produites par l'élève- dans la catégorie "figures dévolues".

Du côté du professeur:

- La *figure idéale* est l'objet mathématique traduit dans la situation didactique comme objet à enseigner ou comme connaissance visée. Elle porte les propriétés mathématiques et celles dues à la spécification didactique, c'est ce que l'enseignant pense devoir enseigner comme savoir sur les objets géométriques. Cette figure caractérise, en termes de Chevallard, le rapport officiel des enseignants aux figures et fait partie de la situation objective: la figure idéale comporte le milieu matériel et un rapport bien précis d'un acteur objectif à ce milieu.
La figure idéale fait partie de l'enjeu de l'enseignant vis à vis de l'apprentissage. Par exemple, à propos du rectangle un élève de CM1 doit savoir: le désigner, le reconnaître, le construire sur une feuille blanche avec une équerre.

- Et finalement nous distinguons la *figure didactique* comme le moyen concret du professeur -au niveau de discours ou comme dessin- pour mettre en relief certains éléments, propriétés, etc. qui favorisent la gestion de l'enseignement. C'est dans ce domaine où nous pouvons repérer les représentations "honorables" d'une figure -parmi elles, la figure typique[59] - et aussi l'utilisation de figures précises, fausses, schémas, etc. lesquelles -sous le contrôle du professeur- sont choisies selon ce qu'il veut obtenir: un contre-exemple, une conjecture, etc. Par exemple, si la connaissance envisagée est une propriété des triangles en général, le professeur essayera de faire un triangle scalène, c'est à dire un triangle le moins particulier possible pour éviter l'adjonction de propriétés qui ne sont satisfaites que par un sous-ensemble des triangles. Ainsi les mesures des côtés de ce triangle ne constituent pas une information pertinente pour la détermination de la figure didactique. Par contre s'il a deux côtés approximativement égaux, il ne peut pas être utilisé comme figure didactique parce que, pour jouer son rôle, il doit être manifestement scalène.

[59] Cf. Chapitre 2. § 8.

Les rapports entre la figure idéale et la figure didactique ne sont pas linéaires. Généralement la *figure didactique* découle de la *figure idéale* mais il y a des situations où la dépendance est moins claire. Par exemple, pendant une séance dont l'objet d'enseignement était la construction avec l'équerre de l'angle droit comme élément d'un rectangle[60] l'enseignant ne peut pas accepter une réponse juste -conforme à la figure idéale- parce qu'elle n'est pas idoine à la situation didactique.

Voici le contexte: trois côtés d'un rectangle (ABCD) sont déjà construits, il s'agit de vérifier à l'aide d'une équerre en papier si les angles, en particulier celui de sommet (C) est droit. Un élève est au tableau:

M.: Pierre, où est-il l'angle droit sur le papier? Il est où?

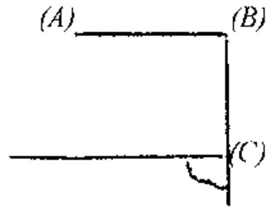
Pierre montre le sommet de l'angle droit.

M.: Il est là! Alors, comment tu fais pour vérifier que ton angle est droit?

Pierre regarde l'enseignant, il n'a rien à dire.

M.: C'est celui-là que tu vérifies.

L'enseignant montre l'angle à vérifier, (C).
Pierre positionne son équerre sur un des angles extérieurs à (C),
ce qui fait rire quelques élèves.



M.: Il est où ton angle. Il faudrait qu'il soit où?

Pierre ne dit rien en bougeant son équerre.

Oui, c'est cet angle là que tu devrais mesurer. Alors, comment tu fais pour vérifier?

Pourquoi l'enseignant ne peut-il pas accepter l'action de l'élève? On pourrait faire l'hypothèse que c'est parce que la classe n'a pas les savoirs qui permettraient de justifier cette procédure. Mais, à plusieurs reprises, il accepte des réponses dans les mêmes conditions -par exemple, il suffit de vérifier si trois angles sont droits pour avoir un rectangle- donc nous préférons interpréter ce fait d'une autre manière: la *figure didactique*

[60] Cf. Annexe IV, transcription de la séance du 13.03.90. "M" identifie le maître.

doit montrer de la façon la plus claire et directe possible les propriétés de la *figure idéale*, c'est pourquoi on ne peut pas admettre des détournements.

Aucune de ces déclarations sur les figures n'est complètement ni statique ni universelle. Dans une relation didactique, la plus stable est peut-être la *figure matérielle*. En particulier, d'une part *la figure représentation mentale* est liée aux composantes contextuelles et à l'apprentissage, d'autre part *la figure idéale* et *la figure didactique* sont liées à l'enjeu de l'enseignant.

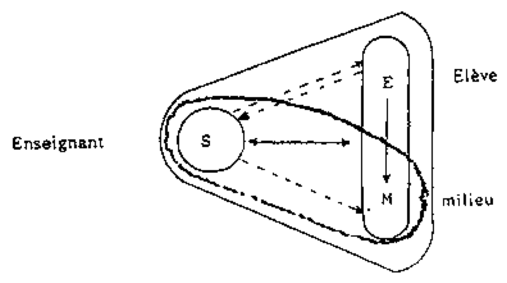
4. Différents milieux présents dans "le jeu du maître"

Jusqu'à présent nous avons centré notre étude sur le *milieu a-didactique de l'élève*, parce qu'il est un des objets fondamentaux de la recherche en didactique. Cependant, on peut élargir le champ d'application de la notion de "milieu" et donc distinguer le *milieu didactique de l'élève* et le *milieu de l'enseignant*.

Le milieu didactique de l'élève est le système antagoniste de l'élève y compris l'enseignant. Un sujet, par exemple l'enseignant, fait partie d'un milieu comme personne physique, mais aussi -et dans cette modélisation, d'une manière fondamentale- en tant que celui qui définit les actions possibles de l'élève à travers les informations qu'il donne ou qu'il s'abstient de donner.

Tout en gardant les relations prévues, on peut "lire" le schéma selon ce qui constitue une unité relativement à l'objet d'étude. *Le milieu didactique de l'élève* serait alors représenté par:

S: enseignant
E: élève
M: milieu a-didactique de l'élève



C'est dans ce type de milieu que nous trouvons les conditions pour obtenir les réponses idoines de l'élève, d'après sa lecture des attentes du maître et des informations prises du milieu a-didactique. Le schéma montre que l'élève et son milieu a-didactique n'ont plus un rapport direct, ils appartiennent à des sous-système différents et donc ces rapports apparaissent médiatisés par l'enseignant.

Dans un sens complémentaire, nous envisageons *le milieu de l'enseignant*, c'est-à-dire le système antagoniste de l'enseignant. Ce milieu est représenté par le schéma primitif du "jeu du maître".

La structuration du milieu permet d'étudier ce système quelque soit le type de situation, en particulier selon ce que nous avons déjà avancé:

Hypothèse d'ordre **méthodologique:** Quand le professeur prépare son cours, ce qu'il organise est la situation objective, c'est-à-dire *le milieu matériel* et l'action d'un *acteur objectif*.

Nous avons montré que les rapports d'un sujet dans chacune des positions -élève, enseignant- aux différents niveaux d'un milieu sont distincts. Cependant, grâce aux relations entre les différents sens du mot "jeu"[61] nous pouvons coder ces différents rapports:
Le joueur, vis à vis d'un milieu, prend des décisions, agit en fonction des informations qu'il peut en tirer. Ces choix répondent à des règles, des stratégies, des connaissances qui font partie de son répertoire.
Le milieu fournit les instruments du jeu, l'ensemble des positions possibles et donc les mouvements du système.
L'interaction joueur-milieu modifie le système et conditionne l'enjeu, la fonction de préférence.

Or, quand le professeur prépare son cours il organise un milieu -y compris les règles qui définissent un succès et un échec- qui est appelé *milieu matériel*. Cependant il doit aussi envisager les interactions d'un sujet avec ce milieu. Ce sujet symbolique est appelé *acteur objectif* et il est censé effectuer des actions culturellement répertoriées. Ce couple milieu-acteur constitue la *situation objective* qui est proposée effectivement à l'élève, avec laquelle

[61] Brousseau . (1986 a), p. 78.

il doit interagir. Elle constitue donc -pour l'élève- le milieu a-didactique de départ organisé par l'enseignant autour d'une connaissance visée.

5. Retour à la notion de milieu a-didactique

Revenons à la définition de milieu a-didactique déjà citée dans §1.1. de ce chapitre, pour analyser ses autres caractères significatifs signalés en italique: Le milieu est le système *antagoniste* du système enseigné, ou plutôt, *précédemment* enseigné.
Pourquoi *antagoniste* et pas extérieur? Qu'est-ce qui fait d'un environnement un système antagoniste?
Cet adjectif met en évidence la conception d'apprentissage présente dans le cadre de la théorie des situations. En prenant appui sur la théorie de l'équilibration de Piaget, Brousseau[62] a défini l'apprentissage comme une adaptation de l'élève à une situation-problème nouvelle. Et donc,

> "L'élève apprend en s'adaptant à un milieu qui est facteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres, un peu comme le fait la société humaine. Ce savoir, fruit de l'adaptation de l'élève, se manifeste par des réponses nouvelles qui sont la preuve de l'apprentissage."

Pour agir, pour apprendre, l'élève doit trouver insuffisants ses moyens de contrôle, donc le sous-système avec lequel il négocie, ne doit pas être pour lui un allié mais un concurrent. Il est évident que ce caractère d'antagonisme n'est pas général, il dépend de la connaissance visée et de la position du sujet par rapport à cette connaissance.

Nous pouvons commencer à répertorier les éléments constitutives d'un milieu a-didactique:

- la nature, l'univers dans son ensemble n'est pas le milieu qui nous occupe;

- tout l'environnement immédiat de l'élève non plus: ce qui fait seulement partie du milieu peut être modélisé en termes de situation et permet le fonctionnement de la connaissance visée. Autrement dit, quand le professeur choisit "le milieu" pour enseigner un savoir déterminé, il essaie dans ses décisions de créer un lieu où les objets et les rapports à ces objets sont censés faire fonctionner ce qui est l'objet de son intention didactique.

[62] Brousseau, (1986 a), pp. 48-49.

> "Elle [la théorie des situations] modélise seulement l'environnement spécifique d'un savoir ou d'un de ses aspects."[63]

Avec la structuration du milieu nous pouvons comprendre le sens séquentiel donné par: "(...) système enseigné ou plutôt, *précédemment* enseigné". A ce sujet Brousseau [64] déclare:

> "Les différents niveaux du milieu s'appuient les uns sur les autres lors du traitement cognitif d'un concept mathématique. Cet appui se manifeste par des relations de nécessité structurelle et de complémentarité et par des relations temporelles de succession et de production: une situation produit les éléments de la suivante."

Un exemple peut nous aider à expliquer comment, pour un sujet du niveau n (entre 1 et 5), la situation face à laquelle il agit devient un milieu.

Nous rappelons, en bref la situation de communication de figures: les émetteurs doivent écrire un message, sans croquis, pour que les récepteurs puissent construire une *figure matérielle* superposable au modèle. Voici ce qui se passe:

FEC et LPI, deux élèves de CM2 devaient écrire un message sur un parallélogramme. Ils ont mesuré d'abord les côtés et ont commencé à rédiger un message avec ces deux mesures:

> C'est un rectangle penché dont les côtés mesurent 6 cm et 2,5 cm.

Ils sont bien dans la position S4 en tant qu'émetteurs, devant une situation objective. Avant d'envoyer le message ils essayent de construire la figure selon leur propre description, c'est-à-dire qu'ils envisagent ce qu'un acteur S5 pourrait faire comme récepteur, et décident de se placer effectivement dans cette position. Ils deviennent donc des sujets S4 en tant que récepteurs.

En suivant le message, ils réalisent que les récepteurs pourraient obtenir plusieurs figures différemment "penchées". Ils sont un peu étonnés: leur moyen de contrôle est manifestement insuffisant, la situation objective est donc un milieu a-didactique.

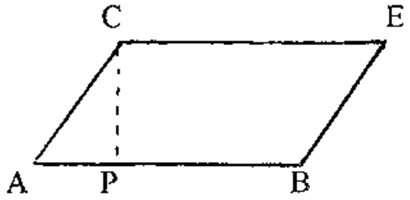
Ils réfléchissent, discutent et finalement FEC mesure avec la règle l'écart -presque perpendiculaire- entre les grands côtés: "Ah! 1,3 cm... Si l'on donne la hauteur, ça ira!"

---

[63] Brousseau, (1989), p. 312.

[64] Brousseau, (1986 b), p. 64.

Il trace deux droites parallèles avec un écart de 1,3 cm. Le problème n'est pas tout à fait résolu: "Mais ce côté décalé, comment peut-on le faire?"[65]



Sur la figure découpée, il trace la perpendiculaire par (C) au côté opposé -encore une fois au jugé, mais il admet que ce segment mesure 1,3 cm- et il mesure le segment qui a comme extrémités le pied de la perpendiculaire (P) et (A).

Ils soumettent chaque idée à la vérification effective: FEC fait une construction avec la règle et une équerre en papier. Il trace (AB), détermine le point (P) et à 1,3 cm le point (C). A partir de (C) ils mesurent 6 cm sur une droite à peu près parallèle à (AB), ils obtiennent le somment (E); ils rejoignent (A) avec (C), et (E) avec (B). Finalement ils superposent leur construction avec le modèle et "ça marche", selon leur propre expression. Donc ils commencent à rédiger le message:

> Tracer un trait de 6 cm de long dont l'extrémité gauche s'appelle A et l'extrémité droite s'appelle B. A deux centimètres du point A tracer un trait vertical 1,3 cm dont l'extrémité s'appelle C.
> Du point B tracer un trait vertical de 1,3 cm de hauteur qui s'appellera D. Tracer un trait de 6 cm reliant l'extrémité C à l'extrémité D. Il doit dépasser le trait D. Il s'appellera E. Relier le trait E au trait B et C au trait A.

Les récepteurs ont bien suivi le message, mais les erreurs sur les angles droits les empêchent de faire une figure superposable au modèle.

Il est clair que le sujet en position S4 a raté à sa tâche: l'enjeu de la situation objective était de construire une figure superposable, et l'action développée par S4 -soit émetteur, soit récepteur- a échoué.

Est-ce que l'apprentissage a échoué? Pas forcément. FEC devant les erreurs aperçues pendant la superposition, hausse les épaules et déclare "Ce n'est rien, ça marche": il ne bute pas sur la précision, il est sûr qu'avec sa procédure il peut contrôler la déformabilité du

[65] Pour faciliter l'explication, nous proposons ici une figure et nous désignons les éléments en jeu.

quadrilatère. C'était là son enjeu. Il devient un sujet dans la position S3, il regarde son activité, il réfléchit sur la situation qui est devenue pour lui, une situation de référence.
Cette procédure, est-elle valable pour n'importe quel parallélogramme? Il ne se pose pas la question, il peut expliquer comment il est arrivé à contrôler cette figure particulière. Peut-être une intervention du maître est ici nécessaire pour approfondir la problématique, et relancer la situation a-didactique.

6. A la recherche d'un milieu pour l'enseignement de la géométrie

Notre deuxième conjecture disait: Un milieu efficace pour l'enseignement de la géométrie serait celui qui permet un jeu dialectique effectif.

Nous pouvons présenter une première spécification de cette conjecture:

Conjecture 2.1: Une tache, traitée comme *figure idéale* par l'enseignant, ne constitue pas un milieu efficace pour l'apprentissage de la géométrie.

Il faut d'abord signaler qu'une tache n'est toujours pas le meilleur représentant d'une figure. Ainsi, le dessin du quadrilatère de Saccheri -figure de la géométrie non euclidienne- ne peut que porter des confusions. Il vaut mieux avoir une définition que faire une tache quelconque.

La tache, traitée comme *figure idéale* par l'enseignant, serait la *figure didactique* adéquate à cette figure idéale dans une relation didactique historique. Nous avons déjà présenté la *figure idéale* comme la figure pour l'acteur symbolique S5. C'est là donc que se place la connaissance visée, et le cas échéant, le savoir correspondant si l'enseignement modélisé par cette structuration arrive à une situation d'institutionnalisation.

Dans les pratiques d'enseignement où l'étude des figures est liée "au rôle des figures dans la solution des problèmes", la *figure didactique* devient l'objet de l'enseignement. Nous avons déjà présenté ce fait qui relève d'un glissement métacognitif. Maintenant nous pouvons dire que, dans ce cas, la *figure idéale* -parfois détournée par rapport à l'objet mathématique correspondant- est la *figure didactique*.

Nous voudrions revenir sur les doutes déjà avancées: quel est le prix de cette substitution dans les enseignements futurs?

Duval (1994) distingue trois types de modifications sur "une figure matériellement tracée ou simplement imaginée (...): modification méréologique, modification optique ou modification positionnelle."

Quels sont les rapports entre ces modifications et les transformations du plan? Ces modifications méréologiques ne font-elles pas obstacle à l'étude des isométries? Dans les opérations de reconfiguration on trouve des déplacements; cependant supposer que, avec ces actions, on est en train d'étudier les transformations serait un effet Jourdain. Les enseignants sont-ils conscients de ce choix?

D'ailleurs, comment transformer une activité cognitive en connaissance mathématique?

Plusieurs recherches, en particuliers menées à Grenoble, proposent d'organiser un milieu fondé sur un EIAO (Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur) tel que Cabri-géomètre. Laborde et Capponi (1994) proposent:

> "(...) d'analyser les spécificités d'un EIAO et leur rôle sur la conception et le fonctionnement de situations a-didactiques (...). L'exemple choisi est le logiciel Cabri-géomètre en tant que constituant d'un milieu organisé pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique."

Ce milieu crée par Cabri offre des rétroactions fondées sur des connaissances géométriques et l'avantage, signalée par les auteurs[66], est que

> "(...) ces rétroactions sont issues d'un dispositif externe au sujet et indépendant de l'enseignant: elles sont ainsi susceptibles de faire évoluer le sujet".

La conclusion obtenue par ces auteurs nous semble un peu forte: ce n'est pas parce qu'un milieu évolue que la connaissance d'un sujet -qui est en interaction avec ce milieu- va

[66] Laborde et Capponi, (1994), p. 176.

l'accompagner. Le milieu "réalise" la connaissance, mais fait-elle partie des moyens de contrôle du sujet[67] ?

D'ailleurs[68],

> "Les situations a-didactiques en géométrie visent à ce que:
> - les stratégies de solution fondées sur des connaissances géométriques apparaissent comme plus efficaces que des stratégies empiriques ou fondées sur la perception. (...)
> - ces stratégies ne soient pas la réponse à des attentes externes au problème que l'élève croit deviner par exemple chez l'enseignant ou l'auteur du problème."

Une situation a-didactique, pour n'importe quelle connaissance mathématique, comporte ces conditions, elles ne sont pas spécifiques de la géométrie.
Nous n'avons pas étudié en profondeur les EIAO, mais il nous semble fort possible que notre hypothèse méthodologique garde, dans ce type d'environnement, tout son sens: il ne suffit pas d'organiser un milieu matériel autour d'une connaissance visée, un milieu a-didactique implique nécessairement l'action d'un sujet et donc l'étude d'une situation.

Suite à la présentation par Pappert de la géométrie de la tortue, plusieurs travaux ont été développés dans ce domaine. Parmi eux, celui de Rouchier[69] qui distingue les expériences réalisées avec l'ordinateur et celles avec la tortue de sol:

> "La présence de l'ordinateur, en particulier la médiation obligée qu'il réalise entre l'enfant et la réalisation (d'un tracé par exemple) est ici essentielle. (...) la tâche qui échoit à l'élève est en effet assez lourde, non seulement il doit constater son erreur, ce qui est assez facile, en général, mais il doit interpréter et analyser les causes de cette erreur!"

Nous n'avons pas abordé l'étude du milieu créé par cette géométrie, cependant nous trouvons dans ce milieu plusieurs domaines de confrontation: les objets géométriques, les propriétés de ces objets, la production de ces objets, et tous les problèmes caractéristiques de la programmation: nature de la solution, rôle de la planification de l'action, etc.

---

[67] Cf. Chapitre 2.
[68] Laborde et Capponi, (1994), p. 178.
[69] Rouchier, (1985), p 4.

Nous avons fait l'analyse a priori et l'observation d'une leçon de "Reproduction de figures à l'aide de l'ordinateur"[70]. Ce n'est qu'une esquisse pour aborder l'étude d'une relation didactique dans ces conditions.

7. Un milieu a-didactique ayant pour objets les figures du plan

> "Quelles sont les connaissances exigées quand le maître dit: "Voyez un triangle". Il exige de la part des élèves qu'ils aient la capacité de connaître, de reconnaître, de voir ce qui est écrit au tableau. Il est bien clair qu'il peut arriver que cette exigence ne puisse pas être satisfaite: il y a, par exemple, un élève aveugle dans la classe. L'enseignant ne pourra pas dire "vous voyez" et tout d'un coup, il y a une énorme partie de son discours qui ne va plus être légitime, parce qu'il exige des connaissances qui ne peuvent pas être mises en oeuvre par le sujet."[71]

L'utilisation de la structuration du milieu nous permettra de décrire quelques caractères pertinents d'une situation d'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire -la situation de communication des figures- et d'expliquer son déroulement.

Nous avons intérêt à caractériser un milieu a-didactique efficace pour l'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire. A ce niveau, les figures sont devenues un "milieu" dans le sens de Chevallard[72] :

> "Au cours de l'évolution temporelle de l'institution (...) des sous-systèmes du système général des objets institutionnels vont se stabiliser durablement, en ce sens que les rapports institutionnels à ces objets vont, sur une période assez longue, cesser d'évoluer, se révéler "robustes" face aux perturbations extérieures et se "naturaliser" en devenant transparents aux acteurs de l'institution.(...) De tels sous-systèmes d'objets vont assumer, pour les acteurs de l'institution; une fonction de *milieu*, celui-ci apparaissant doué d'une objectivité échappant au contrôle et à l'intentionnalité de l'institution: on pourra dire alors que le milieu est *"a-institutionnel"*.

70 Cf. Annexe IX.
71 Brousseau. (1992). p. 99.
72 Chevallard (1989). p. 215.

Cependant, d'après notre hypothèse méthodologique, il ne suffit pas de décider les éléments d'un milieu matériel pour obtenir un milieu a-didactique.
D'après Margolinas[73],

> "Dans une situation particulière donné, le "milieu" au sens de Chevallard représente l'ensemble des objets candidats à faire partie du "milieu matériel" de la "situation objective".

Dans le texte de Margolinas ceci n'est pas explicité, pourtant nous supposons que les "objets" sont ici également les rapports à ces objets. Et c'est surtout dans les rapports aux figures que ce phénomène de naturalisation est le plus remarquable. Nous reviendrons sur ce propos dans l'étude de l'ostension.

Nous avons intérêt à travailler sur les figures de la géométrie élémentaire dans un rapport technique avec l'espace[74], à l'occasion le micro-espace.
D'après le schéma de la théorie des situations, les interactions d'un sujet avec son milieu réel peuvent être caractérisés comme rapports d'action, de communication ou de débat. Seul le premier entraîne une action directe sur le milieu, dans le second l'action se fait grâce à un intermédiaire par le biais d'une communication[75]. Pour un débat il nous faut un partenaire, un être humain, qui tout en faisant partie du milieu du sujet n'est pas d'accord avec lui sur un aspect déterminé.

D'après notre hypothèse méthodologique[76], il faut étudier:

- les conditions d'un milieu matériel pour devenir un milieu efficace
- et les différents types de rapports. Dans le schéma de la structuration du milieu la flèche de chaque sujet (acteur, sujet élève ou enseignant) représente "agit sur ou observe". Cette description, si réduite, exige des précisions.

[73] Margolinas, Séminaire national de didactique des mathématiques, (1994), p. 4
[74] Cf. § 2.1. de ce chapitre.
[75] Cf. schéma de la communication, Broussseau 1986 a, p. 105.
[76] Cf. § 4 de ce chapitre.

7.1. Un proto-milieu a-didactique pour l'enseignement de la géométrie

Cette coupure en deux aspects, le milieu matériel d'une part, et les rapports d'un acteur objectif de l'autre, a pour but de présenter plus clairement les éléments de la situation objective. En fait, les variables pertinentes du milieu matériel sont déterminées par l'acteur S5, en l'ocurrence un élève de Cycle Moyen provenant d'un certain milieu culturel, à qui on voudrait apprendre certaines connaissances de la géométrie élémentaire.

Nous avons affirmé, dans la deuxième conjecture, qu'un milieu efficace pour l'enseignement de la géométrie serait celui qui permet un jeu dialectique effectif. Cette conjecture porte plutôt sur le type de rapports à établir avec un milieu que sur des éléments constituant ce milieu.

Dans la première spécification de cette conjecture, nous déclarons qu'un dessin, traité comme figure par l'enseignant, ne suffit pas comme milieu pour l'élève.

Dans la recherche des conditions qui favorisent le jeu d'une dialectique, nous envisageons la mise en place d'une expérience effective avec le micro espace. Nous avançons donc une autre conjecture:

Conjecture 2.2: Une dialectique effective avec le micro espace est celle capable d'ouvrir le champ de choix du sujet.

Dans la conception la plus générale de l'enseignement, l'apprentissage scolaire est une association entre les questions posées par l'enseignant et les bonnes réponses données par l'élève. Devant un problème, si l'élève répond correctement, il montre à son institution d'appartenance qu'il sait. Sinon, il a besoin, auprès de cet institution, d'un enseignement. D'habitude, la connaissance tend à rétrécir le champ de réponses possibles; elle est le moyen de réduire l'incertitude et concentrer tout le poids d'une stratégie optimale sur un choix déterminé.

La modélisation de la relation didactique en termes de jeu permet d'envisager l'ensemble des réponses possibles d'un sujet face à une situation donnée. Parfois, la connaissance a pour but d'élargir ce champ de choix, d'ouvrir auprès d'un sujet tout un univers de "possibles" qui, jusqu'à ce moment là, n'existait pas.

Dans la recherche des fondements de son épistémologie constructiviste, Piaget entame le problème de la construction de nouvelles connaissances par le biais de la "production des nouveautés" (sur la formation des "possibles"). Pour comprendre la genèse des possibles, il faut signaler le rôle des limitations dont doit se libérer le sujet[77].

> "Celles-ci [les limitations] tiennent à une indifférenciation initiale entre le réel, le possible et le nécessaire, tout objet ou matière à schème présentatif apparaissant d'abord au sujet, non seulement comme étant ce qu'ils sont, mais encore comme devant nécessairement être tels, ce qui exclut la possibilité de variations ou changements. Ces "pseudo-nécessités" ou "pseudo-impossibilités" comme nous les appellerons ne sont d'ailleurs nullement spéciales à l'enfant et on en retrouve à toutes les étapes de l'histoire des sciences. (...) Chez les jeunes sujets les "pseudo-nécessités vont naturellement beaucoup plus loin: un carré sur pointe n'est plus un carré et ses côtés deviennent inégaux, (...)"

Quand l'enseignant montre ou met à portée de l'élève une *figure matérielle*, il ne fait qu'exhiber nécessairement un cas particulier et, en tant que tel, il a des propriétés spécifiques. Le réel en lui-même (et la figure matérielle en fait partie) composé d'objets et d'événements connus ou encore inconnus qui existent indépendamment du sujet est très pauvre en variations. C'est pourquoi les conceptions restent attachées à certaines propriétés qui sont habituellement présentes dans la réalisation de ces objets dans la culture.

> "(...) Le possible n'est en effet pas un observable, mais le produit d'une construction du sujet, en interaction certes avec les propriétés de l'objet, mais en les insérant en des interprétations qui sont dues aux activités du sujet, lesquelles engendrent du même coup l'ouverture sur des possibles de plus en plus nombreux dont les interprétations sont de plus en plus riches."[78]

[77] Piaget. (1981).
[78] Ibid., p. 5.

Dans leur étude "Le possible et le nécessaire. L'évolution des possibles chez l'enfant", Piaget et ses collaborateurs ont posé le problème, parmi d'autres exemples, à propos des possibles dans la construction de triangles et dans la construction de formes par l'utilisation du compas.

La construction de possibles et la construction de triangles

Pour comprendre notre intérêt sur la formation de possibles relatifs à la construction de triangles, il suffira de montrer l'interaction d'une équipe lors du jeu de communication.

Les émetteurs envoient:

> C'est un triangle il mesure 15 cm 8 mm de tous les côtés.

Les récepteurs commencent la construction avec une règle -le compas n'était pas encore utilisé- et bien sûr, c'est le troisième côté qui pose des problèmes surtout si l'on pense que les deux premiers côtés ne peuvent pas bouger. Ils demandent donc des précisions:

> Q.: Le trait d'en bas fait 15,8 cm, le trait de droite 15,8 cm mais le trait de gauche fait 13 cm.

Les émetteurs n'ont pas grand chose à ajouter:

> R.: Vous vous êtes trompés.

Qu'est-ce qui se passe? Pourquoi les élèves ne songent-ils pas à modifier l'inclinaison de deux segments une fois tracés?

A notre avis, c'est le caractère immuable des premiers côtés qui conduit les élèves à ne donner que la mesure de deux côtés, car après il ne reste "qu'un trou".

Piaget[79] affirme:

> "Il en résulte que, pour atteindre de nouveaux possibles, il ne suffit pas d'imaginer des procédures visant un but quelconque (avec optimalisation ou se réduisant à une recherche de variations): il reste à compenser cette forme effective ou virtuelle de perturbation qu'est la résistance du réel lorsqu'il est conçu comme "pseudo-nécessaire". Un tel mécanisme entraîne par ailleurs cet effet supplémentaire de pousser le sujet, lorsqu'il est parvenu à vaincre un tel obstacle sur un point particulier, à en conclure par une inférence quasi évidente que, si une variation est

[79] Ibid. p. 9.

possible, d'autres le sont aussi, à commencer par les plus analogues ou celles de sens contraire."

Dans le chapitre sur la construction des triangles, Piaget[80] déclare:

> "(...) le sujet d'un niveau supérieur pourrait déduire d'emblée que si un triangle a trois angles et donc trois côtés, ceux-ci peuvent avoir des longueurs égales, tous trois ou par deux, ou encore inégales; et que les angles seront égaux ou inégaux, d'où parmi ces derniers la possibilité d'un angle droit, ou isocèle ou en scalène."

Dans le paragraphe § 11.2. du Chapitre 2, sous le titre "Détermination d'un point", nous avons présenté deux exemples sur les différents essais d'un élève pour obtenir un triangle dont il connaît la mesure des trois côtés. Effectivement, quand l'élève envisage la possibilité de modifier l'angle, le tâtonnement systématique lui permet d'obtenir le triangle cherché.
La plupart des élèves commencent la construction par un trait horizontal, généralement le plus grand côté du triangle. A ce sujet, Piaget[81] affirme:

> "(...) la méthode "base d'abord" suppose en effet une certaine anticipation présentative des liaisons sans dépassements, donc du but qui provoque l'invention procédurale des ouvertures d'angles et du rôle de la base, et ce sont alors ces moyens nouveaux qui (...) conduisent à la nouveauté présentative des scalènes."

En didactique, comment peut-on prendre en compte ce type de contraintes? Quelles sont les conséquences si on les ignore?
Notre préoccupation ne porte pas sur les processus personnels d'abstraction qui ont -ou peuvent avoir- lieu chez les individus, mais sur les conditions dans lesquelles une connaissance particulière peut être transmise en tant que solution à un problème posé.
Evidemment, l'enseignement direct de l'algorithme de construction d'un triangle avec le compas serait plus économique, cependant[82]:

> "(...) la possibilité de construire des triangles (...) apprend au sujet l'existence d'un espace physique, constitué par les interactions entre solides macroscopiques autant

---

[80] Ibid. p. 151.
[81] Ibid. p. 165.
[82] Battro. Dictionnaire d'épistémologie génétique, à propos de la notion d'espace géométrique, PUF, 1966.

que celle d'un espace géométrique lié aux actions de construction et de réunion des angles."

Dans la situation de communication de figures le problème posé pour étudier le triangle -c'est le même pour chaque figure- a pour objectif non seulement de "savoir reproduire un triangle", mais de déterminer ce qu'il faut mesurer pour être sûr d'avoir un triangle donné.
D'emblée, c'est la confrontation avec l'action qui donne un premier niveau de validation de l'activité: la réponse est juste -l'équipe gagne- si avec le message on peut obtenir un triangle superposable au modèle. C'est l'expérience de la communication et de l'action qui donne les moyens d'évaluer l'intuition: si l'élève pense qu'avec deux côtés il n'obtient qu'un triangle ou que deux côtés n'ont qu'une position possible, alors il obtiendra une réponse juste seulement par hasard.
C'est justement pour traiter le caractère nécessaire de certains renseignements que la situation envisage un autre niveau de validation: Avec ce message, peut-on faire une figure différente? Avec cette consigne l'enseignant relance la situation a-didactique, dont le but est de chercher des possibles qui répondent à certaines conditions.
Finalement, il faut s'attaquer au caractère suffisant des renseignements fournis pour construire cette figure: Quel est le message minimal pour construire une figure superposable au modèle?

La construction de possibles et l'utilisation du compas

Souvent, l'utilisation du compas est liée aux savoir-faire relatifs à la géométrie élémentaire. Ainsi on trouve, à partir du Cours Elémentaire, des activités pour tracer des disques avec le compas. Cet enseignement conduit les enfants à concevoir le compas comme quelque chose d'utile pour faire des ronds. Voici la description de Piaget[83] à propos de ce type de relation:

> "L'intérêt de ces réactions est de nous montrer que la formation des possibles ne tient pas, dans le cas particulier, aux comportements sensori-moteurs des sujets, c'est-à-dire aux mouvements qu'ils savent effectuer et imprimer aux compas, mais bien aux mises en relations dont ils se révèlent capables (ou incapables) au cours de ces actions. (...) Or, malgré cette variabilité assez considérable de comportements, les

[83] Piaget. (1981). p. 169.

relations qu'établissent les sujets entre les buts et les moyens ou au vu des résultats obtenus sont les mêmes et peuvent s'exprimer comme suit:

1) Le cercle n'est qu'une courbe fermée, dont les caractères sont essentiellement figuratifs et tiennent à ceux de la circonférence, donc de son périmètre ou pourtour qui doit être "rond partout", d'où l'avantage du compas qui "fait plus rond" qu'un crayon quelconque.

2) Le cercle figural ne comporte intrinsèquement ni centre ni égalité des rayons qui en partiraient. (...)"

Est-ce que cette connaissance sur l'instrument permet de comprendre son emploi dans les constructions des autres figures matérielles? Bien sûr que non, si le compas sert à faire des ronds, pour reproduire un carré: "Non, on ne peut pas [avec le compas], on ne peut reproduire que des formes rondes... Il me faudrait une règle" disait un enfant de 8 ans 11 mois dans la recherche menée par Piaget.

Il a donc étudié l'utilisation du compas d'un autre point de vue[84]:

"(...) l'inconvénient est naturellement que les petits ignorent tout du compas, tandis qu'à un certain âge il est lié à l'enseignement scolaire. Mais cela n'empêche pas d'analyser les ouvertures ou nouveaux possibles dont nous verrons l'indépendance relative par rapport aux démonstrations fournies à l'enfant ou acquises scolairement. (...) Or, de même qu'avec le triangle les ouvertures successives sur de nouveaux possibles conduisent de l'équilatéral à l'isocèle puis au scalène, en relation avec les procédures employées, de même, malgré les apparences, le cercle à lui seul donne déjà lieu à des possibles bien différents selon qu'il est conçu de façon purement figurative ou en relation avec un centre et des rayons d'égales longueurs: a fortiori sa décomposition en arcs variables peut engendrer des recompositions en quartiers de lune, en lentilles, etc., et ce sont ces constructions dont il s'agit pour nous de comprendre selon quels facteurs elles sont peu à peu rendues possibles."

Nous prétendons créer les conditions pour que les élèves arrivent à concevoir le compas comme un outil économique dans la détermination d'un point à distance donnée des deux

[84] Piaget, (1981), p. 167.

autres[85]. Pour cela, il faut que les enfants envisagent le compas comme instrument de mesure et c'est là que nous retrouvons les nouveaux possibles:

> "Or, le caractère spécial des nouvelles ouvertures de ce niveau (...) est qu'elles portent(...) sur des changements de significations et cela dans la direction de variations intrinsèques reliées par des rapports nécessaires: nous sommes donc en présence de "possibles déductibles" se formant lorsque le sujet découvre qu'un centre de rotation et un écartement maintenu constant, correspondant aux rayons égaux entre eux, sont les conditions de la construction du cercle et que celui-ci ne se réduit pas aux propriétés figuratives d'un périmètre "rond partout". Autrement dit ces nouveaux possibles tiennent au fait que la circonférence n'est plus conçue comme une simple figure, mais comme une résultante dont le problème est de chercher les conditions et de dégager les effets des variations de ces facteurs."

Dans une action didactique, nous envisageons à propos de l'utilisation du compas une variable pertinente: ce n'est pas tout à fait le même problème que de l'utiliser pour construire un hexagone régulier ou pour construire un losange. Dans le premier cas, les élèves ne voient pas les cordes, ils reportent les arcs. Dans un losange, on reporte des longueurs soit pour déterminer les côtés -pour les enfants, une distance- soit les diagonales -une longitude.

Ces études nous indiquent des connaissances pour déterminer un milieu a-didactique, c'est-à-dire un système qui soit *antagoniste* d'un sujet qui transite par l'école élémentaire.
Dans la situation de communication, le choix de l'univers de figures fait partie du milieu de la situation a-didactique initiale. L'étude préalable permet de décider quelles sont "les éléments de choix, ses enjeux et ses règles" pour modéliser en termes de jeux la dévolution aux élèves de la situation à finalités didactiques.

Ainsi, **quelques aspects** que nous jugeons pertinents pour déterminer "les éléments de choix" sont:

[85] Cf. Annexe II. fiche didactique de la sixième séance.

- *le caractère déformable des figures matérielles incluses*[86]

Pour les élèves, il suffit de donner la mesure des côtés pour déterminer n'importe quelle figure matérielle. Par exemple ils pensent que ces renseignements sont suffisants pour déterminer un losange.

D'après notre étude sur le milieu, nous envisageons de créer des conditions où les connaissances personnelles de l'élève ne soient pas suffisantes pour contrôler un problème dans le micro espace. C'est pourquoi, en plus des triangles -où la connaissance en question fonctionne parfaitement- nous avons inclus dans la progression du CM1 d'autres quadrilatères et un disque[87].

En fait, quand cette situation de communication a commencé à fonctionner[88], elle faisait partie d'une séquence au CM2 et la communication portait sur: deux losanges, deux trapèzes et trois parallélogrammes.

Actuellement[89] au CM1 l'univers de départ est formé par des triangles. A notre avis ce choix favorise, pour l'enseignant, l'enjeu de l'enseignement mais pas forcément celui de l'apprentissage. Ne mettre que des triangles renforce l'idée fausse sur le caractère déformable d'une figure et donne aux triangles un statut qui nous semble mettre en danger tout le déroulement postérieur de la géométrie: une institutionnalisation prématurée du triangle comme figure élémentaire dans l'étude des polygones pourrait tuer toute la géométrie des figures.

D'ailleurs, étant donné que dans la construction d'un triangle il n'y a qu'à déterminer un point -parce que les deux premiers sommets sont immédiats- le tâtonnement systématique fixe l'obsession sur la précision du dessin, propos qui en lui-même n'a pas de sens.

- *la familiarité des figures matérielles*

Si toutes les figures sont culturellement connues des élèves, le risque de ne rien apprendre à partir de cette activité est énorme. Il existe, dans ce cas, un tas d'informations implicites qui rend idoine un message pas juste.

Par exemple, une équipe qui devait communiquer sur un rectangle a réussi avec ce message:

Largeur 19cm 3mm
Longueur 11cm 6mm

---

[86] Cf. Chapitre 2. § 11.
[87] Cf. Annexe II. jeu de la communication.
[88] Cf. Annexe II. antécédents.
[89] Cf. "Géométrie. document provisoire", Joel Briand. Monique Comet et Fabienne Giraud. juin 1994.

- les figures matérielles sont découpées

La position comme élément caractéristique d'une *figure représentation mentale* chez l'élève apparaît d'une façon permanente. La *figure matérielle*, soit découpée soit dessinée, est prise par l'élève dans un rapport interfigural -généralement les bords de la table ou de la feuille.
Il se crée ainsi une composante contextuelle de l'objet d'étude liée à la position: "un triangle on le pose comme ça". Plusieurs recherches en didactique, dont celles d'Arsac (1989) et Berté (1993) ont constaté que pour les enfants, le résultat de la construction d'un triangle dépend de l'ordre dans lequel on met les côtés. A plusieurs reprises nous avons observé ce fait, et d'après nous, cette recherche d'un côté qui conduit à la réussite est liée à la position en tant que pseudo-nécessité.
Le choix des figures découpées permet de laisser au milieu le soin de traiter cette composante contextuelle: un élève du Cours Moyen peut manipuler une figure matérielle pour essayer de la superposer à une autre, même si d'emblée elles semblent être différentes.

- les conditions matérielles de construction

La taille de la figure par rapport à la feuille et aux instruments, le type de papier, les instruments mis à disposition des élèves, etc.: toutes ces variables ont été étudiées à plusieurs reprises, en particulier dans des recherches sur la géométrie menées à Grenoble.

D'après notre hypothèse méthodologique, déterminer un milieu matériel n'est pas suffisant pour caractériser un milieu a-didactique initial, il faut aussi envisager le type des interactions que va établir un acteur objectif.

7.2. Les interactions d'un acteur objectif avec un milieu matériel

D'après le schéma de la structuration du milieu, un sujet -un élève ou un enseignant- "agit sur ou observe" un milieu déterminé. Nous sommes intéressés par les actions -observer est une façon d'agir- et les décisions que prend un acteur objectif face à un milieu matériel avec le but d'apprendre des notions de géométrie.

Nous distinguons deux types d'interactions d'un sujet avec un milieu: des *interactions effectives* et des *interactions fictives*. Nous essayerons de les caractériser.

Dans une "pédagogie de la manipulation", il est toujours nécessaire de faire, d'agir, d'avoir une expérience (avec des objets concrets) préalable à l'introduction d'une notion. Bien que ce principe soit à la base d'une bonne partie des décisions des enseignants, habituellement il n'est pas appliquée à la lettre parce qu'il est extrêmement cher en temps et en énergie. C'est pourquoi les enseignants ont recours, très souvent, à des "expériences mentales" censées remplacer une action historique (c'est-à-dire effectivement vécue) sur un milieu matériel.
S'agit-il, d'après notre désignation, d'une interaction effective dans le premier cas et d'une interaction fictive dans le seconde?
L'interaction que nous appelons *effective* est celle qui ne dépend pas entièrement de l'acteur. Il reçoit de l'extérieur des sanctions non prévues de sa part. Le contrôle de ses actions est assumé, en partie, par un système extérieur.
Ce type d'interaction peut avoir lieu dans une situation d'action, ou de formulation ou de validation. Le caractère "effectif" est lié au rapport plutôt qu'au type d'éléments d'un milieu. Un rapport est effectif quand il entraîne une confrontation avec un certain domaine, soit le micro espace, soit le langage soit une théorie.

Pour essayer de répondre à la question "Comment les gens comprennent-ils les mathématiques?" Thurstone (1994) propose un exemple: il donne une liste de différentes façons de penser la notion de derivée et il décrit sa propre interaction à ces objets[90].

> "Je me souviens d'avoir absorbé (sic!) chacun de ces concepts comme quelque chose de nouveau et d'intéressant, et d'avoir dépensé beaucoup de temps et d'efforts intellectuels à digérer, assimiler et utiliser chacun d'eux, et à les réconcilier avec les autres. Je me souviens aussi d'être revenu sur ces différents concepts ultérieurement, avec une signification et une compréhension accrues."

Il s'agit, d'après notre distinction, d'un rapport effectif d'un sujet aux objets d'une théorie.
Dans notre travail, nous nous sommes intéressés aux interactions effectives propres à l'action, en particulier, les interactions effectives à un milieu où le jeu est l'action sur

[90] La traduction est dû à Jean Brette.

l'espace. Nous cherchons à créer les conditions pour établir une dialectique où le contrôle de l'espace par les décisions effectives du sujet est l'enjeu de l'activité. Les aller-retour s'établissent entre le sujet (ou une équipe, si la tâche est partagée) et les informations que donne l'espace.

Pour établir un jeu dialectique en géométrie, nous revenons à la citation déjà présentée de Gonseth: pour lui, dialectiser c'est tenir compte de l'expérience effective, du lieu de la décision.

Quand l'élève doit reproduire une *figure matérielle* d'après un algorithme de construction tout fait, il n'y a évidemment pas de décisions à prendre, pas de confrontations sauf celles qui appartiennent au domaine des savoir-faire. En générale, ses choix n'engagent pas directement sa connaissance, même s'il a une idée préalable de ce qu'il peut faire pour obtenir la figure demandée. Sous la pression du contrat didactique, il emploiera la méthode proposée par l'enseignant. Cette procédure générale lui semblera peut-être plus ou moins proche de sa propre méthode, mais le questionnement de cette méthode par rapport à l'algorithme proposé arrivera fortuitement.

Une situation objective organisée à des fins didactiques doit envisager ce type de confrontation, et c'est l'action sous certaines conditions qui rend possible la pression de l'expérience sur les intuitions premières.

D'après Piaget[91] :

> "(...) tant le possible que le nécessaire sont des produits des activités du sujet. Pour ce qui est du possible, il va de soi que c'est le cas lors des libres combinaisons d'actions, mais, même en ce qui concerne le possible ou virtuel "physiques" (...) qu'il demeure relatif aux inférences du sujet. Quant au nécessaire, une relation "réelle" n'est jamais que plus ou moins générale, sa nécessité demeurant inhérente aux modèles qu'en construit déductivement le sujet, donc subordonnée aux nécessités propres à ces déductions elles-mêmes.
>
> Cela dit, il est alors clair que les situations initiales d'indifférenciation résultent essentiellement de l'insuffisance des activités du sujet quant aux possibles et à la nécessité, ce qu'il considère comme "réel" comportant en revanche des privilèges

[91] Piaget (1981), p. 182.

abusifs remédiant à ces lacunes des pouvoirs déductifs: d'où les blocages et perturbations mutuelles (...)

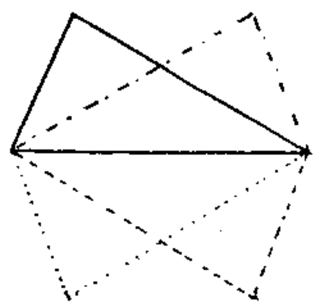
Une construction sur papier blanc, entraîne-t-elle toujours une action effective? Evidemment pas: tout dépend du type de décisions que doit prendre le joueur vis-à-vis du micro espace. Voyons deux exemples pour bien distinguer les deux types de rapports différents: la construction d'un triangle, et la reconnaissance de droites parallèles.

Exemple I: la construction d'un triangle.

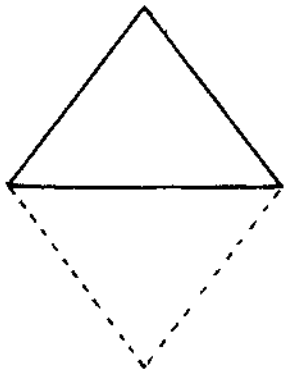
Voyons les incertitudes que cache cette construction pour un élève du CM1 quand il aborde la tâche sans une liste d'instructions. Il a une description de la figure -avec la mesure des côtés- et il "sait" ce qu'est un triangle car il peut le reconnaître selon une certaine forme. Pour envisager un triangle "possible" à partir de la mesure de trois côtés, il faut qu'il envisage une grammaire de transformations. En géométrie on sait qu'avec trois segments -sauf les cas de non constructibilité exclus dans la situation de communication car le message porte sur une figure matérielle- on peut construire un nombre infini de triangles, tous congruents. Mais, quels sont les moyens qu'ont les enfants pour mettre en place ce théorème?

La plupart des élèves, même s'ils n'arrivent pas à se représenter la "forme" de la figure, essayent de faire quelque chose. Ainsi, ils commencent par un segment, d'habitude le plus grand côté, et ils le placent horizontalement. Combien de triangles "différents" est-il possible d'obtenir à partir de ce côté?

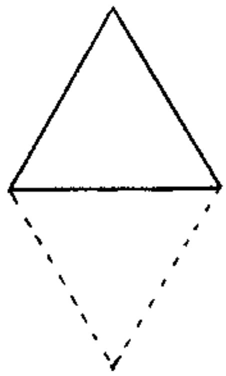
Si le triangle n'a pas d'axe de symétrie, il est possible d'obtenir quatre triangles dont la "forme" est différente.



Si, comme dans la situation de communication, les récepteurs n'ont pas le droit de voir le modèle, lequel de ces quatre triangles est le bon? Et même pour les émetteurs, comment faut-il décrire le modèle pour fixer le "bon" triangle?
S'il s'agit d'un triangle isocèle, et que le côté fixe est la base, il n'y en a que deux, à cause de la symétrie de la figure.



Si le triangle est équilatéral, les possibles se réduisent encore plus: il n'y en a que deux quelque soit le côté qu'on prenne comme fixe.



A l'occasion, cette étude de différents triangles possibles à partir d'un côté fixe pourrait organiser la situation objective dont la connaissance envisagée serait les symétries du triangle ou l'orientation du plan. Mais ce n'est pas le but de la situation de communication. A ce moment-là, il s'agit de donner les renseignements pour reproduire un triangle dont on connaît l'existence. En quoi ces triangles sont-ils différents? Qu'est-ce qu'il faut donner de plus pour identifier un des quatre possibles? La stratégie de base est de donner la position de la figure par rapport au côté fixe et aux bords de la feuille: "le côté de ... cm à droite", "le côté de ... cm à droite", etc
Cette stratégie pourrait évoluer dans les sens de la construction d'un système de référence, par exemple le système cartésien, mais ce choix privilégie d'autres connaissances et ignore les propriétés intra-figurales des objets en question. Or dans notre problématique il est

important de rester proche des pratiques de références et du fonctionnement de la géométrie en tant que technologie de l'espace[92]. Dans ces pratiques, c'est l'analyse intra-figurale qui conduit à décider ce qu'il faut mesurer pour reproduire une figure.

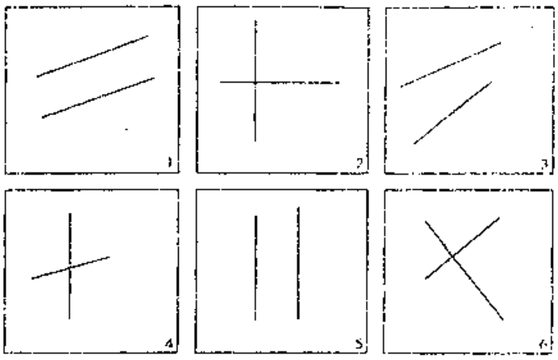
<u>Exemple II:</u> la reconnaissance de droites parallèles

D'habitude, à l'école élémentaire, on "montre" ce que sont les droites parallèles, ou plutôt ce qu'est "deux droites parallèles": la voie ferré, les bords d'une table ou d'une porte (?), etc. Le cas échéant, elles sont définies comme "les droites qui ont la même direction" ou bien comme (Cf. "Le nouveau calcul vivant, cours moyen première année, Hachette, 1963):

"Les lignes qui ne se rencontrent pas, aussi loin qu'on les prolonge." ou,

"Les droites parallèles ont le même écartement sur toute leur longueur."

Comment, tout en utilisant ces définitions, un élève peut-il reconnaître des droites parallèles? Quels sont les moyens qu'il peut mettre en oeuvre pour répondre à l'exercice suivant[93]? Et même s'il arrive à répondre selon les attentes des examinateurs dans le temps prévu, quelle est la fonctionnalité de ses connaissances sur les droites parallèles?



1. Dans certains cadres, on a tracé deux droites parallèles.
   Donne les numéros de ces cadres :

2. Dans certains cadres, on a tracé deux droites perpendiculaires.
   Donne les numéros de ces cadres

---

[92] Chevallard. (1990), p. 60.

[93] Cf. "Evaluation CE2 - 6ème", décembre 1993. Ministère de l'Education National. Direction de l'Evaluation et de la prospective.

Dans les manuels, en plus de ces définitions et comme une autre activité, on trouve des méthodes -décrites et exhibées par des schémas- pour tracer des droites parallèles (Cf. Bodard et Matrat, "Le calcul quotidien, cours élémentaire et cours moyen, Nathan):

"Je trace des droites parallèles: 1° Avec la réglure du cahier, 2° en suivant les deux côtés de la règle ou en la faisant tourner sur elle-même, 3° en faisant glisser l'équerre le long de la règle et en suivant le côté de l'angle droit ou le grand côté, 4° en pliant une feuille de cahier en accordéon."

Les interactions d'un sujet avec ce milieu construit autour de la notion de droites parallèles, soit dans la reconnaissance grâce à la "définition" soit dans les procédures de tracé montrés, sont des *interactions fictives*. Pour reconnaître, l'élève *regarde* et *associe*, d'après le document d'évaluation, "les mots corrects aux images correspondantes". Dans les constructions, il applique un algorithme: la confrontation est au niveau de l'interprétation -du schéma et de l'explication associée- et des savoir-faire, pas de la notion envisagée.

Voici maintenant un exemple d'interaction effective avec un milieu organisé autour de la même notion.

Pendant l'étude des quadrilatères, l'enseignant[94] propose aux élèves deux activités:

Première activité: construire une figure d'après une description donnée.

> C'est un quadrilatère. Il a deux côtés égaux de 4,5 cm et deux autres de 6 cm, et une diagonale de 8 cm.

Evidemment, avec ces renseignements, il est possible d'obtenir deux figures adéquates au message: un parallélogramme et un "cerf-volant". (Pour le premier des quadrilatères, la classe utilisait déjà le vocabulaire, pouvait le reconnaître et le construire avec le compas).

La tâche de construction est individuelle et la plupart des élèves obtient un parallélogramme mais il y a quelques cerfs-volants. Dans une phase collective l'enseignant rend public les différents résultats, et relance la situation:

"Je crois que quelques-unes de vos figures sont des parallélogrammes, nous allons les vérifier."

Il actualise les définitions en jeu:

"Un quadrilatère est un parallélogramme si les côtés opposés sont parallèles", et

"Deux droites sont parallèles si elles sont perpendiculaires à une même droite".

---

[94] Cf. Annexe X.

Donc le moyen pour vérifier si le quadrilatère est un parallélogramme est de déterminer les droites auxiliaires par rapport auxquelles les côtés opposés sont perpendiculaires.
La détermination de la droite auxiliaire n'est pas évidente, elle est toujours à l'intérieur de la figure et généralement c'est un segment qui relie les côtés opposés. Ce sont les décisions d'un sujet sur le micro espace défini par la feuille qui rendent effective leur interaction avec ce milieu.

Deuxième activité: construire un parallélogramme et vérifier si les côtés opposés sont parallèles.
Cette activité est un exercice d'application. Maintenant les élèves savent qu'ils doivent obtenir un parallélogramme, eux-mêmes fixent les mesures et vérifient après leurs constructions.

Dans cet exemple, c'est le sujet qui agit directement sur le milieu. Cependant, ces interactions effectives peuvent être réalisées par un partenaire (ou une équipe alliée). C'est le cas d'une situation de communication et la dialectique qui se noue est plus complexe car il y a différents domaines de confrontation: les allers et retours portent sur l'action autant que sur la formulation.

En revanche, si l'enseignant cherche à organiser un milieu allié où l'acteur agit sous des contraintes qui essayent de lui faire éviter les confrontations, alors nous sommes en face d'interactions de type fictif.
Les rapports ostensifs, objet d'étude dans un autre chapitre, sont des interactions fictives, ainsi que les rapports folkloriques -nous empruntons le terme à Chevallard- à certaines connaissances qui sont devenues familières.
Remarquons qu'en général, une expérience mentale ne permet que des rapports fictifs. Il ne s'agit pas ici de les rejeter dans l'absolu: ils peuvent être producteurs d'intuitions tout à fait exceptionnelles.

7.3. Quand peut-on se passer d'une interaction effective avec l'espace? Un autre visage pour l'obsolescence

Il est clair que la réponse à cette question n'est ni universelle ni stable. Il nous manque encore beaucoup d'éléments pour approcher une réponse adéquate.
D'après notre étude sur le milieu a-didactique, et sur le rôle de la géométrie dans la maîtrise pratique de l'espace, nous pouvons conclure qu'on ne peut pas se passer d'une interaction effective dans la construction des triangles. Ce travail ouvre un univers très riche pour le contrôle du micro-espace, en particulier pour l'étude des autres polygones. Nous avons observé cet effet dans les différentes méthodes de construction du losange proposées par les élèves à partir de la construction d'un triangle[95]. Il reste encore à faire la modélisation de la situation, et l'étude de la gestion d'une progression destinée à l'organisation des connaissances référées aux méthodes de construction d'une figure matérielle.

Vu que l'organisation et la gestion des interactions effectives sont très coûteuses les enseignants s'engagent dans des pratiques où les rapports sont fictifs[96].
Nous retrouvons ici, un autre aspect d'un phénomène déjà connu en didactique, mais avec certaines particularités qui nous autorisent à parler "d'un autre visage" de l'*obsolescence*.
Plusieurs chercheurs ont étudié ce phénomène lié à l'objet d'enseignement autant qu'aux situations didactiques.

Chevallard[97] se réfère à l'*obsolescence de l'objet d'enseignement*:

> "Le dépassement de la contradiction ancien/nouveau, à propos de tel objet, équivaut, peut-on dire, au vieillissement de cet objet: les objets d'enseignement sont victimes du *temps didactique*, ils sont soumis à une érosion, à une usure "morales", qui impliquent au cours d'un cycle d'étude leur *renouvellement*. On peut donner le nom d'*obsolescence interne* ou *relative*, à ce phénomène d'usure, intérieure *à un cycle d'enseignement*, pour l'opposer à l'obsolescence *externe*, ou *absolue*, relativement à la société ambiante".

---

[95] Cf. Annexe VI.
[96] Ce sujet fait partie de notre deuxième chapitre.
[97] Chevalllard, (1991), p. 68.

Brousseau[98] a travaillé sur l'*obsolescence des situations didactiques*:

> "Nous entendons par obsolescence le phénomène suivant: les maîtres, d'une année à l'autre, ont de plus en plus de mal à reproduire les conditions susceptibles d'engendrer chez leurs élèves, à travers peut-être des réactions différentes, une même compréhension de la notion enseignée. Au lieu de reproduire des conditions, qui, tout en produisant le même résultat laissent libres les trajectoires, ils reproduisent au contraire une "histoire", un déroulement semblable à celui des années précédentes, par des interventions qui, même discrètes, dénaturent les conditions didactiques garantes d'une signification correcte des réactions des élèves: les comportements obtenus sont apparemment les mêmes mais les conditions dans lesquelles ils ont été obtenus en modifient le sens, plus proche du comportement culturel."

Cette définition envisage des modifications dans la situation didactique, au moment de la réalisation de l'enseignement. A ce propos, quelques années plus tard, dans son étude sur la reproductibilité d'une situation didactique, Artigue[99] affirmait:

> "(...) parce que l'expérience montre que ces situations où le maître, tout en exerçant un contrôle sur la dynamique de la classe, a le souci de laisser le plus possible aux élèves la responsabilité de la construction de leur savoir, sont des situations difficiles à gérer. En l'absence d'informations précises sur à la fois les certitudes et les incertitudes de leur dynamique, sur les moments clefs de décision, l'enseignant peut avoir tendance à forcer la reproduction de dynamiques déjà observées ou décrites dans des documents (...)".

Notre hypothèse est que ces détournements de l'enseignement sont dus à un déséquilibre entre l'enjeu de l'enseignant vis-à-vis de l'enseignement et celui vis-à-vis de l'apprentissage. Ce déséquilibre est, dans la plupart des cas, favorable *à une gestion ergonomique de l'enseignement.*

Et c'est de ce point de vue que nous pouvons rapprocher l'obsolescence des situations didactiques -dans le sens de Brousseau- du phénomène de substitution de rapports effectifs

---

[98] Brousseau, (1981), p. 85.
[99] Artigue, (1986), p. 56.

par des rapports fictifs[100]. La situation didactique initiale reste *apparemment* la même, cependant les interactions de l'élève avec son milieu a-didactique se transforment en rapports fictifs, les expériences deviennent mentales et les connaissances sont censées provenir naturellement de l'environnement culturel -scolaire ou pas. Ainsi, il va de soi qu'un élève du Cours Moyen sache construire un carré sur une feuille blanche, sur cette figure il n'a rien de plus à apprendre, donc l'enseignant évoque l'activité sans la réaliser.

Cependant, nous avons pu observer une autre manifestation de l'obsolescence: celle due à la modification du milieu matériel tout en gardant *apparemment* le même jeu.
En fait, quand la situation de communication de figures a commencé à fonctionner (les fiches didactiques les plus anciennes datent de 1981), elle faisait partie d'une séquence au CM2 et la communication portait sur: un rectangle, un triangle isocèle, un triangle rectangle, un triangle équilatéral et deux parallélogrammes de dimensions différentes, pour la première séance; et deux losanges, deux trapèzes, deux parallélogrammes et un quadrilatère quelconque, pour une deuxième séance[101]. Nous l'avons déjà dit: la présence de figures déformables dans le milieu initial est fondamentale, c'est pourquoi en plus des triangles -où la mesure des côtés est suffisante pour déterminer la figure- il y a d'autres quadrilatères.
Quelques années plus tard (89-90), la *même* situation est réalisée en CM1 et le milieu matériel de départ est formé par: un triangle équilatéral, un triangle rectangle, un triangle obtus, un triangle aigu, un triangle isocèle, un carré, un rectangle, un losange et un disque[102]. Les règles du jeu restent les mêmes.
Actuellement, toujours au CM1, l'univers de départ est une collection de triangles. Mais de plus, la séance du jeu de communication n'est que la troisième dans la séquence: les deux premières sont destinées à la découverte du compas et à l'institutionnalisation du cercle. Les enseignants justifient ce choix par les résultats des enfants: "ils ont beaucoup moins de dispersion", "c'est plus facile pour eux", "ils maîtrisent bien le triangle et après ça va mieux".

[100] Dans notre étude sur l'ostension nous allons montrer comment ce procédé capture des autres démarches didactiques.
[101] Cf. Annexe II, antécédents de la situation de communication.
[102] Cf. fiche didactique, annexe II.2.

A notre avis ce choix favorise, pour l'enseignant, l'enjeu de l'enseignement mais pas forcément celui de l'apprentissage. Ces choix, déjà analysés dans §7.1., modifient le projet didactique et nous retrouvons ici ce que Chevallard[103] appelle:

> "(...) le rabattement de l'activité géométrique sur une activité de pur dessin (...) de même que le désir d'éduquer à la propreté qui imprègne une certaine version moralisante de l'enseignement (...)

Il y a bien un aménagement didactique à faire: si l'élève doit affronter toutes les difficultés d'un coup, il est fort possible qu'il ne puisse rien apprendre. Au contraire, un milieu trop "allié" ne lui donne pas la possibilité de tester ses moyens de contrôle.
Pour le didacticien, le problème est de savoir jusqu'à quel point le milieu peut être antagoniste. Ce n'est pas une expérience mentale qui peut lui fournir des éléments de preuve -même si l'étude préalable de la situation lui donne beaucoup d'éléments- il lui faut s'appuyer sur la réalisation du projet dans une classe.

Ce bien ce que nous avons fait et nous allons montrer dans les Chapitres 3 et 4, deux exemples d'étude d'ingénierie didactique à propos des interactions effectives avec un certain milieu:
- la première est une situation d'action qui permet d'instaurer un système de référence dans le plan à travers la construction d'un réseaux de droites parallèles;
- la deuxième est une séquence de leçons construite sur la base d'une situation de communication de figures.
Ces deux études ne sont comparables ni par l'extension de l'objet, ni par la durée de l'expérience mais toutes les deux montrent, à notre avis, des alternatives dans l'enseignement de la géométrie.

8. Quelques questions à propos de cette modélisation

Dans le premier paragraphe de ce chapitre nous avons posé quelques questions sur la modélisation proposée par la théorie des situations. Après avoir réalisé l'étude, nous avons relevé d'autres problèmes pour lesquels nous n'avons pas encore de réponse.

[103] Chevallard, (1990), p. 59.

- Quand un milieu est-il différent d'un autre?

Quand, dans une gestion ergonomique de la recherche, a-t-on le droit de "changer d'oignon"? Nous sommes dans la position d'un chercheur en train d'organiser un milieu à des fins phénoménotechniques. Il prend des décisions sur les éléments de choix, ses enjeux et ses règles, il distingue des variables pertinentes et contrôle les valeurs des variables didactiques, et finalement il suppose que dans ces conditions la connaissance visée pourra fonctionner adéquatement.

Cependant un petit changement des conditions -par exemple un des états possibles du jeu- fait changer le milieu. Dans la réalisation effective, un état réalisé non prévu, une micro-décision[104] du maître et des glissements sont inévitables.

Comment cette modélisation peut-elle contrôler l'ingénierie et la gestion des situations didactiques? Comment peut-elle permettre de distinguer ce qui est reproductible dans une situation et donc "prétendre" à la reproductibilité des situations didactiques? Comment représenter les mouvements du système?

Nous ne pouvons pas répondre à toutes ces questions, à l'heure actuelle nous pouvons affirmer que le chercheur -dans le cadre de la théorie des situations- fait des choix qui dépendent de son analyse en ces termes, il ne modélise donc que les situations clés pour l'objet d'étude. Et, nous sommes d'accord avec Margolinas[105],

> "L'analyse a priori de la situation est alors une analyse des possibles, et non une analyse prédictive au sens strict."

Remarque: nous avons posé le problème du point de vue du chercheur, mais il existe à quelques variantes près pour l'enseignant qui réalise le projet didactique.

- Le découpage d'une situation par "phases", a-t-il son origine dans l'intention de contrôler les différents milieux? S'agit-il d'un phénomène d'émiettement de la théorie didactique?

Dans le cadre de la théorie des situations, Grenier[106] propose l'introduction "des phases de bilan qui correspondent à un débat collectif des élèves avec l'enseignant sur les productions

---

[104] Grenier, Arsac et Mante ont étudié ces phénomènes.
[105] Margolinas, (1992), p. 133.
[106] Grenier, (1988), pp. 102-103.

des élèves". Un chapitre de sa recherche est destiné à distinguer une situation de validation, des phases de bilan ainsi que des moments d'institutionnalisation. Ce découpage, de plus en plus fin, semble être déterminé, à l'intérieur d'un processus, par un objectif et une tâche particuliers.
Même si elle affirme travailler dans le cadre de la théorie des situations, il n'y a pas une modélisation en termes de situations de la division proposée.

Margolinas[107] avance:

> "Nous distinguerons ici phase de validation et situation de validation. Les phases de validation sont les moments dans les différentes situations dans lesquels les élèves sont effectivement engagés dans des processus de validation. Les situations de validation sont des situations d'apprentissage organisées de manière à finaliser le fonctionnement de la connaissance par la validation explicite."

Pourquoi les découpages se réferent-ils toujours aux situations de validation? Ces phases, peuvent-elles être modélisées en termes de situation didactique ou a-didactique?
Il semble que la distinction de phases est nécessaire pour bien mener une analyse sur la réalisation d'une leçon. Il est sûr que dans l'observation d'une séance, qu'elle soit la réalisation d'une situation de validation ou pas, il est possible de distinguer des parties (des phases) qui peuvent être modélisées en termes de situations et d'autres dont les buts sont purement didactiques. (Nous proposons de les appeler "phases de liaison".) En particulier, le découpage par type de situation pourrait être pertinent pour faire ensuite des analyses lexicales par exemple, et pour dégager les différents aspects du rôle de l'enseignant.

Dans le chapitre 4 nous essayerons de distinguer les phases d'une situation de communication aux fins de mieux étudier les dialectiques impliquées dans son évolution et faciliter donc sa reproductibilité.

- Dans le cas très particulier où un enseignant associé à une recherche prépare avec le didacticien une séance qu'il doit gérer, il joue encore son rôle d'enseignant, mais

---

[107] Margolinas, (1988), p. 24.

différemment de celui qu'il joue habituellement dans la relation didactique. Dans ce cas, ***quel est le travail de l'enseignant dans son rapport avec un didacticien?***

Margolinas[108] déclare:

> "Thèse 2: *L'étude du rôle de l'enseignant appelle la création de concepts et de méthodes spécifiques.*
>
> Le maître n'est pas [comme l'élève] un sujet *mathématique*, il n'est jamais dans une situation a-didactique, mais toujours en situation didactique. Réduire le maître à un sujet rationnel, en interaction avec un milieu objectif, ne me semble pas valable. L'analogie avec la théorie des jeux s'arrête là où le travail du maître commence."

Le rôle du maître présenté par Margolinas dans cet article ne prend pas en compte une partie des jeux que certains enseignants doivent aussi jouer: celui de partenaire d'un didacticien.

Quand l'enseignant travaille avec le didacticien sur une progression, il joue un rôle qui pourrait être modélisé -au moins en partie et avec quelques extrapolations hardies- par la théorie de situations. A ce moment là, existe le projet social de le faire s'appropier un savoir constitué ou en voie de constitution, et existe aussi un projet didactique intentionnel qui ne porte pas directement sur un savoir mathématique, mais sur un savoir didactique.

D'habitude on voit ce travail, par exemple la discussion d'une fiche didactique, comme un contrat entre deux partenaires: le chercheur et l'enseignant. Cependant, le didacticien en position de lui faire comprendre la leçon envisagée attend de l'enseignant un rapport effectif à la situation, dont ils sont en train de faire l'analyse préalable. A ce moment-là, la scène peut être interprétée comme une pièce où le didacticien est "l'enseignant" et l'enseignant devient l'acteur, le chercheur essaie de faire passer la situation objective correspondant à la fiche didactique et l'enseignant -dans ses rapports au milieu- est conduit à se placer dans les différents positions schématisées par l'oignon.

Dans cette situation particulière, nous sommes en mesure de dire que l'enseignant peut, lui aussi, être placé dans une situation a-didactique. Dans l'analyse a posteriori d'une séance,

---

[108] Margolinas, (1992), p. 120.

l'enseignant ne se place-t-il pas dans la position réflexive d'un sujet S3 de l'apprentissage par rapport à sa propre gestion de la classe?
Cet élargissement du domaine d'application de la structuration du milieu exige une étude plus approfondie, cependant Brousseau[109] affirme:

> "La situation d'analyse de la didactique.
>
> Les rapports entre S1 et M1 peuvent évidemment être pris comme objets d'étude, par les acteurs de la relation didactique, comme par un observateur extérieur mis alors en position S0. La situation ainsi créée étant une situation d'analyse de la didactique.
>
> M0: milieu de la recherche en Didactique
>
> S0: sujet universel
>
> La réiteration du processus réflexif nous ferait sortir du champ de l'étude."

A ce niveau de la structuration, on retrouve le "P-constructeur" et le "P-noosphérien", selon la désignation de Margolinas[110].
D'ailleurs, l'affirmation de cette dernière déjà citée, "L'analogie avec la théorie des jeux s'arrête là où le travail du maître commence.", devrait être objet de discussion.

En fait, nous allons étudier l'ostension comme pratique d'enseignement et en tant que connaissance d'un sujet pour gérer une situation d'enseignement. Ceci fait quand même partie "du travail du maître" et peut être abordé -au moins nous en ferons l'essai- selon les jeux du maître.

- A propos de la place de l'enseignant

Il est naturel que l'enseignant en lui-même ne soit pas un système fondamental parce que, ce que modélise la situation, c'est un type de rapport à un milieu qui est non-didactique, donc qui a priori n'a pas les intentions d'enseigner quoi que ce soit.
Il faut peut-être se poser la question: est-ce que cette modélisation est adéquate pour étudier les phénomènes de didactique scolaire? Oui, dans la mesure où l'objet de

---

[109] Brousseau G., (1986 b) pp. 62-63.
[110] Margolinas C., (1993) p. 254.

l'apprentissage n'est pas seulement un savoir à communiquer mais un type de rapport à un milieu, idée qui est à l'origine de la notion de "situation a-didactique".

Malgré tout, dans une situation d'enseignement construite autour d'une situation a-didactique l'enseignant a sa place aussi bien dans les phases didactiques que dans les phases a-didactiques: dans les premières, quand le milieu a-didactique est insuffisant pour apprendre quelque chose à l'enseigné; dans les secondes parce que c'est lui qui a déterminé la situation objective de départ. L'enseignant n'est pas présent en tant que sujet, mais en tant que celui qui organise le jeu, les enjeux, relance les situations, c'est-à-dire, en tant que joueur vis-à-vis d'un milieu.

9. Conclusions

Conclusion 1: Un milieu est nécessaire pour faire comprendre les mathématiques. Le problème de déterminer quand il est possible de faire l'économie de ne pas le réaliser dans la transmission d'un savoir reste ouvert.

Conclusion 2: Un milieu matériel n'a pas, en lui-même, de vertu a-didactique.

Un milieu matériel est plus ou moins spécifique du fonctionnement de la connaissance visée, mais on ne peut pas affirmer sur le modèle s'il est "antagoniste" pour un acteur quelconque. Ceci dépend de la situation a-didactique imaginée par le maître, c'est pourquoi il faut étudier la situation objective.

Un milieu riche en connaissances est-il nécessairement a-didactique? C'est ce que défendent certains promoteurs de l'utilisation de l'ordinateur dans l'enseignement. Pour eux, vu que ce milieu répond -sous certaines contraintes- en termes mathématiques, ces rétroactions facilitent l'apprentissage, par exemple, de la géométrie.

Ne s'agit-il pas d'un espoir fondé sur l'illusion de l'évidence? Dans les dits "environnements interactifs...", nous pouvons nous demander dans quelle mesure la confrontation avec le milieu est effective et quel est le poids de la simulation dans l'effectivité de l'interaction. D'après notre étude, nous pouvons affirmer que s'il suffisait que les rapports à un milieu soient effectifs, tout environnement serait interactif, y compris une théorie.

Conclusion 3: Dans une situation donnée, il n'existe pas un seul milieu a-didactique.
Cette conclusion est un peu banale, mais il nous semble nécessaire de l'expliciter. D'après la structuration du milieu, chaque type de situation n devient un milieu pour l'acteur de la situation (n-1). Ceci signifie que, dans une même situation co-existent différents milieux, et le caractère a-didactique n'est pas privatif d'un milieu particulier.
Cependant, dans la littérature didactique il semble habituel de prendre en considération le milieu a-didactique comme celui de l'état de départ, généralement le milieu matériel. Il est l'objet fondamental des analyses préalables car de la construction de la situation objective dépend essentiellement -dans cette modélisation- la dévolution de la situation et donc la réalisation d'une leçon avec des caractéristiques a-didactiques. Mais si l'étude s'arrête sur ce point, il ne sera pas possible, par exemple, d'envisager de relancer une situation didactique dans une leçon.

Conclusion 4: Un milieu efficace pour l'enseignement de la géométrie doit envisager des interactions effectives d'un sujet avec l'espace.

Chapitre 2

Premier type d'interaction: la présentation ostensive des notions

1. Enseigner: définir? Montrer? Présenter?

Comment le professeur introduit-il un objet mathématique nouveau dans l'univers de l'élève? Un des moyens est la définition. Quand un objet a-t-il le statut de "définition" dans l'enseignement? Souvent les professeurs de maths utilisent une métaphore -fondée sur une approche épistémologique simplifiée- qui oppose dans leurs pratiques deux types de "définitions": par *compréhension* et par *extension*. Ces notions sont définies en tant que termes didactiques de *logique* (Petit Robert, 1991) comme:

> "Compréhension. Ensemble de caractères qui appartiennent à un concept."

> "Extension. Ensemble des objets concrets ou abstraits auxquels s'appliquent un concept, une proposition (ensemble de cas où elle est vraie) ou une relation (ensemble des systèmes qui la vérifient). *Par étendue ou extension d'un nom on entend la totalité des êtres ou des choses désignés par ce nom (opposé à compréhension).*"

Cette dichotomie, même en mathématiques, n'est pas exhaustive: selon la "nature" logique de l'objet (variable, fonction, relation, terme, énoncé) d'autres genres d'oppositions similaires peuvent apparaître. Cependant, elle sert aux enseignants pour distinguer leur action au moment d'introduire un objet nouveau, elle recouvre donc une partie de leur réalité didactique.

Indépendamment du discours des professeurs, dans l'enseignement -à quelques variations près- un fait est sûr: la "définition" d'un objet nouveau -sous-entendue comme "introduction", "présentation", "caractérisation", "description", "utilisation"- exige la mise en fonctionnement des objets déjà institutionnalement acquis par l'élève. Ceci est implicitement établi dans une des acceptions du mot "définition"[1] et plusieurs chercheurs en didactique des mathématiques ont étudié les formes de dialectique par lesquelles le professeur essaie d'introduire un objet nouveau en relation avec d'autres déjà acquis. Ainsi, Douady présente la "dialectique ancien-nouveau[2]", et Chevallard la "contradiction ancien/nouveau[3]".

Qu'est-ce que l'enseignant mobilise quand il essaie de définir un objet nouveau? D'après la théorie des situations (Cf. la structuration du milieu didactique) quand l'enseignant prépare son cours, il est en train de travailler sur la *situation objective*, c'est-à-dire, sur le milieu matériel et les interactions d'un sujet -l'acteur objectif- avec ce milieu.

Dans le chapitre précédent nous avons montré la nécessité d'un système milieu dans la relation didactique et les différents types d'interactions d'un sujet à ce milieu. Ce milieu, doit-il être organisé ou peut-il être un découpage de celui déjà existant? Les rapports, doivent-ils être toujours effectifs? Quel est le prix d'un enseignement qui reste attaché à un milieu spécialement organisé et avec des rapports effectifs?

Comment un "milieu" rentre-t-il dans le discours du professeur? Comment entamer une relation didactique à propos d'un objet nouveau? Est-ce que la dichotomie précédente permet bien de décrire et d'approcher les situations -en tant que modèles- et les pratiques d'introduction d'une notion effectivement observables?

---

[1] "L'expression énonçant l'équivalence d'un défini et de son définissant (...): c'est-à-dire, dans le cas où cette expression est rigoureusement formulée, une identité dont le premier membre est le terme à définir, et dont le second membre se compose uniquement de termes et de signes connus." Vocabulaire technique et critique de la philosophie. André Lalande, PUF, 11e édition, 1972.

[2] Douady, (1986), pp. 5-31.

[3] Chevallard, (1991), chapitre 6.

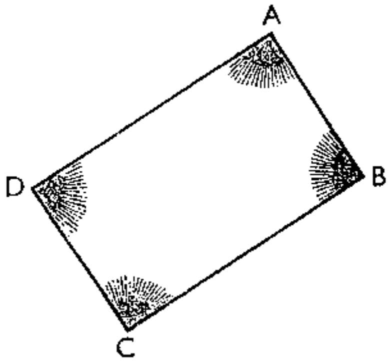
2. L'introduction ostensive des notions. Première approche

Harrisson Ratsimba-Rajohn[4] a été le premier à identifier sous le nom d'*introduction ostensive* tout un ensemble de procédés didactiques qu'il considère comme irréductible aux introductions par les définitions, quelque soit le type. Il donne différents exemples, parmi eux les suivants[5] :

Citation:

"Exemple I:

Le rectangle



Les **4** points A, B, C, D, sont les **sommets** du rectangle.

Les **4** segments de droite AB, BC, CD, DA sont les **côtés** du rectangle ABCD.

Je mesure ces côtés

Les côtés opposés AB et CD sont égaux : AB est la **largeur** du rectangle.

Les côtés opposés AD et BC sont égaux : BC est la **longueur** du rectangle.

La **longueur** et la **largeur** sont les deux **dimensions** du rectangle.

Je vérifie avec l'équerre que les **4** angles du rectangle sont droits.

Les lignes droites AB et CD sont donc parallèles.

Les lignes droites AD et BC sont aussi parallèles.

Les 4 angles d'un rectangle sont droits
deux côtés opposés d'un rectangle sont égaux et parallèles

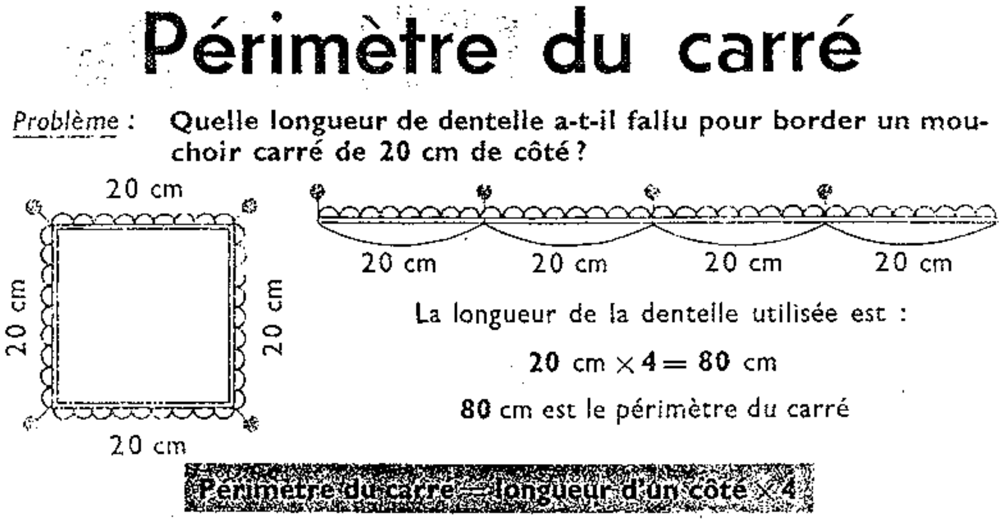
<u>Dans l'exemple I</u>, l'objet est supposé "connu" des élèves, il suffit de présenter son image avec la description de quelques éléments qui semblent importants pour le maître: il suffit de donner des noms à ces éléments en se référant à l'image.

---

[4] Ratsimba-Rajohn. (1977): Etude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques. D.E.A. Université de Bordeaux.

[5] Cf. Denise H. et Thevenon M. (1969), Calcule en C.M.I., Editions Delagrave. p. 158 (Exemple I). p. 162 (Exemple II).

Exemple II:



Périmètre du carré

Problème : **Quelle longueur de dentelle a-t-il fallu pour border un mouchoir carré de 20 cm de côté ?**

La longueur de la dentelle utilisée est :

20 cm $\times$ **4** = **80** cm

80 cm est le périmètre du carré

Périmètre du carré = longueur d'un côté $\times$ 4

Dans l'exemple II, la notion est introduite à partir d'exemples, suivis d'une désignation, puis d'une formule qui tient lieu de définition. Exemple typique: "du concret à l'abstrait", "le concret" serait un tremplin pour atteindre l'abstrait."

Dans ces cas, il y a un objet familier qui est montré, reformulé et présenté comme objet nouveau. Quelle est la position de cette forme de présentation par rapport aux deux autres formes de "définition"? Peut-elle être réduite à l'opposition générale précédemment énoncée?

Harrisson Ratsimba-Rajohn[6], caractérisait et expliquait ce procédé d'enseignement de la façon suivante:

> "Ces 9 exemples montrent que, malgré un effort de changement des procédés d'introduction, changement exigé par l'évolution des contenus mathématiques, la conception qui juge que la contradiction entre le concret et l'abstrait est principale s'est perpétuée. Or, cette contradiction n'est principale que dans la mesure où le rapport du sujet et de l'objet nouveau est institué seulement au niveau de la représentation de l'objet présumé indépendant du sujet, et seulement si l'on suppose

[6] Ratsimba-Rajohn, (1977), pp.7-8.

que la conception de la notion n'est qu'un résultat nécessaire (donc automatique) de sa perception: toucher, voir, modifier, ...

(...) les procédés issus des conceptions précédentes ne permettent que des interactions limitées, superficielles, ou familières avec des moyens tel que: image, schéma, graphe, discours, liste de propriétés ou d'axiomes. Les enseignants prétendent ainsi fournir "d'un coup" tous les éléments et les relations constitutifs de la notion visée.

Ce sont de tels procédés que nous qualifions d'introduction ostensive et que nous appelons ostension."

Quel est le statut épistémologique des objets ainsi présentés à l'élève? Est-ce que ceci peut avoir le statut d'une définition[7] ?

Ce procédé, permet-il de caractériser une *bonne* définition? Naturellement il faut se poser la question, qu'est-ce qu'une bonne définition?

D'après Poincaré [8],

"Qu'est-ce que c'est une bonne définition dans l'enseignement?

Pour le philosophe, ou pour le savant, c'est une définition qui s'applique à tous les objets définis et ne s'applique qu'à eux (...). Mais dans l'enseignement ce n'est pas cela; une bonne définition, c'est celle qui est comprise par les bons élèves."

Nous ne connaissons pas le contexte dans lequel Poincaré a écrit cette affirmation, peut être voulait- il soulager les professeurs de la préoccupation d'une rigueur puriste. Cette assertion amène aussi à une certaine réflexion: la plupart des professeurs, en particulier ceux de l'enseignement obligatoire prétendent enseigner, expliquer, faire comprendre à *tous* les élèves. Dans le cadre de la théorie des situations et pour une connaissance visée, quelle est la *situation objective* qui découle de ce projet?

---

[7] La réponse n'est pas immédiate, même en philosophie. des procédés semblables ont été l'objet de discussion: "Doit-on appeler définition toute proposition dont l'attribut convient *uni definito et toti?* [Au seul défini et à tout le défini.] P. ex.: "L'homme est un bipède sans plumes; l'horloge est l'objet que voici sur le mur entre les deux fenêtres, etc." L'accord n'a pu s'établir sur ce point, par suite du fait même que plusieurs membres de la Société voyaient précisément là des exemples de *définitions nominales*." Cf. Observations sur le mot "définition", Vocabulaire technique et critique de la philosophie. André Lalande. PUF. 11e édition, pp. 207-211, 1972.

[8] Poincaré, H., Science et méthodologie. cité par Paul Foulquié. Dictionnaire de la langue philosophique. PUF 1969.

Le but est d'approcher les objets nouveaux de la façon la plus claire, intelligible, évidente, voisine, proche, accessible, simple, que possible. D'après une idéologie empiriste, le milieu le plus adapté est un découpage de l'environnement de l'élève et les rapports de l'élève à ce milieu sont les interactions naturelles d'un sujet avec le monde. La situation créée à partir de ce schéma, est-elle toujours adéquate pour atteindre le but envisagé?

3. Quelques présupposés des pratiques ostensives

Pour dégager les présupposés implicites des actes didactiques caractérisés comme ostensifs, nous proposons l'analyse de deux exemples: la reconnaissance et la désignation de la couleur verte, et la reconnaissance des objets géométriques tels que le triangle et le carré.

Premier exemple:
Dans une situation effective d'enseignement, l'environnement naturel de l'élève a des chances d'offrir des objets qui ont la propriété "être vert". Le cas échéant, pour renforcer l'acte didactique, l'enseignant modifie le milieu naturel en apportant des objets -pour faire une classification- qui vérifient ou pas la propriété envisagée. Le milieu matériel serait donc constitué de plantes, de crayons, d'affiches, de vêtements des enfants, etc. où la connaissance est présente et *réalisée*.

Quelle est l'interaction envisagée pour l'acteur objectif? Evidemment: regarder, comparer différents objets, colorier, etc. c'est-à-dire toutes les sortes d'interactions avec le monde propres à un sujet dans la plupart des cultures. La place prévue pour l'enseignant en tant qu'acteur objectif est de montrer un crayon vert et de déclarer: "Voilà, c'est vert". Il y a une propriété -parmi plusieurs autres qui peuvent être prises en compte par les élèves- qui est vraie dans ce milieu a-didactique qu'il a organisé, même s'il ne l'énonce pas, il sait que cette propriété est là. Comme il constate cette propriété avec ses propres modèles, il suppose que leur connaissance est à la portée de l'élève. Le rapport de l'acteur objectif avec le milieu matériel est fictif: il n'y a rien dans ce milieu matériel qui réagisse pour montrer une réponse inadéquate.
Cette présentation est-elle suffisante? En général oui, et sauf dans le cas de pratiques de référence très particulières, cette connaissance de la couleur verte est suffisante tout au long

de la vie d'un individu. Proposer à un enseignant de créer un milieu a-didactique où la reconnaissance et la désignation de la couleur verte soient une réponse optimale serait un délire de chercheur paranoïaque en didactique. Mais supposons, juste pour montrer les conséquences de ce type de rapport, que parmi les élèves il y en ait un qui soit daltonien. Comment va-t-il faire pour distinguer le vert du rouge? S'il doit choisir un objet vert, ou colorier de cette couleur, et s'il ne la distingue pas, ce n'est pas son interaction avec le milieu qui va lui donner des éléments pour faire un bon choix, mais la sanction d'un camarade ou de l'enseignant. Les rapports de l'élève à ce milieu sont fictifs et l'action du sujet est plutôt de caractère idoine, il répond à un milieu didactique.

Par contre, s'il doit décoder un feu rouge pour traverser une rue, il doit prendre une décision adéquate. Le feu est vert, mais aussi rouge, donc même si le sujet daltonien le voit parce que ces couleurs sont réalisées dans l'objet, il doit les reconnaître -dans cette situation déterminée- à l'aide d'autres moyens de contrôle, par exemple la position: en haut c'est le rouge, en bas c'est le vert.

Cet exemple montre, dans une situation très répandue mais dans un cas singulier, comment dans la première circonstance la connaissance est dans la situation mais elle ne fait pas partie des moyens de contrôle du sujet, et dans le deuxième elle est nécessaire au sujet comme moyen de décision. On voit la différence qu'il y a entre une propriété réalisée et une propriété nécessaire pour l'action du sujet, et aussi l'écart au niveau de l'apprentissage du sujet: s'il est daltonien il va apprendre cette connaissance par d'autres propriétés qui n'étaient pas prévues dans la *situation objective* élaborée.

<u>Deuxième exemple</u>:

Très tôt, dans la scolarité élémentaire, le triangle et le carré sont des objets d'enseignement. Ils font partie aussi de la culture quotidienne des enfants -au moins dans notre société- donc les enfants très rapidement peuvent les reconnaître et les désigner par leur nom. Ils font partie de l'environnement de l'élève, dans certaines conditions très régulièrement réalisées: ils sont dans le micro-espace, les triangles sont équilatéraux ou à la limite isocèles, et le carré comme le triangle ont un côté parallèle au bord supérieur de la feuille (Cf. figures typiques). Dans une certaine limite les enfants peuvent les reconnaître et si les figures ne sont pas "typiques" ils les décrivent comme "penchées" ou "pas normales". Ceci se réfère soit à la position par rapport à la feuille soit à la modification des angles.

Voici donc qu'"un triangle penché" garde son statut de triangle, pendant qu'un "carré penché" devient un losange. Le statut de ces objets n'est plus le même, il y a une rupture entre un savoir familier et le savoir géométrique. Ces désignations familières ont été observées dans des classes de CE1 et CM1, et à ce niveau, dans la plupart des situations "naturelles", ces étiquettes et les conceptions associées sont suffisantes. Mais comme le professeur -qui est censé gérer le savoir officiel- ne peut pas admettre ce vocabulaire pendant longtemps, il plaque sur l'univers cognitif de l'enfant des objets qui appartiennent à l'univers de la géométrie: ce remplacement est à la base de l'effet Jourdain.
Dans la relation didactique, souvent cette rupture au niveau du savoir se manifeste comme une *rupture de contrat didactique:* l'élève ne peut pas, à l'aide de modèles généraux, identifier la connaissance que le professeur veut lui présenter parce que les connaissances du professeur sont fondamentales pour reconnaître -dans la situation- la connaissance qu'on veut lui montrer. Pour l'élève cette connaissance ne peut pas passer à travers une interaction du type universel. L'ostension échoue ou il y a une réussite illusoire: l'élève dit oui mais il interagit avec autre chose, la connaissance apprise est différente de la connaissance visée.

Ces deux derniers exemples montrent le caractère illusoire de certains pré-supposés qui fondent la présentation ostensive. Pourtant il arrive que la connaissance visée, réalisée dans le milieu et constatée par le professeur avec ses propres modèles, soit elle aussi à la portée de l'élève. Avec ses modèles généraux et avec ses propres connaissances, l'élève peut prendre connaissance de cette connaissance. Il ne s'agit pas d'une réponse aux contraintes d'un milieu, c'est le sujet qui porte avec lui son propre système. Si le répertoire du maître et celui de l'élève sont suffisamment proches, alors la fonctionnalité de l'objet par rapport à l'individu est la même et l'élève a identifié, a reconnu, éventuellement connu, un objet nouveau qui lui a été présenté.

Ces nouveaux éléments permettent de mieux caractériser l'ostension, et ils nous conduisent à une autre définition proposée par Bautier[9]. Ce chercheur, toujours dans le domaine de la

---

[9] Bautier, Thierry, (1988), p. 220.

didactique des mathématiques, a progressé par rapport aux travaux de Ratsimba-Rajohn et onze années plus tard il présente une définition plus précise:

> "L'ostension (...) consiste en l'utilisation, dans une situation d'enseignement, de la capacité supposée de l'élève de percevoir certains objets et l'illusion que le fait qu'il les ait perçus est porteur d'une connaissance intellectuelle éventuellement générale et précise."

Les deux "définitions" données, celle-ci et celle de Ratsimba-Rajohn, montrent clairement que cette troisième forme de présentation d'un objet nouveau ne se réfère pas à un dispositif d'introduction théorique mais aux *pratiques didactiques* qui répondent à des contraintes différentes.

Ratsimba-Rajohn avait signalé l'importance, d'une part, du point de vue qui rend principale la contradiction entre l'action et l'abstraction, et d'autre part, celle des procédés qui relient l'action à la structure mathématique visée.

Plus tard, Berthelot et Salin ont travaillé un de ces aspects, qui constitue dans notre travail une conjecture:

Conjecture 3: La pratique didactique de l'ostension s'explique par une idéologie des enseignants qui relève d'une épistémologie empiriste.

Nous avons explicité à travers des exemples -et nous y reviendrons plus tard- certains supposés des professeurs par rapport à l'apprentissage. Ces conceptions sous-jacentes des enseignants, mises en oeuvre dans les pratiques ostensives, ont été déjà signalées par Ratsimba-Rajohn[10] qui dénonçait en particulière celles qui trouvent leur origine dans les philosophies *empiristes sensualistes*[11] :

> "(...) qui supposaient que les notions sont extérieures au sujet justifiaient l'utilisation des images (colorées) à "imprimer" dans l'esprit des enfants, juxtaposées à des formules verbales (définition, nom, description) que l'on répète un certain nombre de fois en croyant qu'à la longue "ça va y rester"."

[10] Ratsimba-Rajohn, (1977), p. 8.

[11] Aebli, H., *Didactique psychologique*, Delachaux Nestle, Suisse.

L'approche de Bautier exposée ci-dessus remarque aussi ces aspects, mais expliquer une pratique d'enseignement par les conceptions sous-jacentes des enseignants suppose qu'il faut agir sur leur épistémologie, et cette explication ne justifie pas pourquoi ils partagent cette idéologie.

Berthelot et Salin (1992) ouvrent un nouveau panorama: ils sont revenus sur la caractérisation des pratiques ostensives et ils ont étudié l'évolution récente de son utilisation pour dégager les liens entre l'enseignement de la géométrie et l'apprentissage a-didactique des connaissances spatio-géométriques[12]. Ils essayent de montrer que les comportements d'ostension de l'enseignant sont influencés par des présupposés épistémologiques qu'ils appellent "inductivistes" et que cette action est renforcée par les contraintes de la relation didactique.

Notre troisième conjecture restreint fortement les contraintes à celles dues aux conceptions des enseignants. L'étude de Berthelot et Salin ouvre une nouvelle conjecture:

Conjecture 4: L'ostension est une réponse adaptative, mais pas toujours économique, aux contraintes de la relation didactique.

Jusqu'à présent nous avons parlé de ruptures de contrat didactique comme indice des ruptures dans le registre du savoir enseigné. Dans ce contrat, noué autour d'une connaissance visée, l'enseignant comme l'élève ont des responsabilités vis-à-vis de l'autre.

D'après Berthelot et Salin[13], l'enseignant à la responsabilité de:

a) communiquer le savoir,

b) contrôler que ce que l'élève a appris est bien conforme au rapport officiel au savoir,

c) rendre compte -devant les instances officielles, les parents d'élèves et les élèves- de l'avancée du temps didactique.

Cette première obligation, "communiquer le savoir", nous ramène aux conceptions des enseignants vis-à-vis du savoir. D'après Ratsimba-Rajohn[14] et dans une recherche postérieure:

---

[12] Cf. Berthelot et Salin, (1992), pp.78-84, pp. 163-176.

[13] Ibid. p. 81.

[14] Ratsimba-Rajohn. (1992), § 2.IIB.

"Nous partons de l'idée que l'ostension est une conséquence nécessaire de la conception qui considère une connaissance comme seulement, voire exclusivement, un système d'affirmations: règles, procédures, algorithmes, méthodes, procédés, définitions..."

Bien que nous soyons d'accord avec cette expression, il nous semble nécessaire de faire une parenthèse pour bien préciser le sens qu'a pour nous l'ostension. Une lecture linéaire de la citation de Ratsimba-Rajohn pourrait conduire le lecteur à croire que, si l'on considère que le maître est censé dire des choses vraies -et j'ajouterais définitivement vraies- *toute situation d'enseignement*, soit didactique ou a-didactique, est une situation ostensive.

Note à propos du mot "ostension"

L'ostension est l'objet du travail de plusieurs chercheurs en Didactique des Mathématiques depuis l'année 1977. Récemment le terme est apparu, avec un sens différent, en Didactique des Sciences Physiques: Bouldoires[15] a emprunté le mot "ostension" à une publication en théorie de la communication[16] :

"Nous dirons qu'un tel comportement -un comportement qui rend manifeste une intention de rendre quelque chose manifeste- est un comportement **ostensif** ou plus simplement une **ostension**".[17]

Tout en s'appuyant sur cette définition et sur son interprétation des travaux de Brousseau, Bouldoires affirme[18] :

"Une situation a-didactique contient, à l'état potentiel des informations relatives aux savoirs dont l'apprentissage est visé. On peut alors l'envisager comme une situation de communication ostensive: le guidage nécessaire aux apprentissages est obtenu par

[15] Bouldoires, (1994): Quelle énergie pour les électroniciens? Contribution à la caractérisation d'un enseignement de la notion d'énergie dans les classes de la section électronique des lycées techniques. Thèse (version préliminaire). Université Paul Sabatier. Toulouse III.
[16] D. Sperber et D. Wilson (1989): La pertinence. Editions de Minuit, p.81. Cité par Bouldoires (1994). p. 435.
[17] Auparavant (p. 434), Bouldoires avait rappelé: "Un fait est **manifeste** à un individu à un moment donné si et seulement si cet individu est capable à ce moment-là de représenter mentalement ce fait et d'accepter sa représentation comme étant vraie ou probablement vraie."
[18] Bouldoires, (1994), p. 436.

les "réponses" de la situation aux "questions" des apprenants." (C'est moi qui souligne).

L'implication avancée cache une sorte de paradoxe: la situation a-didactique, en tant que modélisation d'un acte didactique et donc intentionnel, doit avoir comme objet la connaissance visée. C'est-à-dire qu'elle porte nécessairement des informations à l'état potentiel.

En plus, dans un acte effectif d'enseignement -modélisé par une situation qu'elle soit a-didactique ou didactique- la transmission d'une connaissance, d'un savoir, d'une information est toujours présente. Faudra-t-il en conclure que *toutes les situations d'enseignement*, ou plutôt de communication, dans n'importe quelle institution, sont toujours ostensives? Si cet adjectif *doit* s'ajouter nécessairement à toutes les situations de communication, l'ostension n'a pas beaucoup d'intérêt dans le domaine très particulier de la didactique des mathématiques.

C'est parce que nous pensons qu'il y a des alternatives aux pratiques dites "ostensives" que nous continuons l'étude entamée par Ratsimba-Rajohn et Bautier.[19]

L'acception du mot "ostension" utilisée en Didactique des Mathématiques est beaucoup plus proche de celle employée par Eco pour caractériser un *type d'activité productive de signes*[20] :

> "L'ostension a lieu quand un objet ou un événement donné, produit de la nature ou de l'action humaine (intentionnellement ou inintentionnellement), fait parmi les faits, est "sélectionné" par un individu et désigné pour exprimer la classe des objets dont il est membre."

Dans le domaine de la sémiotique, le signe n'est pas seulement un élément qui entre dans un processus de *communication*, il est aussi une entité qui participe à un processus de *signification*, c'est-à-dire il est compris comme "quelque chose qui est mis à la place de quelque chose d'autre".

[19] "Il est difficile, à mon avis, de se passer toujours de ces *démonstrations apagogiques*, c'est-à-dire qui réduisent à l'absurdité, et de tout prouver par les *ostensives*, comme on les appelle." (Leibniz, Nouveaux Essais, IV, VIII, 2), cité par Paul Foulquié, Dictionnaire de la Langue Philosophique, P.U.F. 1969.

[20] Eco (1992), p.79.

4. Une nouvelle approche de la définition de l'ostension

En théorie des situations, la signification d'une connaissance -nécessairement médiatisée à un certain moment par un signe- dépend de la situation où elle fonctionne. Nous avons montré dans le chapitre précédent la nécessité d'un sous-système milieu dans la relation didactique, mais la présence d'un milieu ne conduit pas nécessairement à la présentation ostensive.

C'est la *spécificité de l'interaction* entre l'individu et son milieu qui permet de distinguer un rapport ostensif d'un autre qui ne l'est pas. *Un rapport d'un sujet à un milieu est ostensif* quand il n'est pas spécifique de la situation donnée, quand il est une réponse adéquate à plusieurs situations. Pour l'enseignant un rapport est ostensif quand "il va de soi".

Ce n'est pas vrai qu'il y a de l'ostension chaque fois qu'il y a recours au milieu. En revanche, un rapport ostensif au milieu pendant la phase didactique où le maître fait passer la consigne[21], est presque nécessaire -en particulier quand l'apprêt didactique est important. C'est aussi le cas des savoirs qui sont devenus familiers aux élèves, "folkloriques", avec lesquels ils ont des rapports usuels.

Est-il possible de refouler l'ostension? Nous avons caractérisé un milieu a-didactique; s'il fonctionne en tant que tel dans la relation didactique, il a les conditions qui vont faire que la connaissance va être un moyen d'action d'un sujet sans que, nécessairement, elle se trouve dans le milieu. Croire que si la connaissance visée est réalisée dans le milieu, alors le sujet l'acquiert inévitablement, c'est l'hypothèse de l'empirisme. Le pari sur ce dernier n'est pas un pari stupide en didactique, mais il n'est pas toujours convenable de le tenir.

Par opposition à l'hypothèse de l'empirisme, la connaissance n'est pas réalisée dans le milieu proposé par le professeur mais elle est nécessaire à l'acteur pour résoudre certaines contraintes posées par le milieu.

[21] Cette phase peut prendre quelques minutes d'une séance, ainsi que toute la séance. Ce dernier cas est assez fréquent lors de l'apprentissage des règles d'un jeu qui est assez complexe.

Si l'élève donne les réponses adéquates aux contraintes du milieu, ceci est alors l'indice qu'il a connu, qu'il a appris la connaissance en question. Généralement la connaissance n'est pas réalisée dans le milieu: la fonction du milieu est de reproduire les contraintes qui ont donné naissance à cette connaissance. Une situation didactique qui utilise cette hypothèse admet au départ que la connaissance de l'élève peut être complètement différente de celle du professeur -censé avoir un rapport savant à l'objet d'enseignement- et donc ce que la situation doit fournir, ce sont les *conditions* d'existence de la connaissance visée.

La différence entre les deux approches qui découlent de ces hypothèses divergentes est que dans la deuxième, le professeur définit, détermine, contrôle les contraintes du milieu à travers les réactions du sujet pour arriver à ce que le milieu soit caractéristique de la connaissance visée. Donc les interactions du sujet sont spécifiques de la situation proposée.

Pourquoi est-il important de distinguer une pratique ostensive d'une autre qui ne l'est pas?
En revenant aux positions épistémologiques simplifiées, il commence à être clair qu'une étude épistémologique -c'est notre intention d'y arriver- ne permet pas d'expliquer la fonctionnalité didactique de ces procédés ostensifs. Nous croyons nécessaire d'approfondir l'introduction proposée par Ratsimba-Rajohn parce que, dans un certain sens, elle constitue une "présentation ostensive" de "l'ostension".

4.1. L'ostension en théorie des situations

Depuis l'année 1977, différentes recherches en didactique des mathématiques ont montré qu'il existe une pratique d'enseignement qu'on appelle "ostension" ou "présentation ostensive". C'est une connaissance des enseignants et un objet d'étude dans le domaine de la didactique des mathématiques. Nous essayerons de définir l'ostension avec les outils théoriques fournis par la théorie des situations, pour cela donc il faut expliquer sa niche écologique, c'est-à-dire la situation (ou la famille de situations) pour laquelle cette connaissance est une réponse économique -le cas échéant, optimale- à une série de contraintes, et d'établir les caractéristiques qui permettent de la reconnaître.

Dans notre quatrième conjecture nous avons avancé l'idée que l'ostension est une réponse aux contraintes de la relation didactique.

En tant qu'acte didactique, elle est une connaissance à la portée des enseignants. Elle permet, avec certaines limites, le contrôle de la relation didactique d'une manière stable, pragmatiquement efficace.

Dans le cadre de la théorie des situations, une connaissance est définie, pour l'usager, comme *la réponse optimale à une certaine situation*. Autrement dit, devant un champ de choix possibles l'usager, dans ce cas l'enseignant, prend des décisions qui relèvent de cette connaissance: elle lui apporte donc l'information nécessaire pour restreindre son incertitude[22].

Quelle sera la situation qui modélise cette connaissance?

En tant que choix de l'enseignant, il nous faut reprendre le schéma du "jeu du maître" et analyser la position de l'enseignant P1 (celui qui prépare son cours) face à la *situation objective*. Pour construire une situation didactique -c'est-à-dire avec l'intention d'enseigner- autour d'une connaissance visée, l'enseignant doit prendre des décisions sur le *milieu matériel* et sur les rapports d'un *acteur objectif*.

Avec ces outils, nous caractérisons donc l'ostension par une situation où:

- la situation didactique envisagée est générale

Autrement dit, la situation objective du départ est universelle: le milieu et les rapports de l'élève à ce milieu sont naturels.

Parfois l'enseignant a besoin de renforcer les éléments du milieu, mais ses décisions n'arrivent pas à le structurer du point de vue didactique. Ses choix modifient le milieu matériel, toutefois les interactions de l'élève restent au même niveau: la connaissance visée n'apparaît pas toujours comme nécessaire pour maîtriser ce milieu.

Ce milieu est un système extérieur à l'élève, mais en tant que découpage de son propre environnement avec lequel il a des interactions à caractère universel, le milieu devient difficilement antagoniste, donc il est rarement un milieu a-didactique pour l'élève.

---

[22] Une connaissance peut aussi ouvrir le champ de choix, nous l'avons montré dans la constitution d'un milieu a-didactique pour l'apprentissage des figures.

Ceci semble paradoxal, mais le caractère général de la situation didactique la transforme, en tant que telle, en situation très singulière.

- la connaissance visée ne permet pas de résoudre la situation proposée

C'est un corollaire de la particularité précédente: vu que la situation a-didactique est dégénérée, la connaissance n'est attachée à aucune décision pertinente de la part du sujet. La situation informe l'élève, mais comme son action ne répond pas aux contraintes de la situation, elle est réduite à quelques règles indiquées par l'enseignant. Quand l'élève les a suivies, son jeu est fini et celui de l'enseignant aussi: chacun a rempli les conditions du contrat didactique établi dans ce type de relation didactique.

- la situation didactique prétend avoir des vertus a-didactiques suffisantes pour permettre le réinvestissement de la connaissance visée

C'est encore une conséquence de la première propriété: la connaissance visée prétend avoir une origine si naturelle qu'elle est prête au transfert aussitôt qu'elle est acquise. Un milieu qui fait partie de l'environnement naturel de l'élève est souvent conçu comme n'ayant pas de conditions spécifiques qui laissent des traces sur la connaissance. Si en plus on constate que les enseignants n'ont pas de contrôle sur les variables didactiques des situations proposées aux élèves, alors ils attendent de ceux-ci une application immédiate de l'objet de l'enseignement. Les erreurs des élèves, même sur des activités qualifiées de routinières, annoncent une rupture de contrat et donc une négociation s'amorce avec, nécessairement, des changement dans le milieu didactique de l'élève.

- le milieu matériel <u>réalise</u> la connaissance visée,

Nous avons illustré ce fait à travers l'exemple de la reconnaissance de la couleur verte. Le professeur organise un milieu, d'après lui avec des facultés a-didactiques, qui est supposé faire exister à titre de réalité concrète une propriété, un mot, un concept, une construction, etc. Pour lui ce milieu réalise la connaissance visée. Comme il peut la reconnaître par des interactions naturelles, par exemple la vue, il suppose que tout le monde - à travers le même rapport- découvre la même chose. Nous désignons ce phénomène comme *l'illusion de l'évidence*: il "voit" dans l'objet ce qu'il veut enseigner, donc l'élève placé face au "même monde", "voit" la même chose.

Nous retrouvons ici notre première conjecture: les conceptions empiristes des enseignants laissent leurs traces sur les conditions implicites du contrat didactique. Tout se passe comme si la contingence était de la même nature que le savoir, donc quand l'enseignant montre quelque chose, il exige de la part de l'élève la compréhension de ce qui à ce moment là, fait partie de son enjeu.

La géométrie dans l'enseignement élémentaire, plus que dans d'autres branches des mathématiques, est un domaine fécond pour ce type d'illusion car les figures matérielles ressemblent aux objets de la géométrie[23] et elles sollicitent fréquemment "l'appel à la perception"[24].

Le caractère illusoire de ce type d'interaction, en particulièr dans le domaine de la géométrie, est indiscutable: si toutes les propriétés intra et interfigurales sont dans le dessin et si "l'évidence" est si absolu qu'il s'impose sans discussion car tous les sujets perçoivent de la même manière, pourquoi le raisonnement sur les figures est-il nécessaire et constitue-t-il un domaine du savoir?

Exemple: les enfants de CE1, après deux séances dites de "géométrie", sont capables de reconnaître un carré parmi d'autres quadrilatères découpés sur carton -rectangles, losanges, parallélogrammes, trapèzes. Pendant la troisième séance l'enseignant propose comme activité de construire un carré dont un côté a été déjà donné par un trait de 16 cm qui n'est pas parallèle aux bords de la feuille.

Deux classes de CE1, environ 50 élèves, ont échoué à la tâche[25]. Pendant la phase collective d'analyse des travaux, malgré les tentatives désespérées de l'enseignant qui montrait des carrés et des rectangles pour dégager les propriétés de congruence des côtés et la perpendicularité de deux côtés consécutifs, personne n'a pu répondre autre chose que: "Ce n'est pas droit".

- la situation didactique envisagée n'est pas une situation non-didactique de fonctionnement de la connaissance

Autrement dit, le milieu créé par l'enseignant n'a pas les propriétés d'un milieu a-didactique pour l'élève. Dans une présentation ostensive, la connaissance visée se trouve dans le milieu,

[23] Ce phénomène a été mis en évidence par Bessot et Eberhard (1989).
[24] Laborde, (1990).
[25] Cf. Annexe X.2. résultats des élèves.

elle est lisible par le maître et pas toujours par les élèves tandis que le professeur exige qu'elle soit dans le sujet comme moyen d'action.

Cette caractéristique découle de la précédente: vu que la connaissance visée *est* dans le milieu matériel, il n'y a qu'à la découvrir. Ce milieu est *extérieur* à l'élève, pas forcément *antagoniste*.

Dans ce processus de découverte de la connaissance cachée, l'influence de l'enseignant est décisive. En conséquence, l'élève est confronté à un milieu didactique[26] qui devient son *allié*.

- ***les rapports prévus de l'élève avec son milieu a-didactique*** -c'est-à-dire, d'après le jeu du maître, "l'enjeu, les informations, les états prévus, l'action, la décision"- dans une présentation ostensive se caractérisent par:

L'enjeu de l'élève prévu par la situation est nul. Comme le milieu n'a pas de caractère a-didactique, toute action de l'acteur sur le système est a priori efficace. La fonction de préférence s'établit alors médiatisée par les informations que l'enseignant donne ou qu'il s'abstient de donner, par les actions qu'il permet d'établir, par l'état final à atteindre... bref, par le milieu didactique de l'élève.

Parfois l'élève a des engagements spéciaux avec la situation, mais ils sont dus à son rapport personnel à la connaissance et donc fortuits.

Les informations, les états prévus: étant donné que le milieu ainsi que la situation didactique envisagée sont généraux, quand l'élève veut prendre des informations de son milieu, il a un champ énorme de choix.

Le seul moyen de l'enseignant -d'après certains principes pédagogiques élémentaires- pour restreindre l'éventail de choix du sujet est de créer des contraintes de type didactique: par exemple, l'obligation d'utiliser des instruments géométriques comme l'équerre.

L'action, la décision de l'élève sur le milieu exigirait une étude plus exhaustive que celle que nous sommes en mesure d'aborder. Observer, plier, tracer, repérer, construire, décrire, communiquer, poser un problème et le résoudre, ... sont évidemment toutes des actions - avec ou sans intermédiaire- qui comportent des interactions sensibles avec un milieu

---

[26] Cf. le schéma qui montre "le jeu du maître". Chapitre 1. §1.

matériel. Cependant elles ne portent pas en elles-mêmes les propriétés d'une situation d'action[27] et en conséquence, d'interaction effective avec le milieu.

En plus, comme le sujet ne répond pas en fonction des contraintes de la situation a-didactique proposée, il élabore une réponse idoine -selon sa lecture des attentes de l'enseignant et des informations prises de son environnement[28]- ou bien il exécute les décisions prises par quelqu'un d'autre. De toutes manières son action est réalisée pour satisfaire les exigences d'un milieu didactique et généralement il n'a pas de contrôle sur ces décisions.

Voyons un exemple à propos de l'utilisation de l'équerre pour construire un angle droit[29] lors de la deuxième séance de la situation de communication:

[1190] KHA: Je mets la règle sur mon équerre, je mets mon zéro tout au début de l'angle droit...
M.: Viens le faire au tableau et les autres vont dire s'ils sont d'accord. Tu prends ta règle et ton équerre. (...)
KHA: Je trace un trait là...
Elle pose son équerre en papier sur le tableau et le zéro de sa règle au sommet de l'angle droit de l'équerre.
M.: (...) Vous avez vu ce qu'elle a fait? Elle a posé sa règle sur l'équerre, bon! Qu'est-ce que vous en pensez?
Es: C'est bon!
M.: Et si tu mettais ta règle directement?
Es: Mais l'angle droit?
M.: Ah, bon! Il ne serait pas droit?
E: Si, mais l'angle? Il ne serait pas horizontal!
Es: Mais si...!
M.: Pardon!
E: Il ne serait pas horizontal!

KHA a compris -en raison de la pression exercée par l'enseignant- qu'il fallait utiliser l'équerre pour tracer un angle droit, donc elle essaie de faire le premier côté en superposant l'équerre et la règle pour qu'il soit "droit". Nous retrouvons ici l'ambiguïté de ce mot: elle veut obtenir un segment parallèle au bord inférieur du tableau, et elle pense qu'avec l'équerre -sans aucune construction auxiliaire- elle pourra contrôler la position de son premier trait.

[27] Le Chapitre 3 montre létude d'une situation d'action.

[28] Parfois, les "états prévus" sont imposés par les conditions associée au milieu matériel.

[29] Cf. Annexe IV, transcription de la séance du 13.03.90. "M" idéntifie le maître."E." ou "Es." représentent un élève ou un groupe d'élèves, respectivement, non identifié (s). "(...)" indique qu'on n'entend pas ce qui a été dit.

- les interventions didactiques de l'enseignant se fondent sur *l'illusion du répertoire commun*

Cette hypothèse est un "corollaire" de l'illusion de l'évidence: étant donné qu'on "voit" les mêmes objets et que généralement les élèves peuvent avancer un vocabulaire pour les décrire, il est "transparent" qu'on "parle" aussi de la même chose et donc le professeur s'autorise à introduire immédiatement un vocabulaire adéquat. De la même façon que l'illusion de l'évidence plaque un savoir sur un élément du milieu, le vocabulaire savant se plaque sur le répertoire quotidien.

En réalité, il y a là un cercle vicieux car l'imposition d'un vocabulaire pertinent à l'objet est un mécanisme de création d'évidence: "On a déjà parlé de ça, vous vous en souvenez?"

En reprenant l'exemple du carré, l'enseignant aurait pu associer le mot "droit" utilisé par les élèves à la notion d'angle droit, clé pour sortir de l'impasse. Quel aurait été le sens pour les élèves des mots "angle droit"?

Conclusion provisoire: la situation d'enseignement devient essentiellement didactique -par opposition à la situation a-didactique-, et donc le contrat didactique *est* la règle de jeu et la stratégie qui permet à l'enseignant de gérer cette situation.

4.2. Les ruptures de contrat dans une pratique ostensive

Une situation didactique se caractérise par la prise en charge par l'enseignant des interactions d'un sujet avec son milieu, autrement dit, par la présence de l'enseignant en tant que P2 dans le milieu didactique de l'élève. C'est là que le *contrat didactique* devient l'objet de l'enjeu et la règle de jeu pour l'élève.

La situation objective, n'ayant pas les propriétés a-didactiques supposées par l'enseignant, est insuffisante pour faire fonctionner la connaissance visée. Alors, l'enseignant convertit la situation objective en situation d'apprentissage et intervient sur un sujet élève générique comme si l'élève avait déjà agi et réfléchi sur l'action[30].

[30] Cf. Chapitre 1, § 3, schéma de la structuration du milieu didactique.

Parfois l'élève arrive à jouer tous ces rôles, et d'autrefois non. C'est là que les ruptures de contrat nous montrent les fictions créées par l'illusion de l'évidence, l'illusion d'un répertoire commun et celle du continuum connaissance quotidienne - savoir scientifique.

- L'illusion de l'évidence, mise en relief par "montrer" et "faire voir"

Comme la contingence est de même nature que le savoir, l'enseignant assume le fait de "montrer" l'objet qui réalise la connaissance visée, et l'élève doit "voir". L'enseignant exige de la part de l'élève la compréhension de ce qui à ce moment là fait partie de son enjeu d'enseignant.

Mais souvent les professeurs ont soulevé comme problème le fait que les élèves ne voient que les tracés sur la feuille, et qu'ils

> "(...) sont incapables de ré-interpréter ces tracés, de voir par exemple une droite là où ils n'ont tracé qu'un côté d'un triangle[31]. [C'est moi qui souligne.]

Ce fait nous signale qu'une rupture de contrat s'amorce: quand le professeur montre quelque chose, par exemple la figure matérielle d'un triangle, il suppose avoir créé les conditions suffisantes pour obtenir que les élèves voient. Cependant les élèves ne peuvent pas satisfaire ces conditions et pour préserver la relation didactique il essaye donc de faire voir.

Quelle est la différence entre ces actes didactiques? La différence a-t-elle une origine didactique ou a-didactique? Est-elle portée par la figure milieu matériel? Ou bien par la consigne? Ou encore par les moyens de vérification de l'activité exigée? Est-elle due à une obligation imposée par le contrat?

La *figure matérielle* est vraisemblablement la même, ce qui change est *la figure didactique* de l'enseignant[32]. Autrement dit, ce n'est ni le milieu matériel -ni le milieu objectif- qui changent, mais le milieu didactique. Quand le professeur montre, il a l'illusion que l'élève voit la même chose que lui donc il ne cherche pas à lui faire voir quelque chose. Au contraire, quand il cherche à faire voir c'est parce qu'il reconnaît que l'élève ne voit pas, qu'il y a un échec dans son acte didactique, qu'il y a une différence entre ses interactions et celles de l'élève. Alors, on peut distinguer deux rapports différents dont la caricature serait:

---

[31] Cf. Berthelot et Salin (1992), pp. 10, 24.

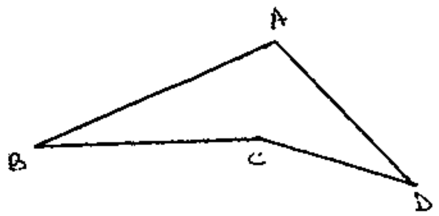
[32] Cf. Chapitre 1, 3.1., différentes domaines de déclarations sur les figures.

Professeur: Mais je vous ai fait voir sur le triangle...
Elève: Non M., vous avez montré un triangle, vous ne nous avez pas fait voir la droite.

L'hypothèse que l'ostension est suffisante est réfutée, donc le professeur est obligé d'agir autrement en rupture avec le contrat initial qui était: "si je montre on voit". Maintenant il doit enseigner à "lire" une figure, et il trouve alors des conseils pour enseigner à "mieux voir" dans les manuels ou dans certaines recherches[33].
D'habitude cette "lecture" entraîne un processus maïeutique: le professeur travaille alternativement avec les élèves pour obtenir, de la part de l'un d'entre eux, un mot, un indice, qui puisse lui permettre de reprendre sa démarche ostensive avec toute la classe. Si quelqu'un a pu voir, tout le monde peut voir: la "lecture" devient alors une machine à fabriquer des effets Jourdain et le discours naïf de l'élève s'écrase sous le poids de l'enseignement formel.

- L'illusion d'un répertoire commun

"Pointe" est-elle équivalente à "somment"? Dans une classe de CE1, l'enseignant avait plaqué le mot "sommet" sur celui de "pointe" utilisé par les élèves. Cette substitution avait bien marché pour désigner les sommets de polygones convexes. Mais un quadrilatère comme le suivant, combien de sommets a-t-il?



La plupart des enfants trouvaient trois sommets: (A), (B), (D).
L'enseignant a pu sortir de la situation grâce à un élève qui, en passant le doigt par les côtés de la figure matérielle, a énuméré quatre côtés et donc il a pu montrer les sommets comme extrémités de ses côtés. Faudra-t-il partir des côtés? Il est fort possible que, dans un contexte similaire, la confusion soit portée par "bord" et "côté".

[33] Cf. Berthelot et Salin. (1992), pp. 24-25.

- L'illusion du continuum connaissance quotidienne - savoir scientifique

L'ostension est modélisée par une situation dans laquelle le rapport d'un sujet à un milieu est en général familier, près de ses préoccupations et de ses interactions quotidiennes. L'enseignant voit dans ce milieu un instrument, un objet de savoir et il pense que le rapport établi par cette familiarité est de même nature, parce que c'est le même objet que le rapport au savoir savant. Pourquoi sent-il la nécessité de cette forme d'actualisation d'un rapport savant sur la forme d'un rapport familier? Comment distinguer les deux types d'interactions? C'est grâce à *la situation fondamentale* que l'on va distinguer les deux: seul l'objet savant doit pouvoir donner une réponse adéquate à la situation. Il n'est pas simplement présent, il est dans les décisions du sujet.

5. L'ostension et l'économie dans la gestion de l'enseignement

Nous avons essayé de définir l'ostension, d'après notre quatrième conjecture, comme une réponse adaptative aux contraintes de la relation didactique. Mais dans la même conjecture nous supposons que cette réponse n'est pas toujours économique.
L'expression "pas toujours" laisse ouverte la possibilité "parfois", donc nous affirmons: **parfois** l'ostension est une réponse économique dans la gestion de l'enseignement.

En générale, l'ostension est économique car:

- Etant donné que le milieu et les rapports sont généraux, l'ostension devient donc une réponse à plusieurs situations didactiques.

- En plus, cette sorte de relation naturelle avec les objets du savoir permet d'unifier les différentes conceptions des élèves, fait qui favorise la gestion de la classe. Le continuum relation naturelle-connaissance scolaire permet un écrasement du premier type d'interactions sur le savoir officiel. Par exemple, quand l'enseignant introduit les propriétés du triangle, il travaille sur un cas, sur un exemple, sur une *figure didactique*. Elle résume la diversité de cas possibles envisagés par les élèves, autrement dit, le savoir officiel sur le triangle devient pour le maître un instrument de manipulation de la contingence.

• L'introduction presque directe d'un savoir officiel épargne des détournements dans la construction d'une connaissance et en plus accomplit ce que Chevallard a appelé "les propriétés ostensives" de l'écriture. Ce savoir officiel, plaqué sur le savoir familier a un régime de fonctionnement sémiotique: il permet de montrer ce qu'on fait, montrer à la société un assujettissement de l'activité scolaire à la culture[34].

Il est possible que le rôle des algorithmes de construction de figures à l'école élémentaire soit celui-là: montrer à la communauté -parents, autres enseignants, mathématiciens, etc.- qu'on fait des activités réputées savantes.

• Le type de rapport fictif qu'elle installe laisse à l'enseignant une marge de manoeuvre assez grande entre la contingence réelle ou évoquée -ce qu'il montre, ce que les élèves disent- et ce qu'il voudrait faire voir ou ce dont il parle.

• Dans cette marge de manipulation, il est possible de placer -grâce à des expressions du type "Il est évident", "On le voit"...- une sorte de dégagement de la responsabilité du maître dans la gestion du savoir. Dans la fiction de l'ostension, ce n'est pas toujours lui qui doit prendre toutes les décisions à propos de ce qui est vrai ou adéquat, parfois le jugement vient du réel.

• L'illusion du répertoire commun et celle de l'évidence permettent à l'enseignant d'avoir très vite les éléments pour traiter l'objet de son enseignement. Comme l'exprimait une collègue professeur de collège: "Comment commencer à parler du périmètre sans montrer le bord d'un polygone?"

Cependant, au niveau de la gestion de la classe, **l'ostension n'est pas toujours économique**: les savoirs ont tous le même statut, l'enseignant se sent obligé de tout prendre. Comme il n'y a pas une hiérarchie, il lui est très difficile de "tenir la route".

Exemple: dans la construction d'un rectangle dont les côtés mesurent 19 cm et 11 cm, l'enseignant voulait à tout prix montrer la nécessité d'utiliser l'équerre[35], c'est pourquoi il

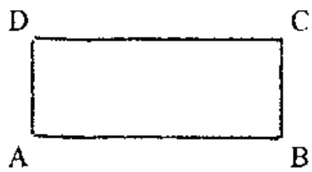
[34] Cf. responsabilités de l'enseignant, Chapitre 1, § 3.

[35] Cf. transcription du 13.93.90. "M" identifie le maître."E." ou "Es." représentent un élève ou un groupe d'élèves, respectivement, non identifié (s). "(...)" indique qu'on n'entend pas ce qui a été dit.

s'attendait à une construction fausse si l'élève n'employait que la règle. D'abord donc, intentionnellement, il essaie de mettre la règle un peu penchée mais après, pour la vérification il n'exige pas l'examen de l'angle droit mais des mesures de côtés.

M.Tu veux le dessiner comme la dernière fois... Tu mets la règle...

FOJ hésite. M. propose de tenir la règle et la place dans une position très légèrement non perpendiculaire au segment tracé. FOJ corrige la position de la règle (par rapport à la verticale et à la graduation) et finalement il trace un trait vertical jusqu'à 11. Pour l'autre côté vertical, il suit la même démarche. Voici la construction au tableau:



M.: Vas-y! Ici tu as vérifié que ça...

Elle montre le côté (AB).

M.: Ça faisait bien 19, là... c'est comme ça que vous avez fait?
JOC: Oui, mais lui il voulait faire le trait direct là. Je lui ai dit il faut vérifier parce que...
M.: Bon, là tu as oublié une chose quand même. Tu viens de tracer cette trace là, ce grand côté mais tu n'as pas mesuré. Combien fait-il?

L'enfant mesure(DC).

E: Ah! 18!
DIM: Mais oui, c'est le problème des angles...
M.: C'est le problème...
DIM: C'est le problème des angles, il a trop écarté.
M.: C'est le problème des angles.

L'enseignant, même s'il veut introduire l'équerre, ne peut pas s'empêcher de suivre la démarche naturelle des élèves, c'est pourquoi il propose la vérification en mesurant la longueur du dernier côté.

Le continuum dans le vocabulaire est aussi problématique à gérer, voici un mélange entre l'ambiguïté du mot "droit" et l'utilisation de l'équerre[36]

M.: Bon, est-ce que... Tu regardes ce qu'elle fait.(...) Vous avez vu ce qu'elle a fait? Elle a posé sa règle sur l'équerre, bon! Qu'est-ce que vous en pensez?
Es: C'est bon!
M.: Et si tu mettais ta règle directement?

---

[36] Ibidem.

Es: Mais l'angle droit?
M.: Ah, bon! Il ne serait pas droit.
E: Si, mais l'angle? Il ne serait pas horizontal!
Es: Mais si...!
M.: Pardon!
E: Il ne serait pas horizontal!
M: Est-ce qu'il est horizontal?
L'enseignant trace un trait légèrement oblique au tableau.
E: Non.
M.: Mais dites moi là! Il est comment mon rectangle?
Il montre le rectangle découpé, légèrement penché par rapport au bord supérieur du tableau.
M.: Est-ce que l'angle ne sera pas droit là?
Il montre le trait oblique du tableau.
Es: Si.
M.: Elise...
GAE: Il sera toujours droit là parce que... Si je prends mon équerre...
M: Tu viens m'en faire un là, un angle droit à partir de ce côté.
GAE: Mais, sans l'équerre?
M.: Ah, non! Avec l'équerre.

Le professeur a donc intérêt à utiliser l'ostension mais il faut s'attendre à ce qu'elle ne soit pas toujours le moyen de contrôle de la situation d'enseignement. Devant le problème d'introduire un savoir, l'ostension est toujours la solution de base, c'est la première issue à portée de l'enseignant. Ceci explique pourquoi elle est légitime, mais si elle devient systématique, elle conduit à des échecs.

Cette pratique ostensive est-elle rentable? La rentabilité d'une action didactique à propos d'une connaissance déterminée peut être mesurée par:

- le nombre de réussites des élèves dans le présent,
- le coût de l'apprentissage, montant établi par le répertoire des connaissances et de vocabulaire, et le temps d'acquisition et d'entraînement,
- la stabilité de cette connaissance dans le temps,
- la capacité de transfert,
- la possibilité d'établir d'autres connaissances fondées sur celle-ci.

Nous n'avons pas fait une étude dans le temps pour évaluer l'intérêt de chacun de ces aspects, c'est plutôt notre assujettissement au système d'enseignement qui nous permet d'affirmer que, dans les rapports au savoir à long terme, l'ostension n'est pas rentable. Nous essayerons de mettre en évidence quelques fractures dues à la pression culturelle qui fait introduire des outils, des signes, des algorithmes, des fragments de théorie,... qui ne sont pas nécessairement fonctionnalisés.

D'ailleurs, Ratsimba-Rajohn (1992)[37] déclare,

> "Nous émettons l'hypothèse que si l'ostension est un des outils familiers, faciles et persistants d'introduction de nouvelle notion, elle fait rapidement obstacle à une phase de généralisation."

6. L'ostension dans l'enseignement de la géométrie

Comment l'ostension peut-elle soulager l'enseignant de toutes ces obligations, en particulier dans l'enseignement des connaissances spatio-géométriques?
Par l'ostension,

> "l'enseignant présente les connaissances en s'appuyant sur l'observation "dirigée" d'une réalité sensible ou d'une de ses représentations, et suppose les élèves capables d'en étendre l'emploi à d'autres situations"[38].

De cette façon, une *figure matérielle* est pour lui le meilleur message qu'on pourrait faire pour présenter un objet d'enseignement. Cette figure a le statut d'une assertion, elle remplace les énoncés avec l'hypothèse qu'elle définit les objets mathématiques sans ambiguïté parce qu'ils *sont* dans le monde et tout le monde *les voit* de la même manière.
Tout en évitant la confrontation du modèle géométrique aux contraintes du micro espace - milieu naturel des connaissances spatio-géométriques dans l'enseignement obligatoire- l'enseignement prend appui sur un milieu didactique où la manipulation de la *situation objective* -y compris le vocabulaire pertinent- est à la charge du professeur.

Du point de vue de la gestion de la classe, ses choix sont "bon marché", ils ne présentent guère de risques. Comme il n'existe pas "(...) au sein de la situation d'enseignement, une

---

[37] Ratsimba-Rajohn, (1992), § 2.IIB.
[38] Berthelot et Salin, p. 79. Celle-ci est la caractérisation de l'ostension "assumée", dans l'ostension "déguisée", "au lieu de montrer ce qui est à voir, le maître le dissimule derrière une fiction (...)", p. 80. Cette distinction n'apparaît pas pertinente dans la discussion de cette conjecture.

situation a-didactique d'apprentissage (...)[39] " les réponses *justes* de l'élève n'ont pas le statut de connaissances -qui lui permettent de résoudre un problème- mais de retour *idoine* aux contraintes du contrat. Ainsi, l'enseignant peut obtenir les réponses attendues à un prix très bas car la plupart des enfants -très sensibles aux attentes du maître- peuvent répondre "correctement" en très peu de temps.

Dû à son caractère *idoine*, la réponse est stable tant que le milieu didactique de l'élève garde les conditions qui ont rendu possible son existence. Un changement d'enseignant, le temps qui s'écoule, la moindre des variations dans la présentation de la situation, peuvent devenir des éléments catastrophiques pour la reproduction de cette dialectique.

Quelques faits observés dans la réalisation de situations d'enseignement nous mènent à proposer, par rapport aux avantages que l'ostension offre pour une gestion ergonomique de la classe, une nouvelle conjecture:

Conjecture 5: L'ostension *capture* les autres procédés didactiques.

Parfois l'enseignant n'a pas d'autre moyen pour enseigner une notion que celui proposé par la présentation ostensive. Cependant, ce type de pratique didactique prend le pas sur d'autres procédés qui sont, eux aussi, à portée de l'enseignant. Parmi ces procédés, nous distinguons:

° Les phases de recherche basées sur le tâtonnement.

Cette méthode d'expérimentation active de la part des enfants n'est pas bien vue dans l'enseignement. Généralement les essais successifs pour obtenir une réponse adéquate à un problème sont évalués comme des procédés qui vont contre ce que l'enseignant doit faire: enseigner le savoir officiel dans un temps préalablement fixé.

Cependant, le tâtonnement même s'il est fortuit, répond à un besoin éprouvé de contrôler une situation. Il est très adapté, par exemple, pour essayer de contrôler le micro-espace représenté par une feuille blanche sur laquelle il faut construire un triangle déterminé. Il ne

[39] Ibid., p. 79.

s'agit pas seulement d'atteindre un but de l'enseignement tel que reproduire un triangle, mais aussi[40] :

> "(...) la possibilité de construire des triangles... apprend au sujet l'existence d'un espace physique (...) autant que celle d'un espace géométrique lié aux actions de construction et de réunion d'angles."

Evidement il est plus économique du point de vue du temps de montrer une technique de construction et de faire après des exercices d'entraînement. Le problème est de savoir à quel moment on ne peut plus admettre le tâtonnement dans l'enseignement.

Les "savoir-faire" liés à l'utilisation de la règle, de l'équerre, du compas, sont habituellement négligés dans l'organisation du temps didactique. Pourtant, à un moment donné de l'apprentissage, ils sont des décisions qu'un sujet -dans la position S4- prend sur son milieu. Les savoir-faire sont d'abord des réponses adaptatives à certaines exigences d'un milieu, plus tard grâce à la fréquence d'emploi et à l'efficacité ils peuvent devenir des savoirs folkloriques et des routines. A ce moment là, nous l'avons déjà esquissé, il est naturel et même souhaitable d'établir avec ces objets des rapports ostensifs.

° La dialectique créée par la situation de communication de figures prévoit l'étude des messages relatifs aux figures obtenues lors du jeu de communication. La situation envisage essentiellement l'analyse des messages et les confrontations concernant les domaines de la formulation et de la construction par les recepteurs. Pour l'enseignant donc, la situation objective est l'étude des messages en s'appuyant sur l'action.
Voici ce qui est arrivé dans une séance sur le rectangle[41] : à la deuxième séance, l'enseignant fait le répertoire des difficultés rencontrées pendant la première en faisant appel à la mémoire des élèves. Les connaissances mises en jeu pendant la situation de communication font partie d'un "décor didactique"[42], les objets d'enseignement sont évoqués et les rapports des élèves à ces objets sont fictifs.
Ensuite il propose de commencer l'étude du rectangle:

---

[40] Cf. "espace géométrique", Battro, Antonio (1966), Dictionnaire d'épistémologie génétique, PUF.
[41] Cf. Annexe IV, transcription de la séance du 13.03.90.
[42] Cf. Brousseau et Centeno (1991), p. 190.

M.: On va le regarder, comme ça vous proposerez les corrections à faire. Moi j'aurais envie de commencer par les rectangles parce que quand même il n'y a aucune réussite dans les rectangles. On va regarder les messages... On va regarder si vraiment il y a une grosse erreur...Voilà le rectangle, et voilà ce qui a été obtenu...

D'abord il montre à toute la classe la figure modèle, et ensuite il superpose les deux figures.

Es.: C'est le découpage.
M.: Alors, est-ce que c'est dans le découpage ou...
Es.: Oui, c'est dans le découpage.
M.: On va le regarder... Mais regardez! En haut ce n'est pas précis...
Es.: Les autres sont justes, en haut ce n'est pas juste.
M.: Bon, on va regarder ce qu'ils ont marqué... Ils ont marqué... C'est un rectangle...

Evidemment, d'après l'expression des élèves, il y a une différence entre la figure construite par les récepteurs et le modèle. Ils jugent qu'elle est due au découpage.
Comment trancher dans cette situation? Quelle connaissance sur le rectangle peut aider à l'enseignant à s'en sortir? Il veut introduire l'angle droit, mais avec ce procédé ostensif il n'a pas les moyens de le faire apparaître parce que le rectangle est une figure si "naturelle" qu'on ne peut pas dégager ses propriétés. Dans le Chapitre 4 nous proposons d'introduire l'angle droit comme un cas particulier de contrôle de l'inclinaison entre deux segments d'origine commun. Les argumentations pour montrer son désaccord face à l'absence de la notion envisagée sont: "(...) ce n'est pas précis", "(...) il faut qu'il soit bien expliqué", "(...) ce n'est pas clair"... sous-entendu, tout va se résoudre lorsqu'un élève prononce les mots "angle droit".

L'enseignant a pris appui sur un discours bâti autour des figures construites et il a perdu celui de la situation de communication. Le discours prend le pas sur les objets, et le regard sur les figures précède l'analyse des messages, c'est pourquoi à notre avis l'ostension se substitue à la dialectique de la communication.[43]

7. Identification d'une pratique ostensive dans l'enseignement de la géométrie

Notre analyse de l'ostension dans l'enseignement de la géométrie est faite autour de la conjecture suivante:

[43] Ce fait peut être interprété comme une manifestation de phénomènes dus à l'obsolescence.

Conjecture 6: L'ostension gomme, pour les professeurs et donc pour le système d'enseignement, certaines des difficultés liées à l'apprentissage de la géométrie.

Si effectivement l'ostension gommait les difficultés, alors les enseignants ne les apercevaient pas et au niveau du système d'enseignement il n'y arait rien à faire. Elles n'existeraient que dans la production des pédagogues, psychologues et didacticiens.

En fait, nous pensons que les professeurs sont conscients des difficultés parce que pendant leur parcours d'enseignants, ils ont dû répondre à différentes ruptures de contrat didactique dans ce domaine du savoir. Ainsi ils savent, par expérience, que ces problèmes ne vont pas disparaître tout seuls et donc il faut -ou il aurait fallu dans les cours précédents- entamer un acte didactique pour les surmonter. D'habitude ils essayent de surmonter ces difficultés à l'aide d'actions qui leur semblent naturelles -souvent ostensives- sans modifier les conditions profondes de la relation didactique. Parfois ils réussissent, d'autres fois ils n'arrivent qu'à reporter les difficultés pour plus tard et d'autres encore, ils font semblant de croire que "ça ira".

Les enseignants ont-ils les moyens de traiter ces difficultés? Il faut analyser le genre de difficultés qu'ils rencontrent, et le type de moyen -didactique ou a-didactique- qu'il sont prêts à employer.

Comme nous sommes en train d'étudier l'ostension, nous pouvons affirmer que ce n'est pas grâce à des procédés ostensifs que la présentation aux professeurs des objets de la didactique va leur donner les moyens de contrôler les difficultés du système d'enseignement à propos de l'introduction de notions de géométrie.

Pour étudier notre sixième conjecture, il nous faut distinguer parmi les pratiques d'enseignement dans la scolarité obligatoire, celles qui relèvent de l'ostension. La définition de l'ostension présentée ci-dessus, permet-elle de reconnaître les pratiques ostensives? Comment se manifeste-t-elle dans l'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire? Est-il possible d'envisager différentes formes de présentation ostensive?

Nous pouvons identifier une présentation ostensive en géométrie à travers différentes pratiques très répandues et très fréquentes lesquelles se caractérisent par:

- les rapports à l'espace ne sont pas effectifs[44]

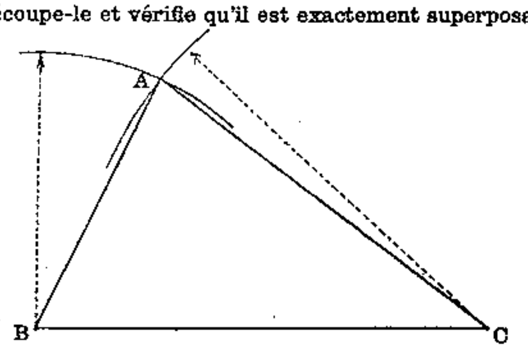
La situation objective n'offre pas la possibilité d'une confrontation effective entre ce que les enfants croient voir et/ou savoir pour contrôler l'espace et ce qu'en réalité ils sont capables de faire. Dans l'ostension, les enfants sont supposés capables de se représenter la situation à partir de quelques informations fournies par une représentation ou par un discours.

- les constructions sont introduites par des procédures algorithmiques

Comme conséquence de l'indice précédent, étant donné que les élèves n'ont pas de décisions à prendre relatives au contrôle de l'espace (dans le cas présent, le micro-espace), les constructions géométriques sont réduites à des savoir-faire. D'habitude, par exemple dans les manuels, ces procédures sont donnés sur une représentation -et c'est à la charge de l'élève de "lire" le dessin et de découvrir la procédure selon un mécanisme d'ostension déguisée[45] - ou en forme de liste séquentielle de pas.

<u>Exemple 1</u>:

♥ Voici un triangle ABC .
Observe les lignes de construction et découvre la méthode qui permet de le reproduire.
Reproduis-le à droite. Appelle A'B'C' le nouveau triangle obtenu.
Refais la même construction sur une feuille de papier.
Découpe-le et vérifie qu'il est exactement superposable aux deux premiers.



On dit que ces trois triangles sont isométriques.
Les secteurs angulaires associés ont-ils la même mesure? ______________
Donne la mesure en degrés des secteurs de sommet A et A' .
Écris les égalités qui apparaissent.

---

[44] Cf. Berthelot et Salin, (1993), pp. 48-49.
[45] Cf. Berthelot et Salin, (1992), p. 80.

Exemple 2:

Quand les algorithmes sont donnés par l'enseignant -ou par les auteurs de manuels- à travers une suite d'instructions, comme ils ne peuvent pas donner toutes les précisions -pour ne pas rendre trop compliqué l'explication- ils laissent dans le domaine de l'implicite des éléments nécessaires à la prise de décisions. Souvent on y trouve donc des phénomènes didactiques assez particuliers, par exemple des instructions qui ne sont pas justes, mais qui donnent une figure idoine à condition que l'élève contrôle la "forme" du produit à obtenir.

L'exercice suivant apparaît dans "Aprendizaje y Matematica. Libro par el alumno." M. E. Rey, D. Saggese et M. Ludueña[46] [C'est moi qui fais la traduction].

> "Nous allons construire des trapèzes non parallélogrammes. Nous avons comme données les deux bases et le côté perpendiculaire.
>
> DONNEES
>
> b_1 ——————————
>
> b_2 ———————
>
> h —————
>
> a) Trace un angle droit.
> b) A partir du sommet de l'angle et sur chacun de leurs côtés détermine des segments congruents à h et b_2.
> c) Par l'extrémité libre du segment h, fait une parallèle à b_2.
> d) Trace sur cette demi droite un segment congruent à b_1.
> e) Complète le quadrilatère.
> Regarde et réponds: Quel type de trapèze viens-tu de construire?"

Avec cette liste d'instructions -sans entrer dans les détails sur la manipulation du vocabulaire- il est possible d'obtenir différentes constructions adéquates mais évidemment pas idoines. Si l'élève contrôle seulement la "forme" il est possible qu'il ne puisse pas reconnaître sa réponse idoine à cause, par exemple, d'un changement de position (Fig. I). La réponse attendue est un trapèze rectangle, cependant avec cet algorithme on peut aussi obtenir, par exemple un autre quadrilatère (Fig. II).

[46] Cf. Martinez et Porras, "Las construcciones geométricas en la escuela primaria", Universidad Nacional del Comahue, Argentina.

Fig. I

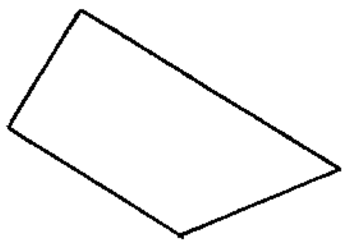
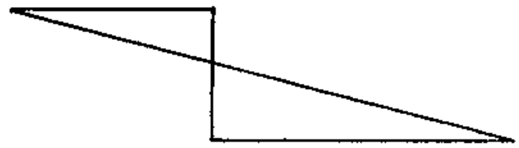


Fig.II



- les objectifs sont de munir les enfants d'une procédure générale, et d'un langage mathématique que le professeur fait semblant de faire coïncider avec le langage courant

Pourquoi introduire directement un algorithme général? Comme d'après Berthelot et Salin, il n'y a de place, dans la relation didactique, que pour la circulation du savoir officiel, l'enseignant a du mal à accepter des tâtonnements ou des procédures localement valables.

Nous avons déjà parlé des essais succesifs fortuits ou systématiques, nous pouvons maintenant montrer un exemple d'une procédure localement adéquate qui tout en faisant partie des savoirs officiels n'a pas été acceptée car elle n'était pas idoine aux propos didactiques de l'enseignant.

Exemple 3:

L'enseignant propose de voir les méthodes différentes de construction. [D'un triangle équilatéral dont les côtés mesurent 15,8 cm].

VAM: D'abord j'ai fait un trait de 15,8 cm, et après avec l'équerre j'ai fait un trait bien droit à partir du milieu. Ceci m'a aidé, après le premier essai est plus facile. (Il semble que sa méthode n'ait pas marché car il a pensé trouver le troisième sommet de son triangle à 15,8 cm mesurés sur la mediatrice).

Au tableau, avec de mesures de 30 cm il expose sa méthode, maintenant il sait que le troisième sommet est sur la mediatrice, à 30 cm des extrémités du premier côté.

M.: Ta méthode, pouvais-tu l'appliquer dans le premier triangle?

VAM: J'aurais pu le faire, mais ça n'aurait pas marché. Il faut que les trois côtés soient égaux.

M.: Cette méthode est intéressante, mais on ne peut pas la faire marcher sur tous les triangles.

En conclusion l'enseignant affirme que la méthode générale est celle de "points", c'est-à-dire de marquer les points à partir d'une extrémité du premier côté.

Le deuxième objectif prend appui sur l'illusion du répertoire commun.

Exemple 4[47] :

MRM: De l'autre côté [c'est-à-dire, l'autre partie de cet équipe] il y avait un rond. M.: Un rond, "le rond" on va l'appeler entre nous "un disque". Et ce disque, est-ce qu'il était réussi?

Qu'entraîne, pour l'enseignant, le remplacement du mot "rond" par celui de "disque"? Et pour l'élève?

Exemple 5:

Nous avons aussi observé une grande ambiguité dans l'utilisation du mot "côté". Il a été introduit à la place de "bord" d'un rectangle, et tout suite après, il y a la vérification d'un angle droit par une équerre en papier qui, elle aussi, a des "côtés".

Il y a une sorte d'institutionnalisation locale de "côté", où un segment est identifié à une demi droite.

Revenons aux caractéristiques d'une présentation ostensive en géométrie:

- pas d'approche a-didactique de l'objet de savoir[48]

Il n'y a pas de situation dans laquelle les élèves se situent en "résolveur de problèmes" grâce à leurs interactions effectives avec un milieu.

En revenant à l'exemple de l'angle droit, il est clair que cette notion sera une réponse adéquate à un problème dans le cas où les élèves ont déjà rencontré la difficulté de contrôler l'inclinaison entre deux segments d'origine commune. Celle-ci est la raison pour laquelle l'utilisation de l'équerre prend du sens et perd son caractère d'outil idoine aux attentes de l'enseignant.

En reprenant l'exemple 2 ci-dessus, la construction du trapèze est liée à certains savoir-faire et surtout à la capacité de l'élève pour décoder quelques indices: la désignation du côté perpendiculaire aux bases par la lettre "h" est un "tripotage" pour faire apparaître la trace de la "hauteur". C'est une action sur la mémoire de l'élève pour rendre adéquate la position de la construction.

[47] Cf. Annexe IV. transcription de la séance du 13.03.90.

[48] Cf. Berthelot et Salin, (1993), p. 49.

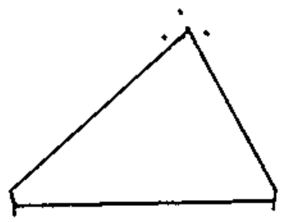
- conversion des notions en "objets"

Cette caractéristique découle directement de l'organisation d'un milieu matériel qui réalise la connaissance visée (Cf. § 4.1) et elle prend différentes formes:

i) la figure matérielle *est* un objet physique

Il est difficile de considérer les tracés comme des ensembles de points, ces difficultés sont signalées par Artigue et Robinet d'une part, par Grenier d'autre part.

Il y a aussi des difficultés pour déterminer ce qui fait partie ou pas de la figure, par exemple, dans la construction du triangle qu'est-ce qu'il faut prendre comme sommet: l'extremité du segment ou celle du petit trait?



ii) objets symétriques à la place de la symétrie comme transformation

Pour entamer l'étude de la symétrie, l'enseignant enrichit le milieu matériel de l'élève avec des objets qui portent la propriété. La transformation apparaît donc *réalisée* dans un objet, et les élèves apprennent à reconnaître deux objets symétriques, ou bien un objet qui a un axe (ou plusieurs) de symétrie,etc. Ces objets font partie de l'environnement de l'élève ou bien proviennent de la culture, c'est un *milieu naturel.*

Mais ensuite le savoir officiel exige l'étude de la symétrie en tant que transformation du plan. L'enseignant propose alors des activités plus "géométriques": il propose de regarder des *figures matérielles* qui représentent des objets géométriques, et il enseigne une technique de construction de points symétriques. Les rapports entre les objets symétriques et la transformation ne sont pas simples, la figure prototypique doit subir des modifications profondes et il se peut qu'elle soit un obstacle à l'étude des applications.

D'ailleurs, cette dialectique objet-transformation est-elle pratiquée pour étudier n'importe quelle transformation? Bien sûr que non, il n'est pas habituel de discuter des translations à partir de l'observation d'un parallélogramme.

iii) objets géométriques qui disparaissent comme objets d'enseignement

Il y a des notions de la géométrie élémentaire qui ont du mal à être traités comme des objets, en conséquence elles disparaissent officiellement de la liste des objets à enseigner.

Exemple 6:

La notion de droite est un cas assez paradoxal. "Faire" d'une droite un objet physique (un fil tendu, un trait avec un crayon bien taillé, le bord d'une règle, etc.) est bien courant. Mais établir un rapport savant à la droite dans la scolarité élémentaire est tellement rare qu'elle a disparu des I.O.

Dans les Compétences 91, en ce qui concerne les figures du plan, nous trouvons une première référence au Cycle Elémentaire. Ce document prévoit: "reproduire et décrire quelques figures simples (carré, rectangle, triangle)". Au Cycle Moyen: "reproduire, décrire et construire quelques figures planes (carré, rectangle, losange, parallélogramme, cercle, triangle) et les identifier dans une figure complexe". Au Cycle Moyen il y a donc une nouvelle activité sur un univers de figures un peu plus élargi.

Dans les I.O. de 1945, les "notions de droites perpendiculaires, de droites parallèles" sont présentes pour le Cycle Moyen, et les I.O. postérieures (1977-1980), proposent dès le Cycle Elémentaire les "objets géométriques (solides, surfaces ou lignes)".

Cependant, toujours dans les programmes et les I.O.les tracés et l'utilisation de la règle, de l'équerre et du compas se manifestent comme des objets à enseigner.

Ainsi les connaissances officielles sur la droite semblent être liées aux savoir-faire ou à la limite, aux positions relatives de droites coplanaires. Nous avons proposé une situation d'action où la détermination d'une droite sur un plan, et la construction d'un réseau de droites parallèles étaient les connaissances nécessaires pour résoudre le problème proposé.

iv) la nécessité de fixer l'utilisation des instruments géométriques

Comme l'élaboration d'une réponse ne dépend pas d'une situation a-didactique, l'enseignant doit fixer explicitement l'emploi des instruments de géométrie. C'est une contrainte didactique pour rendre idoines les réponses des élèves selon un contrat institutionnel (ou selon le rapport officiel des enseignants à cet objet de savoir).

Ainsi, l'enseignant se voit obligé d'expliciter dans la consigne d'une activité qu' il faut utiliser les instruments "pour ce pour quoi ils sont faits[49] ".

---

[49] Grenier, (1988), p. 203.

Face à cette indication, la réaction des élèves est bien diverse: il y en a qui détournent les instruments, fait signalé par Grenier; d'autres généralisent d'une façon incontrolée l'emploi de l'instrument. Un élève, par exemple affirme: pour construire un triangle rectangle, on ne prend pas le compas, il faut utiliser une équerre.
Un autre considère qu'une équerre est nécessaire pour tracer le premier côté d'un angle droit.
Finalement, le statut des instruments géométriques devient le même que celui des renseignements. Dans la dernière phase de la situation de communication, il s'agit d'écrire le message minimal qui permette la construction de la figure envisagée. Quelques enfants ont proposé, par exemple: "il faut dire que c'est un losange et en plus avoir les mesures des diagonales et une équerre".

- en tant qu'objets implicites, les similitudes prennent le pas sur les isométries

Comme l'enseignement se déroule généralement avec toute la classe en même temps, l'enseignant a besoin de manipuler un modèle au tableau qui soit lisible pour tous les élèves. Souvent, dans une action collective les élèves ont "la même" figure *(milieu matériel)* à une homothétie près. Il y a donc un accord implicite, dans ces situations, sur les transformations admises. Cependant quand les enfants doivent reproduire une figure, quelles sont les transformations permises? Berthelot et Salin [50] ont présenté les phénomènes dus à la confusion du langage, par exemple sur le mot "reproduire". Néanmoins nous allons revenir sur les problèmes qui se posent pour reconnaître si deux figures sont "la même" ou pas. (Cf. dans ce chapitre, § 11).

***- certaines figures deviennent le centre** autour duquel se présentent les autres figures*

Dans les programmes de 1945, les notions de géométrie sur les figures semblent être liées à la notion d'angle droit. Même si les définitions d'angle droit et de droites perpendiculaires ne font pas partie des objets à enseigner, une fois établie la figure prototypique, il semble économique de la prendre comme partie élémentaire pour "voir" à travers un processus de reconfiguration[51] des triangles rectangles ou des trapèzes rectangles.

---

[50] Cf. Berthelot et Salin. (1992), p. 85.
[51] Padilla. V. (1992). p.9

Voici un résumé de ce que montrent les programmes de 45:

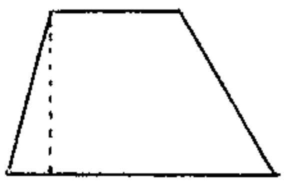
Parmi les "figures géométriques simples" du Cours Elémentaire on trouve: "carré, rectangle, quadrillage, triangle régulier, cercle. Angle droit et demi-angle droit". Il n'est pas sûr que les angles soient considérés comme figures, ils semblent appartenir à un autre item. Les activités suggérées avec ces objets sont: "tracés, découpages et pliages", mais elles apparaissent comme des activités de renforcement dans le domaine "Dessin ou travail manuel". Il n'y a pas de spécification sur les conditions dans lesquelles l'enseignant doit proposer ces activités, ni les buts de cet enseignement.

Au Cours Moyen, il n'y a pas une étude en particulier des figures, elles sont le support du calcul: "Triangles et trapèzes rectangles (en vue de leur surface)".

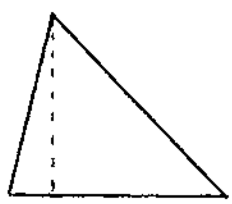
Pourquoi le trapèze rectangle est-il si important? On y trouve les traces de la géométrie des arpenteurs, et ce point de vue est explicité dans le Cours Supérieur où, à propos de la mesure des aires on propose: "Aire d'un carré (...). Aire d'un rectangle, d'un triangle rectangle, d'un trapèze rectangle. Recherche de l'aire d'un polygone quelconque par décomposition en triangles rectangles et en trapèzes rectangles". Et ensuite: "Application à un trapèze et à un triangle non rectangles".

Ainsi, le calcul de l'aire d'un polygone est complètement lié à l'existence dans la figure d'au moins un angle droit. En particulier, les triangles et les trapèzes non rectangles existent donc comme configurations de "figures simples" à angle droit, par exemple:

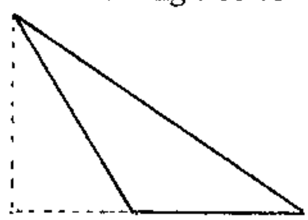
Trapèze



Triangle aigu



Triangle obtus



8. Les outils rhétoriques de l'ostension

Dans une pratique ostensive, qu'est-ce que les professeurs ont à leur disposition pour aménager un milieu favorable à la construction des notions de la géométrie élémentaire?

Comme nous l'avons déjà montré, dans une pratique ostensive il n'y a pas de confrontation effective avec un milieu matériel. L'enseignant essaie donc de bâtir la leçon sur des déclarations qui, normalement, font appel à la mémoire de ce qui a été fait ou dit dans la classe. Dans ces conditions on comprend bien que tenir un bon discours est fondamental pour essayer de faire passer l'objet d'enseignement, et avec l'intention de favoriser la communication, on fait appel aux figures de rhétorique. Ces figures de sens[52] "peuvent apparaître, consciemment ou non, au moment même de la production du discours, comme des composantes à part entière de l'acte de l'énonciation".[53]

Même si notre étude porte sur l'enseignement il nous semble utile de reprendre -à titre de référence- l'approche de l'ostension proposée dans le domaine de la sémiotique par Eco[54]:

"Il existe cependant diverses modalités d'ostension:

a) Un objet est sélectionné pour exprimer la classe dont il est membre, et ce choix le constitue en EXEMPLE (le mécanisme qui régit le choix est un cas de la synecdoque: un membre pour toute la classe).

b) Une partie seulement de l'objet a été sélectionnée pour exprimer l'objet tout entier (et donc sa classe); c'est le cas des ECHANTILLONS (le mécanisme est une synecdoque du type "pars pro toto"). On parle justement d'"échantillons" de tissu (un morceau de tissu pour toute la pièce) (...) un texte préalable doit avoir permis d'établir le consensus sur le niveau de pertinence à retenir.

c) Un objet est produit pour représenter un échantillon: ce sont les ECHANTILLONS FICTIFS (...)

Appartiennent à cette catégorie le mime et les onomatopées à part entière (c'est-à-dire l'imitation réaliste d'un son, par opposition à une onomatopée "stylisée" comme le mot /tonnerre/)*.

* Note: quand, dans un western, les Indiens émettent le cri du coyote, cette "onomatopée à part entière joue un double rôle: pour les Indiens, c'est une convention arbitraire qui sert à transmettre des informations codifiées; pour les Blancs, c'est un échantillon fictif qui tend à signifier "coyote", et un acte référentiel

[52] D'après Robrieux, 1993, «les figures de sens, consistent à enrichir la ou les significations d'un mot en les utilisant dans un contexte inattendu.» Les principales figures de sens sont: la métaphore et la métonymie.
[53] Ib., p. 41.
[54] Eco. (1992), p. 81.

qui cherche à communiquer "Ici, il y a un coyote", alors qu'il devrait avertir de la présence des Indiens. *Il s'agit donc d'un cas de mensonge.*"

Nous n'essayerons pas ici de faire un traité de rhétorique, simplement nous voudrions montrer comment certains points de vue qui sortent du domaine de la linguistique ou de la sémiotique, peuvent nous aider à interpréter quelques phénomènes dans la relation didactique.

8.1. Les métonymies géométriques

D'après Bauersfeld et Zawadowski (1981), dans la diffusion de connaissances mathématiques, on a besoin des figures de sens au moment de produire un discours qui se place entre une présentation pédante des notions et une présentation standard.

Voici le premier exemple qu'ils ont choisi pour illustrer cette affirmation:

> «Much has been written about what an equivalence relation is, about the properties of reflexivity, of transitivity and so on. So why then are expressions of the type
> $1234 : 27 = 45\ \ r\ 19$
> so widely used and accepted still? Should we tolerate such abuses of well-defined mathematical symbols or should we fight them?
> People and fashions in mathematics teaching come and go. But these and some more faults still exist and resist. Are they faults at all? What is it that is actually meant, what do they stand for?»

L'origine de ces faits est un changement de signifié pour le même signifiant -ici le signe égal- qui prend dans l'exemple le signifié «donne» ou «ça fait» et pas celui de l'équivalence. De toutes manières, le message est compris à condition que les partenaires aient un bagage, un répertoire -pour nous, un contrat didactique- communs ou qu'ils appartiennent à la même institution.

Les linguistes parlent, dans ce cas, de *métonymie*.[55]

[55] « La linguistique contemporaine considère généralement que les synecdotes forment un sous ensemble des métonymies car leur seul trait distinctif est de présenter un rapport d'inclusion (dans un sens ou dans l'autre) entre $Sé_1$ et $Sé_2$.[Deux signifiés] ». Robrieux, 1993.

Dans le cas des dessins en géométrie, le recours aux métonymies fait partie de la présentation standard et presque unique des figures. Parzysz[56], dans son étude sur la représentation plane de figures de l'espace, déclare:

> « (...) some figures are not representable, because they are unlimited (straight line, plane...): thus no concrete realization can give an accurate account of them. The - impossible- representation of such figures is traditionally replaced by that of a conventional limited part (segment for a straight line, rectangle for a plane...), considered as taking the place of the whole (*geometrical metonymy*).»

Les métonymies géométriques apparaissent-elles seulement dans le cas de figures illimitées? Autrement dit, dans les pratiques d'enseignement, les ECHANTILLONS sont-ils la seule modalité d'ostension?

Lakoff[57] a défini la métonymie comme:

> "(...) a situation in which some subcategory or member or submodel is used (often for some limited and immediate purpose) to comprehend the category as a whole".

Est-ce qu'on peut élargir le champ d'application des *métonymies géométriques* aux figures limitées? Pouvons-nous parler de la modalité de l'EXEMPLE? Comment interpréter donc l'utilisation et les effets de ces figures de sens?
De ces questions découlent deux conjectures liées entre elles:

Conjecture 7: Les métonymies géométriques contribuent à la formation de figures typiques.

Conjecture 7.1: L'utilisation de la *figure typique* comme *figure didactique* ordinaire, transforme la *figure idéale* en *forme*.

[56] Parzysz, (1988).
[57] Lakoff, (1987), passage cité par Presmeg (1992).

Dans le paragraphe destiné aux différents domaines de déclarations sur les figures, nous avons défini ce que nous entendons par *figure didactique* et *figure idéale*. Nous montrerons les rapports entre ces notions et celles de *figure typique* et *forme*.

La notion de "prototypes" a été étudiée par Lakoff (1987), Johnson (1987) et Hershkowitz (1989). A ce sujet, Presmeg déclare:

> "The essence of a prototype is that it is a mental representation which is a good exemple of a category. Prototypes lie at the center in the radial structure of categories. Metaphors may be used to extend this structure or to link it with other categories through the identification of elements in disparate domains. A metaphor or a metonymy may or may not be prototypical, depending on its centrality in a category. The prototype at the center, which may be a mental image, may differ from individual to individual but there are likely to be commonalities among people who share a common culture."

Autrement dit, dans une catégorie il y a des éléments qui sont des meilleurs exemples que d'autres de leur catégorie d'appartenance[58]. Mais il est clair qu'un exemple est toujours particulier, et s'il est pris comme le représentant d'une classe, en tant qu'ECHANTILLON selon les modalités présentées ci-dessus, il est porteur des conditions -les pseudo nécessités, les composantes contextuelles- réalisées par un sous-ensemble de l'ensemble total.

Par exemple, pour les jeunes élèves, le triangle typique est équilatéral[59]. Un élève de CE1 décrivait un triangle aigu de la manière suivante: "Il ressemble à un triangle un peu tordu. Pour être un triangle, si un côté mesure par exemple 10 cm, tous les autres doivent mesurer 10 cm". Personne dans la classe n'a discuté cette définition, elle était partagée -au point de ne pas se sentir agressé par l'affirmation- par tous les élèves.

Supposons qu'un professeur veuille enseigner une propriété des triangles. Comment choisit-il la *figure didactique* pertinente? Il veut que son message soit clair et précis, donc -selon

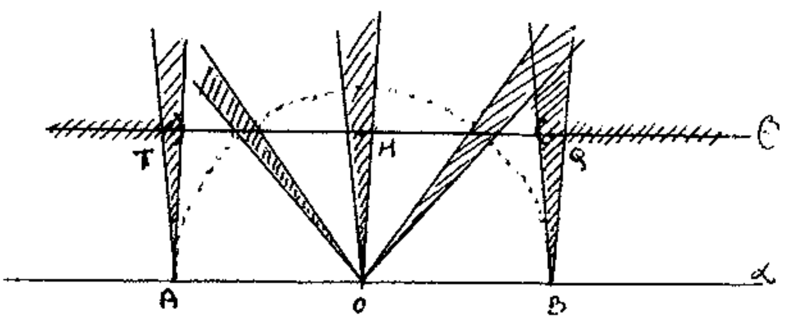
---

[58] Sur un exemple de la théorie de la typicalité, voir Cordier (1991).

[59] Ce fait, au niveau de la procédure de construction, est relevé par Piaget (1981), p. 167.

une idéologie empiriste- la figure doit transmettre sans ambiguïtés les relations qu'il veut enseigner.
Si la connaissance envisagée est une propriété des triangles en général, il essayera de faire un *triangle quelconque*, c'est à dire un triangle le moins particulier possible pour éviter l'adjonction de propriétés qui ne sont satisfaites que par un sous-ensemble des triangles.

Ainsi, pour qu'un triangle ait droit à cet adjectif "quelconque", il faut au moins:
- qu'il ne soit pas dans une position ridicule, c'est-à-dire qu'on préfère toujours avoir un côté horizontal,
- qu'il se trouve dans le micro-espace pour éviter des complications telles que la découverte de mécanismes peu habituels de reconnaissance de figures ou la mise en fonctionnement de certains savoir-faire qui généralement ne sont pas immédiatement disponibles chez l'enfant. (Par exemple prolonger un segment, ou reproduire un angle).
- qu'il n'ait pas des propriétés spécifiques: ni équilatéral ni isocèle, rectangle non plus, et moins encore obtus (celui-ci est tellement particulier que les hauteurs sont extérieures).
L'enseignant construit donc la figure:



Même si l'enseignant fait la tache à main levée, le procédé est approximativement le suivant: à partir d'un segment (AB), inclu dans une droite α, il considère dans un de ces demi-plans une droite parallèle à α sur laquelle il va choisir le troisième sommet de la figure. La hauteur du triangle par rapport à (AB) sera appropriée selon la longueur du segment: il ne faut pas qu'elle soit trop basse pour éviter les triangles aplatis, ni trop élevée pour éviter quelque chose de trop pointu. Pour fixer l'image supposons que l'on prenne le sommet (C) sur la droite β.
Ce point (C) ne peut pas être sur la demi-circonférence qui a pour diamètre (AB) -ni dans le voisinage- pour éviter les angles droits sur (C). A éviter aussi les triangles rectangles sur (A)

ou sur (B), ainsi que triangles isocèles, notamment dans l'environnement du point (M) (avec AO congruent à OB, MO $\perp$ AB).

Pour ne pas obtenir un triangle obtus, (C) ne peut pas être à gauche de T ni -symétriquement- à droite de Q.

Ayant fixé donc un côté d'un triangle et la hauteur correspondante, le schéma montre les "zones d'exclusion" du troisième sommet.

La *figure didactique* correspondante à un triangle quelconque est alors une *figure typique*.

Autrement dit, l'enseignant face à la construction d'un triangle, fait une évaluation de la situation qui le conduit à prendre régulièrement des valeurs identiques pour les variables en jeu, et en conséquence à obtenir des triangles presque semblables.

La *figure représentation mentale* chez l'élève est liée à ce traitement, et si l'objet est présenté dans des contextes similaires, les propriétés de ce contexte deviennent des composantes contextuelles de la notion en question.

Dans notre exemple, l'élève reconnaîtra un triangle s'il est semblable, à une homothétie près, à la figure typique[60]. Le triangle en tant que figure idéale coïncide avec une sous classe déterminée par l'ensemble de triangles semblables au prototype. C'est pourquoi nous parlons de *forme*.

Ce processus de reconnaissance d'une figure idéale à travers la forme est récursif. A l'intérieur de la classe des triangles, nous avons celle des triangles quelconques dont la *forme* est celle que nous avons montrée. A l'intérieur de la classe des triangles isocèles, la *forme* impose les côtés égaux nettement plus grands que la base, ou bien le contraire.

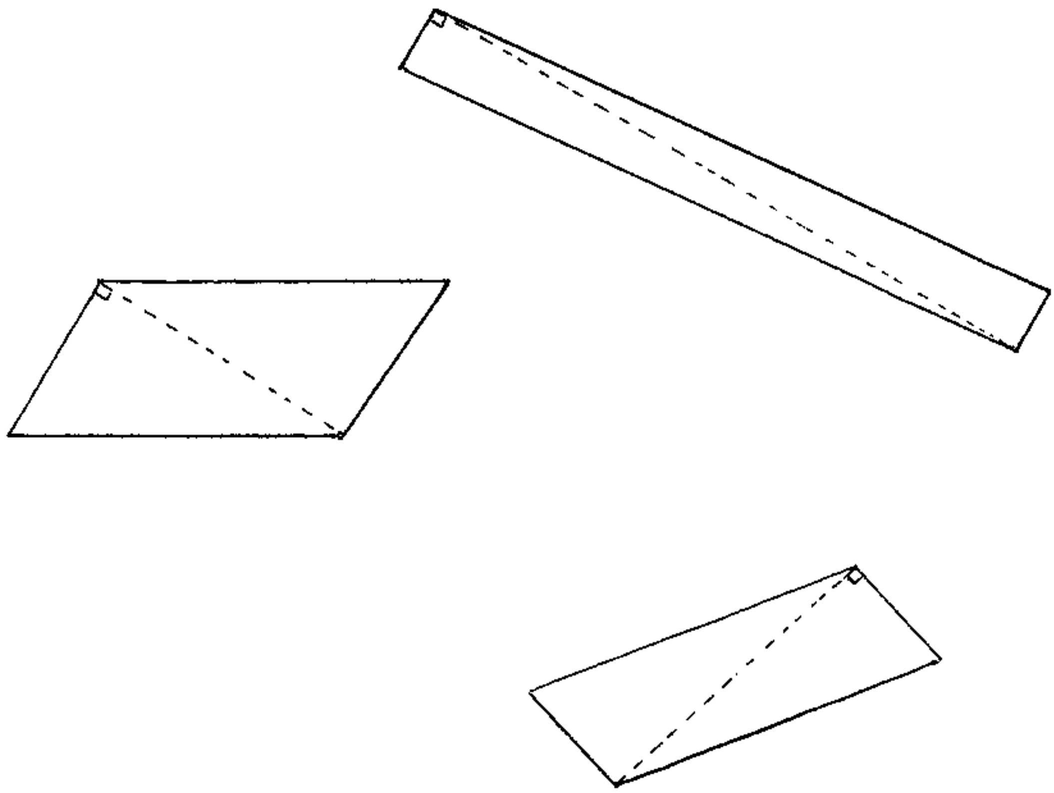
A l'aide d'une analyse du même type, on pourrait découvrir les figures typiques correspondant aux différentes figures de la géométrie élémentaire.

Laborde et Capponi (1994) ont étudié le parallélogramme typique dans un milieu organisé autour d'un EIAO (environnements interactifs d'apprentissage avec ordinateur). Dans ce contexte -et d'ailleurs dans la plupart des dessins de parallélogrammes des ouvrages- ils affirment qu'un parallélogramme typique a sa diagonale perpendiculaire à un côté.

Ils ne prennent comme composante contextuelle du prédicat amalgamé correspondant à l'objet parallélogramme ni la proportion entre ces segments et donc entre les côtés, ni la

[60] Cf. Brousseau (1994).

position. A notre avis, de même que pour la reconnaissance du rectangle -signalé par Wermuz- ces relations pèsent beaucoup dans la reconnaissance de figures semblables.
Nous n'avons pas fait l'expérience auprès des élèves de l'école obligatoire, cependant les trois taches suivantes ne semblent pas appartenir à la même *forme* tout en gardant la diagonale perpendiculaire à un côté.



Pour les polygones réguliers, étant donné qu'ils sont semblables, nous faisons l'hypothèse que les effets de l'utilisation des figures typiques dans le micro-espace sont plutôt liés aux composantes contextuelles relatives à la position. Par contre, le disque est libre de ces contraintes.

Finalement, vu que les composantes contextuelles répondent à différentes lois, dont celle de la centration sur un prédicat, la figure typique n'est pas constante: la *forme* triangle correspond d'abord aux triangles équilatéraux, celle que nous venons d'analyser pour les triangles quelconques est la figure typique pour les enfants qui ont quelques années de scolarité -et donc d'exercice de contrat didactique par le biais de la figure didactique.

8.2. Les métaphores

Dans toute représentation d'une figure, il y a une perte d'information par rapport à l'objet géométrique. Ce fait conduit Parzysz à affirmer:

> "(...) the representation appears insufficient by nature, like a *metaphor* in a way, and the necessary interpretation made by the receiver to give it a meaning might well be improper."

Dans les pratiques ostensives, la figure milieu matériel est souvent un "signe" dont l'utilisation -comme dans n'importe quel signe- se justifie pour transmettre une information. Quand un sujet -par exemple, le maître- fait une figure didactique pour "montrer" quelque chose, il prend cette figure comme l'objet qui renvoie conventionnellement -parfois la convention est locale- à un sujet abstrait, la figure idéale. Pour lui, la figure didactique est un signe.

Mais dans la communication, l'exigence d'avoir un consensus pour garder les caractères pertinents font de cette figure didactique une métaphore dans le sens de Parzysz. Le même signe devient donc, pour les récepteurs, un élément de la communication et le cas échéant, si l'interprétation est celle attendue par l'émetteur, un *élément du processus de signification*.[61]

Dans notre cas, l'interprétation attendue par l'enseignant est celle capable de réduire l'écart entre la figure idéale et la figure représentation mentale.

Cette démarche pourrait contribuer à expliquer le passage de "l'espace sensible" à "l'espace géométrique", mais ne donne pas d'alternative aux professeurs. Quand l'enseignant a utilisé une métaphore il a fait tout ce qu'il pouvait, du point de vue didactique, pour approcher l'élève de la connaissance visée. L'interprétation est à la charge de l'élève et celui-ci donne à la métaphore la signification qu'il veut -ou qu'il peut- lui donner.

Bauersfeld et Zawadowski font reférence aux métaphores en ces termes:

> "(...) we produce metaphores in cases when we want to evoke a certain understanding, we want to accentuate an aspect, or to lay emphasis on certain

[61] Cette modeste analyse utilise des éléments de la sémiotique. Avec les éléments fournis par "la structuration du milieu" nous pouvons expliquer cette démarche d'un point de vue didactique.

properties, and yet we are in lack of common words for it with an established common meaning. The metaphorical figure helps to overcome this difficulty through the use of other words, which are uncommon in the context given, and of which a selected part of their potential meaning can be employed only, thus conveying what we want them to convey decidedly."[62]

Ces chercheurs utilisent les métaphores dans une langue, c'est-à-dire en tant que figures de rhétorique utilisées pour enrichir les significations d'un mot.

Dans la situation didactique, habituellement l'enseignant ne s'autorise pas à parler en termes métaphoriques parce qu'il est soumis, dans son rôle, à utiliser un vocabulaire dit " scientifique ". Cependant, pour les enfants c'est tout à fait naturel de s'exprimer en utilisant des mots qui évoquent, qui sont l'indice d'un certain rapport aux objets en question. Par exemple, pour décrire une figure[63] -en l'occurrence, un trapèze- qui n'est pas connue et dont les enfants ne peuvent pas encore faire l'analyse, ils disent: "ça ressemble à une jupe", "c'est une chaussure", "c'est comme un saladier".

[62] Les mêmes auteurs montrent, à travers des exemples, le jeu entre les deux figures et ils parlent de métaphores et métonymies comme des figures de la pensée. L'exemple qui nous avons choisi de leur texte est le suivant:

" Let us consider a well-known story problem: " A brick weighs one kilogramm and half of a brick. How much weighs one brick? "

If x stands for a brick, then we have a typical metonymy with shift of reference. By more contiguity one then might write

$$(1) \quad x = 1 + \tfrac{1}{2} x$$

As a pure play with symbols this is easy to solve.

But this effect we have to given up some of the semantic power and to enter a metaphorical mode. We might say, to take x for a brick is not enough: we have to develop further the idealization of the problem. In fact we mean by x then something like an " ideal " brick, a mean or average brick and we take a formula $x = 1/2x$ as a model of the situation. Otherwise we cannot be sure whether we are allowed to take off half of a brick from each side or not. They might be halves from different bricks, and then equilibrium on the scale would be lost. (this comes from actual observation of the classroom discussion).

Analyzing the figures of thinking involved in the whole process of solving the task enables us to describe the process as a sequence of a metonymy, a metaphor, and a metonymy. The first metonymy just leads to writing down the equation (1), with the decided meaning of x -as pupils often say- " x is a brick ". That is, x is used like another name for a brick. The second step is characterized by a reduction of the semantic power. The very same expression now is used metaphorically, as a model for an ideal brick and its relations. Finally another metonymy comes into the play by shifting the reference of x from idealized bricks to numbers, which enables us to calculate and -perhaps, in a way- to solve the problem. "

[63] Annexe X, jeu du portrait dans CE1.

9. Les figures typiques et les figures didactiques

Beaucoup de recherches en psychologie et en didactique, en particulier les travaux anglo-saxons, fournissent comme résultats les différentes conceptions des élèves sur une certaine notion dans des conditions très précises. C'est le cas de la recherche menée par Presmeg sur laquelle nous avons pris appui pour traiter des figures typiques.

Bien que ces recherches soient tout à fait importantes, soit du point de vue méthodologique soit pour les connaissances obtenues, elles laissent ouvert un problème méthodologique tout à fait intéressant: celui de la conversion de ces résultats en choix didactiques[64]. Il ne sera pas l'objet de notre travail, cependant nous sommes en mesure de relier, dans le cas particulier des figures typiques, les résultats des travaux déjà cités (Presmeg, Cordier) et les conséquences fournies par l'analyse de la structuration du milieu didactique.

Face à la prégnance d'une figure matérielle en tant que figure typique, une première et rapide conséquence pour l'enseignement serait celle signalée par Cordier [65] :

> "(...) il peut être très important de diversifier très tôt pour l'élève les figures géométriques."

Brousseau (1994) a contesté la logique de cette suggestion:

> "Ce raisonnement est discutable. La multiplication des exemples "perceptivement" différents les uns des autres tend à détruire la valeur informationnelle du prototype."

Une autre alternative serait la stabilisation d'un répertoire de figures typiques "simples" de façon à garantir son emploi rapide et juste dans des configurations plus élaborées. Ceci suppose la réalisation des opérations de reconfiguration, étudiées par Padilla (1992), opération qui souligne le rôle heuristique des figures matérielles dans l'apprentissage des mathématiques.

A notre avis un objet de savoir est un outil heuristique s'il est utilisé sous la responsabilité de celui qui en fait usage, autrement dit si cet objet fait partie du bagage des connaissances de l'usager. Dans ce cas, les figures appelées "simples" sont la matière première pour

[64] Brousseau (1994).

[65] Cordier F. et J., (1991), p. 63.

déclencher le travail de la reconfiguration, et ce processus ne résout pas le problème de l'apprentissage de ces figures élémentaires.

D'après l'étude du fonctionnement de l'ostension comme stratégie de base de l'enseignant dans la gestion ergonomique de la relation didactique, et d'après l'analyse de la structuration du milieu, nous envisageons une relation très étroite entre la figure typique et la figure didactique.

Nous avons présenté la *figure didactique* comme le moyen concret du professeur -dans un discours ou en tant que dessin- pour mettre en relief certains éléments, propriétés, etc. de la *figure idéale*. C'est la figure qui essaie de résumer tous les caractères d'idoinité adaptés à la situation donnée et elle devient donc l'objet fondamental de manipulation -de la part de l'enseignant- dans le milieu didactique de l'élève.

Cette figure didactique doit pouvoir réclamer de l'élève sa participation, elle doit mobiliser l'information exigée par le maître et qui est supposée être disponible chez l'élève. Donc, pour pouvoir démarrer la relation didactique en étant suivi par l'élève, l'enseignant prend *la figure didactique* dans le domaine du *prototype*. Conserver la compagnie de l'élève pendant toute le processus d'enseignement, n'est pas garanti mais au moins cette "manoeuvre" permet de déclencher la dialectique ancien-nouveau, et en conséquence d'entamer un nouvel apprentissage. Même si, quelques minutes après, l'enseignant doit modifier la figure didactique présentée et en montrer une autre qui n'a rien à voir avec la figure prototypique, elle a déjà joué son rôle didactique.

Le discours du maître se déplace donc entre une suite de figures didactiques -dans la plupart des cas, sans modifier la figure matérielle- et le prototype qui est supposé vivre chez l'élève avec le but de rapprocher la figure représentation mentale de la figure idéale.

Dans une interaction fictive à l'espace, l'acteur S4 établit des rapports ostensifs avec son milieu objectif, et l'enseignant grâce à son discours essaie de le placer dans S3 pour le faire refléchir sur une action évoquée. Ce procédé n'est pas illégitime -on apprend un bon nombre de choses sans les avoir expérimentées soi-même- mais il n'est pas toujours efficace.

10. Découpage d'une pratique ostensive

Notre cinquième conjecture (L'ostension capture les autres procédés didactiques) suppose l'existence des autres procédés - parmi eux nous en avons signalé deux, qui nous semblent très adaptés à l'enseignement de la géométrie- qui ne relèvent pas, a priori, de l'ostension. De tels procédés -les phases de recherche basées sur le tâtonnement et la dialectique fournie par la situation de communication- peuvent être modélisés respectivement par des situations a-didactiques d'action et de communication.

Etant donné que l'ostension relève d'une situation purement didactique -sans fonctionnement non-didactique du savoir- il serait intéressant de modéliser une leçon par des situations de façon à caractériser l'évolution de l'ostension et d'en distinguer les différents types.

Si la leçon est effectivement réalisée, il faudra distinguer si le statut prévu de la situation coïncide avec celui de la réalisation. Dans le cas d'une situation a-didactique, elle gardera son statut si la dévolution de cette situation peut être observée. Par la suite l'équilibre entre les interventions de l'enseignant et les propriétés a-didactiques du milieu de l'élève détermineront, pour chaque phase, son caractère.

Dans les pratiques d'enseignement toutes les combinaisons entre ces variables sont possibles, et d'après notre troisième conjecture, à la moindre difficulté présentée par la situation a-didactique, l'enseignant a recours à l'ostension.

Un exemple de ce fait est notre travail, au cours du DEA[66], sur une progression de deux séances de reproduction de figures à l'aide de l'ordinateur. Dans cette situation, le milieu a-didactique n'avait pas les conditions nécessaires pour atteindre le but prévu, l'enseignant n'avait pas les moyens de relancer une situation a-didactique et finalment l'ostension a pris le pas sur les autres procédés.

Généralement, dans une relation didactique vécue, nous avons pu observer des phases différentes qui relèvent des "jeux du maître" et qui, si elles répondent bien à l'idéologie de l'ostension, ne sont pas tout à fait équivalentes.

[66] Cf. Annexe IX.

Variante I: la maïeutique

Nous avons surtout caractérisé une sorte d'ostension effective, basée sur le fait de montrer. Cependant, quand l'enseignant entame une explication pour faire voir une propriété -dans n'importe quel domaine des mathématiques- sans soumettre les élèves à une confrontation effective avec l'objet d'étude, ne s'agit-il pas d'une variante des pratiques ostensives?

Ce type de procédé, quand il atteint alternativement différents élèves, s'approche de la maïeutique où l'enseignant essaie de faire dire par l'élève une connaissance visée ou pertinente pour son projet d'enseignement.

Il faudrait étudier les rapports entre l'ostension et la maïeutique à l'aide de la modélisation déjà utilisée pour définir ce premier procédé. A première vue, il semble plausible que la maïeutique entraine des rapports ostensifs, mais l'implication réciproque n'est pas toujours vraie.

De nos observations dans les classes, nous pouvons caractériser la maïeutique par:

- l'intervention alternative des élèves à la demande du professeur, ce qui donne des vrais "tête-à-tête" enseignant-élève,
- la reprise et parfois la reformulation de la part de l'enseignant de ce qui est explicité par les élèves,
- des dialogues avec de phrases courtes entre l'enseignant et un élève.

Voici un extrait[67] :

M.: (...) Et puis, [Le groupe]D2...
[250]LHM: Et nous, nous ne savons pas comment s'appelle cette figure, nous...
MAB: C'était comme une équerre...
LHM: Comme une équerre, avec un côté un peu en biais...
Il fait le geste dans l'air.
Es.: (...)
M.: C'était une figure comme une équerre, c'est quoi?
Es.: Un triangle!
E.: Mais, il a trois côtés...
Es.: (...)
M.: Est-ce que c'était une figure à trois côtés?
LHM: Oui.
M.: Et comment s'appellent les figures a trois côtés?
LHM.: Triangle.
M.: Donc, vous aviez un triangle. Est-ce qu'il était réussi?

[67] Cf. Annexe IV, transcription du 13.03.90.

Variante II: la reproduction de figures et l'ostension déguisée

Une alternative naïve aux pratiques ostensives met l'accent sur l'activité de l'élève, particulièrement sur celles du type: reproduction, représentation, construction.

Voyons deux tâches proposées aux élèves du CM2 et de 6ème -dont le but est de reproduire une figure superposable au modèle- pour montrer les glissements vers l'ostension.

Premier exemple:

Berthelot et Salin (1992) ont souvent utilisé au cours de leur recherche une situation particulière de communication: l'auto communication. L'élève doit prendre les renseignements sur la figure matérielle selon la consigne suivante: "Sur une feuille blanche vous devez dessiner un quadrilatère superposable à celui qui est sur le calque. Vous n'avez pas le droit de le décalquer. Vous pouvez venir prendre les instruments que vous voulez sur cette table. Quand vous aurez terminé, vous vérifierez en posant le calque sur votre feuille"[68].

Les quadrilatères à reproduire sont convexes, d'assez grandes dimensions (ils occupent l'espace d'une feuille A4), de manière à ce que les erreurs sur les reports d'angles se manifestent nettement. Les élèves avaient à leur disposition deux sortes d'instruments de report d'angles (une pince et un rapporteur muet), règle, crayon.

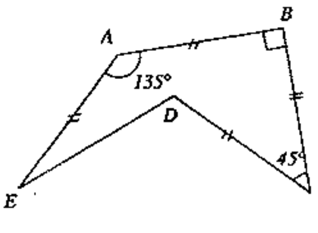
Deuxième exemple:

Laborde et Capponi (1994, p. 180) ont analysé un exercice proposé par le manuel Transmath 6ème (Barra et al. 1990, ex. 43, p. 82). La consigne était:

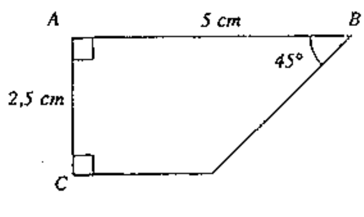
"Reproduire exactement le dessin en utilisant uniquement la règle graduée et le compas."

ex. 43*

* les notations par des lettres ne figurent pas dans le manuel



ex. 44



[68] Cf. Berthelot et Salin, (1992), p. 287.

A première vue, ces activités semblent assez proches à quelques variables didactiques près. Ce sont justement les contraintes de la situation qui modifient profondement le type d'action exigée de l'élève.

Nous ne connaissons pas le contexte dans lequel cet exercice est situé. C'est peut-être une tâche d'entrainement pour l'utilisation de la règle et du compas. Comme les éléments à prendre en compte pour la reproduction sont donnés, et que le modèle garantit l'existence de la figure, il n'y a pas de problème géométrique dans cette activité. Ça deviendrait une toute autre affaire si, de même que dans le premier exemple, la question était de déterminer les renseignements minimaux pour "reproduire exactement le dessin". Cet exemple, tel qu'il apparaît dans le manuel, relève des rapports ostensifs à l'objet d'enseignement "reproduction de figures". Il s'agit, en empruntant la distinction de Berthelot et Salin (1992, p.80), d'un exemple d'ostension déguisée.

Variante III: la présentation axiomatique

Déjà Berthelot et Salin (1992, p. 82) affirmaient que, par rapport à l'optimisation des responsabilités entre l'enseignant et l'élève,

> "La présentation axiomatique du savoir est l'une des formes de l'ostension, différente bien sûr de celle que nous étudions ici."

La présentation axiomatique peut avoir différentes variantes, mais elle n'est nullement ostensive s'il existe une confrontation au niveau de la théorie correspondante. Quand le maître donne une définition formelle et ensuite des exemples, fait-il de l'ostension? Nous ne pouvons pas donner une réponse sans étudier la situation, mais dès lors que l'enseignant introduit une définition et s'il la reprend opportunément, l'exemple n'est plus exactement l'objet singulier pris comme représentant d'une classe d'objets. Il peut devenir un milieu qui permet de faire fonctionner la connaissance visée. Ceci dit, nous avançons que l'introduction d'une définition n'est pas suffisante pour "chasser" l'ostension. Tout dépend du type de relation que l'élève va établir avec cet énoncé.

11. Défauts de l'adaptation

Dans notre quatrième conjecture, nous avons déclaré que l'ostension est une réponse adaptative aux contraintes du système. Puis, nous avons dit que l'ostension gomme certaines des difficultés liées à l'apprentissage de la géométrie. Cependant nous n'avons pas encore montré quels sont les défauts d'adaptation qui s'y manifestent. Quelques-uns d'entre eux peuvent être déduits de la lecture du paragraphe relatif à l'identification d'une pratique ostensive. Nous ne ferons pas l'inventaire des carences relatives à chacun des indices identifiés, mais nous allons examiner le fonctionnement de l'ostension sur les activités dites "géométriques" exigées par les I.O., en nous appuyant sur quelques résultats de notre recherche.

11.1 Défauts par rapport aux I.O.

D'après les Instructions Officielles du 13 mai 1985,

> "Les activités géométriques consistent à reproduire, à décrire, à représenter, à construire."

Quels sont les fictions que l'ostension permet de créer par rapport à chacune de ces activités?

Reproduire:

C'est une activité importante pour maitriser les instruments et une technique de fabrication ou de construction. C'est une tâche caractéristique des pratiques ostensives, soit parce qu'on voit l'objet qui sert de modèle soit parce que l'enseignant montre la procédure de reproduction. "Je vous montre et après vous le faites!" disent les enseignants, et pour valider, comme l'explicite le document cité:

> "Le résultat obtenu est conforme ou non à l'objet initial. En cas d'erreur il suffit de mettre la production "à l'épreuve des faits".

Mais si l'on ne sait pas exactement quels sont les éléments caractéristiques de la figure en question, il est très facile de reproduire les gestes sans garder le contrôle de ce qui est essentiel. Ainsi, des élèves de sixième sont sûrs que pour construire un triangle il faut utiliser le compas, mais ils ne souviennent plus comment il fallait le faire. D'ailleurs, le transfert d'une reproduction dans ces conditions n'est pas toujours possible, soit par l'usure provoquée par le temps soit par le changement d'une variable (nous pouvons tracer les hauteurs d'un triangle aigu, mais s'il est obtus ce n'est pas exactement la même chose).

Décrire:

A pour but -d'après les I.O.- d'utiliser,

> "(...) en situation fonctionnelle un vocabulaire géométrique qui permet: d'identifier l'objet (...), de le reproduire (...), de le représenter."

Nous pensons que cette phrase peut manifester l'illusion qu'il existe un répertoire commun à l'enseignant et à l'élève. Le dit "vocabulaire géométrique" employé par les enfants n'est pas toujours idoine, raison pour laquelle l'enseignant plaque sur le vocabulaire familier un autre vocabulaire adéquat. Nous avons déjà montré l'effet de la substitution de "pointe" par "sommet". Pour les élèves la "pointe" n'est pas seulement le point, c'est plutôt un morceau, c'est l'angle en tant que l'intersection de demi-plans.

Voici un exemple pris lors d'une séance au CE1[69] : il s'agit d'identifier, à l'aide de questions une figure matérielle donnée. Il s'agit d'un quadrilatère non convexe (Cf. § 4.2 de ce chapitre), "Q1", etc. sont les questions dans l'ordre dans lequel elles ont été posées:

Q1: Est-ce qu'il y aurait un sommet?
Oui
Q2: Est-ce qu'il y a plusieurs côtés?
Oui
Q3: C'est un triangle?
Non... (Doutes)
Q4: Ça ressemble à un losange?
Non...("C'est quoi?", questionne quelqu'un de ce groupe)
Q5: Est-ce que c'est ça? (Il montre un triangle)
Non
Q6: Est-ce qu'il y a quatre côtés?
Non
Q7: Est-ce qu'il y a trois côtés?
Oui
("C'est ça! C'est ça!" Quelques groupes montrent le triangle, des autres le quadrilatère non convexe.)
Q8: Est-ce que ça ressemble à un chapeau chinois?
Oui!!

[69] Cf. Annexe X.3.

Même si les élèves arrivent à identifier la figure choisie, il est difficile d'imaginer que l'enseignant, même s'ils ont réussi la tache, puisse penser que les enfants ont appris quelque chose. Les élèves utilisent un vocabulaire géométrique (sommets, côtés, triangle) mais il ne leur est pas utile pour reconnaître la figure matérielle.

Nous avons déjà montré l'exemple sur le triangle équilatéral en tant que figure typique. Si la description d'un triangle porte sur la figure typique, il n'est pas sûr que, à partir de cet énoncé, quelqu'un puisse identifier un autre élément de la même classe qui ne réponde pas exactement à la *forme* d'un triangle.

Voici deux messages sur un triangle:

Message 1:

> On vous dit "que la figure est un peu triangulaire"
> 10 cm et 8 mm
> 15 cm et 3 mm longueur
> 19 cm largeur
> Q.: Lequel est en largeur? Et en longueur? Et que veut dire 19 cm?

Message 2:

> Cette figure a trois faces: une 16,5 cm, la 2ème 14,5 cm la 3ème 10,5 cm
> Q.: Est-ce que c'est un triangle?
> R.: OUI
> Q.: C'est impossible
> R.: Vérifiez vos mesures
> Q.: Ce n'est pas vraiment un triangle puisqu'il y a trois faces différentes.

Représenter:

Dans ce cas les I.O. se référent implicitement au passage de trois dimensions à deux dimensions. Dans cette activité, sans une structuration d'un milieu pour obtenir une situation a-didactique, l'enseignement glisse rapidement vers des procédés algorithmiques. De plus la vérification de la production "à l'épreuve des faits", tel que l'indiquent les I.O. n'a rien d'évidente.

Construire:

Nous avons déjà commencé de voir les conséquences qu'ont les pratiques ostensives sur les constructions. Nous pouvons modéliser les activités de construction de figures par une situation d'action où un sujet doit prendre des décisions sur l'espace. Généralement, dans l'enseignement de la géométrie, le milieu a-didactique est relatif au micro-espace.

Dans les prochains chapitres nous montrerons, grâce à un travail d'ingénierie didactique, des situations a-didactiques d'action et de communication qui constituent des alternatives par rapport à la présentation ostensive.
Bien sûr, il ne s'agit pas des seules alternatives imaginables dans le domaine des situations a-didactiques. Il est possible aussi d'envisager des actions didactiques qui ne soient pas aussi "chères" que celles qui établissent des rapports effectifs à l'espace.

11.2. Défauts par rapport à un milieu a-didactique

Nous avons déjà avancé que l'ostension permet d'unifier les différentes conceptions des élèves. Par contre, dans une situation a-didactique les élèves ont des décisions à prendre, et c'est à travers ces choix -contrôlés par les contraintes d'un milieu- que nous montrerons les limites de la présentation ostensive.
En utilisant des résultats obtenus lors de la réalisation de ces situations a-didactiques, nous présentons donc quelques défauts d'adaptation de l'ostension dans l'enseignement de la géométrie: les transformations permises, la détermination d'un point, et la détermination d'une droite.

- *Les transformations permises*

Ce titre regroupe les phénomènes qui répondent à la question: qu'est-ce qu'il faut dire pour obtenir une figure superposable?
D'habitude, dans une présentation ostensive, l'enseignant montre au tableau une figure qui est, à une homothétie près, *la même* que celle que les enfants ont sur leur table.
Dans la situation de communication, ce sont les élèves qui doivent décider quand une figure est *la même,* tout en respectant l'exigence d'obtenir une figure superposable àu modèle. Cette contrainte restreint le champ de transformations permises aux isométries du plan, mais cette connaissance ne fait pas partie des moyens de contrôle des enfants et ce n'est pas un objet d'enseignement dans la scolarité élémentaire. Autrement dit, le seul changement admis est celui relatif à la position de la figure.
Pourquoi avons nous fait ce choix? Il n'a pas un caractère nécessaire, on aurait pu travailler avec des similitudes par exemple, ou des projections, etc. Si l'on cherche la justification de cette décision dans le domaine de la vie courante, personne ne sera convaincu parce que,

quotidiennement il est aussi important de trouver l'image d'un objet correspondant à une isométrie près (superposable) que celle à une homothétie près (grand-petit ou réciproquement). Cependant, les connaissances géométriques qui permettent de trouver un ensemble de propriétés caractéristiques d'une figure donnée[70] sont, d'un point de vue épistémologique, fondamentales. Il s'agit d'une étude intrafigurale, préalable à celle interfigurale.

Pour déterminer des figures congruentes, les élèves -nos données proviennent des enfants du Cycle Moyen- rencontrent deux problèmes fondamentaux: le contrôle de *la position* de la figure, et de son *caractère déformable*.

i) Le problème de la position

Quelles sont les propriétés qui caractérisent, d'après les enfants, une figure déterminée?

Nous avons constaté à plusieurs reprises un fait qui est bien connu dans l'enseignement: la reconnaissance d'une figure géométrique dépend de certaines caractéristiques que le sujet attribue à l'objet et qui ne sont pas forcément caractéristiques de l'objet en question. Ainsi, les propriétés d'une figure typique, comme réprésentante d'une classe, deviennent caractéristiques de toute la classe.

Nous prenons appui sur les travaux de Wermus[71] pour interpréter quelques réponses des enfants. Henri Wermuz essaie d'analyser formellement certains faits de l'épistémologie piagétienne relatifs à la formation des concepts de classes et à celle des comparaisons dans un contexte donné. Il admet que les sujets disposent d'une fonction sémiotique qui leur permet d'identifier (toujours dans un contexte donné) certaines caractéristiques des objets ou de leurs relations, bien que cette identification (respectivement attribution) puisse être liée à beaucoup de contraintes.

> "Un prédicat P_1 (par exemple une forme ou une couleur) d'un objet *a* et qui n'est attribué (ou identifié) par un sujet que dans des contextes présentant certaines caractéristiques concomitantes P_2, P_3, ..., P_n (lieu, matière particulière, relations avec le voisinage, effet d'une action, la forme d'un récipient (si *a* est un liquide), etc...) sera expressément lié à ces caractéristiques. Notation:

---

[70] Cf. "Le problème du vitrier", Berthelot-Salin, (1992), p. 13.

[71] Wermus (1976), p. 206.

(1) $P_n, \ldots, P_3, P_2, P_1\, a$ abrégée par Pa

P_1 sera dit composante (prédicative) dominante principale et les autres P_k des *composantes contextuelles* (c.c.). **P** sera appelé *prédicat amalgamé* (PA) attribué (dans un contexte donné) à a. L'écriture (1) présuppose un ordre linéaire d'importance des diverses c.c., ainsi qu'une "associativité" générale (concaténation) des c.c.."

Ensuite Wermus[72] analyse un exemple quand l'objet a en question est un rectangle:

"(...) pour certains sujets un objet plat a n'est qualifié de rectangle Ra ($R = P_1$), que si a possède des côtés qui ne sont pas trop disproportionnés, P_2 = Prop, (une mince et longue bande de papier ne sera pas qualifiée de rectangulaire), de plus si a est de grandeur moyenne, $P_3 = M$ (ni trop minuscule, ni trop démesurée par rapport aux objets de l'entourage) et encore si l'un des côtés (le plus long) de a est parallèle (P) au bord de la table où se tient le sujet, $P = P_4$ et éventuellement encore si la table (T) elle-même, est, par exemple, rectangulaire, $T = P_5$ (ou tout au moins est de forme "familière"). On aura donc dans ce cas et dans l'ordre le PA:

(2) T P M (Prop) Ra

La séquence de symboles (2) représente (définit) ainsi un seul PA et qui est censé représenter dans la cognition du sujet le "rectangle" a. Au point de vue logique (1) peut, bien entendu, être considéré en tant que l'abréviation:

(3) $P_n, \ldots, P_3, P_2, P_1 a$ logiquement équivalent ($\Leftrightarrow$) à $P_1 a$ et $P_2 a$... et $P_n a$

Ce qui distingue (3) de (1) est le fait que sur le plan cognitif d'un sujet les diverses composantes dans (1) forment un tout non dissocié et "traité" (malaisément) comme tel, alors qu'en logique formelle le théorème

(4) $A \wedge B \Rightarrow A$ respectivement $A \wedge B \Rightarrow B$

permet de séparer les diverses c.c. du PA. (...) et de disposer ainsi de chaque c.c. séparément."

D'après cette citation, le milieu créé dans la situation de communication essaie de libérer le concept de rectangle de certaines composantes contextuelles, en particulier celles qui se placent à partir de P_4 (la position par rapport à la table).

[72] Ib. pp. 206-207.

Ce milieu est organisé par l'enseignant, pourquoi ne pas s'attaquer aux composantes prédicatives principales? Il faut signaler que ces composantes ne sont pas stables, la pensée naturelle utilise différentes règles pour traiter les PA, parmi elles celle de la *centration sur la k-ème c.c.* du P.A. donné[73]. Nous avons intérêt à ce que l'élève puisse reconnaître le rectangle dans l'objet *a* qu'on lui donne, c'est pourquoi nous évitons les risques sur ces composantes.

Nous revenons donc à la question: quelles sont les transformations permises pour obtenir une figure superposable au modèle? Pour l'élève, ce sont celles qui touchent uniquement les composantes contextuelles périphériques.
"Décrocher" une composante contextuelle exige un acte didactique, et nous avons choisi d'intervenir par le biais de l'interaction effective avec un milieu matériel: le fait de travailler avec des figures découpées donne aux enfants la possibilité de faire bouger les figures, de modifier leur position par rapport à la feuille et à la table.
La plupart des enfants du Cycle Moyen pensent que la position est une propriété caractéristique dans la définition d'une figure, et elle est particulièrement importante dans le cas du triangle. Cependant, il y a des élèves qui n'ont pas cette conception. Le message suivant montre que pour les émetteurs la position du triangle n'intervient pas dans sa détermination:

> Notre figure a 3 côtés
> le premier côté mesure 10 cm
> le deuxième côté mesure 15 cm 5 mm
> le troisième côté mesure 17 cm 2 mm
> Q.: Quelle est le premier côté, deuxième côté et troisième?
> [Pas de réponse, les émetteurs ne comprennent pas la question, ils affirment oralement qu'on peut les prendre n'importe comment.]
> Q.: Vous avez pu répondre à notre question (précisez gauche, droit et en bas)
> R.: Le premier en bas, le deuxième à gauche et le troisième à droite. [Ils insistent: on les met n'importe comment.]

Dans l'exemple que nous venons de présenter, ce sont les récepteurs qui ne peuvent pas commencer la construction parce que la séquence donnée par "premier côté, deuxième..." ne leur donne pas d'information sur la position. Pour les émetteurs le problème se pose aussi, mais pas d'une façon équivalente. Ils ont sous les yeux la figure découpée et on y trouve donc tous les phénomènes liés à l'ostension.

---

[73] Ib. pp. 207-208.

Dans l'analyse de la dialectique de la communication (Chapitre 4, § 4.3) nous allons suivre, à travers quelques extraits les péripéties pour décrire et reproduire un triangle et un losange déterminés.

ii) *Le caractère deformable d'un polygone,*

dont on connaît la longueur des côtés n'est pas naturellement maîtrisé par les enfants[74]. Vu que pour certains polygones, il suffit de donner la mesure de leurs côtés pour le déterminer, les enfants font une sorte de généralisation sur ce fait et supposent que cette stratégie est valable pour reproduire n'importe quel polygone. C'est le cas, par exemple, du losange où l'équipe des émetteurs pense que la figure est bien déterminée à partir de la mesure de ses côtés décrits par sa position: "horizontale" et en "diagonale". Voici le message obtenu:

> Notre figure fait horizontalement 18 cm et 2 mm, dans la diagonale 18 cm et 2 mm. Puis dans la diagonale 18 cm 2mm et dans le 2e horizontal 18 cm 2 mm.
> Q.: 1. Combien de côtés il y a?
> Q.: 2. Que veut dire le deuxième? Tourné pour répondre.
> R.: 1. Il y a 4 côtés.
> R.: 2. Le deuxième côté pareil.

Le triangle aussi peut être considéré comme une figure déformable car pour certains enfants il suffit de prendre comme données la mesure de deux côtés -en supposant qu'il n'y a entre eux qu'une inclinaison possible- et après de relier ces segments pour fermer la figure. Ainsi, le message correspondant est:

> Notre figure a trois côtés. Cette figure a à peu près la forme d'un triangle. Le plus grand côté mesure 19 cm et 1 mm. Vous le tracez horizontalement. Ensuite vous tracez un trait de 15 cm et 6 mm en s'accrochant à l'autre trait. (Vous le tracez vers le bas légèrement). Le trou qui reste, vous le finirez avec un trait s'accrochant aux deux autres traits.

- La détermination d'un point

Tracer un point ne pose pas de problèmes, cependant le déterminer est une toute autre affaire. C'est ce qui arrive dans la construction d'un triangle dont on connait les trois côtés. La détermination du troisième sommet est liée au problème de la position de la figure, et nous retrouvons ici, les phénomènes soulevés par Arsac (1989) lors de la construction d'un triangle aplati où la réussite est attachée à l'ordre de construction des côtés et, ajoutons-nous, à leur disposition.

---

[74] Cf. Berthelot et Salin, (1992), p. 13.

Nous retrouvons ici les stratégies liées au tâtonnement et répertoriées par Audibert[75]. La recherche du troisième sommet n'est pas faite au hasard, sauf dans les premiers essais. Quand les enfants commencent à envisager l'univers de figures possibles en modifiant l'inclinaison des deux premiers côtés, ils s'aperçoivent rapidement de la relation entre cette variation et "le trou" qui leur reste. Ils parlent donc de "le mettre plus droit", ou de "le redresser un peu", etc. pour essayer de réajuster la position du troisième sommet.

Voici la série d'essais qu'a réalisée un élève[76] :

Le message reçu était:
Faites un triangle avec deux côtés de 15 cm et 6 mm.
Puis un côté de 12 cm et 5 mm.
Les enfants lisent le message à haute voix et trouvent qu'il manque des renseignements: il fallait dire qu'un triangle fait trois côtés, et en plus lequel des trois est à l'horizontale.
LOS: Ah! Ça y est! Les deux côtés qui vont vers le bas sont les égaux. Au contraire ça tombe comme ça.
Elle se penche ver la droite. Premiers essais: Sur les extrémités d'un segment (AB) de 12.5 cm tracé à l'horizontale, elle essaie de placer deux règles pour déterminer le troisième sommet. Elle n'arrive pas à faire coïncider les 15,6 cm de chaque règle sur chacune des extrémités (AB) ni à superposer les zéros. Elle fait bouger les règles, un de ses partenaires recommence en remplaçant les règles par une ou deux équerres. L'activité est très rapide, sur une période de 5 minutes ils font quatre essais.
LOS: Je sais comment il faut le faire!
Toujours à partir du segment de 12.5 cm à partir de (A) elle trace le deuxième côté de 15,6 cm (AC). Elle mesure (CB), et rajuste l'inclinaison de (AB) pas au hasard, mais avec des difficultés pour contrôler les changements.
LOS: Ça fait trop long, il faut lever l'autre côté... On attend, on essaie, on essaie et après ça ira... J'ai presque trouvé.
GNJ: Mais il nous manque un renseignement.
Il fait un geste avec les mains pour indiquer l'inclinaison entre la base et un côté.
LOS: Mais non, il faut essayer, il faut essayer...
Il parle du compas pour faire un rond.
LOS: Oui, mais on te demande de faire un triangle.
Sixième essai: il recommence la construction à partir du segment (AB) mais après il trace le deuxième côté à partir de (B).
GNJ: Mais il y a un renseignement qui n'a pas été donné.
LOS: Je crois savoir...
Septième essai: LOS recommence et même si les mesures ne sont pas justes, ils décident de découper la figure et valider leur activité en la superposant avec le modèle.
LOS: On a réussi! On a presque réussi!

[75] Audibert (1982), pp. 127-133.

[76] Cf. Annexe III, compte rendu de la séance du 12.03.90.

Est-ce qu'ils peuvent déjà contrôler la situation? Dans la même séquence le groupe de LOS doit aborder la construction d'un autre triangle, cette fois-ci il s'agit d'un triangle obtus.

Cette fois le message reçu était:
Si ça ne vous embête pas, faites un triangle avec un côté mesurant 15 cm et 7 mm, puis un côté mesurant 19 cm et 2 mm, et enfin un côté mesurant 9 cm.
Pendant que les enfants discutent à propos du choix du premier côté -ils semblent être d'accord pour le prendre horizontalement, la discussion porte sur la mesure- LOS trace le plus long côté à l'horizontale et ensuite celui de 9 cm sur l'extrémité gauche.
Le troisième côté n'a pas la longueur attendu, elle efface tout.
Deuxième essai: elle fait encore horizontalement un trait.
GOS.: Maintenant tu fais pareil, ça n'ira pas.
LOS: Non, je commence par 9.
Le premier côté (MN) est celui de 9 cm, à partir de (N) elle marque, avec un certain angle, 15,7 cm.
GOS: Fais-le plus droit! Au contraire, ça n'ira pas.
Troisième essai: elle efface le deuxième côté et fait pivoter la règle autour de N en regardant "le trou" pour le troisième côté. Le triangle ne se ferme pas.
Quatrième essai: GOS. commence par (MN) mais il trace 19.2 cm comme deuxième côté à partir de (N).
Le troisième côté reste trop petit
Cinquième essai:
LOS recommence avec la même disposition que GOS, et le troisième côté reste encore trop petit.
LOS: C'est 15 cm, il faut redresser un tout petit peu.
Sixième essai: sur la même figure, elle modifie l'inclinaison du deuxième côté.
LOS: J'ai réussi.
(...) On a compris le système, mais on a mis un bout de temps pour réussir.

La dernière expression montre bien le sentiment des enfants: ils ont une strategie pour réussir, mais elle est loin d'être économique.

- La détermination d'une droite

Dans la situation d'action proposée à propos de la construction d'un réseau de parallèles[77], il fallait déterminer des droites qui servent à repérer des points.

Il semble assez naturel que deux points déterminent une droite, et les élèves les utilisent quand ils relient par un trait les pointes de sapins consécutifs. Mais la réciproque n'est pas évidente: pour déterminer une droite on a besoin de deux points.

[77] Cf. Chapitre 3.

Le recours à un point et une direction donnée n'est pas directement à portée des élèves parce que les bords de la feuille étaient découpés d'une façon irrégulière. Ils ne pouvaient donc pas se répérer par les directions verticale et horizontale. Ceci les a conduits à ne pas pouvoir comprendre pourquoi le trait n'était pas *droit*, c'est à dire vertical ou plutôt parallèle à l'axe de symétrie des sapins.

12. Une décision didactique

Ayant désiré observer des comportements d'élèves du Cours Moyen Deuxième Année vis-à-vis d'une tâche de reconnaissance de figures géométriques planes, nous avons consulté les résultats des C.A.S. (Contrôle de l'Année Scolaire qui se passe en juin à l'Ecole Jules Michelet de Talence) soumis aux élèves depuis l'année 85-86 jusqu'à 89-90.

L'épreuve de géométrie était formée par cinq exercices:
I.. Sous chaque figure, écris le nom le plus précis[78].
II. Trace un cercle de 7 cm de diamètre.
III. Trace un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent: 6,3 cm et 8,4 cm.
IV. Construis un triangle quelconque dont les côtés mesurent 11 cm; 8,7 cm; 4,2 cm.
V. La largeur d'un terrain rectangulaire mesure 23,50 m. Sa longueur mesure 12 m de plus que sa largeur. Calcule le périmètre du terrain.

Nous pouvons distinguer trois types d'activités:
- reconnaissance de figures: sur sept polygones, il y a deux rectangles, un carré, un losange, un parallélogramme et deux triangles.
- construction de figures: un cercle, un triangle rectangle et un triangle quelconque, étant donnés respectivement le diamètre, les côtés de l'angle droit et les trois côtés.
- calcul du périmètre d'un rectangle. Les dimensions sont données selon un rapport additif.

Voici la distribution des activités par figure:

	rectangle	triangle rect.	carré	losange	parallélog.	tri. scalène	cercle
reconnaissance	2		1	1	1	2	
construction		1				1	1
calcul	1						

[78] C'est l'objet de notre étude.

L'exercice I constitue l'objet de notre étude. A première vue l'épreuve proposée aux élèves était "la même". Cependant une lecture plus attentive nous a montré qu'il y avait quelques différences à partir de l'année 87-88 dans la présentation des figures de l'exercice I. Nous avons pris les résultats des années 85-86, 86-87, 87-88, 88-89 et 89-90, dans les deux classes de CM2. La structure des 198 élèves est la suivante:

Fiche	Ancienne fiche				Nouvelle fiche					
An. Scolaire	85 - 86		86 - 87		87 - 88		88 - 89		89 - 90	
Classe	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
Effectifs	18	13	16	12	25	26	24	24	21	19

Les variables A et B n'ont pas été retenues pour l'analyse ci après (non pertinentes).

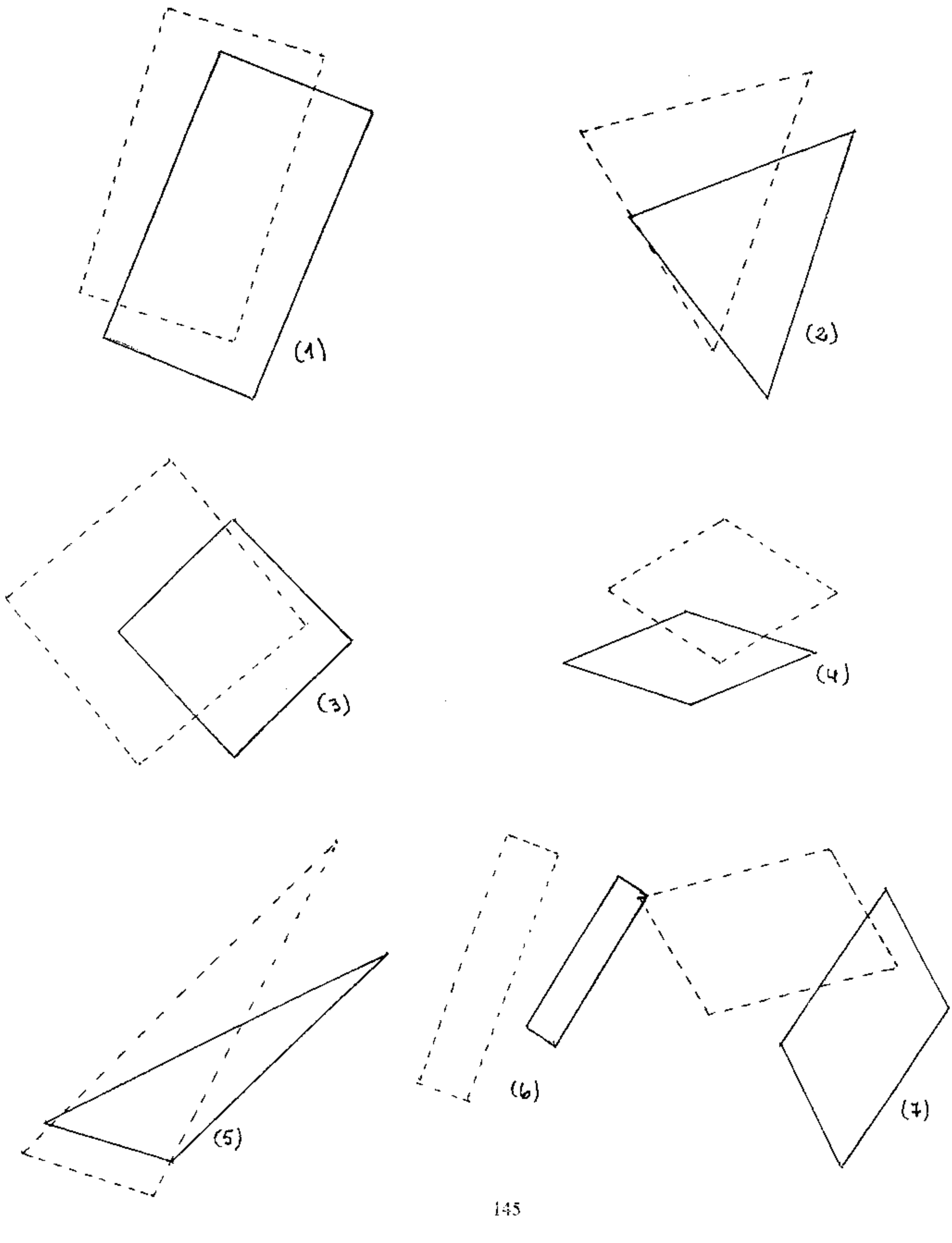
Dans la page suivante se trouvent les épreuves correspondantes: le trait plein correspond à l'ancienne fiche, le pointillé est celui de la nouvelle fiche. Les numéros à côté de chaque figure font partie de notre désignation.

La transformation de l'épreuve agit sur le contexte dans lequel sont prises les figures. Quelles sont -empruntant l'expression de Wermus- les *composantes contextuelles* (c.c.) modifiées? Ces changements rendent plus facile l'épreuve? La réussite est-elle significativement plus grande?

Regardons d'abord les variables sur lesquelles agissent les modifications portées sur les figures. En superposant les feuilles A4 sur lesquelles les figures sont tracées -tel que le montre la figure- nous pouvons distinguer des remaniements sur les polygones à propos de:
- la position "P", relativement au parallélisme des côtés par rapport au bord de la feuille. Aucune des figures n'est en position standard (sur sa base ou grande diagonale verticale) ni dans la version ancienne ni dans la nouvelle.
- la taille "T";
- la proportionnalité des côtés, "Prop". Pour le rectangle de la figure (6) les proportions se sont rapprochés des proportions habituelles.

Ces variables font partie de celles appelés par Wermus des composantes contextuelles. Nous soupçonnons que la proportion des angles, que nous désignons par "A", est aussi une autre composante par exemple, dans le cas de la figure (4) et peut-être pour le triangle (5) qui est "moins" obtus.

- - - - - - nouvelle fiche



12.1 Distribution des réponses à l'exercice sur l'identification de figures

Nous avons inventorié toutes les réponses différentes pour chaque figure. Le numéro entre parenthèses indique la fréquence. Pour chaque figure la première ligne désigne la réponse idoine.

	Ancienne fiche (sur 59 élèves)	Nouvelle fiche (sur 139 élèves)
Figure 1	Rectangle (53) Parallélépipède rectangle(3) Quadrilatère (1) Trapèze rectangle (1) Triangle (1)	Rectangle (137) Triangle rectangle (1) Quadrilatère (1)
Figure 2	Triangle (50) Triangle isocèle (3) Triangle rectangle (1) Triangle équilatère (1) Sans réponse (2) Trapèze (1) Rectangle (1)	Triangle (123) Triangle isocèle (8) Triangle rectangle (3) Triangle équilatère (4) Triangle quadrilatère (1)
Figure 3	Carré (49) Losange (6) Sans réponse (1) Parallélépipède (1) Quadrilatère (1) Losange rectangle (1)	Carré (127) Losange (8) Sans réponse (1) Parallélépipède (1) Parallélogramme (1) triangle quelconque (1)
Figure 4	Losange (48) Parallélogramme (2) Carré (2) Quadrilatère (1) Sans réponse (2) Losange triangle (1) Trapèze (1) Parallélépipède (1) Figure parallèle (1)	Losange (115) Parallélogramme (13) Carré (5) Quadrilatère (1) Sans réponse (3) Ovale (1) Triangle (1)
Figure 5	Triangle (34) Triangle rectangle (9) Sans réponse (7) Equerre (1) Triangle isocèle (1) Triangle équilatère (1) Equilatère (1) Triangle quadrilatère (1) Tous les côtés ne sont pas égaux (1) Quadrilatère (1) Rectangle (1) Parallélépipède (1)	Triangle (84) Triangle rectangle (40) Sans réponse (1) Equerre (3) Triangle isocèle (2) Triangle équilatéral (3) Demi-triangle rectangle (1) Trapèze (2) Demi-parallélogramme (1) Triangle équerre (1) Rectangle (1)
Figure 6	Rectangle (43) Sans réponse (6) Parallélogramme (6) Baguette (1) Parallélépipède (1) Trapèze (1) Triangle (1)	Rectangle (132) Sans réponse (3) Le périmètre (1) Diamètre (1) Triangle rectangle (2)

Figure 7	Parallélogramme (28) Losange (14) Sans réponse (7) Quadrilatère (1) Rectangle (1) Carré (1) Triangle rectangle (1) Trapèze isocèle (1) Parallélépipède losange (1) Parallélépipède (4)	Parallélogramme (106) Losange (6) Sans réponse (3) Quadrilatère (5) Rectangle (9) Carré (3) Triangle rectangle (1) Trapèze (5) Rectangle sans angles droits (1)

Ce tableau nous donne déjà quelques informations. Les réponses à la nouvelle fiche par rapport à l'ancienne nous montrent:

- une réduction dans la diversité des réponses (de 56 à 47),
- le triangle de la figure 5 devient surtout "triangle rectangle" (ou selon la désignation de quelques enfants "triangle équerre" ou "équerre"),
- dans le losange (figure 4) il y a une tendance plus forte vers "parallélogramme",
- au contraire, le parallélogramme (figure 7) perd son statut de "losange" pour devenir "quadrilatère", ou "rectangle" ou "trapèze",
- dans les deux périodes, il y a quelques références à objets concrets ("équerre", "baguette") et à la description de la figure.

12.2 Quelques statistiques à propos de l'identification de figures

Pour l'analyse statistique nous avons pris tout au plus trois valeurs pour chaque figure:

- La réponse idoine.
- Les réponses cohérentes (CO), c'est-à-dire la classe de figures qui contienne celle de la réponse idoine. Par exemple: parallélogramme pour le carré, ou trapèze pour le rectangle.
- Les sans réponse (SR).

AN (fiche ancienne) et REU (réussites) sont des variables supplémentaires. La structure des comportements sur les 18 variables actives est donc:

	1R	1CO	2T	2SR	3C	3SR	3CO	4L	4SR	4CO	5T	5SR	6R	6SR	6CO	7P	7SR	7CO
réussites	1		1		1			1			1		1			1		
Sans rép				1		1			1			1		1			1	
éch cohé		1					1			1					1			1

Structure des situations pour les 18 variables actives:

	1R	1CO	2T	2SR	3C	3SR	3CO	4L	4SR	4CO	5T	5SR	6R	6SR	6CO	7P	7SR	7CO	AN	REU
Triangle			1	1							1	1								
Losanges					1	1	1	1	1	1										
Rectangl	1	1											1	1	1					
Paralléle	1	1			1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1		

A priori, les questions suivantes peuvent être examinées:

a) Les réussites (et les réponses cohérentes) sont elles aussi fréquentes pour toutes les figures?

b) Les réussites (et les réponses cohérentes) varient elles d'une année à l'autre significativement?

c) Les réussites (et les réponses cohérentes) varient elles avec le changement de fiches?

d) Les réussites (et les réponses cohérentes) sont-elles liées entre elles (ou sont elles indépendantes) et par quels facteurs.

Une analyse en composantes principales puis par une analyse factorielle des correspondances permettront de donner une image générale du contenu informatif de la matrice. (Cf. pp. 152-154)

La question d sera examinée d'abord par ces moyens

L'examen des questions a, b et c s'effectuera ensuite s'il y a lieu, par des méthodes classiques paramétriques ou non.

L'analyse implicative qui aurait permis d'affiner l'étude ne sera pas effectuée.

L'analyse en composantes principales ne fait apparaître que quatre facteurs d'inertie voisine et faible (inertie de 14% à 9,6%) dont 2 sont significatifs.

Le premier axe oppose les réussites (qui sont donc un peu globalement corrélées) aux autres comportements. La fiche ancienne est assez nettement l'occasion d'un plus grand nombre d'erreurs ou de non réponses. Le premier axe correspond donc classiquement à la réussite d'ensemble.

Le second axe sépare assez clairement la plupart des réponses cohérentes (adéquates mais non idoines) sauf 6CO aux non réponses. La fiche ancienne est plus proche de ces dernières. Mais le second facteur oppose aussi les questions 3 et 4 (losanges) à la question 6 (rectangle étroit). Il y peu de chance que les différences de réussite entre la fiche ancienne et la nouvelle s'expliquent par les composantes contextuelles modifiées. Le second facteur est le type de comportement dans la non réussite.

Dans le premier plan factoriel qui représente les comportements de réponses, il apparaît que les réponses aux questions 6, 7 et à moindre titre 3 et 4, différencient mieux les élèves que 1 (trop bien réussie), 2 ou 5 (moins bien). Comme d'habitude les élèves sont distribués en éventail, discriminés par les erreurs

Le troisième axe oppose les questions 4 et 2 aux questions 3, 5, 6 ce qui ne correspond à aucun de nos caractères a priori. Le plan 2/3 fait apparaître une discrimination sensible des élèves mais nous n'avons pas su l'expliquer.

L'analyse factorielle des correspondances conduit à des conclusions semblables. Elle montre en outre que ni la réussite générale ni les réussites particulières ne discriminent bien la population.

Les réponses cohérentes le font faiblement, les sans réponses sont plus opérantes. Le premier axe oppose à ce point de vue la question 3 à toutes les autres (en particulier à 7, le parallélogramme), ainsi parmi les élèves qui n'ont pas reconnu un carré "posé sur la pointe", le second axe sépare d'une part ceux qui n'ont pas reconnu les triangles (questions 2 et 5) et ceux qui n'ont pas répondu à la question 4 (le losange "couché"). Ainsi la capacité à reconnaître des figures classiques dans des positions inhabituelles serait bien finalement un facteur discriminant des élèves, conformément sans doute à l'opinion des enseignants. Les difficultés sont spécifiques de chaque figure: puisque les élèves sont discriminés par les non réponses aux diverses figures (distribution nettement en trèfle à quatre feuilles) et que les corrélations entre les questions discriminantes (2, 4, 6) lues dans l'A.C.P. sont très faibles ou nulles, la reconnaissance d'une figure en position insolite n'entraîne pas la capacité d'en reconnaître une autre. Le nombre de réussites de chaque élève sur cette question mesurerait cette capacité.

En conclusion, le fait d'être capable de se centrer sur la composante "position" à propos d'une figure n'entraîne pas sa décantation, c'est à dire son utilisation pour les autres. Il serait intéressant de savoir par l'analyse implicative si une figure - le carré par exemple - précède les autres et s'il existe un ordre "naturel" des figures pour la décantation de cette composante contextuelle importante pour la lecture des figures de géométrie.

Il est intéressant d'établir l'homogénéité des échantillons des années successives pour justifier le traitement statistique de l'ensemble envisagé plus loin. Les réussites globales varient elles significativement d'une année à l'autre? Nous allons utiliser le chi-carré. La valeur théorique est: (Σ de réussites / Σ d'élèves) x effectifs par année.

	85-86	86-87	87-88	88-89	89-90	Σ
Nbre de réussites	168	137	288	289	247	1141
Nbre d'élèves	31	28	51	48	40	198
Nbre Théor réus.	178,6	161,3	293,8	276,6	230,5	
$(Vt - Vo)^2 / Vt$	0,01	3,66	0,11	0,55	1,32	

χ^2 = 5,65

Sans faire distinction entre les différentes figures, la valeur obtenue indique que la réussite globale ne varie pas significativement d'une année à l'autre.

Les réussites sont elles aussi fréquentes pour toutes les figures? Un tableau avec les pourcentages de réussites en ordre décroissant montre:

	Fig 1	Fig 3	Fig 6	Fig 2	Fig 4	Fig 7	Fig 5
effectif	190	176	175	173	163	134	118
% réussite	96	89	88	87	82	67	59

Les figures reconnues sont d'abord les rectangles (rectangle, carré, rectangle étroit) puis le triangle scalène et le losange. Le parallélogramme "sur la pointe" pose encore des problèmes et le triangle 5 à sommet obtus est pris pour un triangle rectangle.
Ces variations sont-elles significatives pour l'ensemble de réponses obtenues pour chaque figure?

	Fig 1	Fig 2	Fig 3	Fig 4	Fig 5	Fig 6	Fig 7	Σ
Vo	190	173	176	163	118	175	146	1141
Vt	163	163	163	163	163	163	163	
$(Vt - Vo)^2$	729	100	169	0	2025	144	289	
$(Vt - Vo)^2/Vt$	4,47	0,61	1,03	0	12,42	0,88	1,77	

χ^2 = 21,18
La réponse donnée par un simple χ^2 (χ^2 = 16,81 s. à .01) est "oui".

Voici la distribution de réussites par année et par question:

	Fig 1	Fig 2	Fig 3	Fig 4	Fig 5	Fig 6	Fig 7	Effectifs
Vo 85 - 86	27	26	26	25	16	27	21	31
Vo 86- 87	26	24	23	23	18	16	7	28
Vo 87 - 88	50	46	49	38	23	50	32	51
Vo 88 - 89	47	44	42	38	32	46	40	48
Vo 89 - 90	40	33	36	39	29	36	34	40
	190	173	176	163	118	175	146	198

Les valeurs théoriques correspondantes sont obtenues par:

(Σ de réussites Fig n : Σ effectifs) x effectifs de l'année considérée

	Fig 1	Fig 2	Fig 3	Fig 4	Fig 5	Fig 6	Fig 7
Vt							
85 - 86	29,7474	27,0858	27,5555	25.5202	18.4747	27,3989	20,9797
86- 87	26,8686	24,4646	24.8888	23.0505	16,6868	24,7474	18.9494
87 - 88	48,9393	44,5606	45,3333	41,9848	30,3939	45.0757	34,5151
88 - 89	46,0606	41,9393	42,6666	39,5151	28.6060	42,4242	32.4848
89 - 90	38,3838	34,9494	35,5555	32,9292	23.8383	35,3535	27.0707
$(Vt - Vo)^2/Vt$							
85 - 86	0,2537	0,0435	0.0878	0,0106	0,3314	0,0058	1.945E-05
86 - 87	0,0280	0.0088	0,1433	0,0001	0,1033	3.0919	7.5353
87 - 88	0,0229	0.0464	0,2965	0,3782	1,7987	0.5379	0,1832
88 - 89	0,0191	0,1012	0,0104	0.0580	0,4026	0.3013	1,7385
89 - 90	0,0680	0.1087	0,0055	1.1191	1.1176	0.0118	1.7736

$\chi^2_{(85-86)} = 0,7330$

$\chi^2_{(86-87)} = 10,9109$

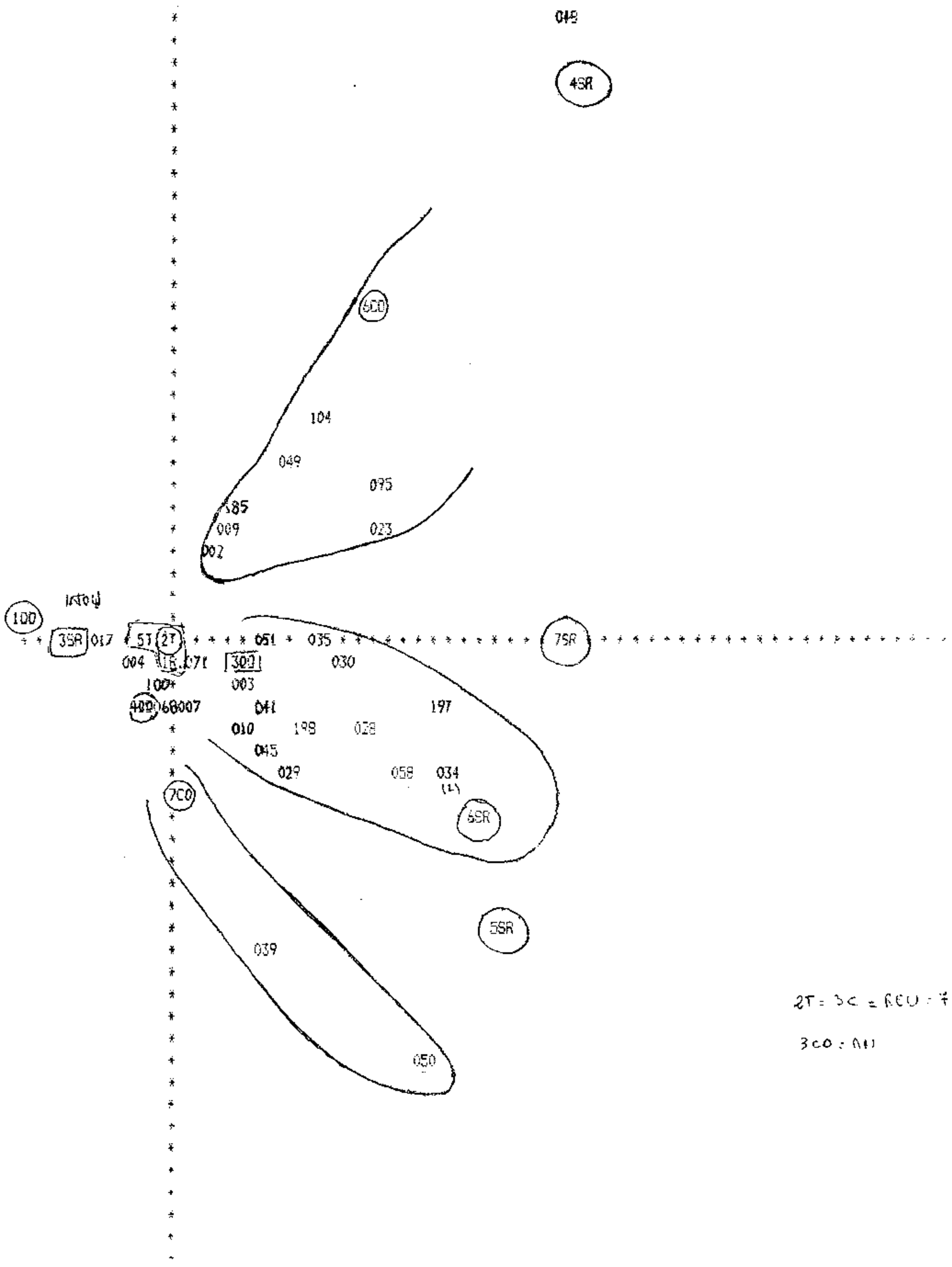
$\chi^2_{(87-88)} = 3,2642$

$\chi^2_{(88-89)} = 2,6315$

$\chi^2_{(89-90)} = 4,2046$

C'est la deuxième année qui a la valeur la plus élevée mais elle n'arrive pas à être significative ($\chi^2 = 12{,}59$ s. à .05). Peut-être elle est due au changement de la fiche. Cependant, avec la nouvelle fiche il n'y a pas de variations significatives par rapport à la première année considérée. Nous ne pouvons pas dire, à partir de cette analyse, que la nouvelle fiche produit un changement significative dans la réussite des élèves.

REPRESENTATION SIMULTANEE DES LIGNES (Observations) ET COLONNES (Variables) ***
PLAN 1 2 AXE 1 HORIZONTAL AXE 2 VERTICAL



2T = 3C = REU = 7P

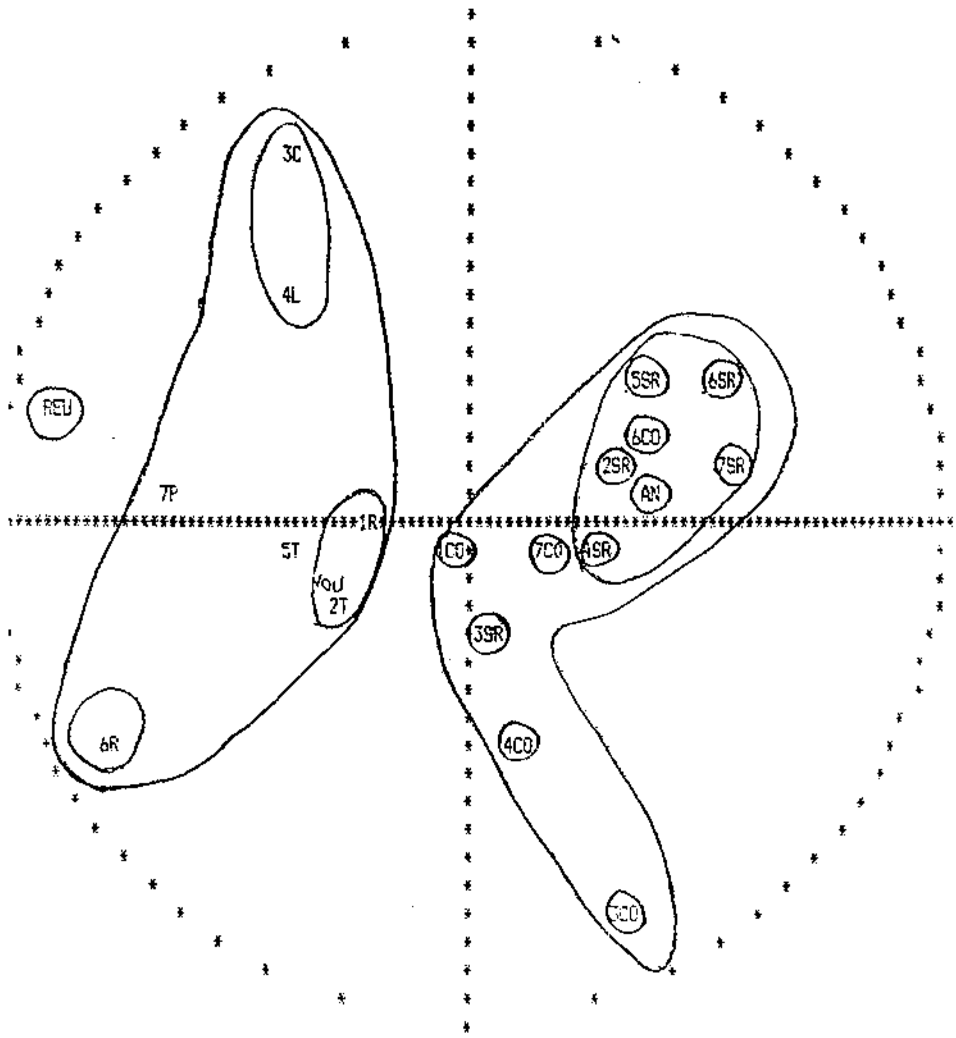
3CO = AH

LES SUPPLEMENTAIRES

	AXE 1		AXE 2		AXE 3		AXE 4		AXE 5	
**	0.3601	0.1445	0.0662	0.0044	-0.1139	0.0130	0.1025	0.0105	-0.0019	0.0000
**	-0.8592	0.7382	0.2308	0.0533	-0.0531	0.0028	-0.1654	0.0284	0.1267	0.0161

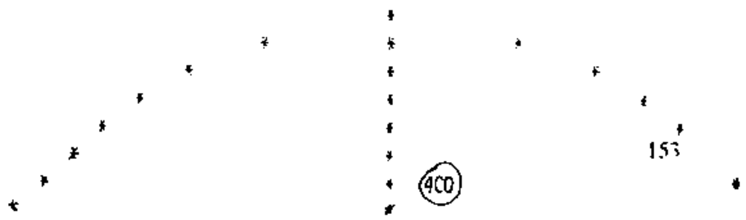
CERCLE DES CORRELATIONS

1 2 AXE 1 HORIZONTAL AXE 2 VERTICAL



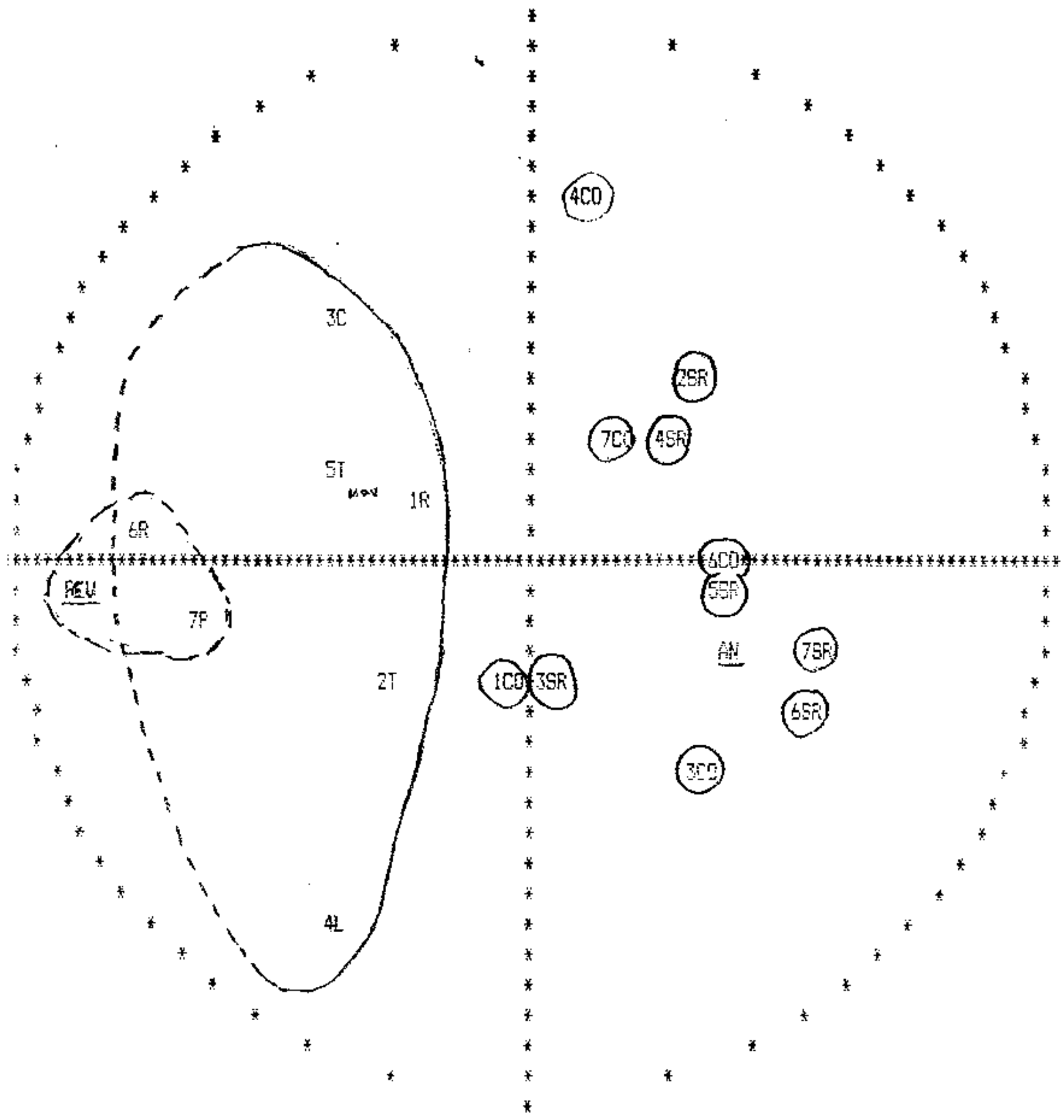
CERCLE DES CORRELATIONS

3 AXE 1 HORIZONTAL AXE 3 VERTICAL



CERCLE DES CORRELATIONS

I 1 3 AXE 1 HORIZONTAL AXE 3 VERTICAL



13. Conclusions du chapitre 2

Conclusion 1: L'idéologie empiriste procure des solutions faciles à mettre en oeuvre dans les décisions didactiques.

Conclusion 2: Les pratiques ostensives sont économiques et efficaces pour un certain nombre d'élèves à condition qu'elles portent sur certaines formes de connaissances et qu'elles soient réinvesties immédiatement. Dès que le professeur reconnaît l'échec de sa démarche ostensive, elle devient très chère au niveau du temps et de la gestion de la classe.

Conclusion 3: L'ostension favorise la transmission de savoirs qui n'arrivent pas nécessairement à devenir des connaissances. Le système d'enseignement, fait semblant de croire que la présence d'un savoir entraîne sa fonctionnalité mais ceci n'est pas du tout évident.

Conclusion 4: L'ostension établit une fausse dialectique entre la *figure didactique*, la *figure matérielle* et la *figure idéale*.
La stratégie fondamentale du maître est de rendre adéquate -selon son propre enjeu- la *figure représentation mentale* chez l'élève. Autrement dit, rendre idoine la *figure dévolue* à l'enfant.

Conclusion 5: Une figure prototypique peut constituer un obstacle d'origine didactique. Le prototype établit un rapport aux figures, aux savoirs sur les figures, où les définitions et les propriétés deviennent un décor de ce "qu'on sait déjà" sur la figure.
Tant qu'on reste dans le même contrat didactique (ou institutionnel) on ne risque rien. C'est le changement de classe, ou de niveau qui fait apparaître le décalage entre ce que les élèves croient déjà savoir sur les figures et ce que la situation exige.

Quelques problèmes qui restent ouverts
Comment utiliser l'ostension d'une façon adéquate et idoine? Quelles sont ses limites dans n'importe quelle situation d'enseignement?

Est-ce qu'il est nécessaire d'avoir des situations a-didactiques efficaces pour toutes les notions qu'on va enseigner? Quand ne peut-on pas faire l'économie d'établir des rapports effectifs au milieu?

Si l'ostension répond à une adaptation relative aux enfants, est-elle féconde pour la production des connaissances actuelles? Et pour les futures?

Chapitre 3

Les interactions effectives: une situation d'action[1]

1. Quelques questions à propos du couple isométries-pavages

Dans le chapitre précédent, nous avons avancé un phénomène qui permet d'identifier une pratique ostensive: la conversion de notions en objets. Comme conséquence, certains objets ont acquis une place privilegiée et sont devenus des objets d'enseignement. C'est le cas pour les pavages.

L'éventail des notions à enseigner avec ce matériel est assez vaste. Une publication destinée aux enseignants[2] propose une liste non exhaustive de sujets qui peuvent être abordés grâce aux pavages: les transformations, droites parallèles et perpendiculaires, les parallélogrammes, le triangle équilatéral, le triangle rectangle, l'hexagone, les isométries, la médiatrice, la relation d'équivalence, les droites et demi-droites, le plan, les angles.
De même que pour les objets, les buts sont très variés: grâce aux pavages l'enseignant peut aussi bien rapprocher les mathématiques à l'art et la culture, que travailler les techniques de dessin et la réalisation des constructions géométriques.
L'étude des transformations dans un pavage est particulièrement intéressante. Mais, ni le problème de fonctionnement des transformations dans l'enseignement obligatoire ni celui de l'utilisation des pavages pour les introduire ne sont résolus.

---

[1] L'objet d'étude de ce chapitre fait partie du mémoire de D.E.A., non publié. Fregona. D., (1989). Quelques apports de la théorie des situations à l'enseignement des isométries du plan.
[2] Collection Inter-IREM. 1983. "Quelles activités pour quels apprentissages? du Collège au Lycée. I.R.E.M. d'Orléans.

Dans l'univers de la géométrie démonstrative les transformations sont un instrument puissant, c'est pourquoi leur enseignement au niveau du collège correspond à un projet supérieur. Ceci est l'avis des mathématiciens, et aussi des décideurs des programmes officiels. Ceux de 1985 proposent dès le Cours Elémentaire, "Application à des objets géométriques des transformations ponctuelles (symétrie, translation)". Pour le Cours Moyen ils ajoutent la rotation. Et on recommence avec l'introduction de la symétrie orthogonale en sixième, symétrie centrale en cinquième, translation et rotation en quatrième.
Au niveau de la relation didactique, "l'outil "transformation" ne semble pas parfaitement maîtrisé par les enseignants eux-mêmes qui ne l'ont guère, pour la plupart, rencontré et mobilisé au cours de leur formation initiale." (...)"Certains (didacticiens) n'hésitent pas à affirmer que l'utilisation du concept de transformation est inadapté, au collège, à l'initiation à la preuve et à la démonstration."[3]

Dans ces conditions, la première question à se poser est donc: Quelle est la place des transformations dans l'enseignement de la géométrie? Si nous les admettons comme objet d'enseignement, alors la question devient plus précise: Dans l'enseignement, quels sont les niveaux de fonctionnement des transformations?
La découverte et la justification de ces niveaux est un sujet d'épistémologie et de didactique. Cependant, dans une première approche, d'après Grenier et Laborde[4], nous pouvons distinguer trois niveaux:

> "Une transformation géométrique peut être considérée:
> niveau 1 - comme une relation entre deux configurations géométriques ou une relation entre deux parties d'une même configuration; à ce niveau, le caractère fonctionnel de la transformation est absent;
> niveau 2 - comme une application de l'ensemble des points de plan dans lui même;
> niveau 3 - comme un outil fonctionnel à des fins de mis en évidence d'invariants".

Nous retrouvons, dans ce premier niveau, la conversion des savoirs géométriques en objets. Quand celle-ci atteint les isométries et les pavages, quel est l'objet à enseigner? Quelle est la situation (ou la famille de situations) qui permettra le fonctionnement des isométries?

[3] Cf. Nouveau programme de 4e, Groupe "Premier cycle Dordogne". Groupe "Mathématiques et réalité". IREM de Bordeaux. 1988.
[4] Grenier D. et Laborde. C. (1987)

2. La division régulière du plan

D'après Bruno Ernst[5] :

"In principle a regular division of the plane is a jigsaw puzzle with identical pieces".

En résumé: "identical" signifie *congruent*, soit directement ou par un retournement. Les transformations qui mettent en correspondance deux figures congruentes sont appelées *isométries*. Les isométries *directes* sont les *translations* et les *rotations*. Celles qui entraînent un retournement, la *symétrie* et la *glide-reflection* (composition d'une symétrie par rapport à une droite et d'une translation parallèle à cette droite).
L'expression *fundamental region* désigne le motif qui est répété sur tout le plan, c'est-à-dire une pièce typique du puzzle infini.

L'art de couvrir un plan avec un motif répété a trouvé sa période la plus riche pendant le XIII ème siècle en Espagne, quand les maures ont fait le décor du palais de l'Alhambra. Etant donné que les musulmans n'ont pas le droit de représenter des formes humaines ou des formes animales, ils ont fait les pavages avec des figures géométriques. Par contre, l'artiste néerlandais M. C. Escher, libéré de ces scrupules a fait des pavages tout à fait intéressants en utilisant comme motif des représentations d'animaux et d'êtres humains[6].
La répétition d'une figure de base permet d'obtenir différents dessins, mais ils ne sont pas très nombreux. En 1891, E. S. Fedorov, dans le domaine de la cristallographie, a démontré qu'il existent dix sept groupes d'isométrie bi-dimensionnelle. C'est-à-dire, qu'il est possible sans distinguer les couleurs, avec un motif donné, et par l'application des translations, rotations, symétries ou des glides-reflections, d'obtenir 17 pavages différents. Parmi ces isométries, il y en a certaines (deux, trois ou quatre) qui servent à "engendrer" tout le reste, c'est pourquoi elles s'appellent les générateurs du groupe.
La désignation de ces groupes que nous utiliserons ci-après est prise dans la notation internationale utilisée dans la cristallographie moderne.

[5] Cité par H.S.M. Coxeter. (1986), "Coloured Symmetry" in Coxeter, Emmer, Penrose, Teuber, p. 15.
[6] Locher J. et al., (1972), 1986.

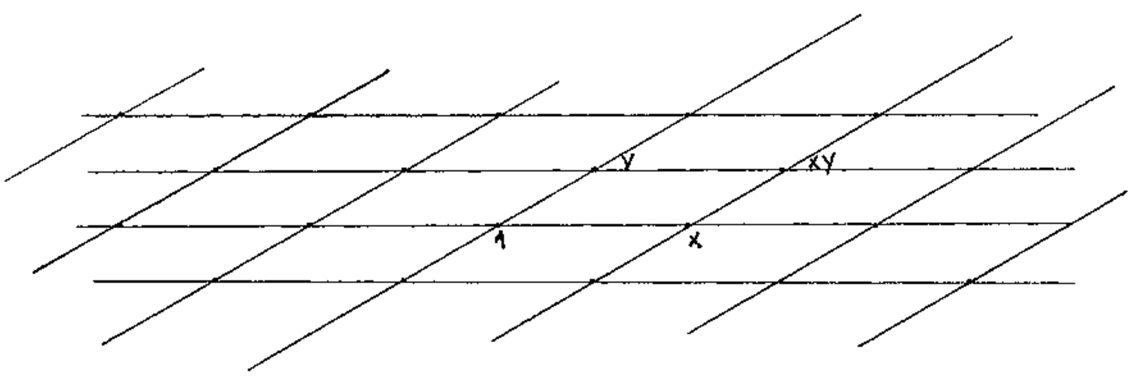
Le plus élémentaire de ces groupes est celui dénoté par *p1* dont les générateurs sont deux translations indépendantes. N'importe quel objet, par exemple le chiffre 6 du schéma suivant est transformé par le groupe p1 dans un pavage infini de ces objets. Dans cet exemple, les générateurs peuvent être les translations définis par X et Y:

6		**6**		**6**		**6**		**6**	
	6		**6**		**6**		**6**		**6**
6		**6**		**6**		**6**		**6**	
	6		**6**		**6**		**6**		**6**
6		**6**		**6**		**6**		**6**	

Si l'on prend un de ces objets comme origine, chacun des autres objets peut être envisagé comme image par une composition de translations, de l'objet de départ. Ainsi, si à la place d'un objet, nous prenons un point, nous avons un plan réticulaire:

.		.		.		**.Y^2**		.	
	.		.		**.Y**		**.XY**		.
.		**.X^{-1}**		**.1**		**.X**		**.X^2**	
	.		**.Y^{-1}**		.		.		.

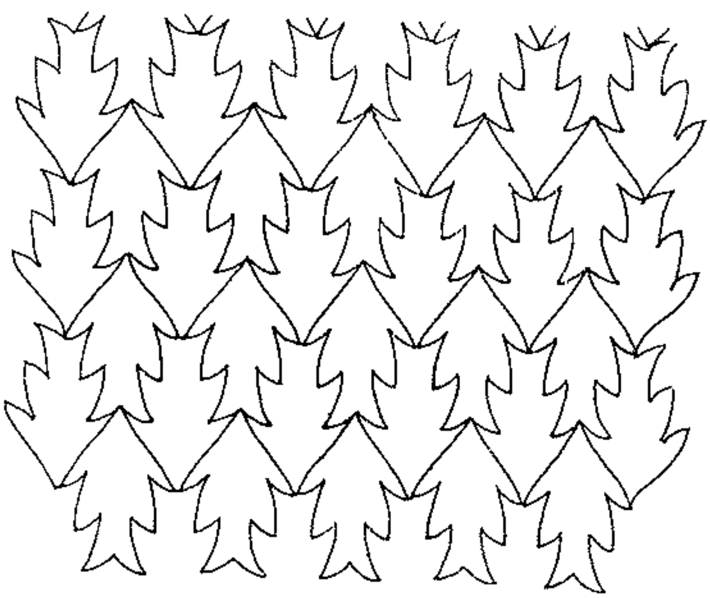
Avec les quatre points: 1, X, XY, Y nous avons un parallélogramme. La translation $T = X^X Y^Y$ transforme ce parallélogramme en une autre qui a le point T (à la place de 1) comme "premier" sommet.



Il y a une correspondance biunivoque entre les parallélogrammes de ce réseau et les transformations du groupe, avec la propriété P que chaque transformation prend n'importe quel point du parallélogramme d'origine et le transforme en un point identiquement placé dans un nouveau parallélogramme. C'est ce parallélogramme qui constitue, en tant que pièce typique, la région fondamentale. La forme de la région fondamentale n'est pas unique, et il n'est pas nécessaire qu'elle soit un parallélogramme. D'ailleurs, toute région fondamentale d'un pavage donné a la même surface que le parallélogramme typique qui correspond à ce groupe[7].

2.1. Un exemple du groupe *pmg*

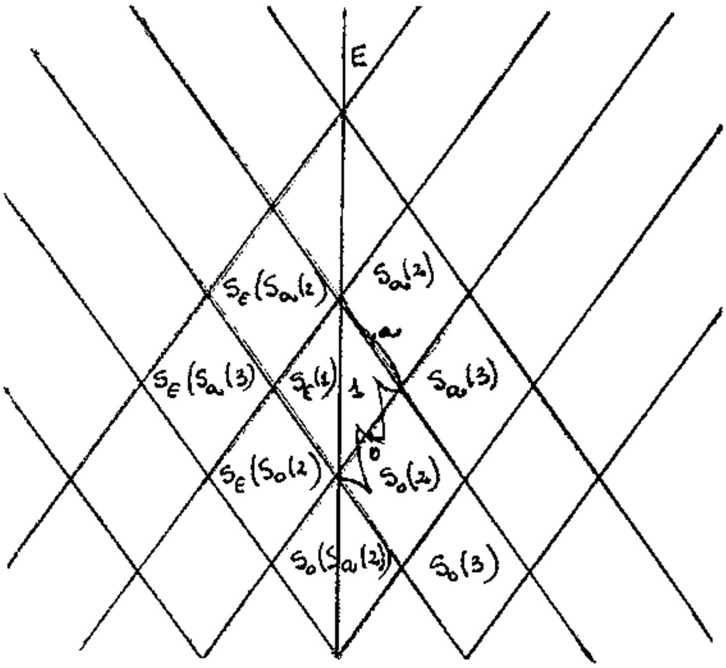
Voici le pavage des "sapins"[8], objet d'un problème posé aux élèves du Cours Moyen. (Cf. § 4 de ce chapitre)



Si l'on prend comme motif fondamental deux sapins consécutifs, l'un avec la pointe en haut et l'autre avec la point en bas, nous sommes face à un exemple du groupe p1 définie par deux translations.

[7] Coxeter. (1969).
[8] Collonge. Trehard. "Pavages et coloriages". Université Paris VII.

Cependant nous pouvons prendre comme région fondamentale la moitié d'un sapin, et nous pouvons obtenir le groupe plus intéressant *pmg*, dont les générateurs sont une symétrie par rapport à une droite et deux symétries centrales dont les centres sont deux points équidistants de l'axe[9]. Comme nous l'avons déjà dit, la forme de la région fondamentale n'est pas unique, en particulier pour ce groupe nous pouvons montrer un triangle isocèle qui contient tous les éléments du motif de base. Voyons dans la figure suivante, la localisation de l'axe et des centres des symétries, le domaine choisi comme région fondamentale et les images par ces transformations.



L'emploi abusif de la dénotation nous permet d'écrire:

1: région fondamentale	$1 + S_E(1) = 2$
S_E: symétrie d'axe E	$S_E\,(S_a\,(2)) = 3$
S_o, S_a : symétries de centre "a", "o"	

Chaque losange est considéré comme l'image, par une transformation donnée, d'un autre. Mais on pourrait prendre, comme ensemble de départ et pour chaque isométrie, la région du plan déjà "gagné". Ce choix est valable grâce à la propriété *P* déjà énoncée et rendrait plus rapide le processus de pavage du plan.

[9] Coxeter, (1986), p. 18.

2.2. Un travail didactique sur les pavages

Faire des mathématiques à partir des pavages dépend essentiellement des conditions dans lesquelles sont mis les élèves. Les activités du pavage avec un motif répété sont donnés aux enfants de l'école maternelle, mais dans ce cas l'unité est déterminée à l'avance et il y a plusieurs exemplaires à disposition du sujet. Généralement, l'activité consiste à élargir un pavage dont on montre une partie. Il s'agit d'une activité qui met en jeu les propriétés de contiguïté et la stratégie gagnante est celle qui donne la découverte d'un algorithme.

Nous faisons l'hypothèse que les élèves peuvent manipuler les pavages en termes d'algorithme sans faire fonctionner aucune notion de géométrie. Les isométries et l'algèbre des transformations sont dans la structure des pavages, ils *réalisent* les connaissances mais ceci ne nous dit rien à propos de la connaissance des individus.
La découverte de la part des élèves d'une figure basique et la mise en relation d'une de ces figures avec d'autres (voisines ou pas) en termes d'application naïve des isométries, laisse encore un énorme travail à faire: quel type de situation permettrait d'obtenir la production des isométries? Est-ce que nous pouvons générer un débat autour de ce sujet? Dans quel genre de situations les invariants des transformations pourraient apparaître comme problème?

Lorsque les professeurs enseignent les isométries avec des pavages ils prennent deux voies possibles: ou bien ce matériel reste au niveau de motivation -tel que la recherche de régularités et puis l'étude de ces correspondances selon un schéma traditionnel- ou bien les isométries apparaissent grâce à un effet Jourdain. Les élèves regardent les pavages, ils découvrent certains algorithmes et les appliquent dans la construction des nouveaux dessins, ils reconnaissent l'application des isométries, et le professeur lit derrière ces activités le discours savant qu'il voudrait transmettre.
Ces pratiques, sont-elles négatives pour l'enseignement? Nous ne connaissons pas la réponse, il ne s'agit pas de juger les décisions des professeurs mais d'être conscient des choix. Peut-être vaut-il mieux faire connaître les travaux d'Escher par ces moyens, que de les ignorer parce qu'on n'a pas une situation a-didactique adéquate. Est-ce qu'on pourrait

faire autrement? Sans doute oui, mais pas par une action spontanée du système d'enseignement.

Une transformation bijective du plan, en particulier une isométrie, est une loi qui met en correspondance des couples de points du plan. Le problème général serait: si l'on prend cette figure comme départ, quelles sont les lois qui permettent de concevoir une autre figure du plan comme image de la première?

Nous avançons une liste de problèmes à étudier, il ne s'agit pas d'une progression auprès des élèves mais simplement de suggestions d'ingénieries possibles autour du couple isométries-pavages.

Problème 1:

Le problème posé aux élèves du Cours Moyen est le suivant: étant donné sur une feuille blanche un secteur d'un pavage, dessiner ce qui lui correspond dans une autre région coplanaire non connexe au modèle.

La stratégie optimale -sous certaines conditions- est l'application d'un groupe de transformations. Mais comme les sujets ne disposent pas des connaissances qui peuvent faire fonctionner cette stratégie, envisager quelques translations dans les bonnes directions suffit à donner la bonne réponse. Ce procédé en tant qu'expérience mentale, est accessible aux élèves de CM2, la réalisation est une toute autre affaire. La composition de translations sur une droite engendre un réseau de parallèles, et c'est ce contrôle sur les déplacements qui devient l'enjeu de l'élève. C'est pourquoi la fiche didactique correspondant à cette étude d'ingénierie didactique s'appelle: "Construction de droites parallèles".

Pourtant, mettre en oeuvre un modèle implicite d'action, n'est que la base de la réflexion par la suite. La construction d'un système de référence ne donne aucune information sur les transformations que se cachent dans le pavage.

Pour faire fonctionner les isométries, les éléments qui les définissent et leur composition, les groupes de transformations et leurs générateurs, il est évidemment nécessaire de mettre en place d'autres situations. Rien de tout cela ne peut se faire sans un répertoire des isométries, dont il faudra bien préciser les contenus et les conditions de fonctionnement. Si les élèves l'ont déjà, le deuxième problème pourrait constituer une phase de réinvestissement de leurs connaissances. S'ils n'ont pas ce répertoire, nous proposons de revenir à une situation d'action pour le construire.

Problème 2:

Certains appareils sont mis à la disposition des élèves: un *symétriseur*, un *pantographe*, un *translateur* et un *rotateur*. Comment fonctionnent- ils? Lequel et comment faut-il le placer pour obtenir un pavé déterminé d'après un modèle? Chaque appareil "définit" une transformation, quel est le mouvement correspondant avec le papier calque[10] ?

Ce problème constitue une bonne opportunité d'étudier chaque transformation en particulier, mais on peut poursuivre une approche globale qui pourra aboutir, le cas échéant, aux axiomes qui caractérisent les isométries.

Problème 3:

C'est le concours de correspondances: étant donné un pavage avec les "pièces" numérotées -qu'elles soient ou pas des régions minimales- il s'agit de trouver une méthode qui fasse correspondre telle pièce à telle autre. L'équipe qui arrive à montrer une méthode nouvelle, qui n'est pas équivalente aux précédentes, sera la gagnante.

Cette situation conduit immédiatement à une situation de preuve: comment peut-on "montrer" ou "démontrer" qu'une méthode est nouvelle? Quand peut-on dire que deux méthodes sont équivalentes? On peut "voir" que l'image est bien celle qu'on attendait, mais la méthode, sera-t-elle valable pour tout le plan? Nous sommes en face d'un problème qui conduirait à l'algèbre des transformations.

Problème 4:

Etant données plusieurs reproductions de pavages, pour chacune, déterminer la région fondamentale et étudier quelles sont les transformations qui permettent de couvrir tout le plan. Combien de classes de pavages distincts peut-on trouver en fonction des transformations qui agissent sur eux?

---

[10] Nous ne sommes pas sûrs ni de pouvoir éviter ni de connaître les conséquences de l'association mouvement-transformation. dans l'introduction des isométries du plan. Le répertoire des isométries peut être "défini" par le déplacement d'un papier calque selon trois manières differentes: glisser, retourner et tourner en laissant un point fixe.

Si l'on veut enseigner les groupes d'isométries, on ne peut pas faire l'économie de comprendre quel est le jeu des générateurs. Alors, il sera nécessaire de poser un problème qui fasse fonctionner et même qui permette l'institutionnalisation de la notion de générateur, avant de se plonger dans la classification.

Problème n° 5:
Un exemple de chacun des 17 pavages possibles étant donné, essayer d'obtenir avec la même figure unité, un dix-huitième pavage différent.

3. Une situation d'action: la translation

> "L'enfant est placé devant une certaine situation, dont il possède des modèles mentaux plus ou moins satisfaisants. Ces modèles lui permettent d'interpréter, de recevoir des informations sur cette situation. Il a de plus un but, ou une motivation d'agir physiquement; au moins certaines des informations qu'il reçoit, ou qu'il peut recevoir, sont perçues de façon effective, c'est-à-dire comme des renforcements ou des sanctions résultant de son action".[11]

Les situations d'action, depuis leur création, ont fait partie de beaucoup de recherches en didactique des mathématiques, en particulier en France. Nous n'avons pas l'intention de faire un recensement de ces recherches, mais à notre connaissance, les situations d'action sont prises -à l'origine et régulièrement- dans leur rôle didactique, c'est-à-dire qu'elles sont le moyen de mettre en fonctionnement les stratégies et les connaissances privées, les conceptions mathématiques des enfants par rapport à la connaissance visée.
Mais on pourrait aussi penser la situation d'action relativement à l'enjeu de l'enseignant dans la relation didactique. Dans ce cas, la situation d'action devient une sorte de médiation entre ce que le maître a besoin de traiter -qui ne peut pas être explicité[12]- et ce que l'élève doit régler. De ce point de vue, la situation d'action, n'est pas seulement le rapport effectif d'un sujet avec un milieu, mais elle représente l'entrée -d'une manière relativement concrète- du

[11] Brousseau, (1972), p. 430.
[12] Cf. "Les paradoxes du contrat didactique". Brousseau (1986 a), pp. 65-74.

système enseignant dans le système "milieu a-didactique" de l'élève, avec une possibilité de trancher le contrat didactique par des moyens qui relèvent d'une situation non-didactique.

Les Programmes de 1985 proposent, depuis le Cours Préparatoire, des activités qui ont un rapport avec les droites. On y trouve "tracés à la règle" (pour le Cours Préparatoire) et "tracés de parallèles ou de perpendiculaires" (pour le Cours Moyen). Cependant les droites, la détermination d'une droite et spécialement les droites parallèles n'existent plus comme des objets d'étude dans les Programmes actuels.
Nous avons signalé ce fait en tant que phénomène qui caractérise les pratiques ostensives dans l'enseignement de la géométrie. (Cf. chapitre 2, §7, exemple 6)

Comment, dans une relation didactique, l'enseignant peut-il instaurer les droites comme connaissance?
Nous avons donné un exemple d'une activité dont le but était la vérification du parallélisme des côtés opposés d'un quadrilatère. (Cf. chapitre 1, § 7.2., exemple II)
Il est clair que dans le parcours de la scolarité obligatoire, l'élève rencontre la notion de droite -et à l'occasion de droites parallèles- en différents moments. Nous avons organisé un milieu a-didactique pour faire fonctionner les droites parallèles comme moyen de contrôle d'un problème du micro espace où ces droites sont l'ensemble des images d'une droite selon la composition des translations.

3.1. Choix didactiques

Dans l'enseignement obligatoire, la structure d'un pavage peut être explorée à travers plusieurs activités. Parmi elles, et à partir d'un modèle, on pourrait:
a) compter les pavés,
b) colorier les pavés,
c) diviser le pavage, c'est à dire, par où faut-il couper pour ne pas casser le dessin?
d) élargir le pavage,
e) construire un autre pavage d'après un algorithme donné,
f) dessiner ce qui correspond dans une région non connexe au modèle.

Toutes ces situations peuvent présenter des variantes en fonction des conditions soit didactiques, soit a-didactiques: les matériels ou instruments à utiliser, les états de départ, les états permis, l'organisation de la classe, l'action directe sur le milieu ou par l'intermédiaire d'un partenaire. Néanmoins, en général et tout en cherchant une situation d'action, nous pouvons distinguer parmi les activités énumérées ci-dessus, deux grandes classes: les cinq premières activités tendent à la recherche d'une unité, à la découverte des régularités et à l'application d'un algorithme. Le modèle implicite est attaché aux propriétés de la contiguïté, et la perception joue un rôle très important.
Par contre, la dernière constitue un problème qui exige le passage à une analyse beaucoup plus fine que celle donnée par les régularités: il s'agit de l'anticipation d'une position et même de la construction d'un moyen intellectuel pour contrôler les erreurs. La connaissance visée n'est pas à découvrir dans une bonne lecture du pavage.

Voici une première formulation du problème auprès des élèves:
On prétend couvrir une rue piétonnière avec le pavage des sapins. Quelqu'un à déjà commencé et il a mis quelques dalles. Maintenant, il y a un carreleur qui doit continuer le travail en pavant "la fenêtre". Comment doit-il placer les pavés?
Chaque élève aura une feuille avec quelques sapins dessinés et une région non connexe au modèle, la "fenêtre".

Nous modélisons ce problème en termes de la théorie des situations. Nous allons caractériser, d'après notre hypothèse méthodologique du chapitre 1, la situation objective initiale: le milieu matériel et les interactions d'un sujet S5. La phase didactique de présentation du problème est mise en place par la consigne[13].

3.1.1. Le milieu matériel

Dans l'étude du milieu a-didactique de l'élève, nous distinguons:

- ***Le jeu***

Dans le sens de "ce qui sert à jouer, les instruments du jeu" [Déf. 3][14].

[13] La fiche didactique et les matériels correspondants, ainsi que quelques résultats des élèves, se trouvent dans l'Annexe I.
[14] Brousseau, (1986 a), p. 77.

Les variables, de type mathématique et didactique, relatives au problème sont:

- Les caractéristiques de la région fondamentale.

Dans la région fondamentale, est-ce que l'on trouve une seule figure? Est-ce que l'on trouve des figures récursives[15] ?

Une région fondamentale est assez facile à déterminer en particulier s'il y a seulement une figure récursive: des sapins, des chinois, des cavaliers, des crabes, etc. Le problème se complique dans le cas où on trouve plusieurs figures récursives. Nous avons constaté ce fait dans un travail précédent[16] : face à une reproduction de "Les anges et les diables" d'Escher, des élèves de 14-15 ans n'arrivent pas à distinguer une figure unité.

- Les intervalles de périodicité

La découverte d'une region minimale permet, généralement, de distinguer des droites sur lesquelles on trouve les mêmes points "notables". Par exemple, dans le pavage des sapins, sur la droite qui relie les pointes de deux sapins consécutifs (tous les deux vers le haut, par exemple) il y a une régularité assez facile à déterminer. De même lorsqu'on prend l'axe de symétrie d'un sapin.

En général, quand on pense à un pavage quelconque, on peut imaginer que la distance entre chaque couple de points correspondants de deux motifs isolés doit être constante, pour deux motifs dans la même position. Cependant, quelle est la période pour les retrouver? C'est à dire, sur la droite choisie, quand retrouvera-t-on les prochains exemplaires de la région fondamentale dans la même disposition?

---

[15] Hofstadter. Douglas (1985) déclare: "Voilà qui nous rappelle la fameuse distinction artistique entre la *figure* et le *fond*. Lorsqu'une figure, ou "espace positif" (par exemple, une forme humaine, une lettre ou une nature morte) est dessinée dans un cadre, sa forme complémentaire, également appelée "fond", ou "espace négatif", est forcément également dessinée. Mais dans la plupart des tableaux, cette relation figure-fond n'a pas un rôle bien important. (...) Il nous faut maintenant établir officiellement la différence entre deux types de figures: les figures *cursivement dessinables* et les figures *récursives* (ces expressions sont de mon cru, elles ne sont pas couramment utilisées). Une figure *cursivement dessinable* est une figure dont le fond n'est qu'un sous-produit accidentel, tandis qu'une figure *récursive*, elle, est complétée d'un fond qui peut être considéré de plein droit comme une figure. Ce type de figure est généralement créé volontairement par l'artiste. (...) Notre distinction n'est pas aussi rigoureuse qu'une distinction mathématique, car nul ne peut dire avec une certitude absolue qu'un fond particulier n'est pas une figure. Quand on les regarde pour eux-mêmes, presque tous les fonds sont intéressants. En ce sens, toutes les figures sont donc récursives. Mais ce n'est pas ce que j'entendais par là. Il existe un concept naturel et intuitif de forme identifiable. Des formes identifiables se dégagent-elles à la fois du premier plan et de l'arrière-plan? Si oui, le dessin est alors récursif. Si vous regardez les fonds de la plupart des dessins au trait, vous constaterez qu'ils sont assez peu identifiables."

[16] Cf. Carmona et Fregona. (1988).

Pour certains points "notables" et dans certains pavages, il y a le risque de ne pas trouver la régularité dans les limites de la feuille. Dans notre problème, ce fait rendrait impossible une stratégie fondée sur un réseau de parallèles.

- En tant que variable didactique: les instruments mis à disposition des élèves (une règle, une équerre, du papier calque, des ciseaux, des miroirs, etc.), taille de la feuille, bords irréguliers de la feuille.

- Etat initial

L'état de départ, d'après la formulation de notre problème, envisage:

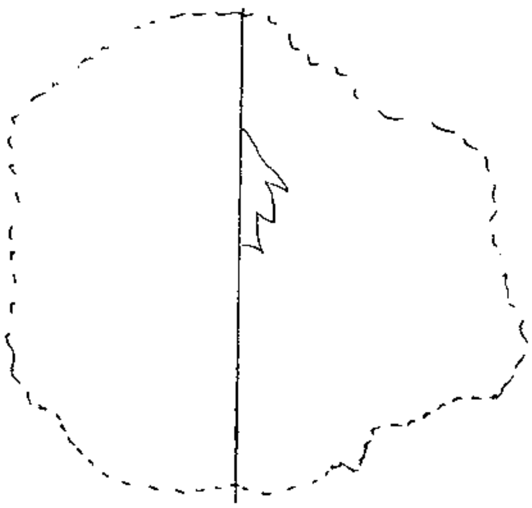
° La distance entre le secteur donné et la fenêtre

Cette variable est décisive car s'ils sont connexes le problème se transforme en celui d'agrandir un pavage, et le moyen de contrôle est la découverte d'un algorithme. C'est pourquoi nous avons parlé de la "fenêtre", région du plan non connexe au modèle.

° La disposition de pavés donnés et l'emplacement de la fenêtre

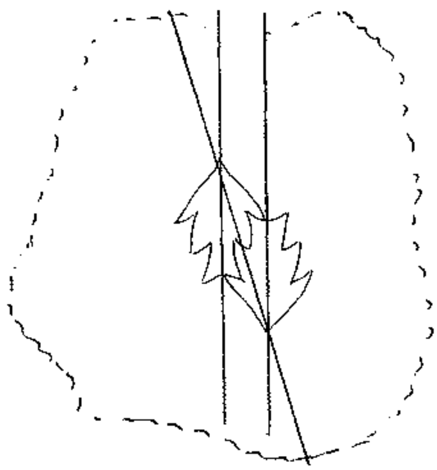
Ces variables ont du sens si l'on conçoit le problème pour des élèves qui ne peuvent pas avoir recours aux groupes de transformations. Pour un sujet qui connaît le groupe représenté, il suffit d'avoir la région fondamentale et les générateurs pour "gagner" n'importe quelle région du plan. Dans ce cas, il s'agirait d'un problème de réinvestissement des savoirs déjà connus. Nous voulons définir les conditions pour construire à partir de ce problème un milieu a-didactique qui fasse fonctionner un système de droites parallèles.
Or, si la fenêtre ne doit pas être à côté du modèle, où faut-il la placer? La réponse à cette question est liée au nombre et à la disposition des pavés donnés car les droites joignant les points notables changent selon la disposition des sapins donnés.
Ainsi, dans le cas des sapins, la région fondamentale est le "demi-sapin", déterminée par l'axe de symétrie de la figure, ou bien une région équivalente. Si les élèves n'ont pas le droit d'élargir les données pour y trouver des régularités la direction déterminée dans ce cas est l'axe de symétrie de la figure. La régularité des pointes sur l'axe peut être mesurée directement sur le dessin, mais si l'axe n'est pas contenu dans la fenêtre, le problème devient compliqué. La situation, au niveau de droites "notables" ne change pas trop si les données

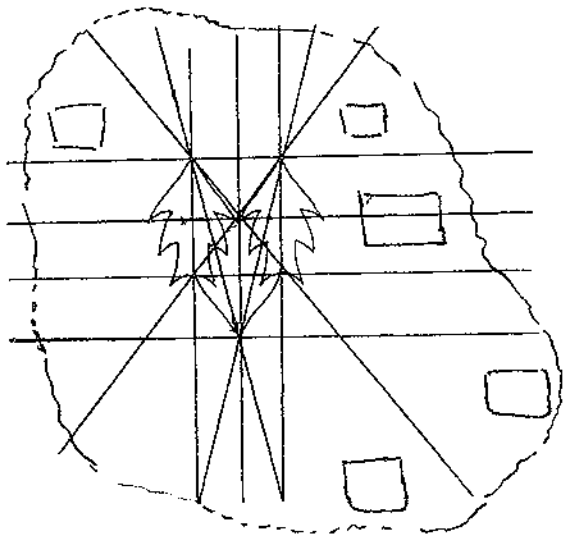
ne sont qu'un sapin entier. Trouver d'autres droites dans ces conditions exigerait une analyse du modèle qui est à leur disposition, analyse qui ne nous parait pas envisageable pour les élèves de Cours Moyen.



Si l'on prend au moins deux sapins avec des points en commun, il y aura d'autres droites possibles qui relient les points correspondants -sauf si l'on prend deux sapins sur le même axe- et donc d'autres intervalles de périodicité. La fenêtre pourra se trouver soit "en face" du modèle par rapport à ces directions, soit dans un "trou".

Voici d'autres exemples à taille réduite: les droites représentent les directions privilégiées, les rectangles sont les fenêtres différemment placées.





Nous avons décidé de découper de façon irrégulière les bords de la feuille -représentés ici par le pointillé- pour éviter que les élèves ne contrôlent les directions privilégiées - horizontale et verticale- au jugé en prenant comme référence la feuille A4.

- Règles, états permis. L'enjeu de l'enseignant, l'enjeu prévu pour l'élève

Les élèves pourront faire tout ce qu'ils veulent: découper une région, calquer une figure du modèle et la décalquer sur la feuille, tracer des droites sur le modèle ou sur la feuille, mesurer, etc, sauf décalquer d'après le modèle "un chemin" qui rejoint les données à la fenêtre par la copie soit des sapins soit des points de référence. On peut faire tous les essais que l'on croit nécessaires, mais le jeu est fini au moment de la vérification.

L'enjeu de l'enseignant, vis à vis de l'apprentissage, est que les élèves produisent une méthode pour contrôler le plan et qu'ils puissent la justifier par un moyen intellectuel. Evidemment, l'enseignant essayera de maintenir le jeu de l'élève grâce à des interventions didactiques qui auront toutefois pour finalité de relancer la situation a-didactique d'après son propre enjeu.

L'enjeu pour l'élève est de trouver, au bon emplacement, les sapins qu'il faut poser dans la fenêtre.

- Etat final, état gagnant

Il faudra avoir, au moins un sapin dans la fenêtre. En plus, s'il est dans le bon emplacement, on aura gagné. La réponse juste est très difficile à obtenir et il ne suffit pas de définir les marges d'erreur acceptables. En tout cas, sera gagnant celui qui pourra justifier sa stratégie par un moyen intellectuel accepté par l'ensemble de la classe. La contingence ne sera pas admise comme preuve

3.1.2. L'acteur objectif

Vis à vis du problème, quelles sont les informations que l'élève peut en tirer? Quels sont leurs choix? Nous allons analyser la position d'un élève de Cours Moyen placé en tant que S5 dans un rapport non didactique à un milieu organisé autour du problème des carreleurs.

- Les différents enjeux

La recherche d'une méthode qui donne la solution au problème n'est pas triviale, c'est pourquoi il est possible que la dévolution de la situation a-didactique n'ait pas comme contenu l'enjeu de l'apprentissage. Ainsi, parmi les enjeux de l'élève, il est possible de trouver la construction d'un autre pavage, la reproduction d'un sapin, la détermination des mesures de la hauteur et des différentes branches d'un sapin.

Il faut préciser que pour aborder ce problème, l'élève doit comprendre qu'il ne s'agit pas de dessiner le motif répété dans n'importe quelle position mais qu'il faut le dessiner de manière à pouvoir continuer le pavage et arriver aux données sans trous ni superpositions de figures. Pour des élèves très jeunes, cette activité est hors de portée: s'il y a des sapins partout, bien sûr, dans la fenêtre, il y aura des sapins. Et d'ailleurs, peut être la stratégie de base serait-elle de mettre le premier pavé dans un emplacement quelconque de la fenêtre, et après, de "réajuster" au fur et à mesure de la construction du pavage. Ceci conduirait à une procédure par essai-erreur, qui écraserait la mise en oeuvre de l'anticipation et des problèmes qu'elle entraîne. On voit bien que cette activité présente, de ce point de vue, beaucoup de limites[17].

- La stratégie de base

L'étude de la feuille modèle permettra aux élèves de choisir un motif que se répète selon un certain algorithme. Nous supposons que la première solution sera de découper la figure et de la reporter à partir des données vers la fenêtre. Il s'agit de la découverte et de l'application d'un algorithme lié à la figure unité. Ce procédé annulerait aussi l'anticipation, c'est pourquoi l'enseignant le dévalorise dans la consigne et l'interdit par une intervention opportune auprès de chaque groupe.

En plus, cette procédure donnée par la stratégie de base est naturellement correcte, mais ses limitations sont très fortes dues aux erreurs qui s'amplifient dans chaque report. Si l'enseignant encourageait les élèves à suivre cette stratégie, leur évolution possible serait le choix d'un dessin plus grand pour mieux contrôler les erreurs de juxtaposition. Dans ce cas les limites ne sont pas vraiment franchies: une augmentation de l'écart entre les données et la fenêtre ramènerait les élèves à l'état antérieur. L'enseignant ne pousse pas les élèves dans

[17] Cf. Annexe I, les réponses données par NN et MIS.

cette direction, il essaie de mettre en place un moyen de contrôle intellectuel qui permette de conserver les longueurs et les directions.
Notre hypothèse est que la réussite de cette activité est liée à la détermination par mesure directe des intervalles de périodicité et à l'emplacement de la fenêtre "en face" des sapins donnés selon les directions horizontale ou verticale. Pour éviter des effets parasites dus aux bords perpendiculaires de la feuille A4, nous allons découper les bords d'une manière irrégulière.

- La stratégie optimale

Pour arriver à la fenêtre en évitant des erreurs grossières, il faudra construire un réseau de droites parallèles pour reporter les distances et pour contrôler les directions. Imaginer ce réseau n'est pas suffisant. Un rapport effectif à ce milieu exige une certaine précision dans la conservation des directions et des distances, en conséquence il sera nécessaire mettre en fonctionnement une technique pour construire des droites parallèles qui passent par un point déterminé.

La mise en place de cette situation se réalise à travers la ***consigne*** suivante[18], elle constitue donc la réformulation du problème auprès des élèves:
"On veut couvrir une rue piétonnière avec ce pavage. Il y a beaucoup de carreleurs qui peuvent faire le travail et ils s'organisent de façon à travailler en même temps et ne pas se déranger. Ils commencent le pavage en différents endroits et étendent chacun la région pavée: au moment où ces pavages se rencontrent, il faudra que les bords coïncident.
Voilà le problème: quelqu'un a déjà commencé le pavage et il a mis trois sapins, maintenant il y a un carreleur qui doit continuer le travail en pavant la "fenêtre". Comment doit-il placer le pavé? Est-ce qu'il peut poser le premier n'importe où?
Maintenant je donne à chaque équipe le problème d'un carreleur (A, B, C ou D) et vous essaierez de trouver l'endroit exact où il faut mettre le premier sapin. Vous savez que s'il le place n'importe comment, ça ne va pas marcher; alors ce que vous avez à faire c'est d'apprendre, de découvrir comment faire pour placer le pavé.
Vous avez déjà dit qu'on peut reporter le pavé pour continuer le dessin, mais ici ce que vous devez découvrir est une méthode pour arriver à n'importe quel endroit de la voie

---
[18] Cf. Fiche didactique. Annexe I.

piétonnière. Vous avez le droit de chercher tous les indices pour résoudre le problème Vous avez le pavage et des instruments: des règles, des équerres, du papier calque; vous pouvez faire plusieurs essais. Quand vous avez l'impression d'avoir bien fait, vous vérifierez, par exemple, par transparence. Après chaque équipe expliquera la méthode qu'elle vient de trouver."

Note: Donner aux élèves la possibilité de faire "un chemin" reliant les données à la fenêtre peut leur permettre de mieux comprendre le problème, c'est pourquoi il n'est pas interdit dans la consigne générale. Cependant, l'enseignant décourage les élèves de travailler de cette manière, en venant le dire à chaque équipe.

4. Quelques résultats

Pour la réalisation de ce projet didactique avec des élèves du Cours Moyen 2ème année, il a fallu avoir recours à deux séances consécutives[19]. Pendant la première, après une demi heure de recherche par groupes, l'enseignant a entamé une phase collective afin d'expliciter quelques méthodes. Pour fermer l'activité il fallait, répertorier les difficultés rencontrées et ensuite donner une nouvelle opportunité aux élèves.

Dans la phase didactique initiale, l'enseignant a dû répéter la consigne -tout en se gardant d'ajouter des informations ou des explications supplémentaires- parce que les élèves ne pouvaient pas comprendre le problème. Voici les deux versions de la formulation[20].

Première version:

M.: On a commencé à paver dans un coin de la place...
L'enseignant signale avec le doigt le début du pavage
Et puis les ouvriers veulent commencer eux, un autre groupe, ici...
Il signale la "fenêtre".
Donc je vais vous demander aujourd'hui d'être capable de trouver
comment, par quel moyen on peut prévoir comment on va placer
les pavés dans cette fenêtre là.
(...)
M.: Si tu les dessines ici, pour aller jusqu'à là, tu crois que c'est ça que tu vas faire?
FEC: Non, on peut le faire sur le plan.
M.: Ce qu'on veut savoir est s'il y a un moyen de prévoir sans devoir
mettre tous les pavés un par un pour arriver jusque là. Est-ce qu'on est
capable de trouver des moyens pour prévoir comment on va placer les
pavés là sans devoir tous les mettre avant? Est-ce que je peux...?
E.: Je n'ai pas compris.
M.: Tu n'as pas compris. Bon je vais essayer d'expliquer plus clairement.

[19] La deuxième séance n'a pas été enregistrée. Dans l'Annexe I il y a la transcription de la première séance et le compte rendu de la deuxième.

[20] Cf. Annexe I, transcription de la première séance.

Deuxième version:

M.: Vous allez recevoir ça...
Il montre la feuille "problème".
M.: Je vais vous demander d'essayer de trouver la méthode qui permet de prévoir comment on va placer les pavés dans cette fenêtre là pour que ensuite quand on se rejoint, ça tombe bien, ça puisse s'emboîter.
Es.: (...)
M.: Pour cela tu fais tout ce que tu veux, tu auras tous les instruments que tu veux.
(...)

La dévolution de la situation a-didactique ne s'est pas opérée dans toute la classe. Quelques élèves se sont engagés avec l'emplacement, à tout prix, d'un sapin dans la fenêtre. (Cf. les résultats de NN et MIS) D'autres ont découvert leurs erreurs lors de la mise en commun des méthodes: ils avaient raté leur action au moment d'être un *sujet agissant* mais ils en profitent pour réfléchir sur le problème (dans une position S3) à partir de l'action de leurs camarades.

FEC supporte mal de ne pas avoir réussi d'emblée l'action, il reconnaît publiquement son échec et il montre sa compréhension du problème par une participation très active. Parfois il a des attitudes négatives auprès de ses camarades.

(...) FEC: Tu n'est pas obligé de prendre la moitié et ça aurait marché.
(...) M.: Mais, ils s'emboîtent comment?
FEC: Tes sapins, ils ne vont pas s'emboîter là.
(...) FEC: Et puis, pour le faire, ça le prendra un bon temps... Moi je croyais qu'il fallait reproduire des sapins là.
M.: On avait dit... qu'est-ce que nous intéresse? La méthode... pour prévoir...
[2107] VES: Nous sommes allé plus vite.
M.: Allez! Vous êtes allé plus vite.
VES: On n'a pas encore terminé.
FEC: Ah! Alors ce n'est pas la meilleure méthode.

Lors de la réalisation[21], nous avons pu dégager les résultats par rapport à la connaissance visée et ceux qui nous permettent d'avancer dans l'étude du rôle de l'enseignant.

[21] Cf. Annexe I.

4.1. Résultats relatifs aux connaissances des élèves

- La détermination d'une droite

Nous avons déjà présenté ce résultat comme un défaut de l'adaptation dû à l'ostension. (Cf. chapitre 2, § 11)

Utiliser la règle pour tracer des droites -activité présente dans les I.O. depuis le C.P.- ne donne pas d'information à propos de la détermination d'une droite dans le plan, fait mis en évidence lorsque on établit un rapport effectif avec l'espace de la feuille. Comment déterminer une droite? Combien de droites passent par un point donné?

Ces questions sont soulevées par le problème mais le milieu n'a pas de conditions qui permettent de le résoudre. Les élèves qui ont compris le problème trouvent des indices dans la confrontation avec le résultat, cependant il ne les informe pas sur l'origine de leur échec.

Au début de la recherche, quelques élèves n'envisagent même pas la nécessité de garder une direction: ils pensent qu'il suffit de trouver un point à l'intérieur de la fenêtre correspondant à un point notable du sapin donné. Voici l'évolution observé dans le groupe de NAL, MAT et BOH:

NAL: Ca c'était la pointe, donc on va mettre un autre comme ça.
Il déplace le papier calque plusieurs fois, et ils arrivent à obtenir un point, la pointe d'un sapin, dans la "fenêtre".
NAL: C'est la pointe là.
MAT: Mais ce n'est pas droit...

Malgré l'observation de MAT, NAL continue avec sa procédure. Finalement ils arrivent à placer quelques sapins dans la fenêtre mais leurs axes ne sont pas parallèles à ceux des sapins donnés.

Ce n'est qu'avec l'intervention de l'enseignant qu'il s'aperçoivent de l'origine de leur échec:

[1190] (...) M.: Alors, vous pensez que si je continue le pavage ils vont bien s'emboîter.
MAT: Attends! On n'a pas fini.
Ils n'ont pas rempli complètement la fenêtre.
M.: Mais déjà on peut vérifier...
L'enseignant lève la feuille problème et regarde.
M.: Moi, déjà même sans vérifier, regardez un peu!
MAT: Ça fait un peu mmu...
Avec la main il montre une direction penchée par rapport aux données.

Ils envisagent leur erreur, cependant ils ne trouvent pas le moyen de contrôler la cause. Grâce à l'intervention de l'enseignant, sur la fin de la phase de recherche ils arrivent à maîtriser la direction:

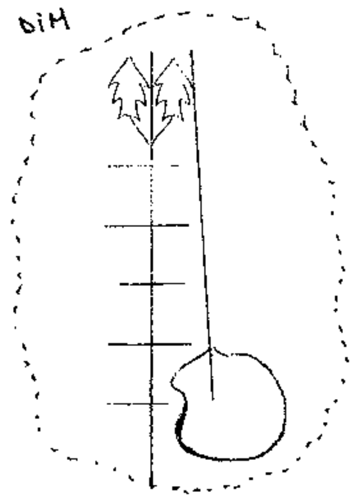
(...) MAT essaie de replacer la règle sur le pavage.
M.: Tu as déjà une idée.
MAT ne répond pas. NAL dit quelque chose.
M.: Et tu ne peux pas déjà prévoir comment ils sont tes petits sapins?
M.: (...) Vous m'avez dit qu'ils sont comme ça là...
Il fait un geste avec la main pour montrer des directions différentes.
M.: Et comment voudriez-vous qu'ils soient?
[1280] Es : Droits!
M.: Mais vous n'avez pas des moyens pour le faire bien droit?.
M.: (...)
MAT: On peut tirer des traits verticaux comme ça et après...
Il signale sur le modèle.
M.: Est-ce que ça vous aiderait.
MAT: Oui.
M.: Et bien, essayez! Allez-y!
Ils prennent la feuille du pavage, NAL mesure quelque chose.
NAL: Cinq! Ca fait cinq!
M.: De quel trait tu avais parlé?
MAT: Vertical...
M.: Faites-le! J'aimerais que tu montres ton idée jusqu'au bout.
NAL passe le pavage à MAT, il prend la règle et il trace une droite verticale mais sans prendre en compte les points notables des sapins.
NAL: (...) ce trait n'est pas droit.
M.: Est-ce qu'avec ce que tu as tu n'as pas des indices pour qu'il soit droit?
BOH: On le met sur la pointe là.
Il montre la pointe d'un des sapins donnés.
M.: Alors, si tu passe ici sur la pointe, tu peux regarder comment ça se fait sur ta feuille.
L'enseignant a montré sur le pavage.
BOH place sa règle et trace l'axe de symétrie d'un sapin..
MAT: Tous les sapins sont là, tous les sapins sont en haut.
[1340] M.: Ah! Est-ce que toutes les pointes sont sur la même ligne?
MAT: Oui.

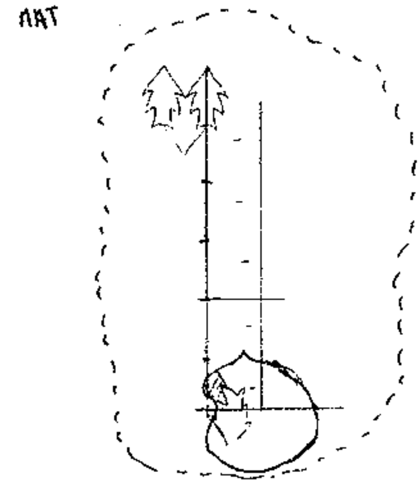
Une autre manifestation du même problème est montrée par le travail de LOV: elle a décidé de prendre un point "notable" d'un sapin et de tracer une droite vers la fenêtre. Les conditions de l'observation ne nous donnent pas de renseignements sur l'origine de cette réponse ni, le cas échéant, de sa possible évolution.

- Comment contrôler une direction?

Déterminer une droite ce n'est qu'un premier problème, ensuite il faut tracer les droites parallèles qui passent par des points déterminés. Ces points sont ceux qui correspondent à la période de régularité choisie. Si la fenêtre n'est pas "en face" des données, il faut prendre la regularité sur deux directions indépendantes.

Voici deux réponses pour une même disposition de la fenêtre:





L'équipe de DIM montre qu'elle a ignoré partiellement la structure du pavage: elle conserve une longueur -celle de la hauteur d'un sapin- mais pour la reporter elle ne prend pas la bonne origine. Le deuxième axe de symétrie tracé est bien celui des sapins avec la même disposition -ce qui donne bien la régularité dans une autre direction- mais elle cherche la fenêtre plutôt que de garder le parallélisme.

MAT a choisi un axe de symétrie plus adéquat au problème: en reportant un demi-sapin sur cet axe, il arrive à placer une partie de la région fondamentale à l'intérieur de la fenêtre. (C'est moi qui ai hachuré cette région). Les autres droites ne sont pas fonctionnelles, elles semblent répondre à une exigence du contrat didactique.

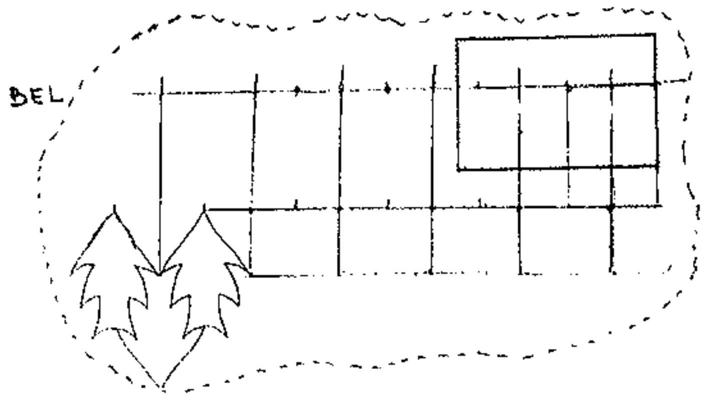
La feuille de NGU montre qu'il a pu déterminer deux bonnes directions -celle de l'axe de symétrie et celle déterminée par les pointes de deux sapins consécutifs- mais pas les périodes de régularité. L'écartement entre les droites horizontales correspond bien à la hauteur d'un sapin, mais celui des droites verticales semble être déterminé au hasard. Donc le plan réticulaire ne permet pas de placer les sapins au bon endroit.

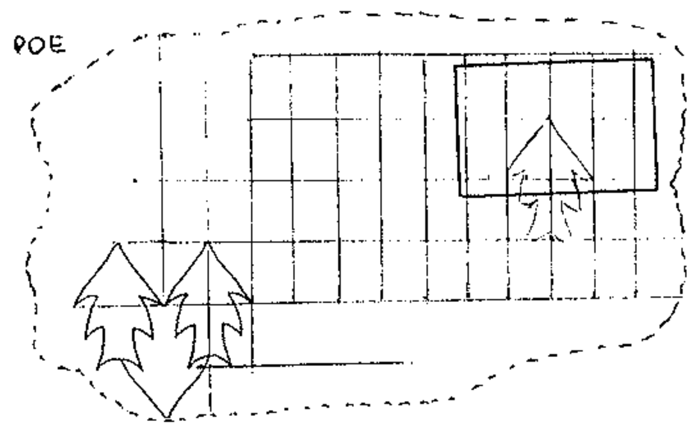
C'est pourquoi, nous avons distingué la conservation des directions de la découverte des périodes de régularité. Si la fenêtre est "en face" des sapins donnés, évidemment cette première est beaucoup plus facile parce que ce contrôle est naturellement donné par des points correspondants[22].

- *Les intervalles de périodicité*

L'exemple que nous venons d'analyser sur le travail de NGU est assez significatif. Sur la réponse de l'équipe de DIM (Cf. Fig. ci-dessus) nous avons rencontré, à ce propos, une variante du même problème qui semble plus élémentaire: celui de l'extrémité de l'intervalle. Il faut garder la hauteur d'un sapin, mais à partir de quel point faut-il la reporter?

Les décisions liées à ce problème de la périodicité font appel à la découverte et à l'application d'un algorithme: à ce point il y a une pointe, est-elle vers le haut ou vers le bas?





BEL sur sa feuille ne donne pas de réponse à cette question cependant au moment d'exposer sa méthode au tableau, il trouve un sapin bien placé. Tous les deux, POE et BEL, font

[22] Cf. Annexe 1, les travaux de CEF et DUJ.

partie de la même équipe et ils utilisent la même méthode mais ils expliquent leurs différences[23] :

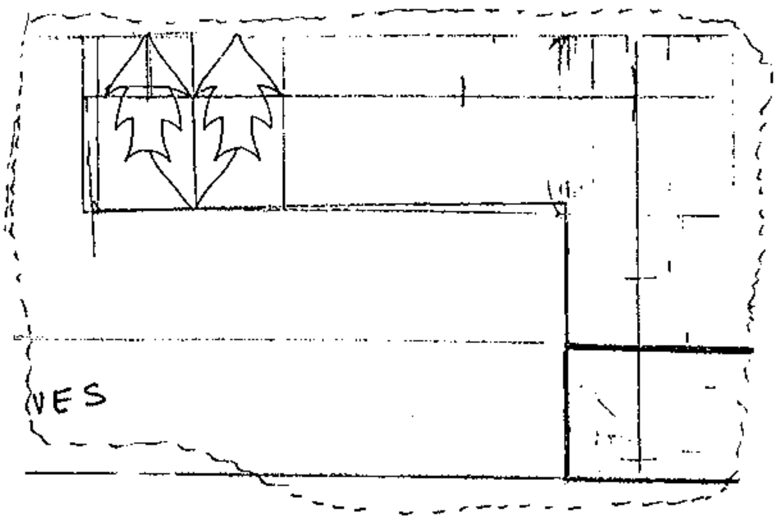
BEL vient au tableau, l'enseignant prend la feuille de POE -une fille du même groupe- et l'affiche.
M.: Regardez ce qu'elle a fait! Alexandre a fait la même chose?
BEL: Pas tout à fait.
M.: Est-ce que vous vous-êtes servis de la même chose?
POE: Il a fait des carrefours.
M.: Alors, expliquez-nous comment tu as fait!
(...) M.: Alors Emilie, elle a fait pareil mais elle a mis...
POE: J'ai pris des morceaux plus petits.
POE: Ça c'est la ligne des pointes, là c'est la ligne des premières branches...
M.: Et puis, ça sera la ligne de quoi?
POE: Du bas.
M.: Alors elle a fait plus de repères...

- La détermination du motif répété

Comme il était prévu dans la fiche didactique (Phase 1: reconnaissance d'une unité), dans une phase collective l'enseignant guide l'analyse du pavage pour déterminer la figure élémentaire: le pavé est un sapin.

Malgré cette reconnaissance publique, quelques élèves ont pris comme motif répété une autre figure: c'est le cas de MAT qui a pris un demi-sapin, et de VES qui a pris comme pavé les trois sapins donnés. Cette décision le fait apparaître -d'après l'avis de quelques uns de ses camarades- comme un tricheur.

VES, à partir de cette unité multiple, obtient un repère plus "économique". Cependant sa méthode est perturbée par la forme de la fenêtre. Voici une reproduction de son travail:



[23] Cf. Annexe I, transcription de la première séance.

Il donne des explications sur son choix:

VES: D'abord on a trouvé la largeur de deux sapins emboîtés... côte à côte...
M.: Lui, il a pris les deux sapins collés.
VES: Et la hauteur de trois sapins emboîtés...
M.: Non, juste celui qui a la tête en bas...
VES. Non, de trois.
M.. Ah! Donc tu as pris, au lieu de prendre un seul sapin... tu as pris les trois en même temps.
NAL: Comme ça il va prendre les trois en même temps.
M.: C'est pour ça que tu dis: "C'est mieux, ça va plus vite".
Elle parle à VES, il hoche la tête en signe d'affirmation.
E.: Je crois qu'il va se tromper... Il faut prendre un sapin.
M.: Pourquoi? Mais quand tu prendras un sapin, tu ne peux pas décaler aussi et te tromper?
E.: Et encore plus..
M.: Et tu penses qu'encore plus... Bon...

- *La fenêtre en tant que distracteur*

La forme rectangulaire de la fenêtre dans la plupart des feuilles-problèmes a créé des effets parasites qui ont perturbé la découverte ou la réalisation des différentes méthodes.

Dans le cas de VES, c'est la réalisation de sa méthode qui est gênée par le prolongement des côtés horizontaux de la fenêtre. Au moment de rendre publique sa méthode, il est encore embarrassé par ce fait; voici un extrait de son exposé:

M.. Cette ligne-là, c'est la ligne de quoi?
VES: J'ai prolongé la ligne de la fenêtre, et puis j'ai fait une ligne en haut sur les pointes et puis j'ai fait une autre mais il fallait qu'elle soit à la longueur...
Il montre un écartement horizontal.
M.: Il fallait la même largeur. Donc, ici, est-ce que c'est la même largeur que ça, ce groupe là?
VES: Oui, après je suis descendu là
Il montre vers la fenêtre.
Comme ça je peux prévoir
M.: Tu peux prévoir, mais ça veut dire que dans ce bout-là tu mets ton bloc de trois.
VES: Oui.
M.: Et ici, avant la fenêtre.
VES. Je descend vers la fenêtre.
M.: Mais ici, dans ce carré là?
M.: (...) il y a un bloc de trois.
Es.: C'est plus petit celui-là.
M.: Est-ce que c'est normal qu'il soit plus petit?
Es.: Oui, parce que c'est pour voir.
VES. (...) parce que si tu dépasses là, il faut descendre avec...
M.: Il a juste voulu faire la ligne de descente, c'est ça! Il dit: ça je le fais parce que je vais aller par là...

Un autre élève, BOM, prolonge un des côtés de la fenêtre, mais ensuite il semble pouvoir se rattraper à la bonne distance[24].

L'équipe de GUA montre une construction[25] où, bien qu'ils aient pris approximativement l'axe de symétrie d'un sapin, les parallèles à cette droite se détournent vers le côté de la fenêtre. Parmi les tracés, ils ont reproduit la fenêtre sur les données de façon à y avoir un sapin complet. Cette stratégie de ramener la fenêtre sur les données, est la même qu'avait envisagée et réalisée l'équipe de NAL[26].

D'ailleurs, relativement à la fenêtre -mais indépendamment de sa forme- quelques enfants ont du mal à imaginer que dans la région de la fenêtre on puisse trouver des morceaux de sapins. C'est parce qu'un carreleur doit commencer par là qu'il faut absolument placer un sapin entier? Une équipe a eu besoin de poser la question à l'enseignant:

BOH: Est-ce qu'on a le droit d'avoir des bouts là?
MAT: De bouts de quoi?
BOH: Des bouts de pierre.
MAT: Ah, non!
NAL: (...) Est-ce qu'on a le droit de le couper pour le décalquer après ici...
M.: (...)
NAL: Et pouvons-nous avoir des bouts, ici?
NAL signale la "fenêtre".
M.: Regardez! Forcement il doit y avoir des bouts...

- Le poids de la stratégie de base

Nous avons supposé que la première solution serait de reporter la figure à partir des données vers la fenêtre. Bien que ce procédé n'ait pas été interdit publiquement, l'enseignant n'encourageait pas les élèves sur cette voie.

Dans la consigne de départ, l'enseignant essaie de favoriser la mise en place d'une méthode qui permette d'anticiper la position des sapins dans la fenêtre. (Cf. ci-dessus, première et deuxième version de la formulation du problème) Pendant la réalisation de la séance, il suggère la recherche des "indices" qui permettent la découverte de la structure du pavage. Cependant, il y a des élèves qui semblent ne pas pouvoir se détacher de la stratégie de base.

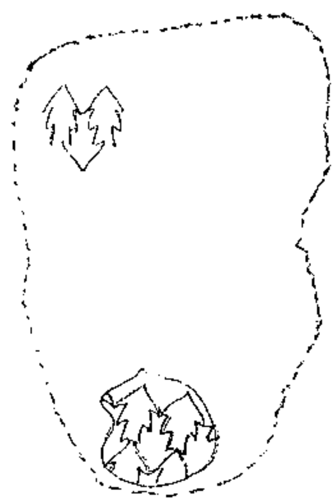
---

[24] Cf. Annexe I, résultats des élèves.
[25] Ibidem.
[26] Ibidem.

C'est le cas de NAL, qui pendant une bonne partie de la première séance reste attaché à cette stratégie.

NAL: Et on décalque.
On peut le dessiner et le mettre au dessous, là...
Il fait un geste avec la main pour indiquer une sorte de chemin qui pourrait relier le début du pavage avec la fenêtre.
BOH: Oui, et la méthode, la méthode...
NAL. Et beh! On va les dessiner jusqu'à là, voilà!
Il répète le même geste avec la main.
MAT. On ne peut pas faire ça..

Face à l'opposition de ses partenaires, il déplace la fenêtre sur les données: il calque sur une reproduction de la fenêtre les sapins donnés, et ensuite il les décalque sur la fenêtre. Avec cette stratégie il obtient la réponse suivante:



NAL ne semble pas concevoir une autre manière d'aborder le problème. Il joue un rôle décisif dans son groupe, et même si MAT depuis le début de la leçon a des idées sur des droites qui contiennent les axes de symétries des sapins donnés, il n'arrive pas à s'imposer. C'est l'intervention opportune de l'enseignant qui permet le développement d'une stratégie gagnante[27].

L'équipe de GUA a aussi déplacé la fenêtre jusqu'aux sapins donnés pour y mettre un motif entier. Sur les droites approximativement parallèles aux axes de symétrie -elles semblent détournées par les côtés verticaux de la fenêtre- il y a des traces d'un repérage qui répond

[27] Cf. Annexe I, transcription de la première séance autour du repère [1360].

grossièrement à la hauteur d'un sapin. Cependant il n'y a pas d'indices sur la fonctionnalité de ces constructions.

Un autre élève, LOE, tout en s'appuyant sur des droites adéquates approximativement tracées, a besoin quand même de faire un chemin entre les données et la fenêtre[28]. Son parcours n'est pas le plus court, et dans la procédure il y a un moyen de contrôle intellectuel, c'est pourquoi nous pensons que la stratégie de base sert de vérification de sa méthode.

- Les "savoirs" et les "savoir-faire"

Cette distinction est très souvent utilisé pour distinguer les interactions de l'élève avec différents objets de l'enseignement. Elle semble être très généralisée et, à notre avis, elle est une manifestation de plus de l'inadaptation d'un discours pédagogique universel plaqué sur le domaine de la didactique.

A l'aide de la théorie des situations, et dans le contexte du problème qui nous occupe, nous pouvons poser quelques questions.

Les usagers de cette classification doivent considérer que l'utilisation de la règle pour tracer des droites, pour les élèves du Cours Moyen est un "savoir-faire". Qu'est-ce qu'entraîne "l'utilisation de la règle"? S'agit-il de suivre, à l'aide d'un crayon, les bords d'une règle? La détermination d'une droite, est-elle aussi un "savoir-faire" compris dans "l'utilisation de la règle"? Dans quelles conditions peut-on attribuer ce qualificatif aux connaissances nécessaires pour déterminer une droite ou pour contrôler une direction?

Quand un élève dans la position S4 de *sujet agissant* doit prendre une décision tendant à contrôler son milieu, quelles sont les variables qui déterminent la nature de l'interaction en tant que savoir ou savoir-faire? Et pour chaque variable, quelles sont les valeurs qui permettent cette distinction?

[28] Cf. Annexe I. Résultats des élèves.

4.2. Résultats relatifs à l'enjeu de l'enseignant[29]

A plusieurs reprises, Brousseau[30] a distingué, dans le travail de l'enseignant, l'équilibre qu'il doit établir entre le savoir et le projet d'enseigner. Dans le paradoxe de la dévolution des situations il déclare:

> "L'enseignant doit obtenir que l'élève résolve les problèmes qu'il lui propose afin de constater et de pouvoir faire constater qu'il a accompli sa propre tâche.
> Mais si l'élève produit sa réponse sans avoir eu à faire lui-même les choix qui caractérisent le savoir convenable et qui différencient ce savoir de connaissances insuffisantes, l'indice devient trompeur. Ceci se produit en particulier dans le cas où le professeur a été conduit à dire à l'élève *comment* résoudre le problème posé ou quelle réponse donner."

La première phrase de cette citation décrit ce que nous appelons *l'enjeu de l'enseignant vis à vis de l'enseignement*. La suite explique *l'enjeu de l'enseignant vis à vis de l'apprentissage* de l'élève.
Pour étudier ces jeux du maître, nous allons décortiquer la réalisation de la séance sur les droites parallèles avec l'intention d'examiner les décisions prises par l'enseignant pendant les phases collectives.

- *L'enjeu vis à vis de l'apprentissage*

D'après le paradoxe de la dévolution des situations, l'enseignant ne peut pas dire quelles sont les connaissances visées, en l'occurrence: la conservation de distances et le contrôle des directions à travers un réseau de droites parallèles.

Dans l'analyse des résultats relatifs aux connaissances des élèves nous avons montré quelques interventions du maître, soit dans les équipes, soit dans les phases collectives. Pour illustrer les différents enjeux, nous prendrons seulement des extraits des phases collectives[31] : la phase didactique initiale et celle de présentation des différentes méthodes[32].

---

[29] Analyse en collaboration avec Denise Greslard.
[30] Brousseau, 1986 a, p. 66.
[31] Les interventions de l'enseignant auprès de chaque groupe sont très importantes, mais les conditions dans lesquelles nous avons réalisé l'observation ne nous permettent pas d'avoir cette information.
[32] Cf. Annexe I, approximativement du [0] à [485], et du [1530] à la fin de la transcription.

Pour chaque méthode, l'enseignant relève le fonctionnement particulier des connaissances visées et il essaie de guider l'interprétation des résultats partiels en fonction du problème posé.

• A propos de la détermination d'une droite et des intervalles de régularité

Ce sont les premiers points sur lesquels l'enseignant pose des questions:

(...) NAL: Nous avons fait un trait.
M.: Vous avez fait un trait, et il était n'importe comment?
Es.: Non!
NAL: Non.
Es.: Non, nous avons fait pareil...
M.: Vous avez fait pareil. Vous avez fait des traits, oui?
Es.: Oui... Non...
M.: Qui est-ce qui a fait des traits? Ah! Alors ce trait, comment vous l'avez fait?
NAL: On a pris la moitié là, et on a tiré un trait en bas...
Il signale l'axe de symétrie d'un sapin.

L'enseignant reprend le vocabulaire de l'élève, "trait", et réclame la réflexion de la classe sur ce choix. Tout de suite, il entame une intervention qui joue sur la recherche d'une régularité (lignes de sapins) autant que sur la réussite de la tâche par les élèves (lecture du pavage modèle pour trouver les indices de son structure).

M.: Pourquoi vous avez fait un trait comme ça? D'où est-ce que vous avez vu qu'il fallait un trait? Vous avez trouvez un indice quelque part?
NAL: Parce que là, on a pris la moitié...
M.: Comment tu savais qu'il fallait descendre comme ça?
(...) M.: Je me suis mal exprimée. Comment tu as vu qu'il fallait faire un trait et qu'il pouvait servir?
NAL: (...)
M.: Qu'est-ce qu'il avait là sur ce trait...
NAL: (...)
M.: Qu'est-ce qu'il y a sur ce trait là? Qu'est-ce qu'on peut imaginer?
Es.: Une file de sapins.
M.: Une file de sapins...
MAT: Parce qu'ils étaient tous en ligne.
M.: Où est-ce que tu avais vu qu'ils étaient tous en ligne?
MAT: Là...

• A propos du contrôle d'une direction

L'enseignant montre à tout la classe, même si le discours de l'élève ne le réclamait pas, un essai préalable du groupe de NAL pour illustrer les problèmes dus aux contrôle d'une direction.

L'enseignant prend la feuille de l'équipe de NAL avec le premier essai et la montre à la classe.
M.: Regardez!
E.: Et... Ont-ils réussi?
M.: Ça, croyez-vous que c'était réussie?
Es.: Non.
M.: Comment on sait que ce n'était pas réussi?
Es.: (...) c'est décalé...
M.: Voilà...
Il montre avec la règle l'axe de symétrie des sapins qui sont dans la fenêtre.
M.: Ils ont vu, alors d'un coup ils ont recommencé et ils ont fait ce trait exactement. Alors, vas-y! Continuez!

- A propos du contrôle des distances et de la détermination du motif répété

Tout de suite, il soulève ces variables et il les reprend après avec la méthode exposée par BEL.

[1745] (...) M.: Je vois que sur ce trait vous avez mis de petits bouts...
Es.: Ce sont les marques où ils finissent... Ce sont les pointes des sapins...
M.: Vous aussi vous avez utilisé ça.
E.: Non.
M.: De repère de pointes comme ça...
Es.: Oui... Non...
DUJ: On a fait des traits pour voir où étaient toutes les pointes...
M.: Comment vous avez su que c'était là.
BOH: Parce qu'il faut mesurer les sapins... On mesure un sapin et après on est sûr de la mesure.
M.: Ah! Lui dit: on peut le faire en mesurant le sapin, et vous? Vous allez le faire comment?
NAL: Nous avons décalqué la moitié d'un sapin...
Il montre avec le papier transparent les reports qu'ils ont fait.
M.: Ah! Eux ils ont décalqué la moitié d'un sapin... Et puis vous l'avez descendu, vous l'avez reporté.

La méthode de BEL (Cf. ci-dessus), et l'explication à propos des distances est la suivante:

M.: Ah! Donc, il y a une parallèle à celle-là. Et celle-ci, tu pourrais la prévoir avec quoi?
BEL: De là jusqu'à là, il y a la hauteur d'un sapin, et de là jusqu'à là la largeur d'un sapin.
Entre (b) et (c) la hauteur d'un sapin, entre les droites verticales c'est la largeur.
M.: Donc tu as prévu tous les endroits où il y avait... Je vois des petits points là, qu'est-ce qu'il y aurait? Est-ce que vous comprenez ce qu'il a fait.
Es.: Oui... Non...

Au fur et à mesure de la présentation des différentes méthodes, l'enseignant fait le point sur les connaissances visées. Cependant, l'analyse de la stratégie exposée par BEL reçoit un traitement que, à nos yeux, est un peu différent. Voici l'extrait correspondant:

M.: Il s'est dit: à tous ces endroits il y aura des...
E.: Il y aura la tête d'un sapin.
M.: La tête, oui... La pointe, le sommet d'un sapin. D'accord? Donc, déjà dans sa petite fenêtre il sait où il y aura des points. Est-ce que c'est important de savoir ça?
Es.: Oui!
M.: Bon, et puis après, ces lignes là...
Il revient sur la feuille problème et montre les traits verticaux.
BEL: J'ai mesuré la longueur du sapin, et puis après de ça à ça.
Il montre sur le modèle la largeur d'un sapin prise à la hauteur de la première branche, c'est à dire sur la droite (a) qu'il avait tracé.
M.: Ah! Vous avez entendu ce qu'il a dit là.
Es.: Non!
M.: Ça fait quoi tous les traits qu'il a fait là?
Il fait un geste avec les mains pour indiquer les droites verticales.
E.: La largeur d'un sapin.
E.: Un sapin...
M.: C'est quoi d'un sapin?
E.: La largeur.
M.: La largeur... Donc là il sait où va être le bout des branches... C'est important?
Es.: Oui!
M.: Donc, si l'on sait où est la pointe, si l'on sait où est le début des branches... Est-ce que maintenant on pourrait placer les sapins ici?
Es.: Oui!
M.: Est-ce que à votre avis il va pouvoir placer ses sapins correctement?
Es.: Oui!

Pourquoi, sur la fin de l'analyse, l'enseignant reste-t-il sur les trois points et il ne revient-il pas à une direction et un point? Ces notions avaient été l'objet de l'apprentissage pendant toute la phase collective, cependant le maître préfère fermer l'explication par la réussite de la tâche. Ces choix montrent le double jeu du maître et sa préoccupation pour maintenir l'équilibre dans ce qui constitue la tâche de l'enseignant.

- L'enjeu vis à vis de l'enseignement

Dans l'exemple que nous venons de présenter les décisions du maître l'entraînent à privilegier la réussite de la tâche assignée par la consigne.

Dans la relation didactique, il a aussi la responsabilité de contrôler que ce que l'élève a appris est bien conforme au rapport officiel au savoir. C'est pourquoi il profite de toutes les opportunités pour passer un discours adéquat à cette exigence.

Comme les connaissances visées portaient sur les droites et les droites parallèles, l'enseignant essaie de mettre au point un vocabulaire adéquat et de rendre explicite les méthodes de construction de parallèles à l'aide d'une droite perpendiculaire auxiliaire. Ainsi, il reprend "lignes" par "traits", et essaie de placer le mot "parallèles".

FEC: Ils ont besoin d'un écart.
M.: Ça nous rappelle quelque chose... l'écart, l'équerre... De quoi?
Es.: (...) Du compas... Des perpendiculaires... Des parallèles...
M.: Ah! Des parallèles, alors qu'est-ce qu'ils ont construit. Ça et ça, c'est quoi?
Sur la feuille "problème" affiché au tableau il signale les deux droites verticales
[1840] (...)
M.: Oui...ça c'est pour ces traits... Mais celle ci, est-ce que vous imaginez comment il l'a tracé? Miranda...
TEM: Il faut qu'elle soit droite.
M.: Et comment tu peux être sûre que ça soit ce que tu appelles "droite"?
FEC: Elles doivent être parallèles.
M.: Et qu'est-ce qu'on a souvent utilisé pour les faire?
E.: Une équerre.

En plus de communiquer le savoir, l'enseignant doit aussi créer et maintenir les conditions qui lui permettent d'établir une autre relation didactique autour de n'importe quel sujet. Ainsi, au début de la phase collective de présentation des méthodes, l'enseignant analyse le travail d'un élève -qui a pris la stratégie de base comme solution au problème- pour rappeler une des conditions données dans la consigne: le travail doit être partagé à l'intérieur du groupe. Ce rappel a son origine dans une rupture de contrat didactique, il n'a pas pour objet de "faire la morale" sur les activités partagées.

° L'emboîtement des motifs répétés

Si l'élève a trouvé un point et une direction à l'intérieur de la fenêtre correspondants à un pavé donné, le problème du point de vue de la connaissance visée est déjà mort. Pourquoi prendre du temps pour éclaircir les problèmes d'emboîtement? Parce que réussir l'apprentissage sans réussir la tâche assignée laisse un front ouvert qui pourrait affaiblir les relations didactiques à venir. C'est pourquoi l'enseignant entame l'explication d'une erreur dont personne n'avait pu préciser l'origine[33] :

Es.: (...)
M.: Moi, ça y est! J'ai vu ce qui clochait... Vous avez prévu ça, et ce n'est pas là, c'est là. Vous n'avez pas vu ici que le sapin... Regardez!
L'enseignant montre sur le pavage.
M.: Ils n'ont pas vu que les sapins qui avaient la tête en bas, ça son pied touche la première pointe. C'est le pied qui touche la première pointe. Est-ce que vous voyez leur erreur?
Es.: Ah! Ah!
M.: Je vais vous le dessiner au tableau: ils ont fait ça. Ils ont fait ici dans la fenêtre, ils ont leur premier sapin qu'ils avaient prévu là, avec cette ligne... mais celui qu'ils ont dessiné, il est ici... Ils ont dit: il va y en avoir un là, comme ça. Seulement je pense que vous n'avez pas bien regardé ici... Mais le pied de ce sapin, est-ce qu'il devrait être là.
L'enseignant dessine au tableau un sapin, tel que le montre la figure suivante:

Fig.4.

E.: Non.
M.: Comment peux-tu savoir s'il doit être là le pied de ce sapin?

° Le retour au problème posé et à la feuille modèle

En général les élèves ne prennent pas de décision à partir de l'analyse du pavage modèle, l'enseignant essaie donc, à plusieurs reprises, de l'introduire comme élément à examiner.

E.: Non.
M.: Comment peux-tu savoir s'il doit être là le pied de ce sapin?
MAT indique quelque chose sur ce qu'ils ont fait dans la fenêtre.
M.: Où est-ce qu'on aurait pu chercher les renseignements pour dire: celui-là, il n'est pas placé comme ça par rapport à celui-ci... Vanessa...
VAV: On avait vu, au début, que ça s'était emboîté...
E.: Oui, mais comme ça ils aussi s'emboîtent...
M.: Mais, ils s'emboîtent comment?
(...) M.: Où est-ce qu'on peut trouver la preuve qu'ils ne s'emboîtent pas comme ça? Vanessa, montrez-nous!
VAV vient au tableau et corrige le dessin à la craie, elle propose un petit changement sur un trait
M.: Ah! Mais ça c'est parce qu'ils ont mal dessiné... C'est une preuve qu'ils ne s'emboîtent pas comme ça? Jean-Pierre, tu peux trouver une preuve quelque part que ça ne s'emboîte pas comme ça?
Il montre sur le modèle au tableau, dans une ligne où les sapins vont vers le bas, comment la pointe d'un sapin coïncide avec le pied du suivant.
GOB: (...) et la pointe vient jusqu'au bout là...
M.: Ah! La pointe...
(...) M.: Il dit: la pointe, dans cette ligne là, les sapins qui ont la tête vers le bas du tableau... Il dit: ici c'est la pointe de l'autre sapin... Oui, l'autre sapin, et comment ils vont le faire là?

[33] Cf. Annexe I.

Les interventions de l'enseignant ont pour but l'explicitation de la part des élèves d'une stratégie d'étude des pavages. Ces explications visent des connaissances qui ont leur place dans le domaine de la métacognition, terrain qui a un statut stabilisé parmi les enjeux de l'enseignant.

Chapitre 4

Les interactions effectives: une situation de communication

1. Pratiques de recherche et d'enseignement dans le cadre des situations de communication

Depuis quelques années, de nombreuses recherches en didactique se font dans le cadre d'une *situation de communication*. Quelques unes de ces recherches ont été répertoriées par Joshua[1]. Voici l'utilisation que différents chercheurs ont fait de ce type de situations:

Guillerault et Laborde (1981), dans leur travail "Une activité de communication en géométrie", cherchent à déterminer, avec des élèves de 11 à 13 ans

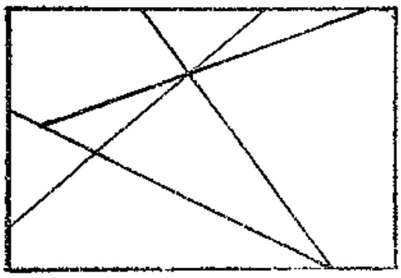
> "(...) comment [les élèves] utilisent le code symbolique et le font fonctionner dans leur discours pour d'une part, désigner des objets, d'autre part exprimer des relations entre ces derniers."

L'expérience était la suivante:

> "Dans le cadre d'une situation de communication, une figure géométrique est proposée à un groupe de deux élèves, (binômes des émetteurs ou codeurs).
> (...) Chaque groupe de codeurs, disposant d'environ 50 minutes, a pour consigne de se mettre d'accord sur la rédaction d'un message ne devant comporter aucun dessin, destiné à des élèves du même âge (11-13 ans), à qui il doit permettre de reconstituer exactement la figure donnée. (...) Une fois le message terminé, si les codeurs n'en

[1] Joshua, (1993), pp. 299-325

ont pas eux-mêmes déjà pris l'initiative, l'observateur leur demande de procéder à une <u>vérification</u> consistant à redessiner la figure à partir des indications de leur texte. Cette phase du jeu a été pratiquée en dehors de la classe, avec 47 binômes. (...) Lorsque les conditions l'ont permis, le message obtenu a ensuite été donné à un groupe de deux élèves (récepteurs ou décodeurs), travaillant dans les mêmes conditions que les codeurs, sans communication directe avec ceux-ci. Une fois la figure terminée, l'observateur leur demande, avant et après confrontation de la figure obtenue avec la figure initialement décrite par les codeurs, de porter un jugement sur le message et d'essayer de départager les responsabilités en cas de divergence.(...)
Cet exposé est consacré à la partie « émission » de notre expérience (...)
La figure, dessinée ci-dessous en vraie grandeur, ne comporte pas de symboles (lettres, nombres...) accompagnateurs. Nous voulions laisser les élèves libres de coder certains éléments."



La complexité de la figure a été choisie assez grande. Cet élément est considéré par les auteurs comme important, car il rend nécessaire la prise en considération de relations de dépendance entre les objets géométriques. Une des questions qui se posait était de savoir si les émetteurs auraient une distance suffisante quant à leurs propres formulations pour prendre conscience des ambiguïtés éventuelles qui en résulteraient.
<u>Commentaire:</u> comme les auteurs le signalent, cette situation rentre dans le cadre des situations de formulation, décrit et utilisé par G. Brousseau, "avec quelques différences parfois". Nous essayerons, dans l'analyse de la dialectique de la communication de figures, de montrer quelles sont ces différences et quel est l'importance de ces choix.

Brousseau G. et Brousseau N. (1987) développent une analyse d'un projet didactique et de sa réalisation à propos de l'enseignement des décimaux. La situation de départ, "L'épaisseur d'une feuille de papier", est une situation de communication conçue de façon telle qu'elle permet de lancer une dialectique de la communication, où l'élaboration d'un code et la confrontation avec l'action constituent des aller-retour fondamentaux pour donner du sens au savoir envisagé.[2]

Bessot et Eberhard (1987) se sont largement préoccupés des représentations graphiques des objets de l'espace. Dans cet article, les auteurs distinguent le problème de l'artiste qui trouve une réponse dans la perspective, et le problème de modélisation de l'espace physique lié à de nombreuses pratiques professionnelles.

> "Le problème social de l'obligation d'établir une médiation entre la conception et la réalisation d'objets techniques ou celui de la communication entre un concepteur et un réalisateur (Deforge, 1981); une réponse est le graphisme technique tel que le dessin industriel."

En conséquence, ils présentent l'étude d'une situation de communication conçue comme une situation fondamentale du graphisme technique. La description de la situation est la suivante:

> "C'est une situation de communication entre un concepteur et un réalisateur: la tâche du concepteur est de donner par écrit des renseignements pour la réalisation de l'objet conçu. Celle du réalisateur est d'utiliser ces renseignements de façon à réaliser l'objet décrit dans le message. Le concepteur et le réalisateur coopèrent pour répondre à l'enjeu d'univocité posé par la situation. Aucune consigne n'est donnée au concepteur pour qu'il utilise des procédés graphiques."

Grenier D. et Laborde C. (1987), dans leur recherche sur la symétrie orthogonale, distinguent deux parties:

> "(...) la première est une partie diagnostic dans laquelle nous avons non seulement cherché à connaître les connaissances initiales des élèves mais aussi les connaissances après enseignement afin d'en repérer les aspects erronés "résistants"; la seconde est relative à la conception et à la réalisation d'un processus d'enseignement fondées sur les résultats de la première partie."

---

[2] Pour une analyse plus détaillée, voir Brousseau G., (1981), pp. 88-108.

Dans la séquence d'enseignement, après une étape de «géométrie de l'action» où le produit de l'activité est une construction -pour dégager et puis faire mettre en oeuvre les propriétés de la droite de symétrie- il était prévu de formuler ces propriétés "pour déboucher dans les phases suivantes sur la symétrie en tant que transformation de figures". Les chercheurs manifestent que: "Reconnaître ou savoir construire la droite de symétrie d'une figure ne relève pas du même fonctionnement des connaissances que la désigner à l'aide de l'expression "droite de symétrie" ou décrire en mots les étapes de sa construction. "Droite du milieu" ou "droite qui partage le rectangle en deux" sont des expressions souvent employées par les élèves pour désigner une droite de symétrie du rectangle. Elles sont comprises par d'autres élèves mais elles sont aussi parfois interprétées comme renvoyant à une diagonale du rectangle. Une situation de communication entre élèves leur permet une prise de conscience de cette ambiguïté et de la nécessité d'un langage commun."

Berthelot et Salin (1992), à plusieurs reprises utilisent les situations de communication -dans le sens de Brousseau, avec la variante de l'auto-communication- pour essayer de mettre en place les notions visées. Ainsi nous trouvons la communication d'informations pour fabriquer des losanges ayant tous la même longueur de côtés, avec le propos de dégager le concept d'angle[3]. La reproduction d'un quadrilatère superposable à un quadrilatère convexe donné, pour donner un sens convenable au concept d'angle: un premier problème d'auto-communication où le modèle était sur la table de reproduction[4], un deuxième problème semblable où le modèle était sur une table éloignée et une troisième situation de communication avec deux émetteurs et deux récepteurs.

<u>Commentaires:</u> Pourquoi choisir des situations de communication pour aborder ces problèmes portant sur des objets du micro-espace? Nous n'avons pas trouvé explicitement la raison de ce choix, mais l'introduction des concepts fondamentaux de la géométrie[5] exige l'acquisition et l'emploi d'un vocabulaire adéquat. C'est donc dans ce sens que nous avançons une réponse à la question posée.

Cependant, dans le cas de l'auto-communication à distance ou de la communication, il n'était pas interdit de produire un schéma ou la représentation des angles sur la feuille. Ceci

[3] Berthelot et Salin, (1992), p. 257.
[4] Ibid. p. 287.
[5] «Rappelons que notre objectif est de développer une ingénierie permettant la construction des concepts spatio-géométriques par l'élève comme des connaissances nécessaires au contrôle des situations spatiales puis comme savoirs du domaine mathématique appelé géométrie.» p. 249.

élargit le domaine de notre réponse: il s'agit de produire un code, soit un schéma soit un langage, pour résoudre le problème proposé.

Remarque générale: sauf dans le cas de N. et G. Brousseau, il n'y a pas une reprise des messages pour essayer, dans un travail avec toute la classe, de faire évoluer les connaissances mise en fonctionnement pendant la formulation. Dans certains cas il y a une validation de la communication dans sa fonctionnalité, mais pas dans le sens d'accomplissement des conditions énoncées pour les messages[6].

Les activités de communication dans les pratiques d'enseignement sont très répandues. Une publication destinée aux enseignants de collège affirme[7] :

> "L'activité est basée sur la reproduction de triangles en situation d'émetteur-récepteur. Elle s'inscrit dans le cadre des nouveaux programmes dans la rubrique "1.1. Reproduction de figures planes simples". Cette activité peut servir de point de départ aux leçons de géométrie de 6ème. Elle permet également, par la simplicité de son énoncé, le démarrage de tous les élèves sans exception. Elle est en même temps très riche en indications sur ce qui est acquis par les élèves en début de 6ème, sur les modèles mathématiques qu'ils utilisent et qui peuvent éventuellement conduire à des erreurs."

Cette citation montre bien que les situations de communication répondent à plusieurs attentes des enseignants: celles relatives au rapport institutionnel et personnel de l'élève au triangle, et celles relatives à ce que l'élève "fait" en classe.
La description de cette activité envisage plusieurs actions de la part de l'élève, dont la première est un travail individuel -un émetteur et un récepteur- lancé par la consigne suivante:

> "Construire un triangle de votre choix, puis rédiger un message pour que le récepteur puisse construire un triangle qui lui soit superposable".

[6] Cf. Brousseau, (1972). p. 434.
[7] Cf. Construction de triangles, Bulletin Inter-IREM Premier Cycle, Suivi scientifique 1985-1986. Nouveaux Programmes de Sixième.

Il y a bien un échange d'information entre deux sujets. Est-il suffisant pour caractériser la réalisation d'une situation de communication? Quelles sont les interactions avec le milieu matériel prévues pour chacun des sujets?

2. La situation fondamentale de la description de l'espace

Le principe méthodologique fondamental de la théorie des situations de Brousseau[8] est que pour toute connaissance, il existe une situation ou une famille de situations -la *situation fondamentale*- qui fait apparaître cette connaissance comme le moyen optimal de solution à cette situation. Trouver une telle situation implique:
- énoncer un tel problème et montrer les variables de la situation dont les changements de valeur provoquent des modifications qualitatives des stratégies optimales, ce qui indique une modification de la signification des connaissances visées;
- s'assurer que la situation ainsi obtenue permet d'engendrer par ce système de variables tous les problèmes culturellement connus où la connaissance intervient.

Nous allons accepter comme **condition préalable** la proposition de Brousseau[9] concernant la situation fondamentale non-didactique pour la géométrie élémentaire en tant que modèle de l'espace:

> "C'est celle du charpentier qui doit préparer et tailler au sol des bois coûteux qui devront s'ajuster exactement dans l'espace à 10 mètres du sol. Il faut qu'il ait une représentation et des techniques précises qui lui permettent d'anticiper le résultat de ses décisions. Mais alors que les seuls "textes" que se transmettaient les maîtres charpentiers étaient des dessins, le modèle ici dans l'enseignement devra être explicité et faire l'objet d'une élucidation (...)."

Quel serait le milieu artificiellement créé qui permettrait la production des savoirs qui nous intéressent? Quelles sont les situations qui modélisent les interactions d'un sujet avec ce milieu spécialement organisé aux fins didactiques?

---

[8] Brousseau. (1983).
[9] Ibid.

Dans le même article, Brousseau propose toute une famille de situations pour l'enseignement où un sujet doit prendre des décisions sur l'espace[10]:

"a) Tirer une voiture à l'aide d'un fil pour la placer entre deux traits

b) Tracer une figure superposable à une autre

c) Choisir une route pour aller à un endroit donné

d) Déterminer la longueur d'une pièce de carton pour un puzzle

e) Enumérer les faces d'un polyèdre

f) Estimer la distance entre deux points

g) Prévoir la position finale d'un objet qui tourne ou qui bouge

g) Prévoir une représentation dans une projection centrale "

Toutes ces activités ont fait l'objet d'études ou d'utilisation par différents chercheurs. Celle qui nous occupe est la seconde: tracer une figure superposable à une autre.
D'après notre deuxième conjecture[11], il va de soi que la reproduction d'une figure matérielle d'après un modèle, dans n'importe quelles conditions, ne constitue pas un exemple d'une situation a-didactique. Ainsi, si l'élève est un sujet du Cours Moyen et s'il a devant lui une figure matérielle sur laquelle il peut prendre toutes les informations -y compris décalquer les bords- l'activité est plutôt un entraînement sur la manipulation qu'une confrontation avec un milieu organisé pour lui apprendre la géométrie. De même s'il a le modèle à portée de la main avec la possibilité de corriger la construction au fur et à mesure qu'il la trace.

Les élèves du Cours Moyen ont certaines connaissances sur la géométrie élémentaire. Ces connaissances sont-elles pertinentes pour résoudre le problème, par exemple, de reproduction d'une figure matérielle? Sont-elles efficaces pour contrôler une situation qui relève des objets de la géométrie élémentaire? Le répertoire des formulations officielles -ainsi que celui des "tracés élémentaires"- correspondants, est-il à disposition des élèves?
Pour l'enseignement, la solution la plus économique serait d'imaginer qu'elles sont "suffisantes" et donc le travail de l'enseignant serait d'institutionnaliser directement ces connaissances sans entamer sur elles une action didactique spécifique

[10] Ibidem.
[11] Cf. Chapitre 1. § 2.1: Un milieu efficace pour l'enseignement de la géométrie serait celui qui permet un jeu dialectique effectif.

N'importe quel enseignant honnête ne peut pas assumer comme réel ce cas -sauf s'il le soumet à des contraintes très fermées. C'est pourquoi il décide de prendre une autre voie, moins économique: celle de commencer une action didactique. Cette action peut être réduite à la transmision de l'information à l'élève avec, éventuellement, des exercices d'application. Dans l'activité de reproduction d'une figure matérielle, le chemin simplifié serait: l'enseignant introduit le vocabulaire pertinent et "explique" l'algorithme de construction, et ensuite l'élève le "fait". Ces pratiques sont identifiées comme ostensives, et dans le chapitre 2 nous avons montré quelques défauts d'adaptation qui en découlent.

L'enseignant doit donc entreprendre une autre action didactique dont le fonctionnement implique de la part de l'élève, d'autres types d'interactions avec son milieu. Dans quelles conditions "tracer une figure superposable à une autre" devient-il un jeu de l'élève où les stratégies les plus efficaces impliquent l'usage du savoir qu'on veut lui enseigner?

2.1. Une situation de communication de figures

Sur l'activité de reproduction de figures, Brousseau[12] propose:

> "(...) Une équipe [A] possède des cartons de formes géométriques simples, il doit obtenir de l'équipe [B] -son partenaire, pas son adversaire- une copie superposable, pour cela il doit lui envoyer des renseignements sous forme d'un message écrit, mais pas de figures ni de croquis. [A] et [B] possèdent un double décimètre, un compas, des ciseaux, etc... Les équipes gagneront un point si la figure reproduite est superposable au modèle à un millimètre près."

Pourquoi une situation fondamentale de la description de l'espace comprend-elle, dans l'enseignement, une communication? Pourquoi la communication porte-t-elle sur les figures? Dans le Chapitre 1, nous avons accepté que les figures soient des instruments adéquats pour transmettre, dans la scolarité élémentaire, les savoirs géométriques. Relativement à la première question, une ébauche de réponse constitue la conjecture fondamentale de ce chapitre:

---

[12] Ibidem.

Conjecture 8: Les situations a-didactiques de communication sont indispensables pour définir un langage, et pour que ce langage soit associé à des modèles implicites d'action efficaces, il faut que la communication soit effective.

Cette conjecture est le résultat d'une série de choix didactiques qui portent sur différentes variables. Nous pouvons fabriquer des conjectures différentes -il faudrait étudier leur pertinence- à l'aide des décisions prises parmi les facteurs suivants:

Enjeu de l'enseignant	Type d'interactions	Type de situations	Objet de l'action didactique	Temps de l'action didactique
l'apprentissage l'enseignement	fictives effectives	action formulation validation formulation		

L'utilisation de ce schéma produit donc un "algorithme" de fabrication des conjectures. Par exemple:
Peut-on enseigner telle connaissance à un moment donné, dans une interaction fictive de l'élève avec son milieu, c'est-à-dire avec seulement une situation d'action évoquée?
Ou bien, peut-on apprendre telle connaissance à un moment donné, dans une interaction effective de l'élève avec son milieu, avec seulement une situation d'action?
Ou bien, peut-on apprendre...?

L'objet de l'enseignement de la géométrie n'est pas seulement de créer un langage sur l'espace, mais un répertoire -au niveau de l'action et de la formulation- fonctionnel pour résoudre des problèmes relatifs à l'espace.
Pourquoi notre conjecture propose-t-elle une affirmation à propos de la "communication"? La "formulation" n'est-elle pas suffisante telle que le préconisent certaines approches pédagogiques? La situation de communication de figures prévoit une action: qu'est-ce qu'elle apporte à la communication? Est-il suffisant d'avoir des échanges d'information pour établir un type d'interaction avec un milieu qui puisse être modélisé par une situation de communication? Quand une communication devient-elle effective?

Pour essayer de répondre à ces questions il faut revenir à l'étude théorique des situations de communication.

2.2. Rôle didactique des situations de formulation

Pourquoi dans certaines circonstances ne peut-on pas faire l'économie de modéliser le fonctionnement du savoir autrement que par une situation de communication? Quelles sont les différentes fonctions de la formulation[13]? Pourquoi la communication devient-elle indispensable?

Dans la relation didactique, un type de situation est caracterisé soit par son rôle vis-à-vis du sous-système élève où l'attention est centrée sur la fonction du savoir chez l'enfant, soit relativement aux responsabilités de l'enseignant dans la gestion de l'enseignement[14]. Ces deux rôles ont été définis dès le début de la théorie des situations, mais c'est le premier le plus connu et le plus exploité dans l'enseignement ainsi que dans les travaux de recherche.

Selon une hypothèse très répandue, les connaissances évoluent au sein de contextes sociaux -dans des expériences sociales- où il s'agit de faire rentrer le langage -à l'occasion, mathématique- dans les modalités d'expression du sujet agissant. Cette hypothèse, héritée de Vygotsky (1934) et de l'école soviétique, a été reprise et développée par l'école de psychologie sociale génétique genevoise. (Perret-Clermont, 1979; Doise et Mugny, 1981)
Brousseau[15] décrit ce fonctionnement du savoir, qu'on pourrait penser individuel, personnel, complètement à la charge de l'élève, et le place, dans le cadre de la théorie de situations, dans la relation didactique:

> "Pour qu'apparaisse objectivement ce que nous appelons de la mathématique, l'enfant doit exprimer, à propos d'une situation, des informations pertinentes dans un langage conventionnel dont il connaît ou crée les règles: il ne suffit pas que l'enfant placé devant une situation ait l'envie et la possibilité de la modifier, il faut qu'il construise une description, une représentation, un modèle explicite."

---

[13] Les mots "formulation" et "communication" sont ici utilisés dans le sens courant: formuler est expliciter, exprimer, mettre en code quelquechose. Dans la communication, le résultat d'une formulation est l'objet d'une transmision à quelqu'un d'autre.

[14] La même distinction a été présentée, à propos des situations d'action, dans le Chapitre 3, §3.

[15] Brousseau (1972), p. 431.

Si les conditions de réalisation sont adéquates, le résultat de la formulation par l'élève permet l'entrée dans le système didactique des objets qui sont sous la responsabilité de l'élève et dont le professeur a besoin comme référent pour appuyer son discours théorique. Et c'est celui-là le deuxième rôle des situations de communication. Dans les échanges d'information, l'élève fait fonctionner ses capacités d'analyse cognitive de la figure - négociation entre la perception de la *figure matérielle*, *la figure représentation mentale* et *la figure dévolue*- et celles relatives à la communication. Habituellement, quand la communication commence, le répertoire commun est à construire. L'élève mobilise le langage dont il dispose -langage quotidien, figures de rhétorique- pour atteindre son but. Tout un travail de concertation s'avère nécessaire pour rendre adéquates les formulations de l'élève. Le système didactique organisé autour de la communication ne peut pas changer d'une manière fondamentale et immédiate les répertoires de l'élève, mais il ouvre un champ de confrontation sur les objets qui sont au centre des enjeux de l'enseignant.

Pour des raisons d'économie, et parfois un peu naïvement, l'enseignant introduit lui-même ces objets avec l'illusion que sa propre expression remplace la formulation personnelle de l'élève ou la communication interindividuelle des enfants. Dans notre étude sur l'ostension nous avons parlé de *l'illusion du répertoire commun*[16], fiction qui permet à l'enseignant de substituer à un langage familier un langage savant. Une des conséquences de cette pratique est que, dans une communication non-didactique, les enfants n'arrivent jamais à intégrer le langage mathématique dans une expression quelconque où eux-mêmes sont des individus - c'est-à-dire, des êtres humains non assujettis à leur condition d'écoliers.

Une spécification de notre dernière conjecture relative à la situation de communication de figures dit:

Conjecture 8.1: Par rapport à une situation d'action, la situation de communication de figures augmente l'incertitude du sujet.

[16] Cf. Chapitre 2, § 4.2.

Augmenter l'incertitude de l'élève relativement à l'objet de l'apprentissage rend plus coûteux l'apprentissage et aussi l'enseignement. Le rôle de cette situation est-il de complexifier l'activité de l'élève sous prétexte que s'il doit résoudre des choses plus difficiles il apprend mieux? Nous ne partageons pas cette idéologie, nous ne voulons pas martyriser les élèves. Pourquoi, si l'enseignement devient plus coûteux, vaudrait-il donc la peine de s'investir dans cette voie? Parce que si l'engagement de l'enseignant porte sur l'apprentissage, alors, dans certaines circonstances l'enseignant ne peut pas faire autrement.

Nous cherchons à dégager les variables et les valeurs correspondantes qui conditionnent les choix didactiques qui, à première vue, semblent les moins économiques. Par rapport à notre dernière conjecture, les choix vraiment peu économiques seront ceux qui créent chez l'élève des incertitudes à tort et à travers. D'après une expression de Guy Brousseau, même dans une phase de recherche, "on ne doit pas envoyer les élèves chercher des champignons". Pour éviter les dérapages il faut se demander: quels sont les domaines pertinents pour créer les incertitudes du sujet? Les incertitudes d'un sujet relativement aux moyens de contrôle d'une situation dévoilent un mouvement, une certaine dialectique. Pour ce sujet, quelle serait *l'expérience effective*[17] source du progrès de sa connaissance?
Nous avançons une autre conjecture:

Conjecture 9: La dialectique de la communication fabrique un milieu a-didactique de l'élève où les confrontations se produisent autant au niveau du langage qu'au niveau du contrôle sur le micro-espace.

Et, comme corollaire,

Conjecture 9.1: La dialectique de la communication ne peut pas être réduite à la mise au point du langage. Cette dialectique a un effet sur la construction des conceptions.

Ces dernières affirmations introduisent un élément nouveau: la dialectique de la communication. Comment peut-elle se déclencher? Quels sont les aller-retour "avec le terrain de l'expérience"[18]?

[17] Cf. Différentes acceptions du mot "dialectique" chez Gonseth. Chapitre 1. § 2.1.
[18] Ibidem.

Pour étudier l'ensemble des questions posées et les conjectures qui ébauchent des tentatives de réponses, il nous faut explorer le fonctionnement de la formulation.

3. Le schéma de la formulation non didactique

Pour expliquer une dialectique de constitution des connaissances d'après un type de situation donnée, il faut regarder le fonctionnement des interactions prévues d'un sujet avec son milieu. Pour dégager la constitution de ce système d'interactions nous allons étudier le schéma de la communication.

Pourquoi l'élève aurait-il besoin de formuler quelque chose? Dans son étude du fonctionnement de la formulation, Brousseau[19] présente trois schémas qui correspondent à différents fonctionnements de la formulation: action de concert, demande d'information, mise en mémoire.

Premier schéma: action de concert

Brousseau[20], à propos de la formulation non-didactique, déclare:

> "(...) tous les schémas se ramènent au suivant: l'enfant peut obtenir sur la situation certaines informations mais il ne parvient pas, par sa seule action, à obtenir le résultat attendu, soit parce que ses informations sont incomplètes, soit parce que ses moyens d'action sont insuffisants."

Le schéma qui représente cette formulation générale est le suivant:

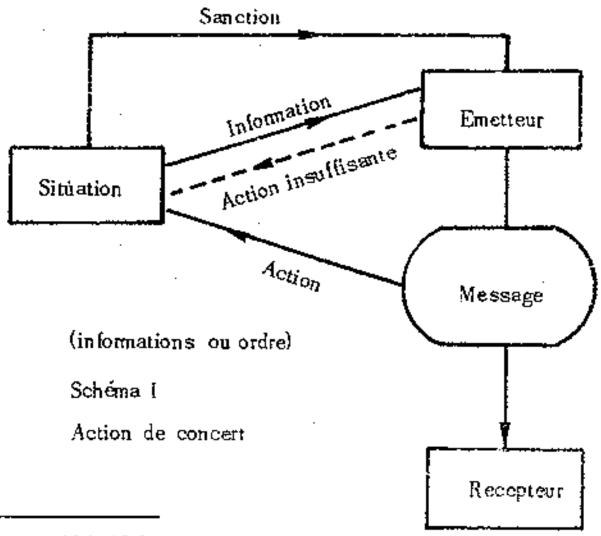


Schéma I
Action de concert

[19] Brousseau, (1972), pp. 431-436.
[20] Ib. p. 431.

Dans son fonctionnement non-didactique, la formulation arrive quand le sujet se rend compte qu'une autre personne est susceptible d'agir sur la situation de façon favorable. C'est là qu'il devient un émetteur, il a besoin de formuler, d'exprimer quelque chose pour transmettre à quelqu'un d'autre qui est censé être un récepteur valable.

Au départ, le récepteur n'a pas d'interaction avec le milieu de l'émetteur. Celui-ci fabrique une description selon certaines règles et produit un message. Il est possible que ce message soit mis à l'examen par le propre émetteur qui, avant même de l'envoyer, essaie d'exécuter l'action prévue et de la confronter avec la situation de départ. C'était le cas -presenté dans le Chapitre 1, § 5 à propos du jeu de communication de figures- d'un groupe qui décrivait un parallélogramme comme un "rectangle penché" de mesures données, et avant d'envoyer le message essayait de construire la figure matérielle selon sa propre description. La sanction de la situation lui montrait que ce message ne déterminait pas un seul parallélogramme. La *figure représentation mentale*, d'emblée suffisante pour décrire la figure matérielle se révèle inadéquate dès qu'on envisage la communication.

Deuxième schéma: Demande d'information

C'est le cas général de la communication réalisée. Le message produit est transmis au récepteur qui -dans certains cas- a le droit de demander des précisions à propos des informations fournies par le message.

L'émetteur a maintenant deux sources de sanctions: la situation et son interlocuteur. Le schéma correspondant est:

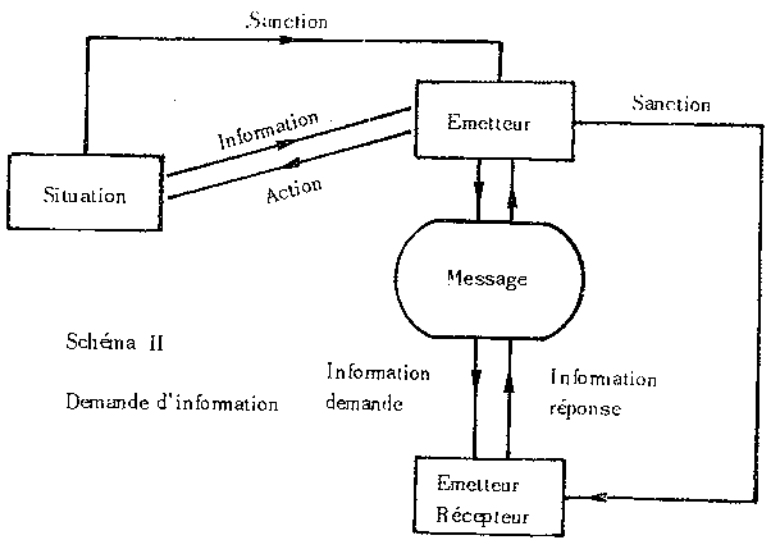


Schéma II

Demande d'information

Le récepteur n'a accès à la situation que par la voie de l'émetteur. Pour faciliter les interactions du récepteur avec le milieu initial, dans les situations didactiques de communication, le récepteur a le droit de poser des questions à l'émetteur. Pour faciliter les corrections du répertoire, habituellement les messages sont écrits, cependant les échanges oraux sont aussi prévus.

Troisième schéma: mise en mémoire

La dernière fonction de la formulation est celle de la mise en mémoire d'une certaine information. Le schéma proposé par Brousseau pour illustrer ce fonctionnement montre certaines différences par rapport aux précédents. Le voici:

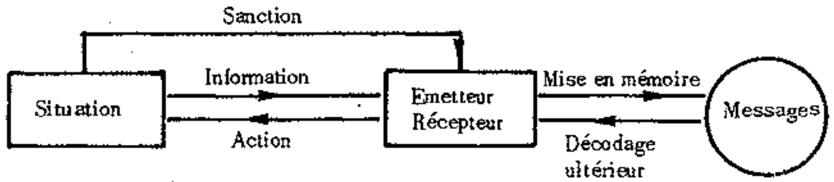


Schéma III
Mise en mémoire

Ce schéma va nous aider à expliquer la démarche suivie à partir de la deuxième séance de réalisation de la situation de communication, où l'objet est d'analyser les messages obtenus lors du jeu de la communication[21]. Dans le cas représenté par cette esquisse, émetteurs et récepteurs reçoivent directement la sanction de la situation. Le message garde l'information pendant un certain temps, et le processus de décodage ultérieur a lieu sur les récepteurs -naturellement- mais aussi sur les émetteurs, qui souvent ne retrouvent plus -au moins, dans l'immédiat- ce qu'ils ont voulu transmettre.

Dans les schémas présentés, il n'y a pas de précision sur la nature des interlocuteurs. Nous allons proposer trois variantes de ce type de situations exprimées en termes du système didactique.

[21] Cf. Annexe II.

3.1. Variantes de la situation de communication

Selon la nature des interlocuteurs, Brousseau[22] distingue trois variantes de la situation de communication: émetteur et récepteurs sont le même individu, le sous-système enseignant est un des interlocuteurs, les interlocuteurs proviennent du sous-système élève.

Variante 1: les situations d'auto-communication

Dans ce cas, émetteur et récepteur sont le même sujet. Brousseau[23] décrit cette situation comme:

> "L'élève s'adresse à lui-même un message, soit par exemple parce qu'il a besoin de retenir des éléments intéressants pour les utiliser plus tard, soit par simple désir *d'expression*."

Dans la relation didactique l'auto-communication se réalise par des contraintes didactiques Nous avons déjà présenté un exemple de ce type de situation pris dans le travail de Berthelot et Salin, à propos de la reproduction d'une figure[24].

Habituellement, dans ce type d'interaction, l'objet à reproduire n'est pas à portée de la main de l'élève et il doit écrire sur la feuille, avant de se déplacer, les éléments qu'il croit nécessaires pour réussir sa tâche. (Réussir est obtenir une figure superposable au modèle.)

Par exemple, il sait qu'il doit reproduire un losange, donc d'après sa *figure représentation mentale* il décide les renseignements qu'il lui faut. Par exemple: la mesure des côtés et les deux diagonales, ou les côtés et une diagonale, ou les côtés, etc.

Cette variante évite les confrontations au niveau de la formulation, et donc elle peut être utile pour l'enseignant dans le cas où les élèves ne disposent pas d'un répertoire et/ou d'une syntaxe pour transmettre leur pensée et la faire admettre. La sanction du milieu arrive au moment de l'action, et pour éviter les ajustements successifs, l'élève a le droit de vérifier son travail quand il croit avoir fini. L'élève a le droit de faire plusieurs déplacements mais le jeu est fini quand il décide de superposer son dessin au modèle. Ainsi il réalise toutes les conséquences de ses choix, même s'il ne peut pas envisager les causes des erreurs.

---

[22] Brousseau. (1972). p. 435.
[23] Ib. p. 435.
[24] Berthelot-Salin. (1992). p. 287.

On pourrait limiter le nombre de déplacements -pour exercer une pression plus forte sur les anticipations- mais ceci peut produire un effet pervers et devenir l'enjeu des enfants: pour éviter un nouveau déplacement ils prendront comme renseignement toutes les données qu'ils distinguent sur la figure matérielle. Ce choix n'est pas interdit, mais ce glissement n'est pas un bon départ. Depuis le début de la situation de communication, l'enjeu de l'enseignant vis à vis de l'enseignement -et d'emblée non explicité- est d'obtenir un message minimal. L'évolution des différents niveaux de validation tend à ce but, nous étudierons cet aspect dans le paragraphe suivant.

Variante 2: L'enseignant est un des deux interlocuteurs

C'est le cas général de l'enseignement qui répond au schéma enseignant-enseigné: le sous-système enseignant est l'émetteur, le sous système enseigné est le récepteur. Ce schéma fonctionne avec des variantes -la présentation ostensive, l'enseignement dogmatique pur, l'enseignement dogmatique suivi des exercices d'entraînement ou de problèmes résolus ou à résoudre, etc.

Dans la réalisation d'une situation a-didactique de communication, cette variante peut prendre en compte le sous-système enseigné. A l'occasion, pour la reproduction d'une figure matérielle, l'élève demande au maître ce qu'il croit nécessaire pour la construire.

La confrontation de l'élève au niveau de langage est ici très importante: le code ne doit pas seulement être adéquat au problème posé, mais étant donné que l'interlocuteur est l'enseignant ce code doit aussi être idoine.

La demande individuelle d'information rend explicite, aux yeux de l'enseignant, les répertoires privés des élèves. Ainsi, lors de la mise en place d'une situation de ce type pour construire un parallélogramme superposable au modèle, les élèves de CM2 ont demandé comme renseignement: les deux côtés et les diagonales; ou les deux côtés; ou les deux côtés et l'écart[25]; les deux diagonales et un des angles qu'elles déterminent. Un élève, déjà confronté comme émetteur à la description d'un parallélogramme demande: le grand côté, l'écart et la largeur de "ce trait": il montre le croquis suivant:

[25] Ce sont les élèves qui ont rédigé le message sur le parallélogramme, lors de la séance du jeu de la communication. Cf. Chapitre 1, § 5.

La validation est faite par superposition avec le modèle. Sur une classe de 21 élèves, 10 sont en échec par rapport à la tâche. Parmi ces 10 élèves, 8 ont demandé comme renseignement les deux côtés. Nous retrouvons les problèmes liés à la *forme* dans la *figure représentation mentale* chez l'élève[26]. C'est la contingence qui "garantit" que les différents produits obtenus d'après des procédés différents sont bien des exemplaires de la même figure. Cependant, la diversité des méthodes recueillies ouvre le problème de l'organisation des connaissances obtenues: Quels sont les renseignements nécessaires et suffisants, selon chaque méthode, pour obtenir un parallélogramme superposable au modèle? Dans n'importe quelle variante de la situation de communication de figures la construction se fait à partir d'un modèle, c'est pourquoi le problème de la constructibilité de la figure matérielle ne se pose pas.

Si la demande d'information n'est pas réussie, c'est-à-dire si l'élève ne peut pas exprimer ce qu'il veut comme renseignement -parce qu'il n'a pas une représentation mentale de l'objet en question ou parce qu'il n'a pas le vocabulaire pertinent, comme dans l'exemple ci-dessus- et que le maître est obligé de montrer le modèle pour y prendre les données, c'est une situation ratée. Si l'élève signale sur le modèle ce qu'il veut comme renseignement, il perçoit d'autres informations -par exemple, la position et la "forme" de la figure matérielle. Les deux domaines de confrontation souffrent des détournements: la formulation devient une indication, et dans la reproduction il y a des glissements dus à l'information supplémentaire. (Devant une incertitude, l'élève décide ce qu'il doit faire de sorte que le résultat soit perceptivement "semblable" à ce qu'il a vu.)

Variante 3: les deux interlocuteurs sont des élèves ou des groupes d'élèves

Brousseau[27] affirme:

> "Les deux interlocuteurs sont des élèves, ou mieux des groupes d'élèves. C'est le seul cas dans lequel la dialectique de la formulation peut se développer convenablement, car alors la fonction sémiotique est à la fois stimulée et contrôlée de façon puissante et naturelle par les relations des enfants à l'intérieur de la classe."

[26] Cf. "Les transformations permises", Chapitre 2, § 11.2.

[27] Brousseau, (1972), p. 435.

La dialectique de la formulation commence à jouer quand le groupe des émetteurs doit élaborer un langage pour écrire le message. A ce moment là, les échanges sont réalisées avec n'importe quel code. Au moment d'effectuer la communication, il y a souvent des interdictions. Ainsi, dans le jeu de la communication[28], le message est écrit et les croquis ne sont pas autorisés.

Le milieu a-didactique de l'élève n'est pas le même selon qu'il occupe la place d'émetteur ou celle du récepteur. L'émetteur choisit des informations d'un milieu, décide une formulation et fabrique un message. D'après la distinction déjà faite[29], le message serait le produit d'une négociation entre les *figures représentation mentale* et les *figures dévolues* concertées à l'intérieur du groupe des émetteurs. Le récepteur agit en fonction du message qu'il a reçu. Si l'action n'est pas satisfaisante, il peut la corriger par un nouvel échange de messages. Cependant la communication ne peut réussir que si le récepteur et l'émetteur utilisent le même code et lui assignent la même signification.

Voici un exemple des mouvements engendrés par la mise au point de la formulation:
Pendant le jeu de communication[30] les émetteurs -OLM et WAC- ont un losange. Qu'est-ce qu'il faut dire pour décrire cette figure? Qu'est-ce qu'il faut dire pour obtenir un message intelligible?
Les émetteurs, suite à un travail de formulation à l'intérieur du groupe, proposent le message suivante:

> Losange (4 côtés), la même mesure des 4 côtés: 18 cm et 2 mm. En largeur 17 cm (de gauche à droite). En longueur (de bas en haut) 32 cm 2 mm.

Les récepteurs ne savent pas de quoi il s'agit, et demandent des précisions. Le résultat des échanges d'informations donne:

> Q.: Qu'est ce que c'est qu'un losange, un rectangle ou un carré?
> R.: Ni l'un ni l'autre.
> Q.: Alors qu'est-ce que c'est?
> R.: Vous faites un trait vertical et un trait horizontal qui se croisent (une croix) et vous reliez avec des traits de 18 cm 2 mm.

Evidemment, les deux groupes n'ont pas le même répertoire au niveau du langage.

[28] Cf. Annexe II, Fiche didactique I.
[29] Cf. "Différents domaines de déclaration sur les figures", Chapitre 1, § 3.1.
[30] Cf. Annexe II, transcription de la séance du 12.03.90.

Les récepteurs -ROL et HAC- ne connaissent pas le mot "losange" (ils demandent si c'est "un losange" ou "une losange"), et essayent d'approcher, par une métaphore, leurs *figures représentations mentales* du carré ou du rectangle de celle décrite par le message. Pour eux il y a une contradiction: d'une part, les quatre côtés sont égaux, et d'autre part il y a deux mesures différentes pour "largeur" et "longueur". Les récepteurs ont associé ces mots aux côtés d'un rectangle, tandis que les émetteurs les emploient pour décrire deux dimensions prises selon les directions privilégiées.

Conscients de la contradiction, mais sans deviner leur origine, les récepteurs entament quand même une construction et ils dessinent deux traits approximativement perpendiculaires de 17 cm et 32,2 cm comme si c'étaient deux côtés d'un rectangle. Ils s'arrêtent et expriment leurs difficultés à travers une dernière question sans pourtant arriver à dégager la cause des difficultés. Ce sont les émetteurs -OLM à l'occasion- qui ont compris ce qui se passe:

> ROL: (...) elles disent la même mesure des quatre côtés 18 cm 2 mm et en
> largeur de gauche à droite 17 cm et en longueur 32 cm 2 mm.
> (...)ROL: On a une question là.
>
> *Q: Ça ne peut pas être la même mesure des 4 côtés puisque les mesures sont différentes.*
>
> [1900] OLM: Comment ça? Les mesures sont différentes, ils n'ont pas
> compris... Ah! Oui! D'accord, ils se sont confondus avec la longueur et
> la largeur, bon, alors...

Le temps de recherche est fini, ils n'arrivent pas à s'en sortir. Une phase de recherche plus longue aurait peut-être permis de réussir la tâche, cependant du point de vue de l'apprentissage, le jeu de la communicaiton a bien joué son rôle.

Sur la fin du travail par groupes, les récepteurs n'ont pas appris ce qu'est un losange. Ils n'ont pas pu mettre en fonctionnement les modèles implicites qui leur permettraient de contrôler l'espace de la feuille pour reproduire la figure matérielle voulue. Pouvons-nous dire également que leurs interactions avec ce milieu est un type d'interaction effective? Quels sont les rapports entre "réussite de la tâche", "type d'interaction" et "réussite de l'apprentissage"? Il faudrait creuser un peu plus ces différents aspects du même processus, cependant nous pouvons déjà avancer qu'il n'y a pas d'implications directes.

Dans cet exemple sur le losange, la confrontation se produit avec un interlocuteur sur le domaine du langage. L'interaction effective dans ce domaine ne conduit pas à la réussite de la tâche. La nécessité d'un code commun met en question la signification de certains signes et donc des conceptions. Cette confrontation est bilatérale, elle a des effets sur les conceptions des émetteurs et sur celles des récepteurs. Les premiers cherchent à expliquer autrement, la *figure dévolue* se transforme et ces modifications exigent des ajustements sur *la figure représentation mentale*; les secondes tentent d'ajuster leur *figure représentation mentale* à la description reçue. Parfois ils arrivent à imaginer d'autres cas possibles et donc à essayer, souvent par tatônnement, d'autres réalisations de leur *figure représentation mentale*.

Par contre, la réussite immédiate de la tâche entraîne souvent l'échec de l'apprentissage. Si l'équipe a gagné sans aucune difficulté, leur milieu est allié et il cache les sources possibles - et pertinentes pour la connaissance visée- de déséquilibre.
Nous avons déjà présenté le cas de réussite de la tâche avec un message comme le suivant:

> Largeur 19cm 3mm.
> Longueur 11cm 6mm.

C'est la familiarité de la figure -le rectangle- et la conformité sur la signification des mots utilisés qui a donné toute l'information nécessaire pour réussir la tâche. Dans ce cas, pas de confrontation au niveau du langage, et comme la figure était connue, l'interaction avec le micro-espace est plutôt routinière. Même s'il y a une construction et des décisions à prendre pour la réaliser, dans ce cas et d'après notre caractérisation, il s'agit d'une interaction fictive avec ce milieu.
Cette première analyse sur le fonctionnement de la formulation[31] permet déjà d'envisager quelles sont les conditions pour obtenir une communication effective et quel est le rôle de l'action dans la réalisation de ce projet. Berthelot et Salin[32] déclarent:

> "Le caractère a-didactique d'une situation de formulation est réalisé lorsqu'elle place les participants en émetteurs et récepteurs et qu'elle permet de constater expérimentalement l'échec ou le succès d'une communication, de valider ainsi le choix du langage utilisé et la pertinence des informations explicitées."

[31] Nous allons revenir au moment d'étudier la dialectique de la formulation.
[32] Berthelot-Salin. (1992), p. 46

Berthelot et Salin parlent de "constater expérimentalement", action que nous permet de retrouver le terrain de l'expérience, le "lieu de la décision" qui nous accompagne depuis le premier chapitre de notre étude sur le milieu a-didactique. Etant donné qu'il y a des domaines différents de confrontation, quel serait l'objet de la constatation? L'état gagnant dans le jeu de la communication de figures est d'obtenir une figure superposable au modèle à un millimètre près. Qu'est-ce que cette réussite entraîne? Qu'est-ce qu'un bon message? Le qualificatif "bon", a-t-il la même signification pour l'enseignant et pour l'élève? Le statut de "bon message", est-il stable pendant que le système didactique est concerné par la situation de communication?

3.2. Différents niveaux de validation dans la situation de communication de figures

La situation de communication de figures déjà décrite répond au schéma général de la communication dont le but est de modifier le milieu. Brousseau[11] explique:

> "Le "milieu" comprend un système récepteur et/ou émetteur avec lequel le joueur échange des messages. Nous supposerons ici que l'objet de ces messages n'est pas d'agir sur le récepteur (de le changer, de prendre du pouvoir sur lui, de le contraindre, etc.) mais *d'agir* par son intermédiaire sur le dispositif "milieu".
> (...) Si [l'élève] avait à la fois des informations et des moyens d'action suffisants pour choisir seul les états du "milieu", ses messages n'ayant aucune finalité dans le jeu pourraient être quelconques."

On voit ici apparaître tout ce que la situation de communication, en particulier celle qui est l'objet de notre étude, mobilise comme interactions et donc comme connaissances Suivant le schéma de la formulation non didactique que nous venons de présenter, la situation de communication de figures -à travers les différentes séances- fait fonctionner la formulation selon les trois schémas -action de concertation, demande d'information, et mise en mémoire- et répond à la troisième variante (les interlocuteurs sont des groupes d'élèves). De plus, vu que le but de la communication est l'action sur le milieu, les interactions avec le micro-espace font aussi partie de l'enjeu de la communication.

[11] Brousseau, (1986 a), p. 104.

Face à ce panorama si complexe d'interactions, comment déterminer une réponse juste? Quand peut-on dire, pendant le jeu de la communication, qu'une équipe a réussi? Et dans les séances suivantes où le but est l'étude de chaque figure en particulier, le critère de réussite est-il stable? Quels sont les repères de l'enseignant pour gérer toutes les informations et les moyens d'action qui fonctionnent dans une séance?
Pour mettre en oeuvre cette situation -soit aux fins de la recherche, soit dans l'enseignement- il faut faire une étude autant des dialectiques concernées que de la réalisation de ce projet didactique.

L'évolution de la situation de communication engendre et en même temps exige différents milieux a-didactiques.
Il est clair que le milieu matériel de la situation initiale n'est pas celui du jeu de communication déjà réalisé. Le temps qui s'écoule produit certains événements: les différents messages, les reproductions des figures matérielles, les ajustements des répertoires, les enjeux de l'enseignant et ceux de l'élève, etc. Par contre, il y a des transformations qui doivent s'opérer sur le milieu a-didactique de l'élève et qui ne découlent pas d'une chronologie. C'est l'intervention de l'enseignant qui modifie le milieu, c'est pourquoi nous affirmons:

Conjecture 9.2: La dialectique de la communication ne peut pas avoir un fonctionnement complètement a-didactique.

Remarque: La suite de nos conjectures nous permet d'énoncer une affirmation plus générale: il n'est pas possible de tout apprendre en géométrie dans des phases non didactiques.

Si l'intervention de l'enseignant est nécessaire pour aménager le milieu de l'élève, quelles sont les modifications apportées par l'enseignant pour faire évoluer la situation de communication? Dans le problème de la détermination de la réussite de la tâche -c'est-à-dire, l'état gagnant vis à vis de l'élève- il est possible de distinguer trois niveaux de validation[34].

[34] En raison de l'exposé du travail il a fallu séparer les niveaux de validation des différentes dialectiques. Cependant les liens sont très étroits et nous espérons pouvoir les montrer clairement.

Premier niveau:

La première activité[35] à laquelle sont confrontés les élèves répond au schéma de la formulation: il faut envoyer un message écrit, sans figures ni croquis pour que quelqu'un d'autre puisse obtenir une figure superposable au modèle. Le jugement porte aussi bien sur le message que sur la réalisation de la figure matérielle.

L'équipe, c'est-à-dire émetteurs et récepteurs, a gagné si, avec le message, elle a pu obtenir une figure superposable au modèle.

Deuxième niveau:

Lors de la première séance du jeu de la communication, commence l'étude de chaque figure à travers les messages correspondants. L'enjeu de l'enseignant est surtout centré sur l'ensemble des figures différentes qu'il est possible de construire tout en respectant le message fabriqué. Ainsi,

Un message est bon s'il ne permet de construire que des figures superposables au modèle.

Troisième niveau:

La discussion à propos de la pertinence des renseignements donnés et de l'adéquation à la méthode choisie, conduit à un ajustement des messages. Donc,

Un message est bon s'il est minimal.

Nous sommes à l'intérieur de la situation de communication de figures. La suite de notre travail sera donc spécifique des situations non didactiques de communication, cependant nous espérons approfondir l'étude des interactions créées dans la classe par la réalisation de ce projet.

4. Dialectique de la communication

Nous avons déjà tous les éléments pour étudier la famille de conjectures organisée autour de la neuvième conjecture à propos de la dialectique de la communication. Ce schéma de la communication, dont le but est d'agir sur le milieu, suscite des dialectiques différentes: action-action, formulation-action, formulation-formulation, formulation-preuve, action-

[35] Cf. Annexe II. Fiches didactiques.

preuve, etc. Quelles sont les dialectiques concernées par le jeu de communication de figures?

Dans ce jeu, les "terrains de l'expérience" sont rattachés à la mise au point de messages et à la mise au point de conceptions "communes". Ces domaines se révèlent au sujet à travers deux niveaux de confrontation: l'interlocuteur (le cas échéant, la classe entière) et les moyens d'action. Les trois dialectiques déterminantes pour faire évoluer la situation de communication sont: la *dialectique de la formulation*, la *dialectique formulation-action* et la *dialectique action-validation*.

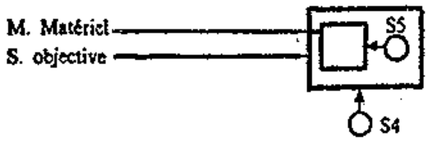
4.1. Dialectique de la formulation

La situation de communication de figures prévoit la communication entre deux groupes d'élèves -émetteurs et récepteurs- qui appartiennent à la même équipe[36].

Les mouvements autour de la formulation concernent des types d'interlocuteurs différents et, en conséquence, le rôle de la formulation est aussi différent.

La mise au point d'un message se fait: d'abord à l'intérieur du groupe des émetteurs (schéma 1, concertation), ensuite avec les récepteurs (schéma 2, demande d'information) et finalement avec toute la classe (schéma 3, mise en mémoire). Nous allons analyser ces interactions à l'aide des hyposystèmes dans la structuration du milieu didactique, tout en supposant que ce découpage ne va pas altérer significativement le fonctionnement des situations a-didactiques qui sont l'objet d'étude. Chaque phase de cette dialectique correspond à un type particulier de schéma de la formulation.

La situation objective[37] que modélise le système didactique initial peut être schématisée par:



Un élève, qui anticipe sa position de *sujet agissant*, peut s'imaginer soit comme émetteur, soit comme récepteur. Par exemple au moment d'entendre la consigne pour démarrer avec

[36] Variante 3 parmi celles de la situation de communication.

[37] Nous revenons à notre hypothèse méthodologique: "Quand le professeur prépare son cours ce qu'il organise est la situation objective". Cf. Chapitre 1, § 4.

le jeu de communication[38], un élève se place comme émetteur dans la position S5 et demande:

[154] AUT: Est-ce qu'on a le droit de mettre le nom de cette figure? M.: J'ai interdit quelque chose? AUT: Non.

Quel est le milieu objectif pour un sujet agissant dans la **phase de concertation**?
Une action de concert peut avoir lieu parmi les émetteurs ainsi que chez les récepteurs. Donc, la position du sujet agissant S4 est occupée ou bien par les émetteurs que nous proposons de symboliser par ($S4_E$) ou par les récepteurs, qui seront pour nous, en tant que sujets agissants, les ($S4_R$). Il y a donc plusieurs sujets -les intégrants d'un groupe- qui doivent produire un message ou une question pour leurs partenaires.

Le *milieu matériel*[39], pour les élèves dans la position ($S4_E$), est composé par:
- un ensemble de *figures matérielles* découpées (un disque et polygones divers), des feuilles blanches et du papier canson, des équerres, des règles, des compas, des crayons et des gommes.
- les règles du jeu: pour chaque partie du jeu -c'est-à-dire pour chaque figure matérielle à reproduire- les émetteurs doivent fabriquer un seul message écrit, sans dessins (ni décalque ni schéma). Quand le message est fini, c'est l'enseignant qui doit le porter chez les récepteurs.
- l'enjeu vis-à-vis de l'équipe est d'obtenir une figure superposable au modèle. L'enjeu, en tant que groupe, c'est de donner les renseignements considérés nécessaires pour être sûr d'arriver à reproduire la figure.

L'élève, en ($S4_E$), a des interactions avec le milieu matériel et avec les partenaires, de son groupe en position ($S4_E$) comme lui même. Chaque individu a, par rapport à la *figure matérielle*, sa propre *figure représentation mentale*, et comme le message à faire doit être unique, il est nécessaire d'entamer une formulation qui réponde aux conceptions de chaque partenaire. Il y a là un travail de mise au point d'un langage, mais aussi de conceptions. Si, de plus, l'élève en ($S4_E$) envisage que dans la position S5 il y aura un autre de ses

[38] Cf. Annexe II. transcription de la séance du 12.03.90.
[39] Cf. Annexe II. Fiches didactiques. Le jeu de communication.

partenaires dans la position de récepteur, la formulation est le résultat d'une négociation entre la perception de *la figure matérielle*, *la figure représentation mentale* et *la figure dévolue*[40]. Ces deux dernières figures dévoilent le glissement, dans la formulation du message, de la dialectique formulation-action: ($S4_E$) formule un message tout en supposant qu'un récepteur en position S5 aura un comportement culturellement repéré qui va lui permettre d'agir conformement au message.

Voici un exemple[41] de cette concertation:
Les émetteurs, dans la première partie d'un jeu de communication, ont un triangle. Ils ne sont pas sûrs que le vocabulaire "triangle" et "côté" fasse partie du répertoire des récepteurs. Ils discutent et décident de ne pas prendre de risques de sorte que le message devient:

> Il y a trois coins. Le plus grand trait mesure 12 cm, le moyen mesure 9 cm et 6 mm, le plus petit mesure 5 cm 5 mm.

Quand le message n'est pas compris par les récepteurs, ils ont le droit de demander, par écrit, des précisions supplémentaires[42]. Le milieu objectif n'est pas celui des émetteurs, cependant au moment de poser une question, les récepteurs sont, eux aussi, dans une action de concert et dans la position de ($S4_E$).
Voici le travail de formulation d'une question[43]. OLM et WAC ont reçu le message suivant sur le triangle:

> C'est un triangle. Son plus grand côté mesure 18 cm 8 mm.
> Son plus petit côté mesure 10 cm 8 mm et le dernier côté mesure 15 cm 4 mm.

Pour eux, les informations sont insuffisantes[44] et ils doivent donc jouer le rôle de ($S4_E$) et demander des précisions par écrit. Comment formuler une question pour réduire les incertitudes dues à la position?

---

[40] Ce n'est pas toujours le cas, parfois les émetteurs accomplisent leur tâche sans considérer la position des récepteurs. Cf. § 4.4.2.
[41] Cf. Annexe II, Rassemblement des messages.
[42] Cf. deuxième schéma de la formulation, § 4.2 de ce chapitre.
[43] Cf. Annexe III, transcription de la séance du 12.03.90.
[44] Cf. "Le problème de la position", Chapitre 2, § 11.2.

OLM: Alors (...) on met une question. Quel côté est à côté de...? Non, ça ne va pas, comment on dit?
[713] Alors, qu'est-ce qu'on met comme question? Le grand côté, est-il entre les deux autres côtés?
OLM hésite beaucoup sur la formulation.
OLM: Ou... Ah! Si le grand côté est en bas, le plus petit côté se trouve à droite ou à gauche?
WAC: Oui!

Si les émetteurs avaient le droit d'inclure des dessins, évidemment leur travail serait plus facile. Et si parmi les dessins il était admis de décalquer les bords de la figure matérielle, alors l'activité de reproduction deviendrait un exercice banal. Cependant l'interdiction porte sur toutes sortes de dessins: pourquoi cette règle du jeu? S'agit-il de contrarier les pratiques ordinaires d'enseignement où il est classique de "faire appel à la figure"? Bien sûr que non. Ce que nous cherchons est de créer un milieu a-didactique qui permette un jeu dialectique au niveau de la formulation et aussi de l'action sur le micro-espace. L'interdiction des schémas se justifie donc par la nécessité:
- d'engendrer un vocabulaire pertinent et fonctionnel pour décrire les objets de l'espace;
- d'éviter les apports de renseignements supplémentaires donnés par la "forme" et la position de l'objet en question;
- de prévenir les rétroactions immédiates avec une représentation graphique du milieu matériel qui empêcherait l'anticipation sur les décisions prises. Par exemple, la dépendance - ou par contre, l'indépendance- entre certaines variables.

L'analyse des exemples ci-dessus nous montre que dans une action de concert -et grâce à l'organisation particulière du milieu a-didactique- la dialectique formulation-action commence à intervenir. Dans notre dernier exemple, c'est au moment d'entamer l'action que les récepteurs ont réalisé que les renseignements -d'après leurs conceptions de ce qu'est un triangle- étaient incomplets. La présence de ce jeu entre la formulation et l'action est encore plus forte au moment de la concertation au niveau de toute la classe: tous les élèves ont déjà essayé de construire une figure d'après un message donné[45], et le travail collectif porte sur la formulation d'un message qui permette à quelqu'un d'autre de construire une figure superposable au modèle. Nous reviendrons sur ce travail, parce que c'est le terrain de jeu de

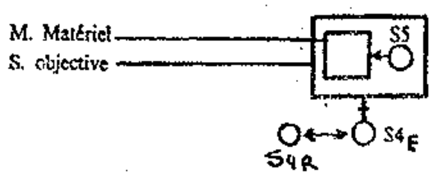
[45] Cf. troisième schéma de la formulation, § 4.2 de ce chapitre.

la dialectique action-validation: les ajustements dans la formulation sont dus à l'action, mais aussi à une acceptation sociale.

D'après les schémas de la formulation, nous distingons dans la dialectique de la formulation, une **phase de demande d'information**. Est-il nécessaire de distinguer cette phase, ou est-elle déjà incluse dans l'analyse précedente? Cette question renvoie au problème posé dans le Chapitre I (§ 8) sur la gestion ergonomique de la recherche.

Nous avons décidé de les distinguer parce que les moyens d'adéquation des répertoires ne sont pas équivalents. Dans la phase précèdente, la concertation se fait à l'intérieur d'un groupe où le milieu objectif était partagé par tous les sujets dans la même position, quelque soit la leur: ($S4_E$) ou ($S4_R$). De plus, ils jouent sequentiellement le rôle d'émetteurs.

Dans la demande d'information -même s'il y a une chronologie- il est convenable de faire une analyse synchronique de chaque groupe en train d'occuper sa place. Pour un observateur extérieur, la structuration du milieu didactique correspondant à cette situation pourrait être:



Dans cette phase, pour un sujet dans ($S4_E$), l'acteur objectif devient un sujet agissant avec qui il va avoir des interactions à travers le message. Le but de ces interactions est de trouver un code commun pour réussir la tâche proposée.

Le milieu objectif représenté dans le schéma est celui de ($S4_E$). Ce milieu n'est pas celui de la situation didactique initiale car le message fait aussi partie du milieu dans la demande d'information.

Le sujet agissant dans son rôle de récepteur, ($S4_R$), partage avec l'émetteur les règles du jeu, l'enjeu de l'enseignant, les instruments mis à leur disposition, l'enjeu en tant qu'équipe. Leur enjeu, en tant que groupe, est de décoder le message et agir. Cependant il n'agit pas directement sur le milieu matériel de la situation initiale, les sanctions -si elles arrivent pendant la demande d'information- proviennent de ($S4_E$) ou des tentatives de réalisation d'une construction, c'est-à-dire des décisions qui mettent en jeu la dialectique formulation-action.

Nous allons reprendre les interactions entre les élèves dans ($S4_E$) -WAC et OLM- et d'autres dans la position de ($S4_R$) -HAC et ROL- à propos d'un losange[46]. Lors de phases de concertation à l'intérieur du groupe, les sujets ($S4_E$) sont arrivés à formuler un message:

> Losange (4 côtés), la même mesure des 4 côtés:
> 18 cm et 2 mm. En largeur 17 cm (de gauche à droite).
> En longueur (de bas en haut) 32 cm 2 mm

L'élève en ($S4_E$) a choisi les informations qu'apporte leur milieu et il décrit *la figure matérielle* avec un vocabulaire qu'il croit adapté. Ainsi il parle de "losange", "côtés", "mesure", "largeur" et "longueur", il donne des informations sur la position et son répertoire dans l'action lui permet d'ajouter les mesures des éléments concernés. Peut-être les précisions entre parenthèses font-elles partie de la *figure dévolue*.

L'élève en ($S4_R$) reçoit le message et le discute à l'intérieur du groupe:

(...) ROL: Voyons... losange? Losange, c'est quoi? C'est un rectangle ou un carré?
HAC: Mais, pose-leur la question! Qu'est-ce qu'un losange?
ROL: Losange... qu'est-ce que c'est une losange?
HAC: Un losange.
L'enseignant arrive pour faire le facteur.
[1072] ROL: "Losange", c'est féminin ou masculin?
M.: Un losange.
ROL: Alors, qu'est-ce que c'est un losange?

($S4_R$) n'a pas le même répertoire que les émetteurs, la communication ne passe pas. Il demande des informations supplémentaires en relation aux objets qui font partie de leur univers cognitif. Il y a là une métaphore: si la figure matérielle est un quadrilatère, alors elle doit s'approcher du rectangle ou bien du carré. Il renvoie le message avec une question:

> Q.: Qu'est ce que c'est qu'un losange, un rectangle ou un carré?

Le nouveau message, avec la première question supplémentaire, arrive chez les émetteurs[47]:

---

[46] Nous avons presenté une première analyse de ce message dans le § 4.2.1 de ce chapitre. Les extraits proviennent de la transcription de la séance du 12.03.90. Cf. Annexe III.

[47] Chaque groupe est à la fois, émetteur et récepteur. Pour faciliter l'analyse nos extraits font référence seulement aux activités relatives à la reproduction d'un losange.

WAC lit la question à haute voix.
(...) WAC: Qu'est-ce que c'est un losange, un rectangle ou un carré?
[1143] OLM: Aucun des deux!
WAC: Attention! Je marque quoi?
(...) WAC: Bon, je mets: "ni un carré ni un rectangle".
OLM: Alors...
WAC: Là je mets "ni l'un ni l'autre".
[1240] OLM: Qu'est-ce que c'est un losange: un rectangle ou un carré? Comment leur expliquer?
WAC: Ni l'un ni l'autre
OLM: Et oui, ni l'un ni l'autre... Mais après il faut leur expliquer comment, ils ne vont pas comprendre après... Alors, ni l'un ni l'autre... Tiens tu veux écrire "ni l'un ni l'autre".
WAC commence à écrire.
"Un", comment tu écris ça?
WAC se couvre la bouche avec la main.
OLM prend la feuille et le crayon, elle corrige et fini le message.
Ni l'un ni l'autre, c'est...
[1275] WAC: C'est comme une forme de...
Elle fait un geste avec sa main, ensuite elle prend le losange entre les mains et le fait tourner.
OLM: Comment dire?
WAC: Ça ressemble à quoi?
OLM: Je ne sais pas... Oh! Comment peut-on leur expliquer ça?
WAC: Oui, mais ça ressemble à quoi? A une boule? *Elles rient.*
OLM: Non, tu es folle? S'ils ne savent pas qu'est-ce que c'est, comment on va pouvoir leur expliquer?
[1315] WAC: Bon, on envoie ça et puis après ils nous poseront d'autres questions.
OLM: Attends! Je ne sais pas moi, c'est un... Alors...
WAC: Envoie ça, et après...
[1335] OLM: Faites une croix... Non...
WAC: Bon, alors on envoie ça... On l'envoie?
WAC lève le doigt pour appeler le facteur.
OLM: Oui, on est obligé! C'est une réponse... Je ne sais pas moi, parce qu'ils ne savent pas qu'est-ce que c'est un losange...

Les attitudes de OLM et WAC, vis à vis de leurs partenaires sont très différentes: nous allons revenir sur ce fait signalé par Laborde[48] et désigné comme *responsabilité sociale de l'élève*.

OLM en ($S4_E$) cherche aussi un répertoire commun à travers une métaphore (l'analogie avec la boule) et hésite devant l'application du mot "croix". A l'intérieur du groupe, les élèves discutent à propos de leur formulation -y compris des problèmes d'orthographe- ils placent leurs récepteurs dans la position de S5 et anticipent qu'avec la réponse "ni l'un ni l'autre", ils

[48] Laborde, (1988).

ne pourront pas s'en sortir. Les émetteurs entament une dialectique formulation-action évoquée, et ils "voient" les récepteurs -en S5- bloqués au niveau de l'action.

Pour l'élève en ($S4_E$), la formulation devient, un problème: comment décrire une figure matérielle? Il a proposé une première formulation, et le message n'est pas passé. Qu'est-ce qu'il faut dire? Il a besoin de maîtriser ce qui pourrait être variable dans la figure, il doit anticiper ce que le récepteur "verra" avec son message. Donc, s'il doit entamer un processus de reformulation, il doit modifier l'organisation dans l'ensemble des éléments de cette figure, en tenant compte des relations qui existent entre eux.

Faut-il donner une description naïve pour s'assurer un répertoire commun? Les risques d'ambiguïté sont très grands, et de plus, dans une relation didactique le répertoire "commun" n'est pas toujours bien accepté. (L'élève en ($S4_E$) peut envisager la présence de l'enseignant dans une position quelconque, P2, ou S5, donc il doit employer un vocabulaire idoine.)

Faut-il donner *tous* les renseignements, d'après une représentation mentale déterminée? C'est probablement ce qu'ont fait les émetteurs dans notre exemple: ils ont donné, d'emblée, toutes les informations qu'ils ont envisagées comme pertinentes. Cependant, elles n'ont pas été adéquates pour accomplir la tâche de reproduction.

Ou bien, faut-il décrire une procédure de construction? Ou encore, est-il nécessaire de déterminer les sommets du polygone par rapport au système de référence créé par les bords de la feuille A4?

Joshua[49], à propos de la recherche menée par Guillerault et Laborde, cite deux grandes catégories de classement des messages:

> "*a- Les procédures "inventaires"*, correspondant aux messages se présentant comme une suite de données qualitatives, non articulées entre elles, fournissant un inventaire plus ou moins complet de la figure.
>
> *b- Les procédures instructionnelles*, divisées en trois sous-classes:
>
> - les procédures "segments" (...) qui consistent à donner des instructions de tracé des segments l'un après l'autre;

[49] Joshua, (1993), p. 305.

- les procédures "points" (...) qui consistent à donner les instructions de marquage de tous les points du bord du rectangle qui sont extrémités des segments (...)

- les procédures mixtes points-segments."

Nous retrouvons aussi, dans les messages à propos du jeu de communication, différents exemples qui répondent à cette classification[50].

Effectivement, tel que prévu par les émetteurs, avec leur réponse "ni l'un ni l'autre" -le losange n'est ni un carré ni un rectangle- les récepteurs sont coincés:

[1380] ROL: On a posé la question. "Qu'est-ce que c'est un losange: un rectangle ou un carré?"
HAC: Ni l'un ni l'autre, ils nous ont répondu.
ROL: Ça se ressemble à plus de deux.
HAC: On va marquer: qu'est-ce que c'est?
HAC commence à écrire la question.
ROL: Quelle forme ça a? Ils n'ont pas fait un dessin, ils n'ont pas répondu à la question.
ROL lit le message à haute voix.
Comment ça? "Il a la même mesure des quatre côtés..." Beh! Hein! Quand tu écris: "Qu'est-ce que c'est", un point d'interrogation, non?
HAC: Ah, oui!

Les quadrilatères typiques, rectangle et carré, sont insuffisants pour repérer le losange. ($S4_R$) devrait anticiper sur les références prises par les émetteurs, mais il n'en trouve pas le moyen. Pour placer le losange, les comparaisons proposées par ($S4_R$) devraient ouvrir un champ beaucoup plus large, cependant il n'a pas un vocabulaire pertinent pour poser une bonne question. Le rôle décisif que joue l'interdiction de dessiner est ici très clair. De plus, dans ce dernier extrait, l'action de concert atteint aussi les signes de ponctuation.

Jusque là, le message est:

> Losange (4 côtés), la même mesure des 4 côtés:
> 18 cm et 2 mm. En largeur 17 cm (de gauche à droite).
> En longueur (de bas en haut) 32 cm 2 mm
> Q.: Qu'est ce que c'est qu'un losange, un rectangle ou un carré?
> R.: Ni l'un ni l'autre.
> Q.: Alors qu'est que c'est?

La constatation de l'échec prévu au niveau de la communication, conduit les sujets en position de ($S4_E$) à donner des instructions pour construire la figure matérielle. Nous y

[50] Cf. Annexe II. Rassemblement des messages.

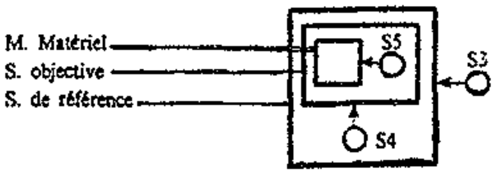
reviendrons dans l'étude de la dialectique formulation-action. Nous plaçons dans ce même type de dialectique les réponses obtenues par la détermination des sommets selon un repère.

Pour finir notre analyse de la dialectique de la formulation, il nous manque l'étude de cette dialectique dans la **phase de mise en mémoire**. Cette fonction de la formulation se réalise dans le système didactique -nous l'avons déjà avancé- lors de l'analyse de messages obtenus pendant la première séance du jeu de la communication.

A ce moment là, l'émetteur est évoqué -sauf s'il faut trancher sur une discussion particulière- tous les élèves sont récepteurs. Le travail porte donc sur un message -généralement fabriqué dans la même classe mais il est possible d'en introduire un étranger à la production de la classe- pour lequel il faut anticiper, et ensuite constater par une construction, s'il permet de construire la figure matérielle voulue.

Tous les élèves ont "apparemment" le même milieu objectif, mais ceux qui ont déjà occupé une position de S4 -quelque soit l'interaction, ($S4_E$) ou ($S4_R$) et même si l'interaction est évoquée- peuvent se trouver dans une position réflexive par rapport à la situation, et donc se placer dans S3[51]. Le jeu d'un rapport social particulier facilite le passage d'une position à une autre, mais ce déplacement ne fait pas partie -à ce moment là- de l'enjeu de l'enseignant.

Le schéma convenable pour représenter cet hyposystème est le suivant:



Quelles sont les interactions de l'élève avec le milieu objectif dans le domaine de la formulation en tant que mise en mémoire?

L'élève en ($S4_R$) doit décoder le message et anticiper s'il peut entamer une reproduction de la *figure matérielle* modèle. Tel que le prévoit la fiche didactique, ce travail commence par une phase collective où chaque élève a le droit d'expliciter ses doutes par rapport au message. Ainsi commence une action de mise au point du message et des conceptions relatives à *la figure représentation mentale*.

[51] Nous avons déjà vu les effets qu'avait eu l'expérience préalable sur les parallélogrammes au moment d'établir une communication avec le maître Cf. dans ce chapitre. § 4.2.1., Variante 2.

Voyons deux exemples, le premier sur le triangle et le second sur le rectangle.

Dans la troisième séance de la progression prévue[52], l'enseignant propose l'analyse d'un message sur le triangle fabriqué lors de la première séance.

(...) M.: Alors ce matin on pourrait justement regarder un petit peu les messages des triangles. Voir un petit peu ce qui s'est passé, les échecs, les réussites... (...)

L'enseignant commence à écrire au tableau le message suivant:
Faites un triangle avec un côté mesurant 15 cm 7 mm,
puis un côté mesurant 19 cm 2 mm et enfin un côté mesurant 9 cm.

M.: Voilà le message qui a été envoyé dans une équipe par les émetteurs à des récepteurs. Vous avez tous lu le message?
Es.: Oui!
(...) M.: Qu'est-ce que tu as à dire? Vas-y!
ACL: Moi je ne comprends pas parce qu'il a dit: un côté... un côté... un côté... On ne sait pas de quel côté on parle, s'il est à droite... ou en bas...
E.: (...) Ça n'a pas d'importance.
M.: (...) Est-ce qu'on peut, avec ce message là, faire donc un triangle qui sera superposable au modèle? Alors, qu'est-ce que vous en pensez? Alors, qu'est-ce que tu en penses toi, Maite?
OLM: Oui.
M.. On pourrait! Et toi?
E.: Oui, parce que nous on avait le même, on avait les mêmes mesures mais pas le même message.
M.: Et vous êtes arrivés?
E.: Oui.

ACL considère que le message est incomplet -encore le problème de la position- tandis qu'un autre élève pense que savoir si le côté est à droite ou en bas n'a pas d'importance. La dernière intervention nous montre un sujet en S3: il a vécu l'action et il a réussi. Il peut anticiper le résultat grâce à une action précédente, cependant son intervention ne nous donne pas beaucoup d'information sur ses connaissances.

La validation de l'anticipation se réalise par le biais de la construction, c'est-à-dire grâce au jeu de la dialectique formulation-action. La reformulation du message fait partie de la dernière étape et relève de la dialectique action-validation.

A propos du rectangle, dans la deuxième séance[53], l'enseignant propose le message suivant:

[52] Cf. Annexe V, transcription de la séance du 16.03.90.
[53] Cf. Annexe IV, transcription de la séance du 13.03.90.

L'enseignant écrit au tableau le message, pas les questions.
Prends une équerre pour tracer 19 cm et 4 mm sur le grand côté et pour le petit côté 11 cm 7 mm.
Le message complet est:
Prends une équerre pour tracer 19 cm et 4 mm sur le grand côté et pour le petit côté 11 cm 7 mm
Q.: *Combien fait le bas?*
R.: *le bas mesure 19 cm 4 mm*
Q.: *Etes-vous sûrs de vos nombres? Vous-êtes sûrs de la mesure du bas?*
R.: *Nous sommes sûrs de nos mesures.*
Q.: *Vous avez fini?*
R.: *Nous, on a fini.*

GNJ: Ils se sont déjà trompés...
(...) GNJ: Ils se sont trompés parce que le grand côté est déjà plus grand que le petit côté.
(...) GAE: Oui, on s'est trompé parce qu'ils avaient mis "le petit côté"... Pas "les petits côtés", alors nous on a compris que c'était comme une équerre...
ARC: Et ils disent "prends une équerre" pour le rectangle, mais il y a un côté qui est comme ça...
Il fait le geste avec la main pour indiquer en diagonale.
GOS: En plus là c'est marqué, prends une équerre pour tracer 19 cm mais l'équerre n'est pas assez grande.
GNJ: Elle va jusqu'à 14 cm. Elle n'est pas assez grande.
M.: Bon, ça fait beaucoup de choses. D'abord ils ont tracé quoi là? Ils ont tracé un... un...
E: Un triangle.
DIM: Il aurait fallu mettre combien il y en a des côtés...
(...) DIM: Avec Gael au début, on s'est mélangé parce qu'on ne savait pas combien il y avait de côtés on aurait pu en rajouter...
M.: On aurait pu rajouter quoi?
DIM: Je ne sais pas moi...mais s'ils nous avaient dit deux côtés horizontaux et deux comme ça...
Elle montre avec le doigt deux traits apparemment perpendiculaires
GNJ: C'est un rectangle.
DIM: ... Et nous, on serait parti avec, selon la consigne...
GNJ: Ils auraient pu donner le nom de la figure, ça aurait déjà donné une idée.

Toutes ces interventions sont, d'après la structuration du milieu, celles d'un sujet qui prévoit son action: il n'a pas entamé l'activité, mais il se voit comme S5 en train de prendre les décisions conformes au message. La formulation relève ici de différents domaines de confrontation:

- au niveau de langage: C'était "le" ou "les" côté(s)?
- les liaisons entre les répertoires de la formulation et ceux de l'action: si la mesure d'un côté est plus grande qu'une autre, ce n'est pas la peine de dire "le plus grand côté".

Ensuite, le message indique de tracer avec l'équerre un segment de 19 cm, mais les équerres mises à disposition des enfants ne sont pas assez grandes.

C'est l'intervention de l'enseignant qui dénonce l'échec de la tâche, fait qui permet de rendre public les informations insuffisantes. Alors, avec ce message on peut obtenir plusieurs figures différentes toutes conformes à la description donnée: il fallait dire "c'est un rectangle".

En réalité tous les élèves ne parlent pas en étant dans la même position. Nous avons repéré, par rapport à ce message:

- certains sont des ($S4_R$): DIM et GAE.
- d'autres des ($S4_E$): ARC.
- GNJ était ($S4_E$) d'un rectangle identique, mais son groupe avait fabriqué un autre message.

En réalité l'intervention de GNJ montre bien sa position: la situation objective pour lui est devenue une situation de référence, car lui, en tant qu'émetteur avait fabriqué sur le rectangle le message suivant:

> C'est un rectangle.
> Les deux côtés les plus grands mesurent: 19 cm et 5 mm
> Les deux côtés les plus petits mesurent: 11 cm et 6 mm

Avec ce message, l'équipe de GNJ avait réussi la tâche. Maintenant qu'il regarde une autre formulation, il se trouve dans une position S3 d'où il est capable de distinguer des renseignements redondants.

Une position particulière est aussi celle de ARC. A propos du message objet d'analyse public, il conteste l'inclusion de l'équerre. Cependant, il était un des émetteurs et dans la première intervention il affirme: "Et *ils* disent "prends une équerre" pour le rectangle, mais il y a un côté qui est comme ça..." Après, vu la confusion créé par l'expression "prends une équerre", il essaie d'expliquer leur message: il devient un décodeur de sa propre production.

ARC: Et puis nous c'est ce qu'on voulait dire... Prends une équerre pour que le côté soit...
M.: Viens nous montrer!
ARC: On voulait dire: "Prends une équerre..." Des fois en CE2 on avait fait un exercice comme ça et puis tout le monde s'était trompé, l'angle il était comme ça... Et après Bernard nous avait expliqué qu'il fallait prendre une équerre pour que l'angle soit droit.
Il montre sur le gabarit un angle aigu.
M.: Pour que l'angle soit droit! Ah! Alors eux, ils ont indiqué qu'il fallait une équerre pour que l'angle soit droit.
DIM: Ils ont dit pour "tracer", prends une équerre pour tracer...
(...) DIM: Ils ont dit pour "tracer", prends une équerre pour tracer...
(...) DIM: Il n'en faut pas dans la mesure des côtés. Il a dit: "Prends une équerre pour tracer 19 cm 4 mm". Ce n'est pas pour tracer, il l'a dit lui même, c'est pour que les angles soient droits.

Par rapport au contrôle de l'angle droit, ARC se trouve dans une position de S3: il évoque un événement (Bernard était leur enseignant en CE2) qui lui a permis d'apprendre à vérifier l'angle droit avec l'équerre. Il est fort possible que son interaction avec le milieu qui fait fonctionner l'angle droit comme moyen de contrôle soit, à ce moment là, fictif: pour lui l'équerre est synonyme d'angle droit, cependant ce répertoire n'est pas partagé. Pour DIM, en ($S4_R$), "tracer" s'utilise pour les traits et pas pour les angles et l'équerre sert, à la limite, pour vérifier les angles droits.

Pendant l'analyse des messages, les élèves trouvent ce qu'ils auraient dû écrire. Le fait de confronter leurs déclarations avec leurs formulations écrites révèle à eux-mêmes et aux autres de nouvelles conditions. La gestion de ces phases collectives est un peu délicate et elle peut conduire, comme lors de cette séance sur la construction du rectangle, à ce que l'ostension capture les autres procédés didactiques[54]. Dans le dialogue qui fait partie de notre dernier extrait, les enfants qui explicitent l'inadaptation du message sont ceux qui ont déjà eu une expérience avec le rectangle. Nous allons revenir sur ce phénomène à propos des jeux du maître dans la situation de communication de figures.

4.2. Dialectique formulation-action

Tout au cours de l'analyse de la dialectique de la formulation, on a vu se glisser l'action soit d'une façon évoquée soit à travers l'anticipation par rapport à un tracé. Le but de la formulation est l'action de quelqu'un sur le milieu, différent de l'émetteur: l'action contrôle le contenu d'un message, ce sont les aller-retour sur l'action qui déterminent l'adéquation de la formulation. C'est pour décortiquer la dialectique de la communication que nous avons distingué les deux procédés, mais ils vont ensemble: pour être efficace, un message doit contenir un procédé de construction, ou bien il doit impliquer une méthode de construction qui est supposée connue par les récepteurs.

Pour l'élève dans la position de ($S4_E$), la description de la figure et le cas échéant l'inventaire des renseignements -quand cette procédure est à la portée des élèves- est la formulation la

[54] Cf. Chapitre 2, § 6.

plus économique. Si la communication ne passe pas alors il faut trouver d'autres moyens: généralement, la formulation des *procédures instructionnelles*.

Parmi la classification citée par Joshua[55] nous pouvons repérer les méthodes "points" et "segments". Nos exemples porteront sur la description d'un losange. (La figure matérielle était la même pour les deux groupes d'émetteurs).

La méthode "points" fonctionne en prenant les bords de la feuille comme repère. Le message obtenu est:

> C'est un losange (4 cotés). Mettre votre feuille a la verticale, puis faire en haut a 3 cm 8 mm du bord un point, à gauche en faire un 6 cm 5 mm du bord, en bas en faire un 4 cm 2 mm du bord, à droite en faire un à 6 cm 9 mm du bord. Ensuite rélie-les dans l'ordre donné pour les dessiner.

Les récepteurs demandent des précisions, mais la communication ne passe pas. Nous retrouvons dans ce message le problème de la détermination d'un point: Quels sont les renseignements implicites pour penser que l'instruction "à 3 cm 8 mm du bord" identifie un point?

La méthode "segments" est choisie par un autre groupe, celui objet de l'analyse de la dialectique de la formulation. Nous avions laissé le message à ce point:

> Losange (4 côtés). la même mesure des 4 côtés: 18 cm et 2 mm.
> En largeur 17 cm (de gauche à droite). En longueur (de bas en haut) 32 cm 2 mm
> Q.: Qu'est ce que c'est qu'un losange, un rectangle ou un carré?
> R.: Ni l'un ni l'autre.
> Q.: Alors qu'est que c'est?

($S4_E$), dans notre exemple OLM et WAC, commencent une action de concert fondée sur l'action, pour expliquer ce qu'est un losange:

[1475] (...) On va leur mettre... on va leur répondre ce qu'est-ce, à quoi ça ressemble.
OLM: Alors, c'est un... Vous faites une croix, comment ils peuvent faire? Oh, là, là!
C'est une croix et... c'est simple.

Elle fait une croix dans l'air.

Non, ce n'est pas ça. Faites une croix et puis reliez...

Elle fait le geste avec la main.

OLM: Ca va faire un losange, mais reliez avec des traits, avec...
WAC: On n'a pas le droit de faire de dessins...
OLM: Mais si, justement... relie avec des traits de 18 cm 2 mm, eh? Alors,
on écrit ça?
WAC: Oui, vas-y!
OLM: Faites une croix... Non, pas une croix... Faites une...
WAC: Une croix!

[55] La figure sur laquelle porte la communication dans la recherche de Laborde est assez compliquée, elle sert à étudier le choix des éléments à coder et le choix du codage. (Cf. § 1 dans ce chapitre).

OLM: Mais non, une croix ça fait... Non, ce n'est pas une croix.
WAC: Vous faites un trait comme ça, et après un autre...

WAC rejoint, sur le losange modèle, avec la main les sommets qui déterminent la grande diagonale. Ensuite, elle fait le même mouvement pour la petite diagonale.

OLM: Alors, vous faites un trait vertical et un trait horizontal...
[1545] WAC: Un trait comme ça... Et après comme ça, et après on relie et ça fait un losange, eh?

Elle revient sur le modèle avec des trajectoires identiques à celles de son intervention précédente.

OLM: Un trait vertical et un autre horizontal qui se croisent... qui forment une croix.
WAC: Et après tu les mets. .
OLM: Une croix.
WAC: Et après vous reliez les traits...
OLM. Vous reliez les traits...

OLM répète la phrase mais sans oser l'écrire.

WAC. Tu les mets: vous reliez les traits!
[1585] OLM: Mais non, parce que regarde... Ils peuvent relier comme ça...

Pour montrer l'ambiguïté de l'expression, elle fait un dessin où le processus décrit ne permet pas d'obtenir un losange.

Je ne sais pas moi... Bon, on va mettre: "Reliez les traits". On est obligé...

(...)La réponse est:

R.: *Vous faites un trait vertical et un trait horizontal qui se croisent (une croix) et vous reliez avec des traits de 18 cm 2 mm*

OLM: Je ne sais pas si c'est clair, mais ils pourront faire quelque chose.

Si l'on n'a pas le vocabulaire pertinent, à l'occasion "diagonale", qu'est-ce qu'on peut dire? Le mot "croix" semble ambigu pour décrire les diagonales: OLM, en ($S4_E$) envisage de nouvelles difficultés pour les ($S4_R$). Elle pense aux récepteurs en S5: "Ils peuvent relier comme ça". Par contre WAC, elle aussi en ($S4_E$), ne semble pas imaginer la position des récepteurs et indique les renseignements sur le modèle. Finalement, le groupe des émetteurs ne trouve pas une meilleure formulation, et espérant que "l'action y pourvoira" -(...) "mais ils pourront faire quelque chose"- ils renvoient le problème aux récepteurs.

ROL et HAC, en ($S4_R$), ne discutent pas la nouvelle réponse et commencent une action. Le premier problème à résoudre est de tracer un segment de 32,2 mm avec un double-décimètre: la confrontation au domaine du micro-espace est en train de démarrer.

[1705] *Sur un grand carton, HAC mesure un segment avec son double décimètre. Elle met le zéro de sa règle à peu près au milieu de la largeur du carton, et elle commence à tracer un segment; le problème est qu'à partir du point d'origine choisi, il n'y a pas assez de place pour faire 32 cm. (...)*

HAC: On n'a pas la place de faire 32 cm, la règle est plus petite.
M.: Dis-donc, on n'a pas appris comment on pouvait faire 32 cm avec une petite règle?
Mais attends, parce qu'il s'occupe de ça... Tu regardes ce qu'il fait, vous le faites ensemble...

(...)[1750]HAC: Avec la règle, oui... Mais là, on ne peut pas faire 32 cm...

Elle montre le bord droit du carton: le problème n'est pas le mesurage mais le placement du segment

M.: Et si tu pars d'ici?.

L'enseignant signale plus à gauche, puis il s'en va. HAC efface d'abord l'essai raté et fait une tentative de placer la règle pour faire 32 cm: elle pose la règle une fois et marque avec le doigt 20 cm, elle fait glisser la règle sur la même droite et regarde le bout de 12 cm.

ROL: Tu fais 32 cm 2 mm ici.

Il trace avec le doigt un segment, au milieu et parallèle au bord supérieur du carton. Ils effacent quelques traces de l'essai précédent. C'est ROL qui commence à construire le segment: il fait un trait à environ 2 cm du bord supérieur du carton.

ROL: Là tu fais 20 cm et c'est 32... Alors il faut ajouter 12, voilà, comme ça.

Ils semblent bien maîtriser le prolongement d'un segment: ils gardent une partie commune entre la règle et le trait déjà dessiné et ils mesurent soigneusement.

HAC: Attends! Ici.

Elle redresse la règle et après elle efface quelques traces.

[1805] ROL: Attends! Maintenant on mesure, on va mesurer...

Il vérifie la longueur du segment en mesurant dans le sens inverse de celui de la construction.

HAC: Là, ça fait 20...

ROL: Un petit trait là, et là ça doit faire 12 2... 12 2, voilà!

HAC: Oui!

ROL: Voilà, c'est grand!

La première action est réussie, ils entament donc la construction du quadrilatère. Ils ne peuvent pas anticiper les difficultés de la mise en oeuvre de la négociation entre la procédure instructionnelle reçue et leur représentation mentale, c'est l'action effective qui va leur montrer une contradiction.

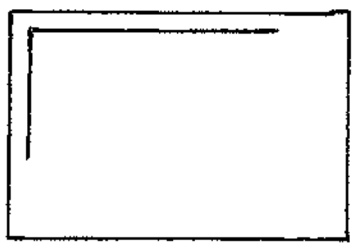
HAC met la règle à gauche, presque sur le bord du carton

HAC: 17 cm, alors...

ROL: Oui, 17 cm de gauche à droite.

HAC avec beaucoup d'attention et tout près du bord gauche du carton, elle fait un segment de 17 cm. Le carton a l'apparence de la figure 8.

Fig. 8



ROL: La même mesure des quatre côtés, qu'est-ce que c'est ça?

ROL lit encore une fois le message reçu.

[1830] HAC: Un, deux... Trois, quatre.

Les deux premiers nombres de la comptine correspondent aux segments déjà faits, et "trois" et "quatre" sont, d'après elle, parallèles aux autres bords du carton.

ROL: Non, la mesure de quatre côtés, ça veut dire que là il y a 18, là 18, là 18 et là 18.

Il dessine avec la main -au fur et à mesure qu'il parle- un quadrilatère.

HAC: En largeur...

ROL: On va leur dire...

HAC: Attends! Mais non, s'il te plaît...

ROL: On va leur mettre une question... Regarde! Ce n'est pas possible...la même mesure des quatre côtés... et ce n'est pas la même mesure... Ca ne peut pas... Attends!

Pierre: Mais, qu'est-ce qui se passe là? Vous avez terminé?

ROL: Non, mais elles disent la même mesure des quatre côtés 18 cm 2 mm et en largeur de gauche à droite 17 cm et en longueur 32 cm 2 mm.

Pierre: Et qu'est-ce que c'est comme figure?

ROL: Un losange.

(...) [1890](...) ROL: Oui, on a une question là.

La question est:

Q.: Ça ne peut pas être la même mesure des 4 côtés puisque les mesures sont différentes..

Pierre: Voilà, ils vous envoient ça.

[1900] OLM: Comment ça? Les mesures sont différentes. Ils n'ont pas compris... Ah! Oui! D'accord, ils se sont confondus avec la longueur et la largeur. Bon, alors...

Les récepteurs ont assigné aux mots "longueur" et "largeur" une signification différente de celle des émetteurs. Ils ont eu, grâce aux mouvements engendrés autour de la construction, des interactions effectives dans le domaine de la formulation: d'après eux le message est contradictoire, une telle figure matérielle ne peut pas exister. Les émetteurs ont reçu des sanctions de la part des récepteurs ainsi que du milieu organisé autour du losange. Ils ont compris la cause des malentendus, il est indispensable d'entamer une phase de mise au point du langage et des modèle implicites associés.

Le temps de recherche est fini, l'équipe ne parvient pas à obtenir une figure superposable au modèle, en conséquence ils ont échoué à la tâche. Cependant, du point de vue de l'enseignant, dans la position P2 de *professeur enseignant* aussi bien que dans celle de P1 de *professeur préparant son cours*, le message était bon. La formulation, depuis le début, correspond bien à la *figure idéale* du losange.

Comment juger les messages? Comment juger ce message en particulier? Les partenaires de la relation didactique ont besoin de reconnaître un "bon" message d'un autre qui n'admet pas ce qualificatif. Ce message sur le losange est "bon" pour l'enseignant et pas efficace pour l'équipe concerné.

Par contre, dans cet autre exemple:

Largeur 19cm 3mm.
Longueur 11cm 6mm.

Le message était efficace pour l'équipe car ils ont réussi la tâche mais éloigné de l'enjeu de l'enseignant. Pour que la formulation puisse avoir lieu dans le cadre d'une situation a-didactique, Brousseau[56] affirme:

"Il est nécessaire que, si le message ne passe pas (mal codé, ou mal compris) l'action ne puisse aboutir."

Brousseau[57] analyse les "Conditions sur la communication", et à notre avis cette série des exigences constitue ce qui, du point de vue théorique, caractérise un "bon" message en mathématiques:

"Un message, même un ordre bref nécessaire à la réalisation d'une tâche, contient forcément une partie pertinente, concrètement significative. (...) On ne connaît pas de système de conditions suffisantes pour qu'il soit un message mathématique mais le fait que le message soit:
- écrit,
- sans ambiguïté,
- sans redondance (c'est-à-dire ne contienne pas plusieurs fois la même information),
- sans information superflue et plus généralement,
- minimal en ce qui concerne à la fois le message, le répertoire et la syntaxe,
paraît propre, dans la plupart des cas où nous l'avons réalisé, à produire la création de messages quasi mathématiques, c'est-à-dire de modèles."

Cette liste d'exigences donne à l'enseignant des moyens pour juger les messages sur le contenu et pas sur la forme: l'orthographe et la syntaxe sont à la charge du maître.
Ces conditions font partie des outils que l'enseignant possède pour contrôler son propre enjeu. Peut-il donc distinguer les réponses correctes? Sans doute, mais dans la relation didactique, ces décisions sont le produit d'une négociation entre les partenaires. L'équipe qui a travaillé sur le losange n'a pas gagné de point -selon le premier niveau de validation- mais,

[56] Cf. Brousseau. (1972), p. 434.
[57] Ibidem.

si la communication avait été passé jusqu'au bout et les moyens d'action suffisants, ce message n'aurait permis de construire qu'une figure superposable au modèle. Autrement dit, le message n'est pas bon selon le premier niveau de validation, mais il est correct pour le deuxième niveau. Et alors, quel sera le jugement de l'enseignant?

La signification de chacune des conditions énoncées n'est pas la même pour le sujet dans les positions modélisées par les situations a-didactiques -c'est-à-dire dans S5, S4 ou S3- et pour l'enseignant dans P2 et P1.

La seule exigence explicitée dans la consigne et réalisée dès le commencement de la relation didactique, est la première: le message doit être écrit. Les autres conditions - même si elles se réalisent dans quelques productions des élèves- en tant que résultat d'un acte didactique, sont les fruits d'un travail de reprise des messages, donc d'une phase didactique où il y a une sorte de "validation" de la communication pour elle-même[58].

Par exemple, pour l'élève dans ($S4_E$) donner la position d'un triangle élimine l'ambiguïté, et pour le maître en P1, c'est de l'information superflue. Quand il est dans la position P2, il doit faire quelque chose avec parce que ces précisions ne vont pas lui permettre d'obtenir un message minimal.

Un cas similaire est celui de l'information redondante. La description "(4 côtés)" ajoutée au mot "losange" fait peut-être partie, pour ($S4_E$), de la *figure dévolue* et pour l'enseignant il s'agit d'un supplément qu'il faudrait éliminer.

La quatrième exigence, et plus généralement la dernière, ne peut pas être gérée jusqu'au bout dans une situation de communication. Vu que pour les enfants, l'enjeu est obtenir une figure superposable, un bon message doit donner le plus d'information possible: si les renseignements ne sont pas nécessaires à la reproduction de la figure en question, ils peuvent l'être -comme le disent les élèves- "pour vérifier". Ainsi: "Avec la mesure des diagonales on peut construire un losange, mais la mesure d'un côté sert à vérifier." Alors commence un débat sur les messages, fait qui amène à la dialectique action-validation.

[58] Cette "validation" répond aux niveaux que nous avons signalé, elle ne constitue pas une situation de validation conventionnelle dont l'objet est la connaissance visée. Cf. plus loin, § 4.4.2.

Les conditions sur la communication proposées par Brousseau, vues dans la situation de communication de figures à l'école élémentaire, nous permettent de distinguer trois types de messages:

- *juste*, par rapport au savoir mathématique officiel. C'est la description de la *figure idéale*.
- *adéquat* au problème proposé. L'adéquation dépend des répertoires au niveau de la formulation et de l'action.
- *idoine*, s'il répond aux exigences du milieu didactique de l'élève, en particulier au contrat didactique. C'est une description qui tend vers la *figure didactique* de l'enseignant.

Le message sur le losange:

> Losange (4 côtés). la même mesure des 4 côtés: 18 cm et 2 mm.
> En largeur 17 cm (de gauche à droite). En longueur (de bas en haut) 32 cm 2 mm

est dans le jeu de communication *idoine* mais pas adéquat ni juste. Par contre, la description du rectangle comme:

> Largeur 19cm 3mm. Longueur 11cm 6mm.

est *adéquate*, car elle permet à une équipe de réussir, mais ni juste ni idoine.

Il est clair que cette classification est relative, et le statut des messages change selon le niveau de validation concerné. Dans le premier niveau l'enseignant est attaché, vis à vis de l'élève, à la réussite de la tâche. Donc, l'enseignant doit admettre publiquement -malgré lui[59]- que l'équipe qui a travaillé sur le losange est en échec et que celle du rectangle a réussi. Nous pouvons ajouter d'autres exemples qui montrent l'éventail de messages[60]:

- message *juste* et *idoine*, mais pas adéquat:

> C'est un triangle qui a deux côtés qui font 15cm 8mm et un côté qui fait 15cm 7mm.

Les récepteurs n'ayant pas les moyens d'action suffisants pour construire la figure d'après ce message demandent des renseignements supplémentaires, mais ils n'arrivent pas à obtenir le triangle voulu.

> Q.: A combien de cm du milieu du trait horizontal on doit faire les deux traits en diagonale?
> R.: Expliquez-vous mieux.
> Q.: Si on fait deux traits en diagonale de 15 cm 8 mm on peut être trop bas ou trop haut.

[59] Nous allons revenir sur ces choix dans le § 4.4.
[60] Une liste de messages obtenus lors de différents jeux de communication se trouve dans l'Annexe II.

- message *idoine*, ni juste ni adéquat:

C'est un rectangle qui mesure à l'une de première diagonale 8 cm 3 mm et la deuxième diagonale mesure 8 cm 3 mm.

Pourquoi un élève de CM2 proposerait-il cette description d'un rectangle? Pendant la séance du jeu de la communication, l'enseignant avait autorisé les élèves à consulter le "cahier rouge" de l'année précédente -où se trouvent les savoirs de mathématiques institutionnalisés- afin d'actualiser le vocabulaire. La dernière page de ce cahier montrait le dessin d'un quadrilatère avec une de ses diagonales tracées, et l'inscription suivante:

[Le quadrilatère] est une figure à quatre côtés.
Méthode de construction: on a une méthode qui fonctionne toujours: deux triangles accolés. Il me faut donc la mesure des côtés et d'une diagonale.

L'élève, dans la position d'émetteur, a essayé de répondre à ce qui, d'après lui, étaient les attentes de l'enseignant. Il interagit avec son milieu didactique, mais il s'est trompé et le message n'a pas les renseignements suffisants pour reproduire le modèle.

Notre analyse des messages porte tout particulièrement sur la formulation et non sur les moyens d'action. Bien que nous puissions faire quelques remarques sur les moyens de contrôle de l'élève dans le domaine des constructions, ces notes ne sont pas suffisantes pour bien poser les problématiques concernant les tracés. L'étude des conditions de constructibilité de figures matérielles dans différents milieux pourrait constituer l'objet d'une autre thèse.

Revenons à notre problème: Qu'est-ce qu'un bon message? Les réponses à cette question sont liées aux enjeux de l'élève et de l'enseignant. Pour l'élève, en tant que *sujet agissant*, un bon message est un message "efficace", c'est-à-dire celui qui permet de réussir la tâche. L'enjeu de l'enseignant est que la réussite de la tâche soit due à un message "adéquat", c'est-à-dire adapté au problème proposé.

Cette adaptation est réglée par les niveaux de validation lesquels exigent toujours une action pour sa mise en place. Nous avons déjà vu qu'un message incomplet permet quelquefois de construire une figure matérielle superposable au modèle. Le deuxième niveau de validation a pour objet de dévoiler ces effets pervers dus au hasard ou aux répertoires communs implicites. Si un élève montre une figure matérielle qui, tout en respectant le message, n'est pas superposable au modèle, il ne s'agit plus de la formulation. Il commence une autre dialectique où la reprise des messages et de leurs référents déclenche un débat sur la qualité des messages et sur la qualité des reproductions.

Une figure matérielle peut engendrer différents messages et donc différentes méthodes de construction selon l'organisation des éléments et des relations envisagées entre eux. Comment savoir si l'objet qui a certaines propriétés est le même que "l'autre" qui a d'autres propriétés? Par exemple, dans le jeu d'autocommunication à propos du parallélogramme, nous avons déjà dit que les élèves demandent la mesure soit des côtés et d'une diagonale, soit des côtés et de "l'écart". Ceci nous indique qu'il n'y a pas une *figure représentation mentale* chez l'élève pour l'ensemble de la classe, alors que la *figure idéale*, elle, est unique. Une action didactique autour de la validation s'avère indispensable.

4.3. Dialectique action-validation

Pourquoi avons-nous omis la formulation dans cette dernière dialectique? Bien que la formulation soit à la base des interactions entre l'élève et son milieu, dans cette dialectique ce sont les allers et retours entre l'action et la validation qui fornissent les éléments pour organiser localement les connaissances obtenues pendant la dialectique de la communication-action. Il ne s'agit pas d'une situation de validation conventionnelle, c'est plutôt le point d'inflexion des situations de communication: c'est l'entrée dans le domaine de la gestion de messages minimaux et de l'organisation des connaissances en termes d'une théorie[61].

Nous allons analyser cette dialectique à l'aide des différents niveaux de validation[62].

Premier niveau:

Le jugement de l'enseignant porte sur le produit de l'action: le message est bon si l'équipe a pu obtenir une figure superposable au modèle.

Ce critère de validation constitue son enjeu vis-à-vis de l'enseignement, mais l'enjeu de l'apprentissage porte aussi sur le contenu du message.

La superposition des figures -la reproduction et le modèle- est à la charge des élèves. L'équipe, formée par ($S4_E$) et ($S4_R$), se réunit pour la vérification, les figures sont découpées

---

[61] Nous allons revenir sur ce point dans le § 4.4.2.

[62] Cf. dans ce chapitre, § 4.2.2..

et la superposition se fait sous le regard du maître. Voici la validation d'un message sur le triangle[63].

M.: Bien, allez! Ce qu'on peut commencer à faire c'est (...)
L'enseignant, avec l'équipe complète, prend le triangle modèle et la reproduction.
M. Alors, comment on les met?
HAC prend les figures et pendant un moment elle cherche la façon de les superposer: il ne suffit pas de faire des déplacements et des rotations, il fallait tourner la figure. Elle est très contente quand elle arrive à superposer les triangles et c'est comme ça qu'elle les rend à l'enseignant.
M. Tu me dis, comme ça! Oui, ça a l'air d'aller un peu dans ce sens là. Voyons si ça marche!
L'enseignant montre à tout l'équipe les figures superposées, elle les fait tourner pour être sûre qu'il n'y a pas de dépassements sur les côtés.
ROL. Oui!
M. Oui... Est-ce qu'on l'accepte?
OLM. Oui!

Le problème de la position de la figure réapparaît mais, grâce aux figures découpées, il reste au niveau de la contingence. L'enseignant n'a pas un discours culturel pour le prendre à sa charge -l'étude des isométries n'a pas de place dans cet acte didactique- donc il s'en sort par les effets du contrat: "Alors, comment on les met?" c'est la question qui autorise l'élève à bouger les figures matérielles pour trouver la position convenable.

Les élèves dans ($S4_E$) et dans ($S4_R$) -représentés respectivement par ROL et OLM- acceptent leur reproduction comme juste, l'enseignant est aussi d'accord avec ce jugement, donc l'équipe a gagné. Cette équipe, dans l'échange des rôles, avait le losange, objet de notre analyse préalable. Au moment de la vérification du triangle, commence, à propos du losange, un règlement de compte sur ce que chacun aurait dû dire ou faire:

(...) M.: Et alors, l'autre vous n'y arrivez pas.
OLM: Mais non, parce qu'ils ne savent pas qu'est-ce que c'est...[Un losange]
(...) ROL: Elles nous disent qu'il y a quatre côtés et ne nous en donnent que trois, et elles nous disent...
OLM: Mais non!
ROL: Oui, elles nous disent: "La même mesure des quatre côtés", et elles nous donnent trois mesures différentes.
OLM: Mais vous avez confondu le truc, c'est pour ça.
M.: Vous voyez, ce n'est pas clair dans ce que vous avez dit...
ROL: Et toc!
(...) [2130] OLM: Le triangle oui, mais le losange non...pas le losange, on a construit une figure.

[63] Cf. Annexe III, transcription de la séance du 12.03.90.

L'enseignant commence à trancher dans le débat: c'est là, sur la formulation du message qu'il place son enjeu vis-à-vis de l'apprentissage. Il ne peut pas l'expliciter, mais ROL -qui était dans la position ($S4_K$)- perçoit quelque chose qui l'autorise à renvoyer la balle avec une expression onomatopéique: "Et toc!"

Deuxième niveau:

Quand la séance du jeu de la communication est finie, chaque équipe a été confrontée à trois ou quatre figures matérielles différentes et l'enseignant se trouve avec une quinzaine de messages. Chaque équipe a appris différentes choses, et les élèves ne savent pas ce qu'ils ont appris. Il commence donc l'étude de chaque figure à travers celle des messages correspondants: chaque élève doit apprendre à construire une figure superposable au modèle et à distinguer ce qu'il faut dire pour y arriver.

Nous avons déjà dit que l'évolution des différents niveaux de validation réclame l'intervention de l'enseignant, c'est donc lui qui organise le milieu de l'élève et c'est lui qui relance une situation a-didactique. Maintenant l'enjeu de l'enseignant porte sur toutes les figures matérielles qu'il est possible de construire, conformes à un message donné. Les choix sont très délicats, il y a différents risques de glissement dans l'organisation et la gestion de la dialectique action-validation[64].

Par exemple, il doit éviter de reprendre un message qui, même incomplet, permettrait à toute la classe d'obtenir une reproduction superposable au modèle. Cet événement pourrait se produire avec un message sur le rectangle: la communication pourrait être réusssie si, sans que le nom "rectangle" soit cité, celui-ci ait décrit par les mots "longueur" et "largeur" auxquels seraient associés les mesures correspondantes. Les élèves de cet âge ont du mal à penser aux deux dimensions en dehors des directions privilégiées horizontale et verticale. Il y a une sorte d'identité entre le contingent et le possible, donc le renseignement à propos de l'inclinaison entre les côtés -impliquée dans le mot "rectangle"- n'apparaît pas comme indispensable. C'est à cause de cette identification que nous proposons d'introduire l'angle droit après avoir rencontré le problème du contrôle d'un angle, et pas comme un objet précieux de la culture scolaire.

[64] Nous allons montrer quelques exemples de glissements dans le § 4.4.

Un bon candidat pour entamer un processus qui réponde à notre deuxième niveau de validation est un message incomplet sur le triangle. Par exemple:

> Notre figure a trois côtés. Cette figure a à peu près la forme d'un triangle. Le plus grand côté mesure 19 cm et 1 mm. Vous le tracez horizontalement. Ensuite vous tracez un trait de 15 cm et 6 mm en s'accrochant à l'autre trait. (Vous le tracez vers le bas légèrement). Le trou qui reste, vous le finirez avec un trait s'accrochant aux deux autres traits.

Il est fort possible que si l'enseignant lance un débat pour juger ce message, avant de le soumettre à la confrontation de l'action, quelques élèves pourront anticiper la réponse attendue. Ceci faciliterait la gestion de l'enseignement, mais pas forcément l'apprentissage: il est fort possible que parmi les élèves il y en ait qui pensent pouvoir obtenir, avec la mesure de deux côtés, un triangle superposable au modèle. Eux ont besoin d'une interaction effective sur le domaine de l'espace et ce discours, vraisemblablement, ne les aidera pas à contrôler la situation.

Voici un autre candidat intéressant pour déclencher ce type de validation. Il s'agit d'un losange dont les seuls renseignements sont les mesures des côtés. Les récepteurs ont du mal à comprendre la formulation, ils demandent des précisions mais ils n'arrivent pas à construire la figure voulue.

> Notre figure fait horizontalement 18 cm et 2 mm, dans la diagonale 18 cm et 1 mm. Puis dans la diagonale 18 cm 1mm et dans le 2e horizontal 18 cm 2 mm.
> Q.:1. Combien de côtés il y en a?
> 2. Que veut dire le deuxième? Tourner pour répondre.
> R.:1. Il y a 4 côtés.
> 2. Le deuxième côté pareil.

Troisième niveau:

Dans les conditions sur la communication, (§ 4.3.2. de ce chapitre), nous avons caractérisé un bon message en mathématiques, et l'exigence "minimale" portait à la fois sur le message, le répertoire et la syntaxe.

Dans la situation de communication de figures, le dernier niveau de validation de l'activité consiste à fabriquer un message minimal correspondant à chacune des figures étudiées. Qu'est-ce que cette condition de "minimal" entraîne pour l'enseignant? Et pour l'élève?

Pour l'enseignant, un message est "minimal" quand il permet de déterminer une *figure matérielle* à travers les répertoires censés appartenir au savoir officiel des élèves de ce niveau de scolarité. Le message minimal est pour lui, dans la situation de communication de figures, celui qui est "dans le voisinage" de la *figure idéale*.

Pour l'élève, telle que la situation de communication est organisée[65], le qualificatif de "minimal" pour un message, n'a pas beaucoup de sens. Depuis le début du jeu de communication jusqu'à l'analyse des messages relatifs à une figure, leur enjeu c'était de donner les renseignements et mettre en fonctionnement les moyens d'action suffisants pour construire une figure superposable au modèle. Dans ce dernier niveau de validation, l'enseignant exige d'eux de changer d'enjeu: réussir la reproduction du modèle n'est pas suffisant, il faut que le message soit minimal. Ce changement réclamerait un acte didactique qui prolongerait la situation de communication par l'organisation d'un débat et finirait par l'institutionnalisation des connaissaces visées.

L'état actuel de la recherche à propos de la situation de communication de figures ne donne que quelques éléments pour envisager les situations de validation et d'institutionnalisation correspondantes. Cependant, la mise en oeuvre de ce dernier niveau de validation permet la mise au point des répertoires au niveau du langage et de l'action, ainsi que des conceptions.

La dialectique action-validation, telle qu'elle est conçue et réalisée actuellement, permet -au moins- de travailler sur deux questions: Comment savoir si l'objet qui a certaines propriétés est le même que "l'autre" qui a d'autres propriétés? Quels sont les renseignements nécessaires pour construire, d'après une certaine méthode, une figure matérielle détérminée?

<u>Question 1:</u> sur l'organisation des éléments et les relations entre eux

Pour les élèves du Cours Moyen deuxième année un carré est un quadrilatère à quatre côtés égaux et quatre angles droits. Un losange a les quatre côtés égaux, et on peut le construire à partir d'une diagonale et d'un côté, ou bien en connaissant la mesure de deux diagonales[66].

Comment reconnaître une figure matérielle correspondant à un de ces objets quand elle est donnée par une description?

Nous avons proposée une activité dont le but était de reconnaître une figure d'après un message[67]. Dans une phase, appellé "l'enquête", l'enseignant propose les messages un par un, et face à chacun d'eux l'élève doit anticiper quelle est la figure décrite et écrire sur sa

[65] Cf. Annexe II, fiches didactiques.
[66] Ce sont les méthodes plus répandues. Cf. Annexe VI, transcription du 20.03.90.
[67] Cf. Annexe II, fiche didactique, enquête sur les figures (septième séance).

feuille personnelle le nom de la figure qu'il pense avoir reconnue. Dans une phase postérieure, "la vérification de l'anticipation", l'élève doit construire la figure d'après la description du message et valider donc son anticipation.

Parmi les messages se trouvaient les suivants.

> **B.**
> Tracer deux diagonales égales de 14,2 cm qui se coupent en leur milieu en formant un angle droit. Relier entre elles les quatre extrémités de ces diagonales pour avoir une figure à 4 côtés.
>
> **D.**
> Tracer deux diagonales (une de 17 cm, l'autre de 10 cm) qui se coupent en leur milieu en formant un angle droit. Relier entre elles les quatre extrémités de ces diagonales pour avoir une figure à 4 côtés.
>
> **E.**
> Quatre côtés égaux de 10 cm et 4 angles droits.
>
> **H.**
> Tracer un segment AB de 14,2 cm. Faire un cercle de centre A et de rayon 10 cm. Faire un deuxième cercle de centre B et de rayon 10 cm. Tracer deux points C et D aux endroits où les deux cercles se croisent. Relier A avec C, C avec B, B avec D et D avec A.

Quelle est, pour chaque message, la figure décrite? Le message E répond bien au rapport officiel de l'élève au carré, et la plupart des enfants l'avaient bien identifié. Par contre, les trois autres messages répondent à une procédure de construction qui renvoie au losange. Malgré les anticipations des élèves, les messages B, E et H donnent des figures superposables, c'est l'action qui déclenche les moyens d'organiser les connaissances à propos du carré et du losange. Le carré apparaît comme un cas particulier de losange, et ceci permet d'institutionnaliser localement une autre propriété des diagonales du carré.

Question 2: Quels sont les renseignements nécessaires pour construire, d'après une certaine méthode, une figure matérielle déterminée?
Si la figure matérielle envisagée est un triangle, nous avons déjà montré, à différentes reprises que les renseignements sur la position sont, pour certains élèves, nécessaires. L'enseignant essaie de régler ce problème par le biais du contrat didactique: ou bien il fait reposer l'affaire sur la contingence -dans la vérification par superposition, il demande: "Alors, comment on les met?"- ou bien il déclare carrément avec un ton décourageant: "Est-ce qu'il est important de dire, à chaque fois, où se trouve chaque côté?"

La classe semble arriver à un accord: pour construire un triangle il faut connaître la mesure des trois côtés. Et la méthode la plus convenable, si la construction se fait avec une règle, est celle de points[68]. Cependant, dans le cas d'un triangle équilatéral, un élève a découvert une procédure de construction par un des axes de symétrie de la figure. Le message était le suivant:

> C'est un triangle, il mesure 15 cm 8 mm de tous les côtés

L'élève -VAM- explique sa méthode au tableau à l'aide d'une construction[69], l'enseignant collabore avec le tracé et essaie de mettre au point le vocabulaire pertinent et l'utilisation de l'équerre pour obtenir des "traits bien droits":

VAM: On fait un trait de 15 cm 8 mm...
(...) M.: Ah! On va doubler là aussi, d'accord? Ça n'a pas d'importance...
Es. On peut mettre 30!
(...)|1222| VAM: On prend la moitié.
M.: La moitié de quoi?
VAM signale le segment tracé.
M.: En fait, c'est quoi ce trait?
(...) E.: Un côté
M.: C'est un des...
VAM: Trois côtés.
M.: Bien, après qu'est-ce que tu fais?
VAM: Je prends la moitié, ça fait 15 cm.
M.: Ah, ça va!
L'enseignant mesure 15 cm sur le segment et marque un point.
VAM: Et là, tu tires un trait comme ça...
Il fait un geste avec les mains pour indiquer vertical en haut.
(...) ROL: Il faut qu'il soit bien droit.
M.: Ah! Il faut qu'il soit bien droit nous dit Ludovic.
Plusieurs élèves essaient des explications en termes de: "partager en deux", "penché", "bien droit".
M.: Oui, ça va partager en deux.
Es.: (...) et c'est ça qui peut faire la méthode difficile...
M.: Ah! C'est ça qui va faire peut-être la méthode difficile parce qu'il doit être parfaitement droit...
E.: Et avec une équerre?
M.: C'est-à-dire, Pierre?
DUP: Il faut faire le trait au milieu et après il faut faire les deux côtés.
(...) VAM met le zéro de la règle sur l'extrémité gauche du segment et signale les 30 cm sur la règle
VAM: Il faut que le 30 soit sur le trait.

---

[68] La méthode de points consiste à marquer l'extrémité du deuxième côté -à partir du tracé d'un premier côté- par une suite de points formant un arc. Cf. Annexe V, compte rendu de la séance du 19.03.90.
[69] Cf. Annexe V, transcription de la séance du 16.03.90.

La méthode privée de VAM est devenue public, l'enseignant essaie de positionner les élèves dans S3 grâce à une réflexion sur leurs actions en tant que S4, et sur son propre discours en tant que P2. Il pose donc la question sur les conditions d'application de la méthode de VAM:

> [1286] M.: Bon, je peux vous poser une question? Et Mathieu je veux t'en poser une: dites-moi, cette méthode là, est-ce que tu pouvais l'appliquer tout à l'heure?
> Es.: Non, non.
> M.: Pour l'autre triangle.
> Es.: Non, parce que tous les côtés doivent avoir la même mesure.
> *Les élèves parlent de "penché", "moitié".*
> (...) M.: Bon, enfin, bref, quelle est la méthode qui permet de réussir avec n'importe quel triangle?
> LHM: Celle avec les points.
> M.: Celle avec les points... Est-ce que celle là est intéressante?
> Es.: Oui! Oui!
> M.: Mais...
> LOS: On ne peut pas la faire avec tous les triangles parce que...

La méthode est acceptée dans le domaine des triangles équilatéraux -l'enseignant ne pose pas de questions sur les conditions d'application, seraient-elles opportunes? Si la classe connaît ou est censée connaître une nouvelle méthode pour construire certains triangles, le message précédemment adopté est-il encore valable?

> JOC: Mais dans le message on aura besoin de mettre: "C'est un triangle". Mais on n'aura pas besoin de mettre: "Prends une équerre". Parce que si c'est un triangle et il y a plusieurs méthodes...
> M.: (...) Qu'est-ce que vous en pensez? Elle dit: mais alors, dans cette voie là, on n'a pas besoin de mettre dans le message que c'est une équerre. Qu'est-ce que vous en pensez?
> [1328] M.: Je crois que tu as raison Céline de dire ça... Bon alors, on en est là... Landry médite, il a quelque chose à dire.
> ACL: Je dis que pour ce triangle, pour la moitié de ce triangle, il faut une équerre.

ACL n'ose pas affirmer que dans le message il faut dire quelque chose à propos de l'équerre, mais quand il se voit en ($S4_E$) il pense que ce renseignement est très important. Il a déjà participé, dans la séance précédente, à un débat similaire sur le rectangle[70]:

[70] Cf. Annexe IV, transcription de la séance du 13.03.90.

M.: Quel est le message que je devrais écrire pour demander à quelqu'un de faire ce rectangle, une fois que j'ai pris les mesures? Qu'est-ce que je vais mettre Ludovic? Jérôme?
[1075] GNJ: C'est un rectangle, le plus grand côté...
(...) ROL: On dit: «c'est un rectangle ». Le plus grand côté mesure 10 cm 5 mm...
(...) ARC: C'est un rectangle. Prends une équerre pour dessiner les angles droits.
M.: Ah! C'est un rectangle. Cyril dit: "Prends une équerre pour mesurer, pour vérifier les angles droits..." Qu'est-ce que vous en pensez? Ludovic?
M.: Landry, tu le marquerais?
(...) ACL: Un rectangle on ne peut pas le faire avec une règle, il faut une équerre.
DIM: Mais on doit le savoir!
(...) M.: Ah! Toi tu dis ce n'est pas la peine de le marquer parce qu'on doit le savoir. Et toi, tu dis?
ACL: On doit le marquer parce que... pour faciliter leur travail.
(...) LHM: Mais, si on ne le sait pas? S'il y en a un qui ne le sait pas, pour le faire gagner tu le marques.
M.: Ah! Pour faire gagner l'autre équipe toi tu précises le cas où l'autre ne le saurait pas.
(...) GOS: Mais Carole on ne lui a pas dit, par exemple. Alors après si on travaille avec elle...
Es: On lui dira.
AUT: Maintenant on vient de dire à toute la classe qu'il faut une équerre pour faire un rectangle. On n'a pas besoin de lui préciser sur le message.
M.: Je suis d'accord avec vous. Si vous pensez à Carole puisque Carole n'est pas là et si vous lui envoyez un message...
GOS: On lui marquera.
M.: Vous le marquez parce que Carole vous n'êtes pas sûrs qu'elle le sache.

L'enseignant arrive à chasser l'équerre du message sur le rectangle. Le milieu de l'élève est essentiellement didactique, et il ne lui donne pas d'indices clairs sur ce qu'il faut faire ou dire: pendant toute la séance l'enseignant insiste sur l'usage de l'équerre et maintenant elle n'est pas acceptée dans le message! ACL, dans cette séance approuvait l'utilisation de l'équerre, mais dans la suivante -celle évoqué ci-dessus sur la construction du triangle- il n'ose plus défendre son idée, il affirme: "Je dis que pour ce triangle, pour la moitié de ce triangle, il faut une équerre."

Dans ce débat sur la formulation d'un message minimal pour un triangle -ou dans celui d'un rectangle- l'équerre a le statut de renseignement. Nous retrouvons ici le phénomène déjà soulevé de conversion d'une notion -d'une propriété- en objet.

Un autre débat autour du message minimal est celui qui porte sur le statut des renseignements. A propos d'une méthode, l'élève peut distinguer deux sortes d'informations, celles qui servent à tracer la figure et d'autres qui sont utiles pour vérifier. Laquelle de ces deux sortes faut-il dire pour gagner?

Voyons ce qui s'était passé au moment de rendre public les différentes méthodes de construction du losange[71]. Pendant la sixième séance de réalisation effective du projet didactique, l'enseignant propose la construction d'un losange selon ce message:

> Losange (4 côtés)
> La même mesure des 4 côtés: 18 cm 2 mm
> En largeur 17 cm (de gauche à droite)
> En longueur (de bas en haut): 32 cm 2 mm

Les élèves travaillent individuellement pendant une demi-heure, et ensuite commencent à exposer les différentes procédures instructionnelles suivies. L'enseignant, par des interventions successives aide à établir un rapport entre les tracés et les éléments de la figure. Ainsi, les méthodes susceptibles de conduire à la réussite sont:

- envisager le losange comme deux triangles isocèles "collés" par la base. Ces triangles -"en haut et en bas"- peuvent être construits soit par la méthode de points soit par l'axe de symétrie. Nous assistons ici un élargisement de la méthode de VAM, originellement appliquée aux triangles équilatéraux, ROL s'aperçoit de ce fait et l'exprime publiquement:

> ROL: Ce n'est pas tout à fait la méthode de Mathieu, parce que quand il la faisait, les trois côtés avaient la même mesure.

- tracer les diagonales avec "les mesures exactes", par opposition à la droite de symétrie de la méthode précédente:

> DIM: Il ne cherche pas, il tombe juste.
> M.: Il tombe lui, parce qu'il a pris de suite...
> (...) AUT: J'ai pris les mesures exactes.

- finalement,

> [1910] (...) HAS: J'avais remarqué que le quart d'un losange faisait une équerre.

HAS avait remarqué les triangles rectangles comme sous-figures d'un losange, mais il n'avait pas essayé de mettre en fonctionnement les moyens d'action pour réaliser son projet.

[71] Cf. Annexe VI, transcription de la séance du 20.03.90.

Quel serait le message "minimal" qui permet de construire un losange déterminé? Par la maïeutique, l'enseignant essaie de dégager, pour chaque méthode, quelles sont les informations qui effectivement ont été utilisées pour la construction et celles qui servent à vérifier.

M.: On va voir, bon alors... Vous venez de voir donc toutes les différentes constructions... Pour chaque construction, ce que chacun a utilisé vraiment dans le message et comment chacun a fait aussi. Et ensuite comment on peut vérifier aussi. Ce sont deux choses différentes, vous voyez? Ce que j'utilise pour construire et par contre ce que je fais pour vérifier, d'accord? Est-ce que à partir de tout ce qu'on a dit, qu'on a fait... est-ce que vous serez capables (...)?
M.: Ah! Attends! De me dire ce qu'il vous faut comme renseignement pour la réaliser... (...) Qu'est-ce qu'il vous faut précisément comme renseignement, peut-être pas tous parce que vous venez de voir...
DIM: Mais il faut tout demander, parce que après on va les utiliser pour vérifier...
E.: Eh, non! Elle a dit: "pour construire", et pas pour vérifier.
M.: Ah! Pour vérifier, c'est vrai! Et oui! Mais avant vous pouvez peut-être me demander quand même pour construire qu'est-ce qu'il vous faut. Et puis, après, je peux vous dire si vous voulez vérifier dans une deuxième partie, ce qu'il vous faut. D'accord? (...)

L'enseignant est tombé dans un piège, et c'est grâce à une manipulation des règles de jeu qu'il arrive à s'en sortir. La situation, telle qu'elle est prévue[72] ne lui donne pas de moyens pour relancer le problème dans une phase a-didactique.

5. Les jeux de l'enseignant

Dans "le jeu du maître", nous avons présenté le milieu de l'enseignant[73] comme son système antagoniste, autant dans la position du *professeur préparant son cours* (P1) que dans celle du *professeur enseignant*.

Les situations de formulation modélisent le fonctionnement non-didactique de la formulation. Notre étude porte sur la formulation dont le but est la reproduction de figures matérielles dans un système didactique particulier. L'enseignant ne fait donc pas partie de la situation non-didactique, il est un sous système de la relation didactique -dans l'organisation d'un projet didactique, en (P1) et dans la réalisation de ce projet, en (P2)- en tant que joueur vis-à-vis d'un milieu.

[72] Cf. Annexe II, fiche didactique, cinquième séance.
[73] Cf. Chapitre I, § 4.

D'après le schéma de la structuration du milieu, l'enseignant peut interagir avec l'élève et/ou leur milieu dans n'importe quelle position particulière. Si, pendant la réalisation de la progression prévue à propos de la situation de communication, il veut garder le statut du milieu a-didactique de l'élève à travers les différents niveaux de validation, il a besoin de bien maîtriser toutes les dialectiques concernées pour relancer opportunément les activités de l'élève modélisées par des situations a-didactiques.
Pour donner des instruments à l'enseignant pour faire son travail pendant la relation didactique vécue, et pour avancer dans l'étude de ses différents rôles, nous proposons un découpage en phases, aussi bien du jeu de la communication que de la reprise des messages.

5.1. Découpage de la situation de communication de figures par phases

La mise en place d'une relation didactique exige, toujours, **une phase didactique initiale**. Par l'intermédiaire de la consigne l'enseignant entame un processus de dévolution de la situation a-didactique. Il présente une réalisation du milieu matériel -les figures matérielles, les règles du jeu, les états prévus et l'état final gagnant- et à travers lui, son enjeu vis-à-vis de l'enseignement. L'enjeu vis-à-vis de l'apprentissage, qui ne peut pas être explicité à cause du paradoxe de la dévolution des situations, est présent dans le choix de la situation objective initiale et il essayera de contrôler les dérapages possibles des élèves grâce à des interventions ponctuelles, soit collectives soit dans les équipes.
Dans cette phase, il doit aussi organiser la classe. A l'origine de la réalisation du jeu de communication[74], dès le départ la classe était partagée en émetteurs et récepteurs. Un temps de concertation était prévu entre un jeu et le suivant.
Ultérieurement, dans la réalisation de 89-90, "pour gagner du temps", tous les élèves ont été au début émetteurs et ensuite tous récepteurs. Ceci modifie la situation de départ, il faudrait étudier de plus près quelles en sont les conséquences au niveau de l'apprentissage - superposition de rôles, effets sur la *figure dévolue*, disparition d'une action de concertation orale- et dans la gestion de l'enseignement.

[74] Cf. Annexe II. Antécédentes.

L'enseignant lance donc la **phase a-didactique initiale**.
Pour l'élève, en tant que *sujet agissant*, l'enjeu est de reproduire une figure superposable au modèle. Les émetteurs entament un processus qui relève d'une dialectique de la formulation et le cas échéant de la formulation-action.

Un parcours possible de cette démarche est le suivant:
* ($S4_E$) fabrique un message, du type "inventaire", "instructionnel" ou "mixte".
* ($S4_R$) reçoit le message et,

- il considère que l'information est suffisante et il met en place des moyens d'action, il rentre donc dans un mouvement autour de la formulation-action,

- il a besoin de précisions sur le message, donc il demande de nouvelles informations. Ceci se produit si le répertoire au niveau du langage ou de l'action n'est pas commun, ou si la figure *représentation mentale* ne relève pas des mêmes propriétés. Souvent il y a là une dialectique formulation-action, parfois tout se déroule au niveau de la formulation.

Finalement ($S4_R$) commence une construction. Il se confronte aux problèmes de prise de décisions liés encore à la dialectique formulation-action -mise à l'épreuve des moyens d'action- et il rentre dans la dialectique action-validation. Cette mise à l'épreuve donne soit des essais ratés, soit une figure matérielle sur laquelle porte la validation du jeu de la communication. ($S4_E$) et ($S4_R$) se réunissent pour vérifier par superposition, sous le regard du maître, si la reproduction est juste ou non.

Pendant toute cette phase a-didactique, le rôle de l'enseignant est d'intervenir:
- pour faciliter le travail de l'élève: lui apporter le matériel nécessaire ou faire le "facteur" entre émetteurs et récepteurs,
- pour relancer la situation a-didactique, au cas de dérapages. Par exemple des élèves qui s'amusent à donner du travail au facteur.
Au moment de la validation par superposition, l'équilibre entre ses enjeux devient délicate[75] : la consigne prévoit que la reproduction soit superposable au modèle sans spécification de la

[75] Les avertissements à l'enseignant sont présentés comme "Remarques" dans les fiches didactiques. Cf. Annexe II.

marge d'erreur acceptée. Cependant, il reste implicite, à travers les pratiques scolaires de mesurage dans le micro-espace, qu'il acceptera un millimètre près. Il doit jouer, dans cet aspect, son rôle vis-à-vis de l'enseignement.

Cependant, vis-à-vis de la connaissance visée, son enjeu n'est pas le même: il regarde aussi la formulation du message et la procédure de construction correspondante. Il faut qu'il ajoute une marge d'ambiguïté pour ne pas rester piégé dans un jeu qui n'est pas véritablement le sien: il n'a pas les moyens de proposer aux enfants de construire un apprentissage convenable, donc il prend appui sur l'action. On retrouve ici un des paradoxes didactiques.

En tant que *professeur enseignant*, il est en train de jouer son rôle d'acteur face au premier niveau de validation, il entame donc **une phase didactique**.

Sa présence au moment de la superposition se justifie par des nécessités didactiques: il valide publiquement la production de l'équipe, il s'informe sur le travail de chaque groupe pour décider de la suite et le cas échéant, relance le jeu de communication en proposant une autre *figure matérielle*.

Cette phase coïncide, habituellement, avec la fin d'une séance. L'élève a occupé la position de ($S4_E$) et de ($S4_R$) relativement à trois ou quatre figures matérielles, et l'enseignant se trouve avec une quinzaine de messages et de reproductions, et des informations très variées sur ce qu'il a pu recevoir pendant le travail des élèves.

Il doit décider la situation objective de la suite. Le jeu de la communication est fini, il commence un travail de reprise des messages et des figures produites: il doit prévoir des interactions effectives à partir d'une communication évoquée. Il se place donc dans la position du *professeur préparant son cours*.

Quelle est la première figure qu'il va proposer? Sur quel message commencera l'analyse? Ces décisions sont encore difficiles parce qu'elles ne sont pas équivalentes si c'est l'enseignement qui prend le pas sur l'apprentissage, ou si c'est l'inverse.

Si l'on envisage la mise en oeuvre du deuxième niveau de validation -le message est bon s'il ne permet de construire que des figures superposables au modèle- il sera convenable, du point de vue de l'apprentissage, de traiter un message incomplet. Par exemple, une formulation sur le triangle dans laquelle on trouve seulement la mesure de deux côtés. Dans la présentation de ce niveau nous avons montré un autre candidat intéressant: un message sur le losange qui ne donnait que la mesure des côtés. Cependant, les moyens d'action que chacune de ces réalisations reclament ne sont pas équivalents.

L'enseignant a vu, pendant le jeu de la communication, le problème que pose aux élèves la détermination d'un point. Il faut donc prévoir un temps de travail où le tâtonnement systématique permette la mise en oeuvre des moyens d'action plus efficaces. Et dans ce cas, et pour ne pas trop charger l'activité de l'élève, il faudrait que la situation a-didactique ait tous les renseignements nécessaires à l'action.

D'ailleurs, en tant qu'enseignant il doit[76] communiquer le savoir -dans un temps fixé- et contrôler que ce que l'élève a appris est conforme au rapport officiel du savoir. Pour "sentir" qu'il avance dans son projet didactique, il se peut qu'il envisage de commencer par des objets culturellement connus et scolairement précieux. A notre avis c'est le choix de la progression réalisée dans l'année 89-90[77]: le rectangle -en tant que support de l'angle droit- est la première figure traitée.
L'enseignant doit négocier avec lui même, et un résultat possible de cette concertation serait d'aborder l'angle droit comme moyen de contrôler une inclinaison et en conséquence de concevoir le rectangle comme un parallélogramme particulier[78].

Le choix fait, la deuxième séance commence, et avec elle la communication évoquée. C'est cette reprise qui, autant au niveau théorique qu'au niveau de la gestion de la classe, garde encore des points obscurs. Notre étude essaie d'approcher des problématiques, elle ne fournit pas encore de réponses satisfaisantes.

Deuxième séance: **phase didactique**
Pour faire évoluer les dialectiques concernées dans la situation de communication, l'enseignant, dans la position P2, doit relancer les situations a-didactiques. Quelles sont ses responsabilités pendant les phases didactiques? Il doit garder la mémoire de la classe[79]: le

---

76 Cf. Berthelot et Salin. (1992). p. 81.
77 Cf. Annexe II. fiches didactiques.
78 Cf. Annexe II. fiche didactique intitulée: "Reproduction de figures: le rectangle. Variante."
79 Brousseau et Centeno. (1991).

projet didactique initial est savoir reproduire chaque figure d'un ensemble donné. Ceci entraîne l'apprentissage d'un vocabulaire spécifique, de moyens d'action efficaces et de "définitions" adéquates.

Tous les enfants doivent travailler sur toutes les figures, et d'après l'évolution proposé, l'enseignant devra revenir sur les messages et poser les questions suivantes:

- pourriez-vous construire, avec ce message, une figure superposable au modèle?
- est-ce que ce message ne permet de construire que des figures superposables au modèle?

Le but de ces questions est de relancer, au niveau de toute la classe, une situation a-didactique où la dialectique formulation-action donne la possibilité à tous les élèves de se confronter aux problèmes spécifiques de contrôle d'une situation particulière[80]. Ces questions ne doivent pas ouvrir un débat sur ce qui était vrai ou faux, sur ce qui était intelligible ou pas, sur ce qu'on a su faire ou pas; elles lancent un défi, au niveau de l'action, à toute la classe. Un débat sans cette confrontation établirait pour la plupart des élèves, un rapport fictif à la situation objective: l'ostension apparaîtrait alors comme moyen de faire progresser la situation de communication, ce qui constituerait un exemple de "capture" par l'ostension d'un autre procédé didactique.

Il est possible, selon le message choisi, que les opinions des enfants soient partagées, cependant tout le monde devra prouver sa conjecture par une action. L'enseignant relance donc, pendant cette séance, une **phase a-didactique**.

Le travail est individuel, tous les élèves sont, au moins, dans la position ($S4_R$), c'est à dire dans la position d'un récepteur de la première séance. Leur action relève d'une dialectique formulation-action, la validation est encore par superposition avec le modèle. Dans cette phase, le rôle de l'enseignant est similaire à celui de la première séance, cependant maintenant le temps joue le rôle d'une variable didactique.

[80] Nous avons déjà signalé que la situation objective n'est pas la même pour tous les élèves. Selon leurs expériences dans le jeu de la communication, la situation organisée autour de la reprise d'un message peut être vue comme situation de référence.

Il est possible que, quand le temps de l'activité est écoulé, un petit nombre d'élèves seulement aient réussi la tâche. L'enseignant, contrairement à ce qu'il fait d'habitude, doit proposer aux élèves une autre activité pour atteindre son but.

Par exemple, dans une séance sur la construction d'un triangle avec la règle[81], au bout de 10 minutes un petit pourcentage d'élèves avait réussi la tâche. L'enseignant rend public le nombre de réussites et propose une nouvelle construction avec des mesures différentes mais selon un message similaire au précèdent. La finalité de cette intervention est de replacer l'élève dans une situation a-didactique: vu que quelques uns ont pu obtenir une figure superposable au modèle, la reproduction doit être possible pour tous.

Cette décision va contre les pratiques usuelles car face aux erreurs et à l'échec de l'élève, en général l'enseignant se sent obligé de lui expliquer quelque chose, autant pour lui faciliter la tâche que pour économiser du temps et de l'énergie.

Phase didactique

Dans une phase collective l'enseignant fait le bilan des réussites. Ensuite il commence un travail de mise au point du langage -vocabulaire, syntaxe, orthographe- et des moyens d'action avec le but de fabriquer le message minimal correspondant à la figure traitée.

Quand l'enseignant gère l'analyse des messages, il essaie de pousser les élèves à réfléchir sur les décisions qu'ils ont prises, effectivement ou pas, dans une position S4. L'enseignant cherche à cerner par ce moyen les apprentissages et à faire passer les savoirs qu'il veut enseigner: il institutionnalise ainsi pour l'élève une position S3. Jusqu'à cette phase, le milieu didactique de l'élève -dans S5 ou dans S4- était organisé pour mener une recherche dans différents domaines. Maintenant, la dynamique de la gestion didactique exige que le sujet soit en S3.

Souvent l'élève se place de lui même en *sujet de l'apprentissage*. C'était le cas de l'équipe qui avait travaillé sur le parallélogramme[82]: devant les erreurs aperçues pendant la superposition, un des émetteurs hausse les épaules et déclare "Ce n'est rien". Il ne bute pas sur la précision, il est sûr de pouvoir contrôler la déformabilité du quadrilatère avec sa procédure. C'était là l'enjeu. Cette méthode est-elle valable pour n'importe quel

[81] Cf. Annexe II, fiches didactiques, la construction d'un triangle déterminé.
[82] Cf. Chapitre I, § 5.

parallélogramme? Ils ne se posent pas la question, ils peuvent expliquer comment il sont arrivés à contrôler cette figure matérielle particulière.

Dans l'état actuel d'étude de la situation de communication, nous l'avons déjà dit, la dialectique action-validation repose sur les interventions de l'enseignant. Dans la gestion de cette phase, l'enseignant a à sa charge d'organiser les exposés des différentes méthodes de construction et de dégager, pour chacune d'elles, les renseignements utilisés dans la construction et dans la vérification, d'ajuster la formulation, de régler les problèmes techniques et d'organiser les connaissances obtenues.

5.2. Limites de la situation de communication

Les attentes des enseignants et des chercheurs à propos des situations de communication sont parfois excessives. Ce type de situation répond à différents besoins, mais il présente quand même des limites, pas toujours connues ni assumées. Ils existent deux sortes de limites: celles dues à **l'état actuel de la recherche** et d'autres **d'origine structurelle**.

Pour les premières, nous en avons déjà traité: nous n'avons pas organisé actuellement -et à notre connaissance ailleurs non plus- des situations a-didactiques aux fins de la formulation d'un message minimal. A notre avis, cet acte didactique pourrait avoir lieu par l'intermédiaire d'un concours de messages économiques ou un débat. Il faudrait donc envisager:
- la distinction des caractères nécessaires d'une propriété par rapport à ceux contingents,
- les moyens pour justifier une méthode de construction,
- la vérification d'une propriété par un éventail d'expériences pas toujours liées à la mesure de longueurs. Par exemple constater l'égalité des côtés sans connaître leur mesure.
- le caractère instable des définitions concernées.

Parmi les limites d'origine structurelle nous distinguons <u>la responsabilité sociale de l'élève</u> et <u>l'organisation des connaissances obtenues</u>.

L'attribution d'une "responsabilité" fausse *vis-à-vis du partenaire* a déjà été soulevé par Laborde[83] :

> "C'est dans les échanges entre pairs qu'une telle situation de communication peut le mieux s'imaginer. Mais pour qu'un intérêt cognitif puisse être trouvé à cette activité, il convient naturellement qu'il y ait un enjeu au soin porté à la rédaction du message, à sa pertinence et à l'absence d'ambiguïtés des langages utilisés. Non seulement l'activité du décodeur doit en dépendre, mais il doit y avoir un intérêt pour l'émetteur que le décodage soit correct. Autrement dit, la situation de communication doit avoir un caractère d'activité d'équipe. La responsabilisation de chaque partenaire doit être assurée."

Dans les extraits de transcriptions, nous avons trouvé ce phénomène et nous l'avons signalé, en particulier, dans le fonctionnement de la formulation en tant que demande d'information.

Cependant, il faut aussi regarder la responsabilité sociale *vis-à-vis du savoir*. Par exemple, si d'emblée, publiquement, le maître donne aux enfants le droit de demander des précisions sur le message, ceci autorise les récepteurs à réclamer des reformulations ou des renseignements supplémentaires. Autrement dit, face à la moindre des difficultés ils peuvent esquiver la dévolution de la situation parce qu'ils ont les moyens de s'en sortir sans s'y sentir engagés. Leur stabilité intellectuelle n'est pas compromise, même s'ils font une activité -ils lisent le message, ils se posent des questions et ils prennent le soin de les rédiger- finalement ce qu'ils font est de renvoyer la balle à quelqu'un d'autre.

Donc ils dégagent leur responsabilité soit sur le maître soit sur l'autre équipe. Par exemple, face à l'incertitude face à la position du triangle, WAC en ($S4_R$) pense qu'il faut faire appel au maître:

[670] OLM: Mais comment tu le sais?	
	WAC rit.
OLM: Là on ne peut pas; ça ne va pas, on ne peut pas le savoir...	
	OLM efface le trait.
WAC: On le dit à Monique.	

Pendant la réalisation de la situation de communication, les interventions du maître peuvent aider à contrôler certains de ces dérapages. S'il répond à une demande des enfants, il ne doit

[83] Cf. Laborde. (1988).

pas apporter des jugements ni des renseignements supplémentaires mais il doit rappeler les conditions dans lesquelles se déroule l'activité et d'une certaine manière, restreindre le champ des activités des enfants afin de favoriser les confrontations effectives avec leur milieu.

Souvent les enfants réclament la présence du maître pour lui faire accomplir son rôle de facteur. Il y a là risque de tomber dans l'activisme et de détourner de cette manière la finalité de l'activité de communication. Par exemple, face à un groupe qui demande de poser une question de plus, le maître peut proposer de "lire encore une fois tout le message" pour certifier ce besoin de demander des précisions. Ces exigences du milieu didactique, tendent à ce que l'élève prenne à sa propre charge le problème proposé.

L'autre limite d'origine structurelle a été déjà présentée: la situation de communication de figures ne permet que l'organisation locale des connaissances. Si l'on vise l'institutionnalisation du savoir, il faut organiser différement les connaissances et pas les prendre dans leur état "brut" telles qu'elles se présentent pendant les différentes dialectiques concernées par la communication.
Il peut exister une institutionnalisation locale, au niveau de la classe, mais qui n'est pas la formulation officielle du savoir envisagé. D'habitude, l'enseignant laisse entrevoir que ce qu'il vient de dire publiquement n'est qu'une formulation provisoire et locale. A un moment ou à un autre, il sera obligé de préciser: "On dit..." Et par ce mécanisme, il déclenche un processus d'organisation des connaissances, d'institutionnalisation des savoirs qui est complètement à sa charge.

Les processus d'institutionnalisation locale peuvent se mettre en fonctionnement par d'autres voies. Sans prétendre être exhaustifs, nous signalons: la fréquence d'emploi (du vocabulaire, d'un algorithme, d'un outil, etc), la reconnaissance d'une connaissance en tant que savoir scolaire, la reformulation par l'enseignant de ce que les enfants ont dit. Ce dernier mécanisme est caractéristique de la maïeutique, cependant si l'enseignant n'a pas le moyen d'accepter ce qui circule dans la classe, ou bien il fait la sourde oreille ou bien il essaie d'échapper par le biais du contrat didactique.("Est-ce, quand on fait un message pour le triangle, il faut toujours ajouter que le plus grand côté est en bas ou à droite?")

6. Quelques résultats[84]

Certains résultats relatifs aux connaissances de l'élève, produites lors de la situation de communication, ont été présentés dans le Chapitre 2, §11. Même si nous n'avons pas, "l'illusion du réel enregistré" comme le dit Margolinas[85] nous sommes conscients de n'avoir pas exploité toute l'information recueillie pendant la réalisation du projet didactique. Ces donnés se trouvent dans les Annexes, et ils pourront constituer un matériel de base pour étudier l'activité de l'élève ainsi que son milieu a-didactique et les jeux de l'enseignant.

Les résultats que nous présentons dans ce paragraphe, loin d'être exhaustifs, se réfèrent au milieu objectif de la situation de communication et aux enjeux réels, c'est-à-dire que nous avons observés, de l'enseignant.

- *les interactions d'un acteur objectif*

• Souvent l'enseignant exige de l'élève une construction "précise". Quand une figure est-elle "précise"? Grenier[86] a montré que pour les élèves de collège, réaliser une construction précise avec une règle sans graduation était un contresens. Cette recherche révèle que la précision passe par des mesures.
Nous avons constaté ce phénomène lié presque exclusivement à la mesure des longueurs: face à l'exigence de précision du maître dans la construction d'un rectangle, l'élève contrôle tout particulièrement les mesures des côtés au millimètre près et pas beaucoup les angles droits, bien qu'il ait utilisé l'équerre pour les tracer.

• La construction d'un triangle est, pour un professeur préparant son cours, celle d'un triangle quelconque. Il essaie de présenter l'algorithme qui résout le problème dans tous les cas où la figure matérielle est susceptible d'exister, et avec ce procédé tous les triangles sont "équivalents". Pour l'élève, un triangle avec un axe de symétrie réduit son incertitude relativement au nombre de "formes" à obtenir, c'est pourquoi un triangle isocèle semble plus facile à reproduire qu'un triangle scalène.

---

[84] Analyse en collaboration avec Denise Greslard.
[85] Cf. Margolinas, (1992), p. 150.
[86] Cf. Grenier, (1988), p. 197.

L'existence ou pas d'axes de symétrie dans une figure matérielle devient donc une des variables didactiques qui commande le choix de l'univers de départ. Combien de "formes" différentes peut-on obtenir d'un parallélogramme, d'un trapèze ou d'un quadrilatère quelconque? Et d'un polygone à plus de quatre côtés? Quelles sont les connaissances visées quand la décision porte sur un milieu matériel avec ce type d'objets?

• L'utilisation de l'équerre pour tracer un angle droit suppose que l'élève a pu dégager de l'instrument ou de la *figure représentation mentale* correspondante -peut-être aussi *de la figure dévolue*- un élément, l'angle.

Les rapports entre l'équerre et le triangle rectangle ne sont pas clairs, et l'enseignant n'a pas de moyens -à travers un discours- pour travailler cette distinction. Voici un extrait[87] à ce propos, le problème est posé lors de la construction d'un triangle équilatéral par une des médiatrices:

> |1328| (...) ACL: Je dis que pour ce triangle, pour la moitié de ce triangle, il faut une équerre.
> M.: (...) Oui, c'est vrai, tu as raison: la moitié de ce triangle... On voit qu'il y a deux... équerres, enfin, ce ne sont pas des équerres. Qu'est-ce que c'est quand même une équerre?
> ROL: C'est un triangle.
> M.: C'est un triangle. Ah!
> (...)M.: Mais, qu'est-ce que c'est une équerre avant tout? Maite.
> OLM: C'est un genre de...
> M.: C'est un instrument, ce n'est pas... C'est fait pour des choses bien particulières une équerre. C'est donc un instrument. Alors, attention! Ne me parlez pas d'équerre.
> *M fait un geste avec les mains pour indiquer un mélange.*

C'est l'enseignant qui ne supporte pas la métaphore, l'affirmation de ROL peut répondre à sa *figure représentation mentale* aussi bien qu'à la *figure dévolue*, c'est peut-être une réponse idoine. Le triangle rectangle n'est même pas la figure typique des triangles, et sur cet objet l'élève doit "voir" l'angle droit. Il est possible que l'introduction de cette notion, depuis une perspective ostensive, soit plus accessible à partir d'un croisillon.

• Ce problème de l'utilisation de l'équerre peut se rapprocher de ceux qui ont leur origine dans le recollement de segments tracés avec une règle et avec la notion de droite.

Dans un cadre plus large: Quels sont les moyens d'action nécessaires pour reproduire une figure d'après les conditions créées par la situation de communication? Il serait utile de faire

[87] Cf. Annexe V, transcription de la séance du 16.03.94.

un inventaire des connaissances nécessaires chez l'élève pour reproduire une figure, par exemple: l'utilisation de l'axe de symétrie pour construire un triangle isocèle, le prolongement de segments, le tracé d'un angle droit dans un croisillon et isolé dans n'importe quelle position, la détermination d'une droite, d'un point et d'un segment; etc.
Cette liste permettra, d'une part de choisir les variables didactiques (du type mathématique et spécifiquement didactique) du milieu matériel, et d'autre part de les reconnaître comme résultats de l'apprentissage. Ces connaissances sont des objectifs de l'enseignement pour lesquels on n'a pas eu besoin d'organiser une leçon particulière, elles sont venues comme produit "naturel" de la situation et un changement de leur statut s'avère nécessaire.

- les enjeux de l'enseignant

• La gestion ergonomique du temps de l'enseignement fait partie des responsabilités du professeur. Tout au long de notre étude nous avons montré des choix faits dans ce cadre qui ont des effets divers sur la connaissance visée.

Les décisions prises relativement à l'organisation de la classe agissent aussi comme variable didactique[88]. Dans les situations de communication il est prévu un partage de la classe selon les différents rôles que doivent accomplir les enfants: une partie sont des émetteurs et une autre, des récepteurs. Ensuite les rôles sont intervertis.
Souvent, pour gagner du temps, le maître organise la classe un peu différemment: tout le monde démarre comme émetteur, et au fur et à mesure que les messages sont produits, les groupes deviennent des récepteurs. Cette sorte de simultanéité modifie-t-elle le caractère a-didactique de la situation? Pour répondre à cette question il faudrait regarder les conséquences de ces décisions de plus près, cependant nous pouvons avancer quelques observations.
A l'origine, avec les rôles successifs, il était prévu une phase de concertation orale entre émetteurs et récepteurs avant de commencer le deuxième jeu. Cette phase serait fondamentale dans la recherche d'un code commun, elle rendrait la communication plus fluide.

[88] Ce fait a été montré à plusieurs reprises, l'exemple classique est celui de l'agrandissement des pièces d'un puzzle: chaque élève du groupe doit faire une ou deux pièces. Cf. Brousseau, (1987), p. 137.

D'ailleurs, quand toute la classe démarre en ($S4_E$), au moment de devenir ($S4_R$), les sujets se sont déjà initiés au problème de la formulation et même de l'action. Quelles sont les conséquences de cette sorte d'entraînement préalable? Facilite-t-il la réalisation d'une décision? Les dialectiques concernées par la communication, se modifient-elles? La même question est pertinente pour les différents rapports entre la figure matérielle, la figure représentation mentale et la figure dévolue.

De plus, dans cette organisation, le temps qui s'écoule rend compliqué le jeu de l'élève en S4. Tous les sujets sont, au début en ($S4_E$) mais au fur et à mesure que les messages commencent à circuler, un même groupe peut se trouver avec l'obligation de jouer les deux rôles en même temps: formuler, en tant que ($S4_E$) un message; et répondre, en ($S4_R$), à une demande d'information. Il y a des mouvements d'une formulation à une autre, et des perturbations sont possibles.
Au niveau de la dynamique de la communication, d'une part une activité a la priorité sur une autre -par exemple, le rôle d'émetteur prend le pas sur celui de récepteur- et d'autre part l'état final de chaque position n'est pas clair. Par exemple, un groupe en ($S4_R$), pense qu'il est nécessaire de communiquer la réussite de leur démarche dans la construction de la figure, donc ils ajoutent dans le message une dernière affirmation: "On a trouvé".
Ce pronom personnel "on", représente-t-il le groupe des récepteurs ou toute l'équipe? D'après la consigne c'est l'équipe qui gagne un point, cependant c'est le maître qui institutionnalise, finalement, le gagnant.

- Qui a gagné: les émetteurs ou les récepteurs?

Dans le jeu de la communication, la consigne est très claire: c'est l'équipe qui gagne. Pourquoi cette règle du jeu? Il faut que la prise de décisions sur le milieu par le biais d'un message écrit -but des situations de communication- soit conçue comme la tâche de deux groupes associés et non rivaux. Cette condition doit être claire pour les enfants et aussi pour l'enseignant qui au moment de la vérification ne doit pas privilégier une action sur une autre. Dans l'extrait suivant[89] la construction de la figure - OLM est en ($S4_R$)- prend le pas sur la formulation du message:

[89] Le groupe s'appelle "E". "E1" est une de ses équipes, dans ce jeu celle des récepteurs.

L'enseignant montre à tout le groupe les figures superposées, il les fait tourner pour être sûr qu'il n'y a pas de dépassements sur les côtés.
ROL: Oui!
M.: Oui... Est-ce qu'on l'accepte?
OLM: Oui!
M.: Oui, ah! Mais dis-donc, vous avez mis du temps... Alors on marque: le groupe c'est...
OLM: E1!
M.: E1, première figure.

• les figures matérielles "précises"

Dans une relation didactique effective, et du point de vue de la théorie des situations, la précision ne peut pas être jugée en elle-même comme "bonne" ou "mauvaise", "souhaitable" ou "méprisable". Elle doit être envisagée dans une situation spécifique, et pour un acteur particulier.

Dans le jeu de communication de figures[90] la consigne stipule que la figure construite "doit être superposable au modèle". C'est l'explicitation auprès de l'élève du premier niveau de validation des messages. Le caractère juste d'une réponse est-il évident? Quelle est la marge d'erreur prévue? Suffit-il d'accorder sur un intervalle, par exemple 1 mm près, pour décider si une réponse est juste ou pas?
Dans cette séance, l'enjeu du maître vis-à-vis de l'apprentissage est de créer les conditions pour qu'il y ait une confrontation entre ce que les enfants croient savoir sur les *figures matérielles* dans le micro-espace, et ce qu'ils savent effectivement. Dans la dialectique formulation-action, la précision dans les tracés est fort importante car elle peut être considérée comme la trace des moyens de contrôle de l'élève sur le micro-espace. Cependant, si elle devient le but de la leçon, l'enseignant ne va pas respecter les conditions qui permettent ce jeu dialectique.

Dans le découpage par phases[91] nous avons signalé les risques de glissement quand l'enseignant entame la validation de la reproduction. Si l'enseignant a été vigilant et connaît le travail de chaque équipe, il peut décider si la réponse est juste plutôt en fonction de la formulation du message et de la méthode de construction qu'en terme de précision dans la

[90] Cf. Annexe III, fiche didactique de la première séance.
[91] Cf. § 4.4.1 de ce chapitre.

superposition. Mais il ne peut pas expliciter ces critères parce que, même s'il fixe une marge d'erreur, ce qui est important c'est l'origine de cette erreur et pas vraiment sa valeur. S'il exprime ses raisons, il tue l'objet d'enseignement.

Par contre, les figures construites avec soin, on dirait les "figures précises", sont le moyen indispensable -pour les enfants de ce niveau- pour identifier -par exemple- un quadrilatère déterminé quand on en donne des descriptions qui s'appuient sur des propriétés différentes[92].

Quand la précision devient une obsession[93] du maître, elle est l'objet de malentendus et de glissements de sens. Quelques exemples nous montrent les équivoques dus à l'application des critères d'acceptation qui, soit n'étaient pas assez stables chez l'enseignant, soit n'étaient pas partagés par les enseignants qui faisaient les différentes séquences[94].

Ce qui semble être accepté -dans un premier moment- sont les erreurs dues au découpage, en particulier pour le disque[95].

M.: Bon, c'est mal découpé mais je pense qu'on peut dire que c'est juste.
Es.: Oh!
L'équipe concernée est bien contente.
[1705] M.: Mais la prochaine fois on sera beaucoup plus strict
pour le découpage, eh?

Est-ce que si la figure en question était un rectangle -ou un quadrilatère quelconque- l'enseignant l'aurait accepté? D'ailleurs, comment déterminer pendant la superposition si les erreurs sont dues au découpage, au mesurage ou à une autre cause?

Pendant la deuxième séance, avec la même classe, un autre enseignant superpose les différentes reproductions du rectangle avec le modèle. Et il arrive que les critères des enseignants ne soient pas les mêmes ce qui entraîne un discours assez flou au niveau de l'objet de savoir: quand une réponse est-elle juste? L'élève s'aperçoit qu'elle n'est pas universelle, et si ce n'est pas clair, il peut se voir tenté de donner n'importe quelle réponse,

[92] Cf. § 4.3.3. de ce chapitre.
[93] "Obsession" dans le sens courant: "Idée, image, mot qui s'impose à l'esprit de façon répétée et incoercible." (Petit Robert. 1991).
[94] A l'école Michelet une même classe, dans de séances succesives, peut avoir deux responsables différents.
[95] Cf. transcription de la séance du 12.03.90.

juste pour éviter les ruptures du contrat didactique[96]. L'extrait suivant nous montre les jugements sur la reproduction d'un rectangle explicités par deux enseignants différents:

M.: Voilà. on va voir les autres... Le troisième message est C, alors.
on regarde. Voilà ce qu'ils obtiennent.
E.. Non...
M.: On va regarder...
E.: C'est réussi, eh?
[505] M.: Ah! Moi je crois quand même que celui là, on peut
l'accepter...
LOS: Mais hier Monique a dit qu'il était faux.
M.: Parce qu'elle était peut-être un peu exigeante hier Monique.
Monique est au fond de la classe elle ne dit rien.
M.: Moi, je regarde ... Eh? Monique, je crois que celui-là on aurait pu l'accepter quand même
On va changer ici, en fait il y a un rectangle qui a été réussi.
(...) *Il modifie le tableau des résultats. Le groupe concerné participe activement pour rectifier son score.*

L'abus des exigences de précision provoque des glissements de sens dans le domaine des connaissances de l'élève, et modifie les conditions qui donnent un statut a-didactique à un milieu. Nous faisons l'hypothèse que ces exigences constituent une autre conséquence de l'idéologie ostensive dans les pratiques d'enseignement: comme la *figure matérielle* doit réaliser la connaissance visée, celle-la doit être aussi proche que possible de la *figure idéale*.

• L'analyse du contrat didactique à travers ses ruptures montre que, pour les partenaires de la relation didactique, cette relation doit "continuer" coûte que coûte[97]. A propos de l'étude du rectangle, une rupture de contrat s'était amorcée, il fallait changer le jeu et l'enseignant commence donc une négociation sur la connaissance visée.

L'étude du rectangle avait pour objet, dans la progression que nous sommes en train de décortiquer, de mettre au point la construction des angles droits avec l'équerre. Pendant la séquence de communication, chaque équipe concernée par la construction du rectangle avait tracé la figure sans cet instrument. Que faire? L'enseignant se trouve face à une situation paradoxale car il ne peut pas dire aux enfants ce qu'il attend d'eux. Pour s'en sortir il essaie de justifier son choix à travers la précision de la figure obtenue selon un critère qui apparaît tout à fait bizarre -il n'y a pas 1 mm d'erreur partout. Les enfants ne sont pas prêts à

[96] Nos préoccupations se centrent sur les rapports de l'élève à la connaissance visée. nous ne nous sommes pas intéressé à la représentation chez l'élève de ce que "devrait être un enseignant".
[97] Cf. Brousseau. (1986 a). p. 52.

l'accepter -ils se sont déjà aperçus que la précision fait l'objet d'une négociation facile- donc il est obligé d'accepter la réponse comme juste et en conséquence il a raté son coup sur l'équerre[98] :

M.: C'est un problème de mesurage. Je pense que pour 1 mm, s'il y avait eu 1 mm partout de chaque côté on l'aurait accepté. Tandis que dans celui là, il y avait une partie de bleu que vous voyez et simplement à un endroit en plus, pas partout. Alors celui là est réussi et enfin... alors le F.	*Il le montre.*
[580] E: C'est juste.	
Es: C'est juste, hé?	
E: Et pourquoi ils mettent zéro?	
E: Mais ce n'est pas possible.	
E: Qu'est-ce que c'est ça?	
E: Tournez-le pour voir!	
M.: Bon alors...	
GOS: C'est juste.	
GNJ: Comme nous! C'est pareil.	
M.: Qu'est-ce que vous en pensez?	
Es: C'est juste!	
M.: Monique est très, très exigeante. On l'accepte alors?	
Es: Oui!	
M.: Bon, alors finalement, celui ci est réussi aussi et le F on lui met un point.	

• L'explicitation de la consigne ou l'explication de la tâche?

Très souvent, l'énonciation de la consigne avec les conditions prévues dans les fiches didactiques, apparaît à l'enseignant comme insuffisante. Il donne alors des explications supplémentaires, décision que même théoriquement il est très difficile de mettre en place (à cause des paradoxes de la dévolution) et dans la pratique il se produit des glissements de sens. Ces observations font partie des effets des micro-décisions du maître pendant la réalisation d'un projet d'enseignement, phénomène signalé par différents didacticiens, comme G. Arsac et D. Grenier.

Dans notre étude, le changement de conditions porte sur la formulation des messages, et donc sur leur validation. La consigne prévue dans la fiche didactique du jeu de la communication déclarait:

> Les émetteurs auront une figure géométrique en carton. Ils devront transmettre aux récepteurs un message écrit, sans dessin, qui devra leur permettre de refaire une figure superposable à la leur.
> L'équipe gagne lorsque les récepteurs ont réalisé, à partir du message, une figure superposable à celle des émetteurs. Elle peut alors rejouer avec une nouvelle figure.

[98] Cf. Annexe IV, transcription de la séance du 13.03.90.

Sa transmission effective par l'enseignant aux élèves -il y a des différences intrinsèques entre le langage écrit et l'oral- est une sorte d'explication de ce projet avec quelques suppléments qui, à notre avis, modifient son propre enjeu et le sens de l'activité. Voici quelques extraits[99] de la consigne, nous distinguons en gras les éléments plus significatifs:

A propos de la tâche des émetteurs, le maître manifeste:

> "(...) il va devoir envoyer un message où il mettra **tous les renseignements qu'ils pensent nécessaires** pour que les récepteurs -ceux qui vont recevoir le message- puissent reproduire la même figure qu'ils ont sous les yeux.

Ensuite, il ajoute:

> "(...) ils [les émetteurs] vont être en train d'écrire d'abord **les messages le plus précis possible... avec tous les renseignements qu'il faut** (...)"

Sur la validation de l'activité, il déclare, en prenant un mot suggéré par un élève:

> M.: Après celle [la figure] qu'il fallait faire et celle qu'on aura faite on les superposera et si elles se superposent...
> E.: Parfaitement...
> M.: **Parfaitement**, tu as raison, alors on dira: "C'est réussi", "C'est juste", et on aura, en quelque sorte, gagné. Alors, bien entendu, on a intérêt à faire gagner son équipe, **à faire le plus de figures réussies.**

En revenant sur les caractéristiques du message, il profite de l'intervention d'un élève pour rajuster la consigne:

> M.: (...) vous mettez **tous les renseignements qui vont permettre de gagner** bien entendu...
> E.: (...) le plus possible...
> [169] M.: **Le plus possible, on verra.** Vous verrez, ça va? C'est clair? Tout le monde a bien compris?

Ces éléments donnent des informations supplémentaires sur le caractère juste d'un message, problème que les enfants ne sont pas en mesure d'envisager à ce moment là. L'enjeu du maître est de créer les conditions pour déstabiliser, par une voie a-didactique, les conceptions des enfants, et ce type de précisions peut modifier les comportements des élèves pendant cette séance, et influencer par la suite la gestion du caractère juste du message. Quand le maître commencera l'analyse des messages, il aura intérêt à obtenir les renseignements nécessaires et suffisants pour reproduire une figure et pas tous les renseignements qu'il faut pour gagner. A ce moment-là, les enfants admettent que, par

[99] Cf. transcription de la séance du 12/03/90.

exemple, avec les deux diagonales d'un losange on peut le construire mais si en plus on connaît les côtés ça permet de le vérifier.

Voici un autre exemple où l'explication ne tombe pas bien. Au moment de faire passer la consigne, habituellement l'enseignant pose des questions pour se rassurer sur la compréhension des enfants. Comme contrôle il demande donc de petites anticipations sur le travail à faire. Dans la consigne que nous sommes en train de décortiquer l'intervention de l'élève est sollicitée à propos de la validation de l'activité. La communication de la consigne semble être assez lourde pour l'enseignant, aussi il entame un bref dialogue heuristique où il essaie de faire dire aux enfants ce qui, en fait, est à sa charge.

M.: Et alors, après, qu'est-ce que vous ferez? E.: Après on va découper la forme... M.: Après on va dessiner cette figure et la découper, vous aurez des ciseaux et là, on vous donnera une feuille de carton comme ça pour découper la figure... et après bien sûr il va falloir vérifier si on a réussi. Comment est-ce qu'on vérifiera après? [125] DIM: (...) on met l'une sur l'autre et après on va voir... M.: Voilà, ça s'appelle "superposer"...

Les décisions du maître qui produisent des modifications significatives dans la situation didactique semblent obéir à des tentatives d'augmenter les chances de réussite de la tâche de la part de l'élève. Cette affirmation fait partie de nos conclusions générales, voici celles spécifiques de ce chapitre.

Conclusion 1: Dans le contexte du micro-espace, domaine où se placent habituellement les problèmes scolaires de géométrie, il ne convient pas de commencer l'étude des figures par le rectangle et le carré parce qu'elles sont des "formes" sur lesquelles l'élève n'a rien de plus à communiquer que leur nom.

Par exemple, pour les élèves de l'école élémentaire, un polygone est bien déterminé si l'on connaît la mesure de ses côtés. Cette connaissance est adéquate pour reproduire le triangle ainsi que le carré et le rectangle. C'est pourquoi l'angle droit comme élément caractéristique n'apparaît pas, la figure est tellement connue que le problème du contrôle de l'angle ne se pose pas. Une analyse ergonomique de l'enseignement suggère donc de commencer par une figure "deformable" -il ne faut pas oublier que les triangles sont aussi "déformables" car, pour certains élèves il suffit de donner la mesure de deux côtés pour le reproduire- et obtenir l'angle droit comme un produit "naturel" d'une leçon dont le but est de contrôler l'inclinaison de deux côtés d'un polygone. Cependant, il faut penser que ce moyen de contrôle est efficace dans le domaine du micro-espace, et que le changement de taille exigerait un travail particulier.

Conclusion 2: La dialectique de la communication permet d'obtenir des énoncés vrais dans une démarche qui favorise la pratique de l'argumentation. Ces connaissances sont des résultats de l'apprentissage et elles doivent être reconnues, c'est pourquoi une institutionnalisation locale est nécessaire. Du point de vue de la gestion didactique, l'institutionnalisation permet à l'enseignant d'unifier les "définitions", d'organiser le savoir et d'avancer ainsi dans son projet d'enseignement. Pourra-t-il obtenir ce même résultat en s'appuyant sur des débats et des validations a-didactiques? Nous n'avons pas d'éléments pour conclure sur ce point.

Conclusion 3: Les situations de communication de figures sans anticipation et contrôle de leurs effets ne sont que des introductions ostensives déguisées. Elles peuvent conduire à des descriptions naïves d'une figure, éventuellement correctes mais non adéquates pour engendrer les dialectiques de la communication.

Conclusion 4: L'ingénierie didactique peut organiser un milieu pour mettre en oeuvre des connaissances fondamentales pour un sujet et qui échappent à la gestion didactique "ordinaire".

Conclusion 5: La dialectique de la formulation rend explicite des "connaissances" implicites. La confrontation de ces énoncés aux différents domaines, provoque souvent des contradictions chez l'élève ce qui favorise l'évolution de ces connaissances.

Conclusion 6: Les situations de communication de figures constituent une alternative pour échapper aux phénomènes dus à l'ostension.

Conclusions

La théorie des situations montre que la mise en relation a-didactique de l'élève avec un *milieu* spécifique est nécessaire à la transmission des savoirs de la scolarité obligatoire. Dans l'enseignement de la géométrie, l'efficacité des figures planes utilisées comme moyen d'exercice et d'apprentissage dépend de la relation didactique et de l'épistémologie qu'elle véhicule.

La mise en relation des élèves avec les moyens mobilisés institue des milieux différents, aux propriétés ergonomiques différentes. A travers l'étude d'un milieu a-didactique organisé pour enseigner quelques notions fondamentales de la géométrie, nous pouvons esquisser un schéma de divers stratégies didactiques.

Le choix didactique le plus économique du point de vue de la gestion de l'enseignement est l'*institutionnalisation*. Dans ce procédé l'enseignant donne un statut aux connaissances de l'élève qui correspondent à un certain code. Par exemple une conférence peut mettre en place des aspects différents sur un sujet déterminé déjà connu.
Dans ce type de situation l'élève doit avoir accès à la position de *sujet de l'apprentissage (S3)* vis-à-vis d'un *milieu de référence*. S3 établit, par le biais du jeu du maître, une relation évoquée avec un certain milieu a-didactique.
Si l'institutionnalisation ne peut pas avoir lieu, l'enseignant doit entamer une autre action didactique.

La stratégie didactique la plus économique -parmi celles qui restent- est alors la transmission d'information maître-élève. Par exemple: donner une définition ou une preuve, expliquer un algorithme.
Si la formulation de l'enseignant est susceptible d'être apprise par insight, et si l'information est convertible en pratiques -ou plutôt en pratiques reconnues par l'institution d'appartenance des sujets dans la relation didactique- alors le choix didactique est efficace. Si la conversion ne s'effectue pas, c'est-à-dire si l'élève ne peut pas se servir du répertoire reçu comme moyen de contrôle, l'enseignant peut envisager un acte didactique qui facilite le passage. Ceci conduit à une pratique caractérisée par une présentation dogmatique du savoir suivie d'exercices.
Cette pratique suppose que le contenu formulé par l'enseignant est bien passé chez l'élève. Le sujet a appris un répertoire -des codes, des connaissances, des savoirs- en tant que sujet de l'apprentissage, et dans la conversion il doit transformer ce qui constituait le milieu de référence en *milieu objectif* car lui même devient un *sujet agissant*.
Parfois le professeur évite de se confronter à l'évaluation de sa tâche et il exige de l'élève la mise en fonctionnement des objets de son propre répertoire, comme s'ils étaient des moyens de contrôle de la situation.

Si la transformation du répertoire en connaissances ne s'accomplit pas, l'enseignant doit organiser un milieu qui permette le passage "naturel" -d'après l'épistémologie génétique- de l'élève de la position de sujet agissant à celle de sujet de l'apprentissage.

L'acquisition d'un répertoire entraîne l'implication effective d'un acteur dans la situation a-didactique qui lui est proposée. Il y a une dialectique entre le répertoire et son usage qui ne peut pas s'établir au cours d'exercices routiniers. Le répertoire permet de comprendre les problèmes résolus, de se poser de nouvelles questions, de tenter de nouvelles solutions. C'est cette utilisation qui conduit à la mise au point des connaissances ou qui exige la création d'un autre moyen de contrôle.
Si ce processus dialectique peut s'établir avec un milieu évoqué, l'enseignant fera ce choix car l'interaction effective avec un milieu a-didactique où le problème posé exige une décision est toujours plus coûteuse.

Face à la nécessité d'un milieu objectif a-didactique, l'enseignant a encore la possibilité de médiatiser les interactions du sujet agissant par un éventail d'interventions: de la maïeutique socratique jusqu'aux phases didactiques nécessaires pour mettre en place ou faire évoluer une situation a-didactique.
Tout ce processus de recherche d'un équilibre entre le *contrat d'ostension* et l'*implication effective* se heurte à des *obstacles*, qu'ils soient d'origine épistémologique, didactique ou génétique.

Chaque fois que le professeur change de stratégie didactique, il y a une modification de l'ergonomie dans la relation didactique. Quelque soit le cheminement de ses choix didactiques, il ne peut pas échapper à l'institutionnalisation car elle fait partie de son enjeu comme enseignant. Elle constitue aussi un moyen de mener à sa fin un travail: même s'il n'arrive pas à obtenir chez l'élève un fonctionnement non didactique de la connaissance visée, il fera en sorte que les répertoires mis en fonctionnement dans la classe soient conformes à ceux qui sont exigés par l'institution. La relation didactique doit être protégée, l'institutionnalisation est le moyen didactique de terminer cette relation.

Bibliographie

ARSAC, Gilbert (1989): La construction du concept de figure chez les élèves de 12 ans, *Actes de la 13ème conférence PME*, Paris, pp 85-92, Artigue M, Rogalski J., Vergnaud G.

ARSAC, G. et MANTE , M. (1989): Le rôle du professeur. Aspects pratiques et théoriques, reproductibilité, *Séminaire de Didactique des mathématiques et de l'informatique*, LSD IMAG, Université J. Fourier, Grenoble, Année 1988-1989, pp. 79-105.

ARTIGUE, M. et Robinet J. (1982): Conceptions du cercle chez les enfants de l'école élémentaire, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 3.1, pp. 5-64, La Pensée Sauvage.

ARTIGUE, Michèle (1986): Etude de la dynamique d'une situation de classe: une approche de la reproductibilité, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 7.1, pp. 5-62, La Pensée Sauvage.

ARTIGUE, M. (1989): *Epistémologie et didactique*, IREM., Université Paris VII.

ARTIGUE, M., BELLOC J. et TOUATY S (1989): *Une recherche menée dans le cadre du projet EUCLIDE*, IREM., Université Paris VII.

AUDIBERT, Gérard (1982): *Démarches de pensée et concepts utilisés par les élèves de l'enseignement secondaire en géométrie euclidienne plane*, thèse Université de Montpellier, éditions APMŒP.

AUDIBERT, Gérard (1984): Construction d'un triangle connaissant les mesures de ses trois côtés. Usage des instruments de dessin: double-décimètre, compas, *Moyens et medias dans l'enseignement des mathématiques*, C.I.E.A.E.M. 34è Rencontre 31 juillet-6 août 1982, Université d'Orléans.

BALACHEFF, N. (1988): *Une étude des processus de preuve en mathématique chez les élèves du collège*, thèse Université de Grenoble I.

BANWITIYA, Yeleko (1993): *L'ingénierie du sens en mathématique: la division dans N, Q et D à l'école primaire*, Thèse de doctorat de l'Université de Bordeaux I.

BAUERSFELD, H. et ZAWADOWSKY , W. (1981): Metaphors and Metonymies in the Teaching of Mathematics, *Occasional Paper 11*, Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, Germany.

BAUTIER, Thierry (1982): *Recherches sur la perspective*, D.E.A. Université Bordeaux I.

BAUTIER, Thierry (1988): Une modélisation didactique des activités d'enseignement des premières propriétés de la symétrie orthogonale plane, *Séminaire de Didactique des mathématiques et de l'informatique*, LSD IMAG, Université J. Fourier, Grenoble, Année 1986-1987, Année 1987-1988, pp. 197-238.

BERTE, Annie (1993): *Mathématique dynamique*, Edition Nathan, Paris.

BERTHELOT, R. et SALIN, M. H. (1992): *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse, Université Bordeaux I.

BERTHELOT, René et SALIN, Marie Hélène (1993): L'enseignement de la géométrie à l'école primaire, *Grand N*, n° 53, pp. 39-56, IREM de Grenoble.

BESSOT, Annie et EBERHARD Madeleine (1987): Représentations graphiques et théorisation de l'espace de polycubes, un processus didactique, *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques*, Vergnaud et coll., La Pensée Sauvage.

BESSOT, Annie et EBERHARD Madeleine (1989): Méthodes pour la conception d'un apprentissage du sens des graphismes techniques, *Actes de la 5ème école d'été de didactique des mathématiques et de l'informatique*.

BESSOT A., DEPREZ S., EBERHARD M., GOMAS B. (1992): *Approche didactique des processus de formation de base à la lecture de système de vues, destinés à des adultes peu qualifiés, dans le cadre des metiers du bâtiment*, Laboratoire de structures discrètes et didactique, Institut IMAG, Grenoble.

BKOUCHE, R., Historique, in *Groupes et géométries*, B. Sénéchal. Ed. Hermann.

BOULDOIRES, Bernard (1994): *Quelle énergie pour les électroniciens? Contribution à la caractérisation d'un enseignement de la notion d'énergie dans les classes de la section électronique des lycées techniques*, Thèse (version préliminaire), Université Paul Sabatier, Toulouse III.

BROUSSEAU, Guy (1972): Processus de mathématisation, *La mathématique à l'école élémentaire*, APMEP, Paris.

BROUSSEAU, Guy (1981): Problèmes de didactique des décimaux, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 2.1, La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU, Guy (1983): Etude de questions d'enseignement. Un exemple: la géométrie, *Séminaire de Didactique des mathématiques et de l'informatique*, LSD IMAG, Université J. Fourier, Grenoble (1982-1983)

BROUSSEAU, Guy, (1986 a): Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des mathématiques*, Vol. 7/2, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble,

BROUSSEAU, Guy, (1986 b): La relation didactique: le milieu, in *Actes de la IVème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique*, IREM de Paris VII, Université de Paris VII.

BROUSSEAU Guy, BROUSSEAU Nadine (1987): *Rationnels et décimaux dans l'escolarité obligatoire*, IREM de Bordeaux.

BROUSSEAU, Guy (1989): Le contrat didactique: le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 9/3, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU, Guy et CENTENO, Julia (1991): Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.11/2.3, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU, Guy (1992): Modélisation informatique dans la gestion des processus didactiques, *Didactique et technologies cognitives en mathématiques*, Séminaires 1991-1992, CNRS-IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble.

BROUSSEAU, Guy (1994): *Thalès de la maternelle à l'Université*, à apparaître.

CARMONA, M. et FREGONA, D. (1988): Introduccion a la geometria y a las transformaciones rigidas del plano, *Informe al Conicet*, Buenos Aires.

CARON-PARGUE, Josiane (1981): Quelques aspects de la manipulation. Manipulation matérielle et manipulation symbolique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 2 n° 3, pp. 5-35, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

CHAZAN, Daniel (1993): High school geometry students' justification for their views of empirical evidence and mathematical proof, *Educational Studies in Mathematics*, vol. 24, pp. 359-387.

CHEVALLARD, Yves (1989): Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, *Seminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique*, Année 1988-1989, LSD2-IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble.

CHEVALLARD, Yves (1990): Dimension instrumentale, dimension semiotique de l'activité mathématique, *Seminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique*, Année 1990-1991, LSD2-IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble.

CHEVALLARD, Yves et JULLIEN, Michel (1990): Autour de l'enseignement de la géométrie au collège, Première partie, *Petit X* n° 27, pp.41-76.

CHEVALLARD, Yves (1991): *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, deuxième édition, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

CORDIER, Françoise et Jean (1991): L'application du théorème de Thalès. Un exemple du rôle des représentations typiques comme biais cognitifs, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 11/1, pp. 45-64, La Pensée Sauvage, Grenoble.

COXETER H. S. M., EMMER M, PENROSE R., TEUBER M. L. (1986), *M. C. Escher. Art and Science*, Proceedings of the International Congress on M.C. Escher. Rome, Italy, 26-28 Marchs, 1985, Elsevier Science Publishers B.V., Netherlands.

COXETER, H. S. M. (1969): *Introduction to geometry*, 2 ed., J. Wiley, New York.

DIEUDONNE, Jean (1964): *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire*, Hermann, Paris, Troisième édition, 1968, p. 15.

DOISE W. et MUGNY G. (191): *Le développement social de l'intélligence*, InterEditions, Paris.

DOUADY, Régine (1986): Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 7/2, pp. 5-31, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

DOUADY, Régine et PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne (1989): Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane, *Educational Studies in Mathematics*, vol. 20, pp. 387-424.

DUPUIS, Claire et GUIN, Dominique (1989): Gestion des relations entre variables dans un environnement de programmation LOGO, *Educational Studies in Mathematics*, vol. 20, pp. 293-316.

DUVAL, Raymond, (1988): Pour une approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence, *Annales de didactique et de sciences cognitives 1*, Université Louis Pasteur et IREM de Strasbourg, Vol. 1, pp 57-74.

DUVAL, Raymond, (1994): Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique, *REPERES* - IREM, n° 17, pp. 121-138.

ECO, Umberto (1992): *La production des signes*, Le livre de Poche, Librairie Générale Française pour l'édition française, Indiana University Press, 1976.

FRECHET (1955): *Les mathématiques et le concret*, PUF, Paris.

FREGONA, Dilma (1989): *Quelques apports de la théorie des situations à l'enseignement des isométries du plan*, Mémoire de D.E.A., non publié.

FREGONA, Dilma (1992): Los *pavages* en la ensenanza de la geometria, non publié.

FREGONA, Dilma (1993): Una propuesta didactica para la caracterizacion de las transformaciones rigidas del plano, *Revista de Educacion Matematica*, Union Matematica Argentina y Fa.M.A.F., volumen 8.2.

GALLOU-DUMIEL, Elisabeth (1987): Symétrie orthogonale et micro-ordinateur, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 8/1.2, pp. 5-60, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

GALVEZ, Grecia (1985): *El aprendizaje de la orientacion en el espacio urbano: una proposicion para la ensenanza de la geometria en la escuela primaria*. Tesis, Centro de Investigacion del I.P.N., México.

GONSETH, Ferdinand (1936) (1974): *Les mathématiques et la réalité. Essai sur la méthode axiomatique*, Blanchard, Paris.

GUILLERAULT, M. et LABORDE, Colette (1980): Une activité de communication en géométrie, *Seminaire de l'Equipe de Recherche en Didactique et Pedagogie des Mathematiques*, Laboratoire I.M.A.G., Grenoble.

GRAS, Régis (1987): Une situation de construction géométrique avec assistance logicielle, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 8/3, pp. 195-230, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

GRENIER, Denise et LABORDE, Colette (1987): Transformations géométriques: le cas de la symétrie orthogonale, *Didactique et Acquisition des Connaissances Scientifiques. Actes du Colloque de Sèvres*, La Pensée Sauvage.

GRENIER, Denise (1988): *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement de la symétrie orthogonale en 6ème*, Thèse Université J. Fourier, Grenoble.

HOFSTADTER, Douglas (1985): *Gödel, Escher, Bach les brins d'une guirlande eternelle*, InterEditions, Paris.

JOSSE, Elise et ROBERT, Aline (1993): Introduction de l'homothétie en seconde, analyse de deux discours de professeurs, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 13/1,2, pp. 119-154, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble

JOSHUA, Samuel et DUPIN, Jean-Jacques (1993): *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*, Presses Universitaires de France, Paris.

LABORDE, Colette (1982): *Langue naturelle et écriture symbolique: deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*, Thèse, IMAG, Grenoble.

LABORDE, Colette (1984): Exposé sur la géométrie. *Recueil des textes et comptes rendus de la IIème Ecole d'été*, LSD, IMAG, Grenoble.

LABORDE, Colette (1988): Divers aspects de la dimension sociale dans les recherches en didactique des mathématiques, *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique*, La Pensée Sauvage.

LABORDE, Colette (1990): L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 9/3, pp 337-364, La Pensée Sauvage, Grenoble.

LABORDE , Colette et CAPPONI, Bernard (1994): Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 14/1.2, pp. 165-210, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

LOCHER J. et al. (1972), 1986: *Le monde d'Escher*, Chêne, France.

MARGOLINAS, C. (1988): Eléments pour une problématique de la vérification, *Seminaire de Didactique des Mathematiques et de l'Informatique*, Laboratoire I.M.A.G., Grenoble.

MARGOLINAS, Claire (1992): Eléments pour l'analyse du rôle du maître: les phases de conclusion, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 12/1, pp. 113-158, La Pensée Sauvage, Grenoble.

MARGOLINAS, Claire (1993): *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble.

MARGOLINAS, C. (1994): Double analyse d'un épisode: cercle épistémologique et structuration du milieu, in *Vingt ans de didactique des mathématique en France*, La Pensée Sauvage, Grenoble.

MARION et OVAERT (1980): Sur l'enseignement de la géométrie au lycée, *Géométrie I*, GREG IREM de Marseille n° 12.

MARTIN, George (1975): *The Foundations of Geometry and the Non-Euclidean Plane*, Springer-Verlag, New York.

MERCIER Alain et TONNELLE Jacques (1992): Autour de l'enseignement de la géométrie au collège, deuxième partie, *Petit X* n° 29.

MONOD, Jacques (1970): *Le hasard et la nécessité. Essai sur la philosophie naturelle de la biologie moderne*, Editions du Seuil, Paris.

MUGNY, G., (1985): *Psychologie sociale du développement cognitif*, Peter Lang, Bern.

ORUS-BAGUENA, Pilar (1991): *Le raisonnement des élèves dans la relation didactique; effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire*, Thèse de doctorat de l'Université de Bordeaux I, ed. IREM de Bordeaux.

PADILLA, Virginia (1990): Les figures aident-elles à voir en géométrie?, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 3*, Université Louis Pasteur et IREM de Strasbourg pp. 223-252.

PADILLA, Virginia (1992): *L'influence d'une acquisition de traitements purement figuraux pour l'apprentissage des mathématiques*, thèse Université Louis Pasteur, Strasbourg I.

PARZYSZ, Bernard (1988), « Knowing » vs « Seeing ». Problems of the Plan Representation of Space Geometry Figures, *Educational Studies in Mathematics*, 19, pp.79-92.

PERRET-CLERMONT, A.N. (1979): *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*, Peter Lang, Genève.

PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne (1993) Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes "faibles", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 13/1.2, pp. 5-118, La Pensée Sauvage, Grenoble.

PIAGET, J. (1967): *La psychologie de l'intélligence*, Septième édition, Armand Colin, Paris.

PIAGET, Jean et INHELDER, Bärbel (1947) (1972): *La représentation de l'espace chez l'enfant*, P.U.F., Paris.

PIAGET, J., INHELDER, B. et SZEMINSKA A. (1948) (1973): *La géométrie spontanée de l'enfant*, PUF, Paris.

PIAGET, Jean (1981): *Le possible et le nécessaire. 1. L'évolution des possibles chez l'enfant.*, Presses Universitaires de France.

POLYA, G. (1945): *How to solve it,* (1965) tr. fr.: *Comment poser et résoudre un problème*, Paris, Dunod.

POTHIER, Yvonne et SAWADA, Daiyo (1984): some geometrical aspects of early fraction experiences, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 5/2, pp. 215-226, La Pensée Sauvage, Grenoble.

PRESMEG, Norma (1992): Prototypes, Metaphors, Metonymies and Imaginative Rationality in High School Mathematics, *Educational Studies in Mathematics 23*, pp. 595-610.

RATSIMBA-RAJOHN, Harrisson (1977): *Etude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques,* Mémoire de D.E.A., IREM de Bordeaux.

RATSIMBA-RAJOHN, Harrisson (1992): *Contribution à l'étude de la hiérarchie implicative. Application à l'analyse de la gestion didactique des phénomènes d'ostension et de contradictions*, Thèse, Université de Rennes I.

ROBERT Aline et TENAUD Isabelle (1988): Une expérience d'enseignement de la géométrie en Terminale C, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 9/1, pp. 31-70, La Pensée Sauvage.

ROUCHIER, André (1985): *Théorème du trajet total et trace de la tortue des polygones réguliers*, IREM, Université d'Orléans.

ROUCHIER, André (1991): *Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatique élémentaires*, Thèse Université d'Orléans.

SINACEUR, Hourya (1991): La dialectique de l'espace selon Ferdinand Gonseth, in *Actes du 8ème colloque Inter-IREM Epistémologie et Histoire des Mathématiques*, IREM de Lyon, Université Claude Bernard.

TAVIGNOT, Patricia (1993): Analyse du processus de transposition didactique. Application à la symétrie orthogonale en sixième lors de la réforme de 1985, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 13/3, pp. 257-294, La Pensée Sauvage.

THURSTON, W. E., (1994): On Proof and Progress in Mathematics, *B.A.M.S.*, vol 30/2.

TONELLE, Jacques (1982): Evidence et démonstration en géométrie, *Actes de la 2ème Ecole d'été*, IREM d'Orléans.

VERGNAUD Gérard, ROUCHIER André, RICCO Graciela et al. (1983): Didactique et acquisition du concept de volume, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 4/1, La Pensée Sauvage.

VERGNAUD, Gérard (1991): La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 10/2.3, pp. 133-170, La Pensée Sauvage.

VERILLON Pierre et RABARDEL Pierre (1993): De l'analyse des compétences à l'élaboration des contenus spatiaux: contribution de la psychologie et de la sémiologie à la conception en ingénierie didactique, *Espaces graphiques et graphismes d'espaces*, La Pensée Sauvage.

von GLASERSFELD, Ernst (ed.) (1991): *Radical Constructivism in Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers, London.

VYGOTSKY, L. S. (1934): *Pensamiento y lenguaje*, Pléyade, Buenos Aires.

WEILL-FASSINA Annie et RACHEDI Youcef (1993): Mises en relation d'un espace réel et de sa figuration sur un plan par des adultes de bas niveau de formation, *Espaces graphiques et graphismes d'espaces*, La Pensée Sauvage.

WERMUS, Hernri (1976): Essai de représentation de certaines activités cognitives à l'aide des prédicats avec composantes contextuelles, in *Archives de Psychologie*, Vol. XLIV, n° 171, p. 205-221, Editions Médecine et Hygiène, Genève.

WERMUS, Hernri (1978): Esquisse d'un modèle des activités cognitives, in *Dialectica*, vol. 32, n° 3-4, pp. 317-337, Genève.

A n n e x e s

Annexe I

CONSTRUCTION DE DROITES PARALLELES

Sommaire.

I.1. Fiche didactique

Classe. CM2 Date: 09 02.90

1. Matériel[1]

- Un pavage des "sapins" pour le tableau, et une copie pour chacun des élèves
- Une feuille "problème" pour chacun des élèves où se trouvent trois sapins consécutifs et une région non connexe au modèle, la "fenêtre". Les bords de ces feuilles sont irréguliers, ils sont représentés par un pointillé (Ce sont les feuilles désignées par A, B, C, D. S1 et S2 sont celles que nous appelons "sécurité" du maître.)
- Du papier-calque, un compas, des ciseaux, une règle, une équerre.

2. Objectifs de la leçon

- Créer les conditions pour faire fonctionner les droites parallèles comme moyen d'"occuper" le plan dans le micro espace
- Mettre en oeuvre des techniques de détermination d'une droite, et de construction de droites parallèles
- Mettre au point le vocabulaire adéquat: droite, droites parallèles, réseau, droites perpendiculaires
- Maitriser le plan de la feuille par la construction d'un pavé dans une région écartée du modèle.

[1] Cf I.2 Matériel, dans cette annexe

3. Description de l'activité

3.1. Organisation de la classe
Les élèves sont organisés en groupes de travail.

3.2. Présentation de l'activité
Brève conversation sur les différents moyens de couvrir un sol avec un dessin répété. On pourrait faire la distinction entre les formes du pavé (polygonale ou non, de forme unique, qui couvre tout le réseau).

3.3. Déroulement
Première phase: reconnaissance d'une unité
L'enseignant présente le pavage et donne une copie à chacun des enfants.
L'enseignant lance une phase de recherche collective: "Dans ce pavage, combien de figures entières y-a-t-il? Combien de sortes de dalles le carreleur doit reporter?" (Cf. Remarque (i))
"Est-ce que l'on pourra continuer ce pavage? Jusqu'où? Et comment pourra-t-on le faire?"

Deuxième phase: anticipation
Consigne: "On veut couvrir une rue piétonnière avec ce pavage. Il y a beaucoup de carreleurs qui peuvent faire le travail et ils s'organisent de façon à travailler en même temps et ne pas se déranger. Ils commencent le pavage en différents endroits et étendent chacun la région pavée: au moment où ces pavages se rencontreront, il faudra que les bords coincident
Voilà le problème quelqu'un a déjà commencé le pavage et il a mis trois sapins, maintenant il y a un carreleur qui doit continuer le travail en pavant la "fenêtre". Comment doit-il placer le pavé? Est-ce qu'il peut poser le premier n'importe où?
Maintenant je donne à chaque équipe le problème d'un carreleur (A, B, C ou D) et vous essaierez de trouver l'endroit exact où il faut mettre le premier sapin. Vous savez que s'il le place n'importe comment, ça ne va pas marcher; alors ce que vous avez à faire c'est d'apprendre, de découvrir comment faire pour savoir où placer le pavé.
Vous avez déjà dit qu'on peut reporter le pavé pour continuer le dessin, mais ici ce que vous devez découvrir est une méthode pour arriver à n'importe quel endroit de la voie piétonnière. Vous avez le droit de chercher tous les indices pour résoudre le problème Vous avez le pavage et des instruments: des règles, des équerres, du papier calque; vous pouvez faire plusieurs essais. Seulement quand vous aurez l'impression d'avoir bien fait, vous vérifierez, par exemple, par transparence. Après chaque équipe expliquera la méthode qu'elle vient de trouver." (Cf. Remarque (ii))

Troisième phase: présentation des différentes méthodes
L'enseignant pose une question: "Quels sont les indices nécessaires pour savoir où faut-il mettre le sapin?"
Chaque équipe répondra à cette question, il faudra introduire le vocabulaire adéquat. Ce qui est important c'est la méthode, alors il faudra comparer leur efficacité. (Cf. Remarque (iii))

L'enseignant déclare finalement: "Nous avons vu différentes méthodes, quelques unes bonnes et d'autres qui ne permettent pas de réussir. Il y en a qui n'ont pas gagné bien que l'idée était bonne parce qu'ils ne savaient pas tracer les parallèles. Il faudra se poser la question suivante: Comment fait-on pour tracer ces droites comme il faut et apprendre à la résoudre. Ce sera notre prochain travail." (Cf. Remarque (iv))

4. Remarques

(i) Bien que les figures ne soient pas congruentes, l'enseignant fermera le problème en admettant qu'il y a une seule dalle qui se répète. Il appellera cette dalle selon la désignation des enfants: pin, ou sapin, ou flèche, etc.

(ii) Pour le groupe qui ne trouve pas la solution, il y a les problèmes désignés par S1 et S2, "sécurité du maître". Ils sont censé être plus faciles parce que la "fenêtre" est en face, selon la direction verticale ou horizontale, des sapins donnés.
Si le maître a besoin de proposer S1 ou S2, la consigne supplémentaire est: "Commence par celle-ci, peut-être tu vas y arriver."

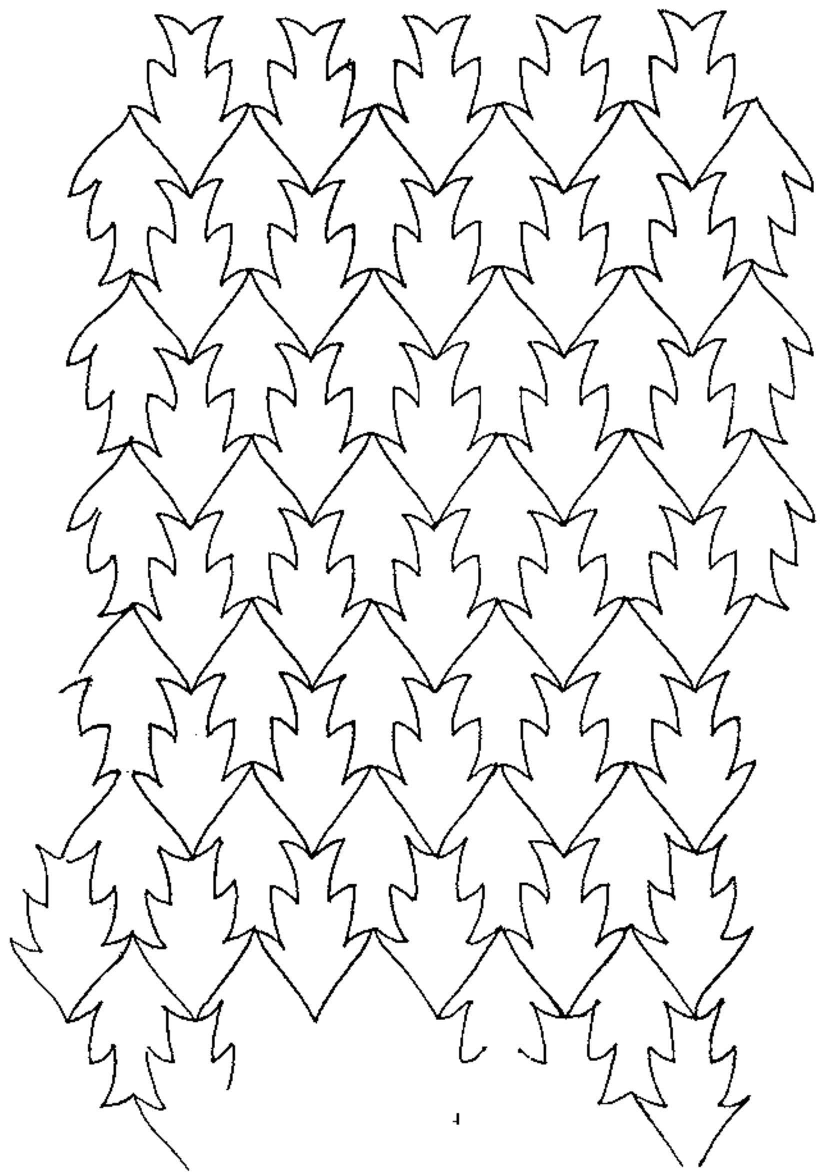
(iii) La validation par transparence sur le modèle n'est qu'un acte symbolique. L'efficacité de la méthode est fournie par une justification qui doit être acceptée par toute la classe, y compris l'enseignant.

(iv) Les techniques de construction d'un réseau de parallèles pourrait constituer une autre leçon.

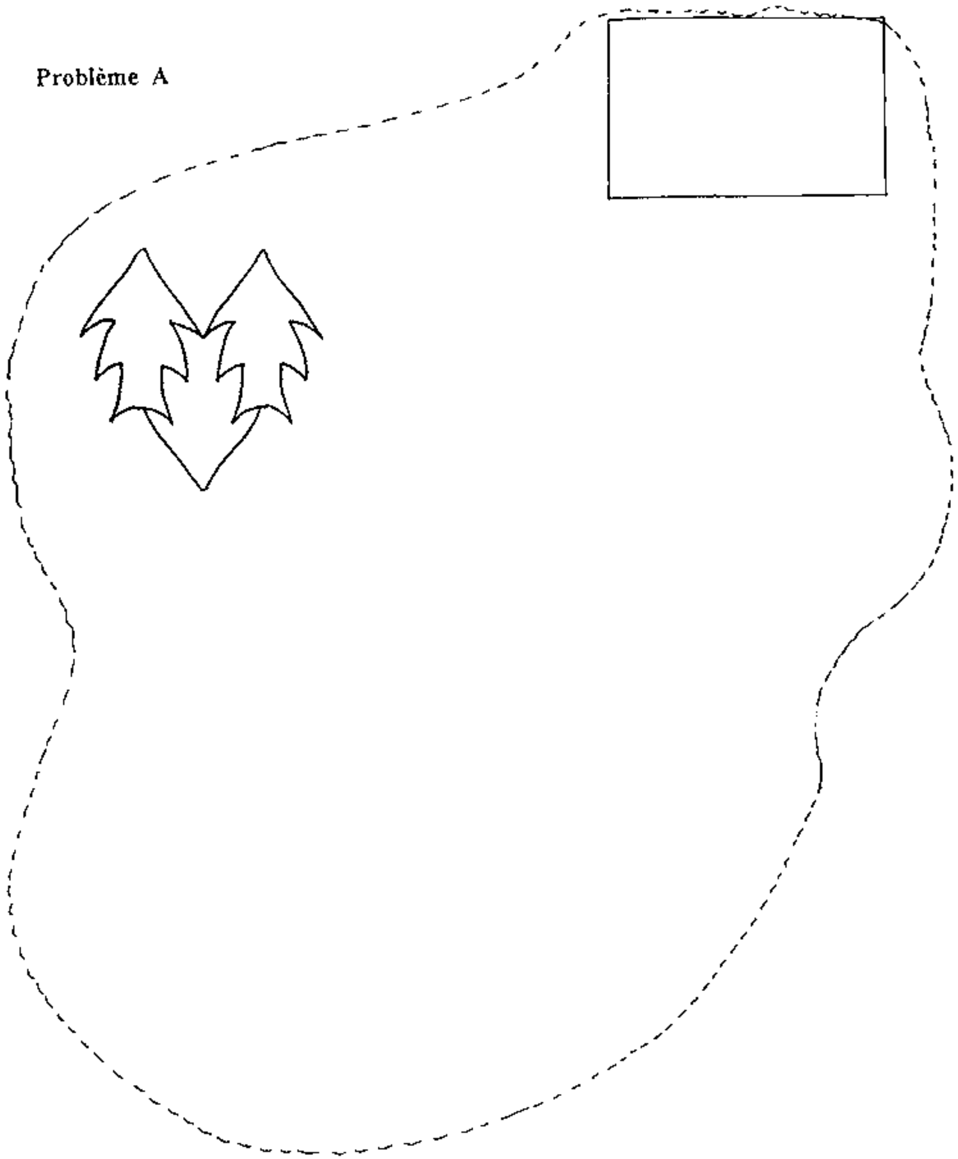
I.2. Matériel

Chaque élève avait à sa disposition le pavage modèle, et une feuille problème choisie parmi A, B, C et D. S1 et S2 sont censées être plus faciles. Le pointillé représente les bords irréguliers des feuilles.

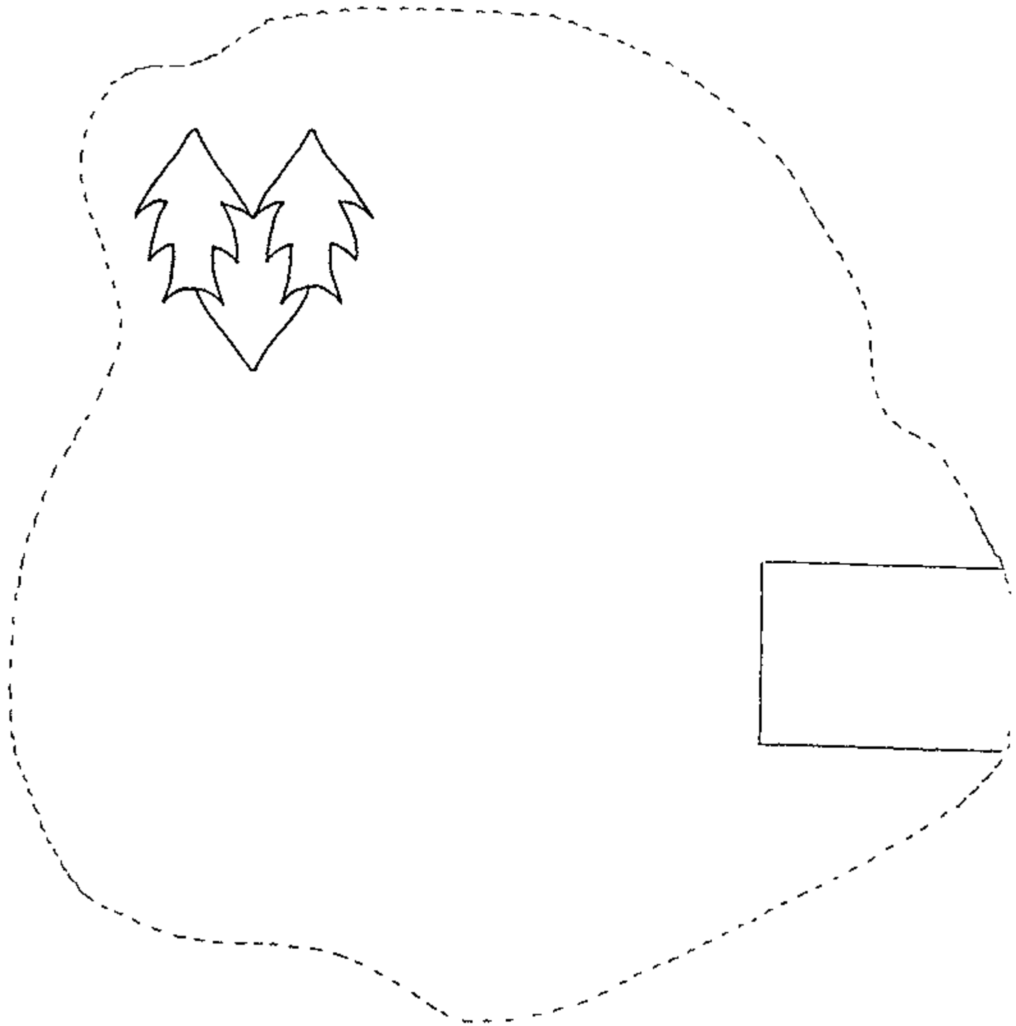
Modèle



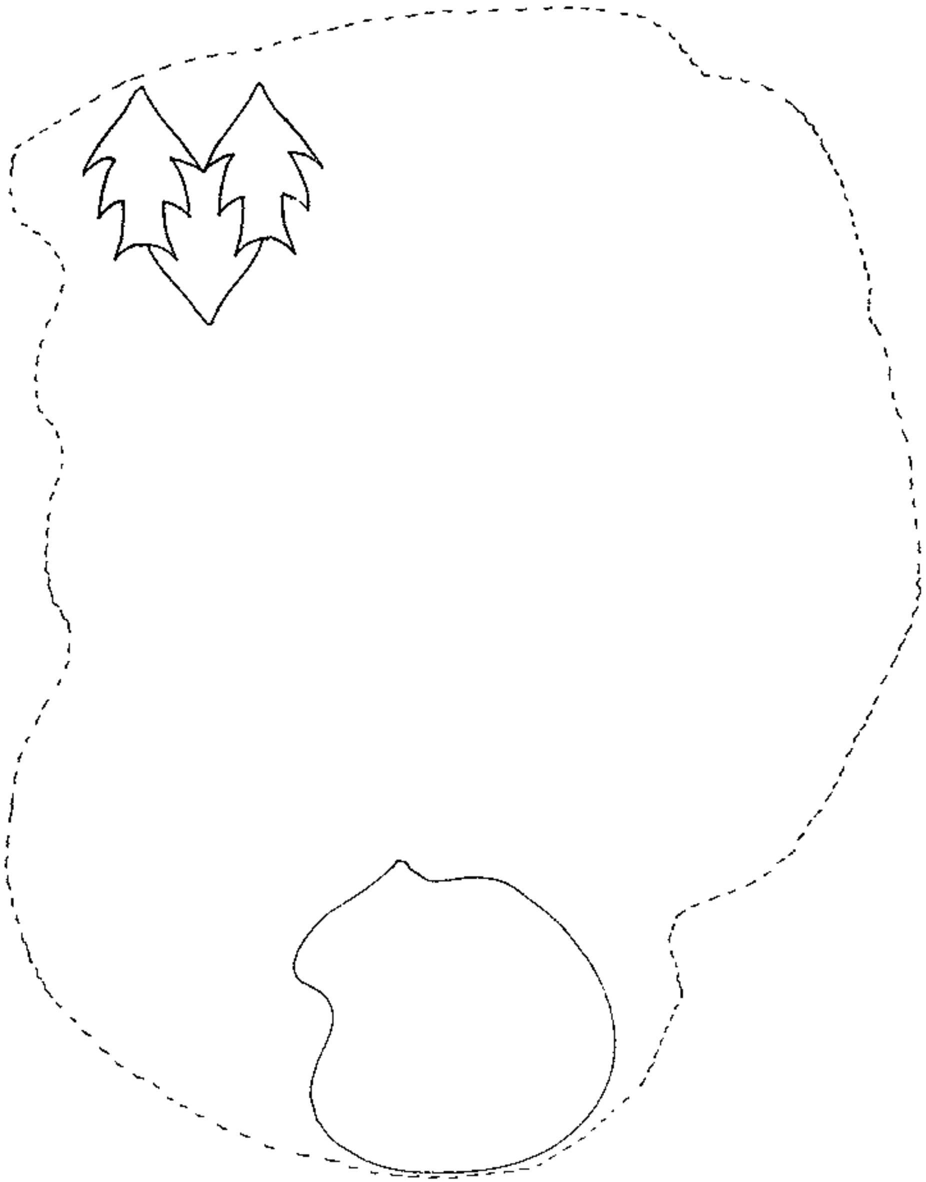
Problème A



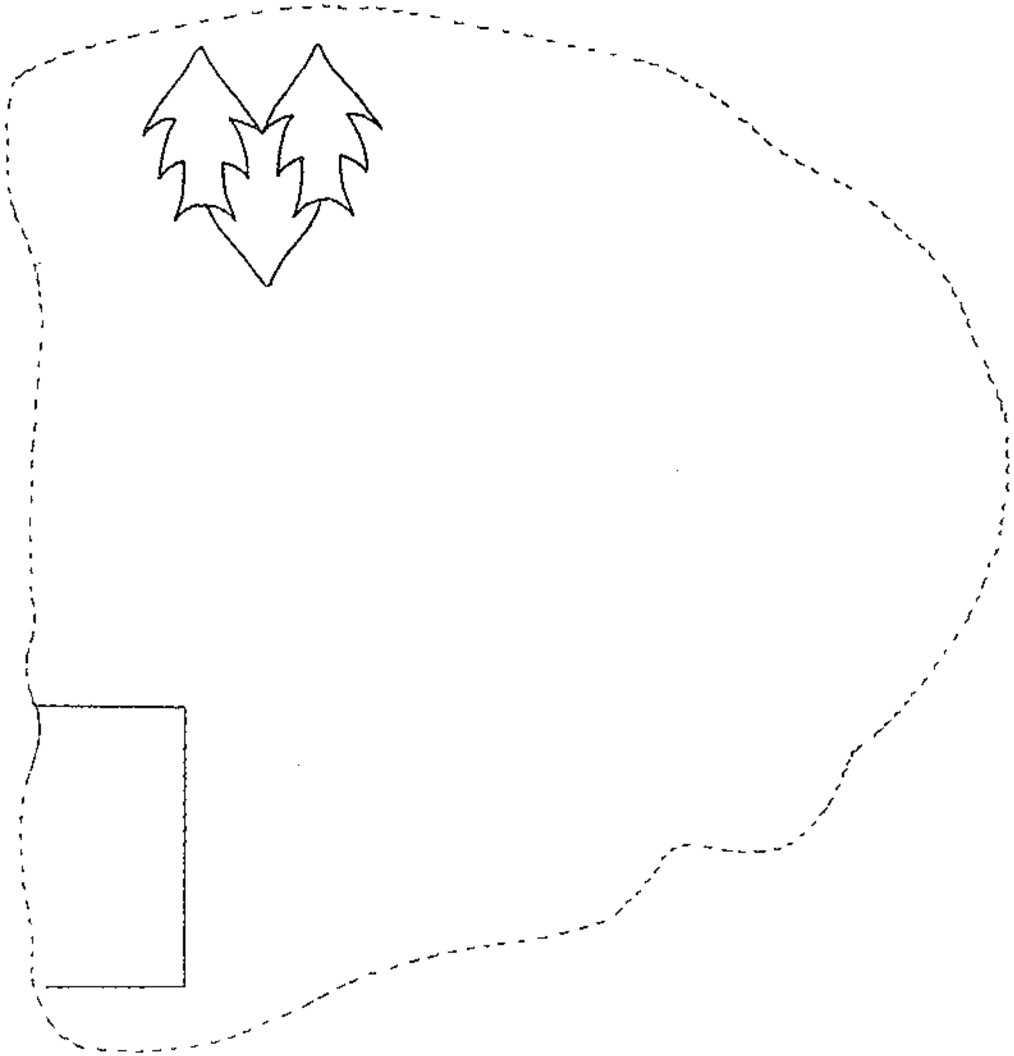
Problème B



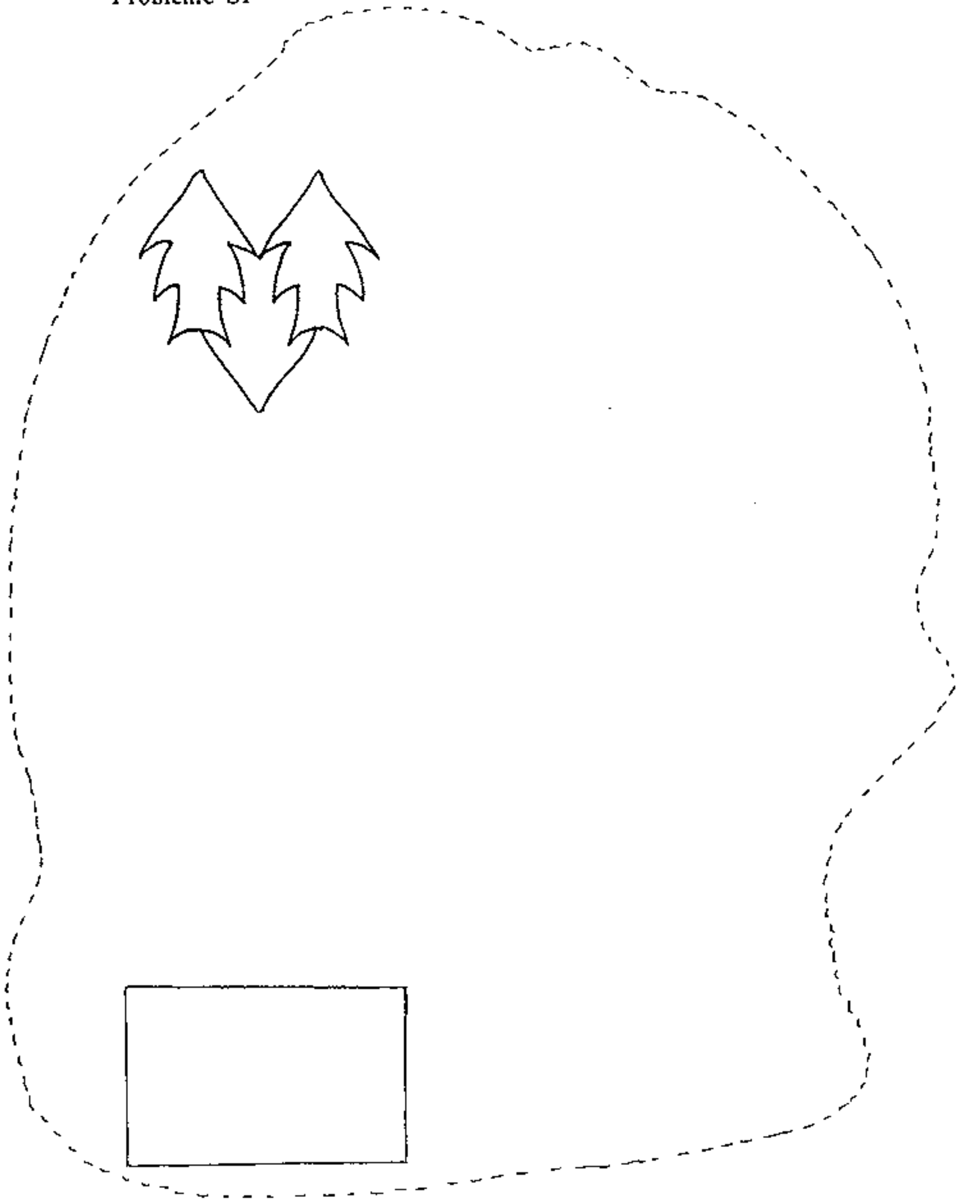
Problème C



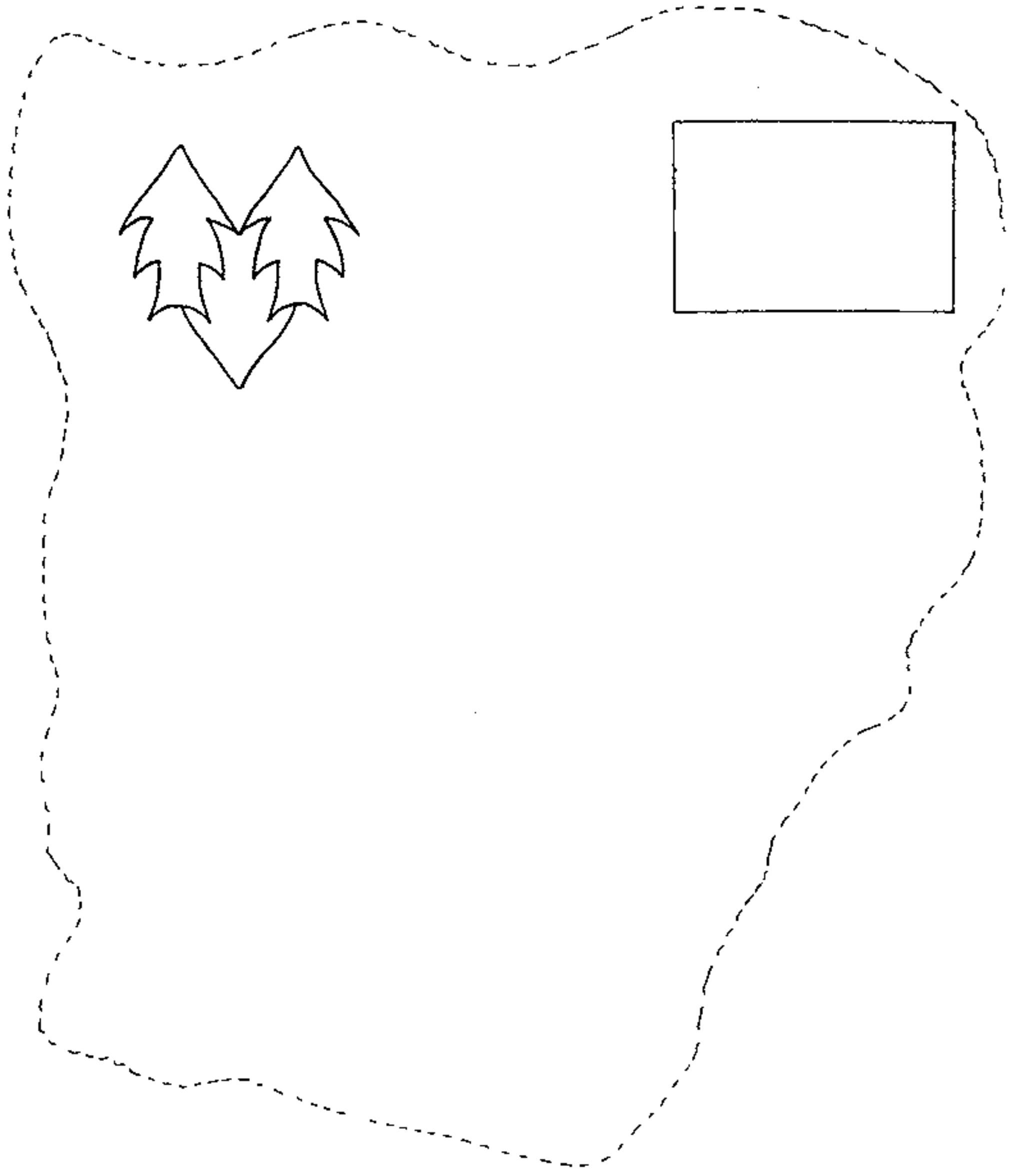
Problème D



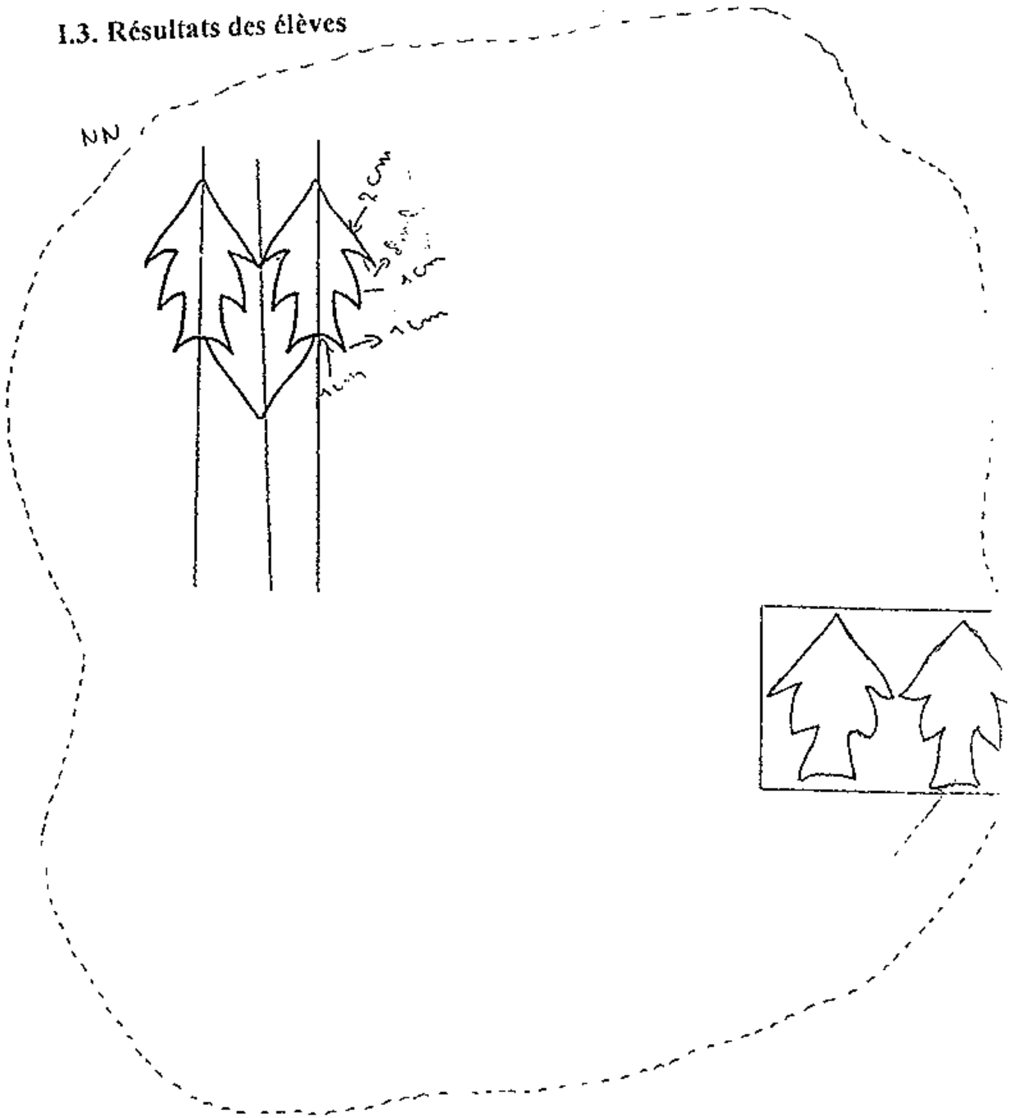
Problème S1

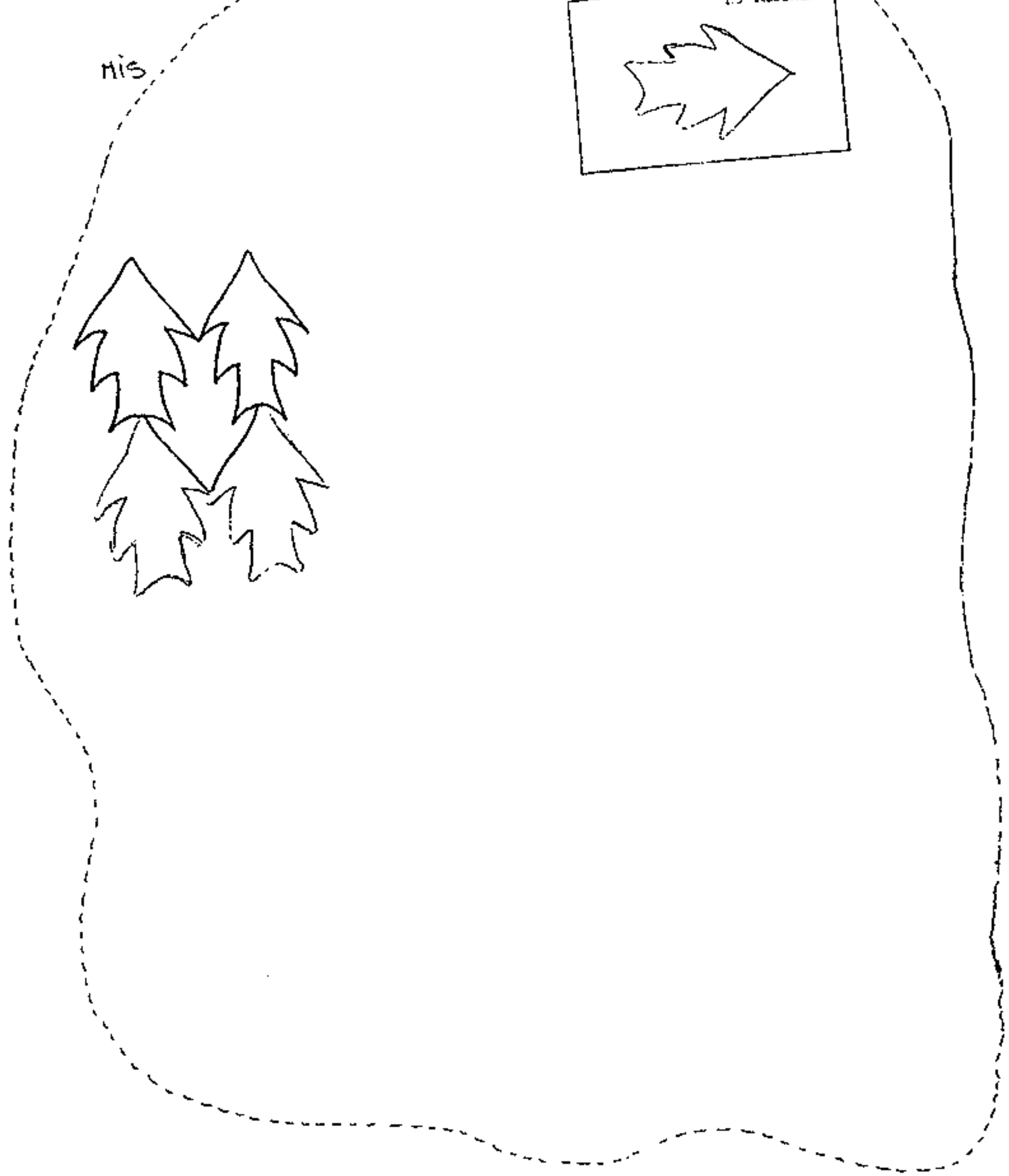


Problème S2

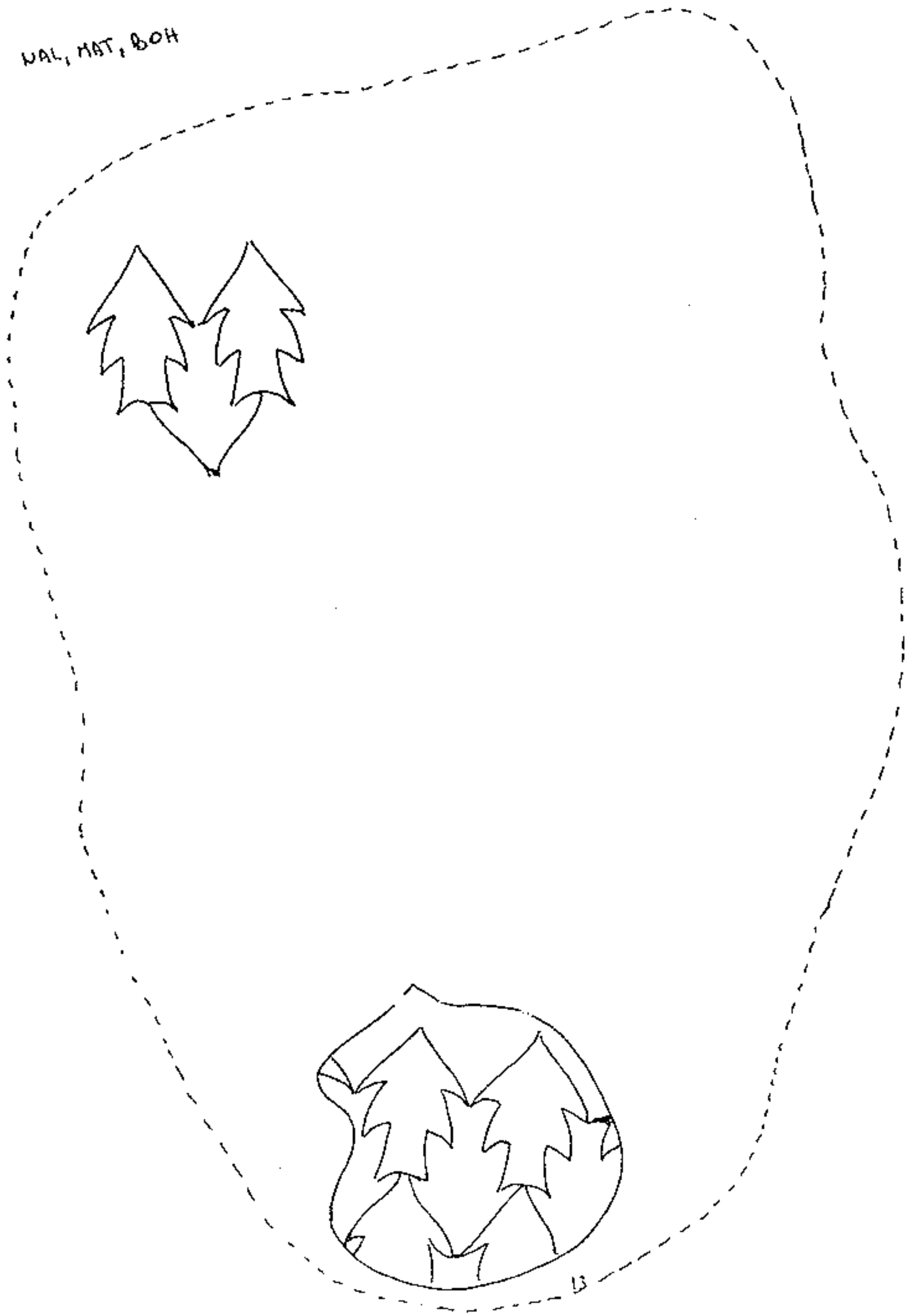


I.3. Résultats des élèves

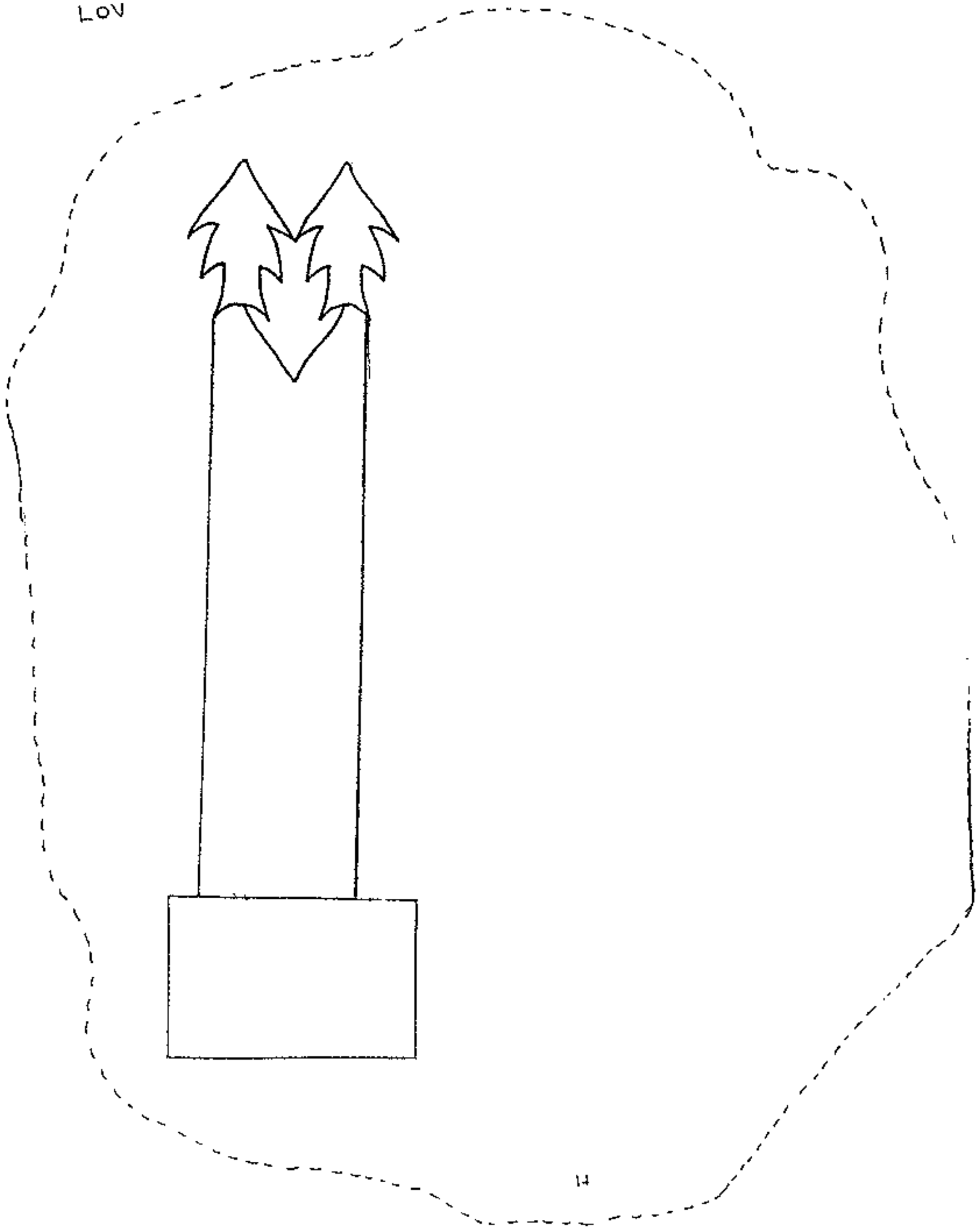


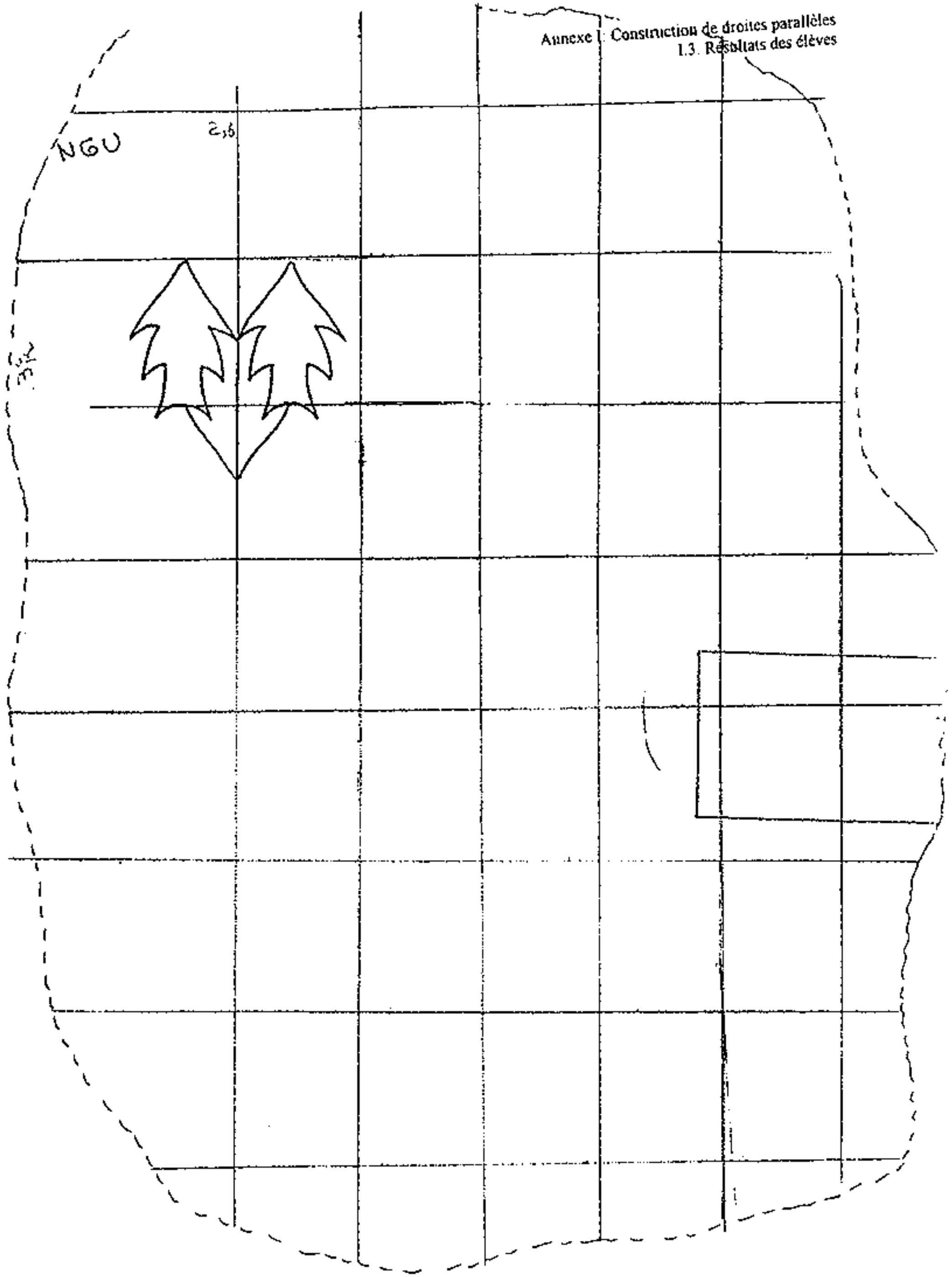


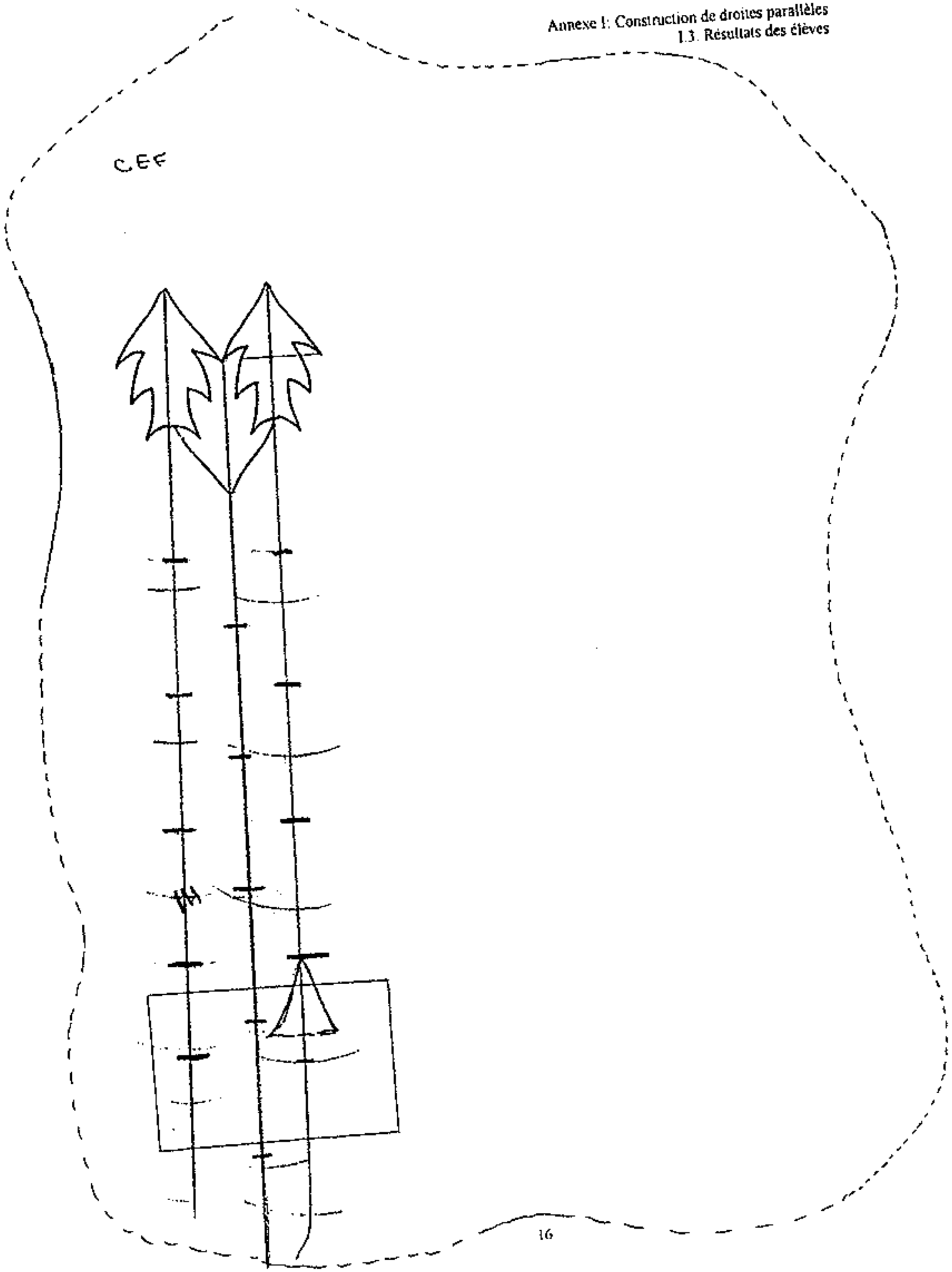
NAL, MAT, BOH

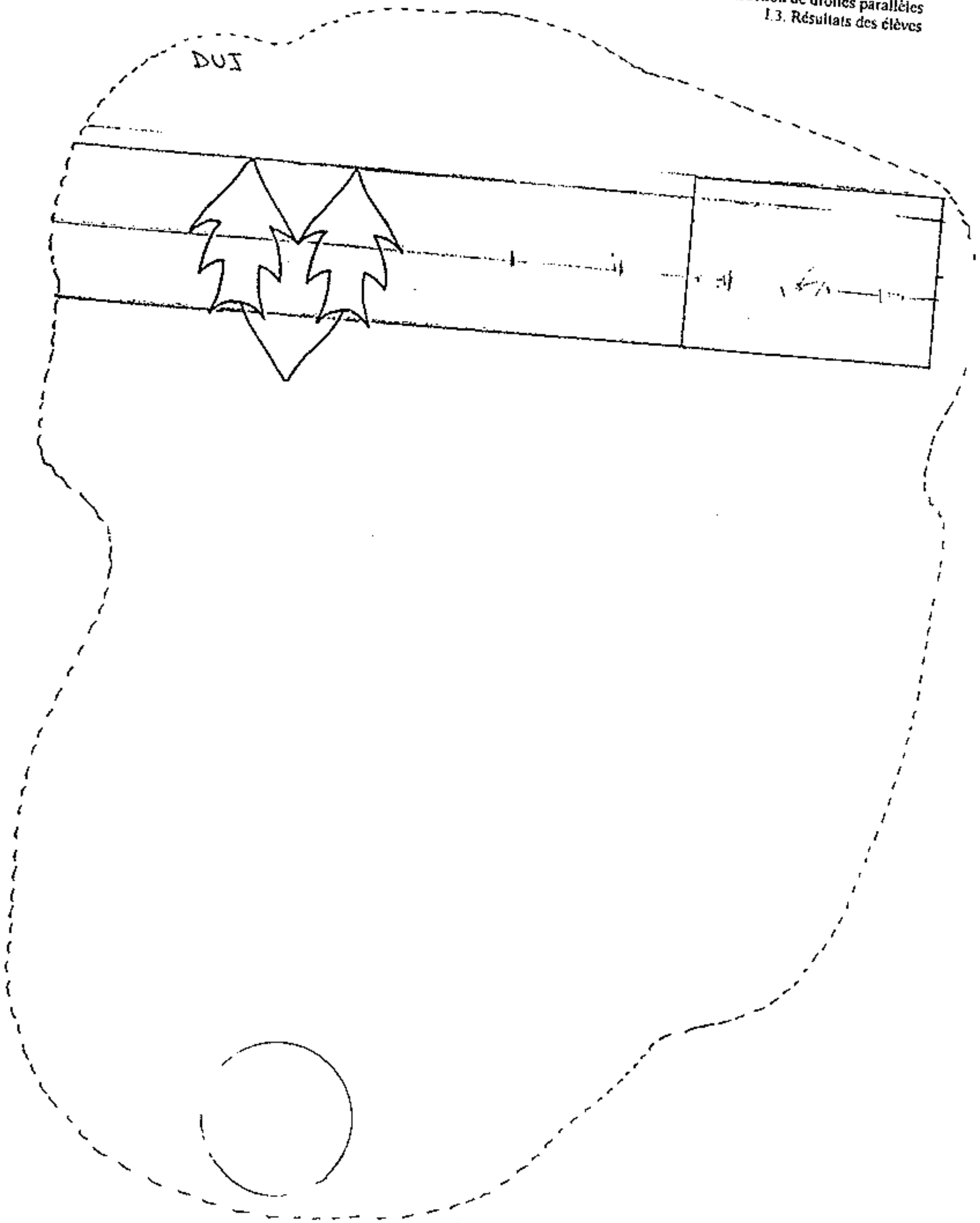


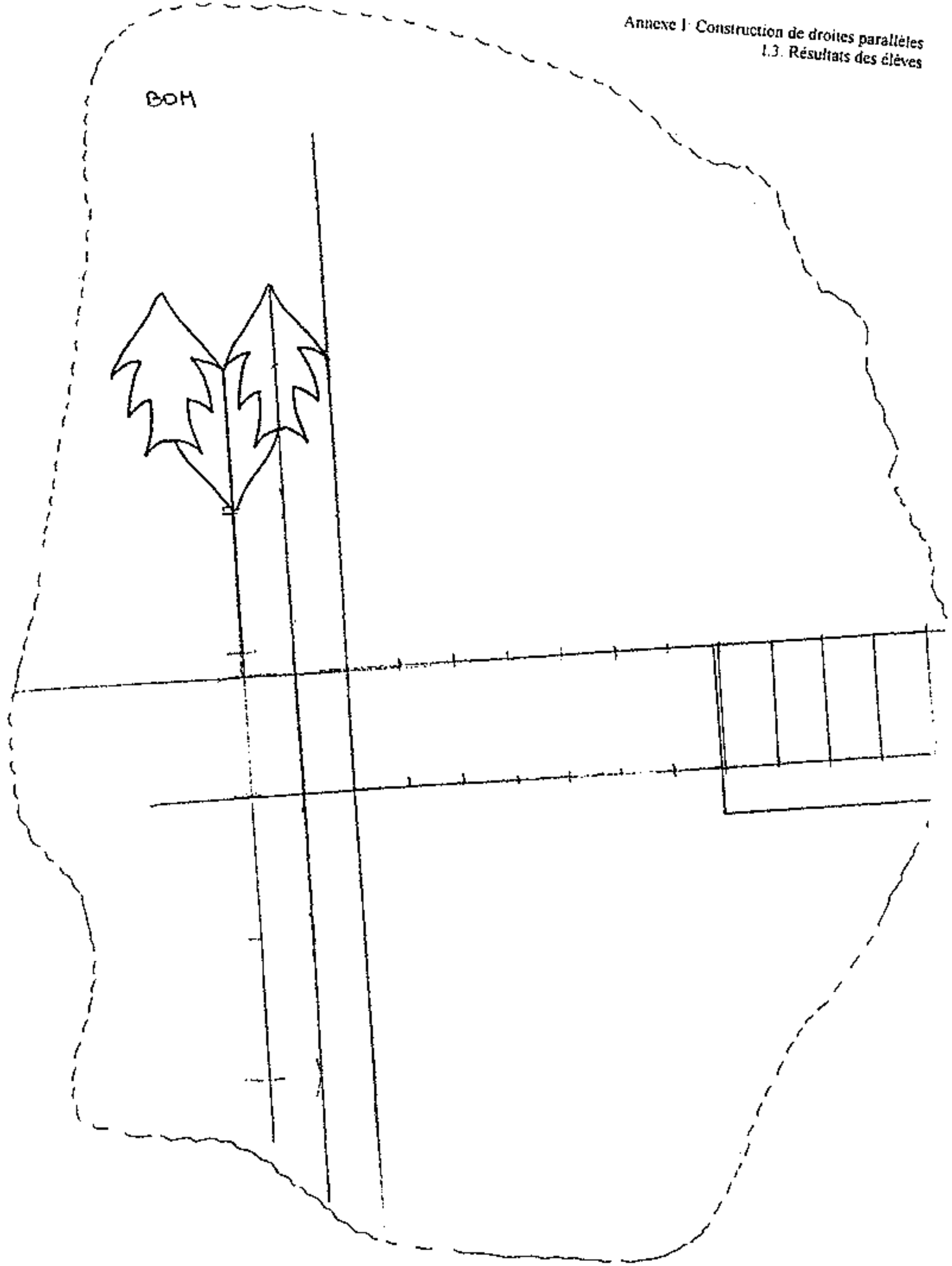
LOV

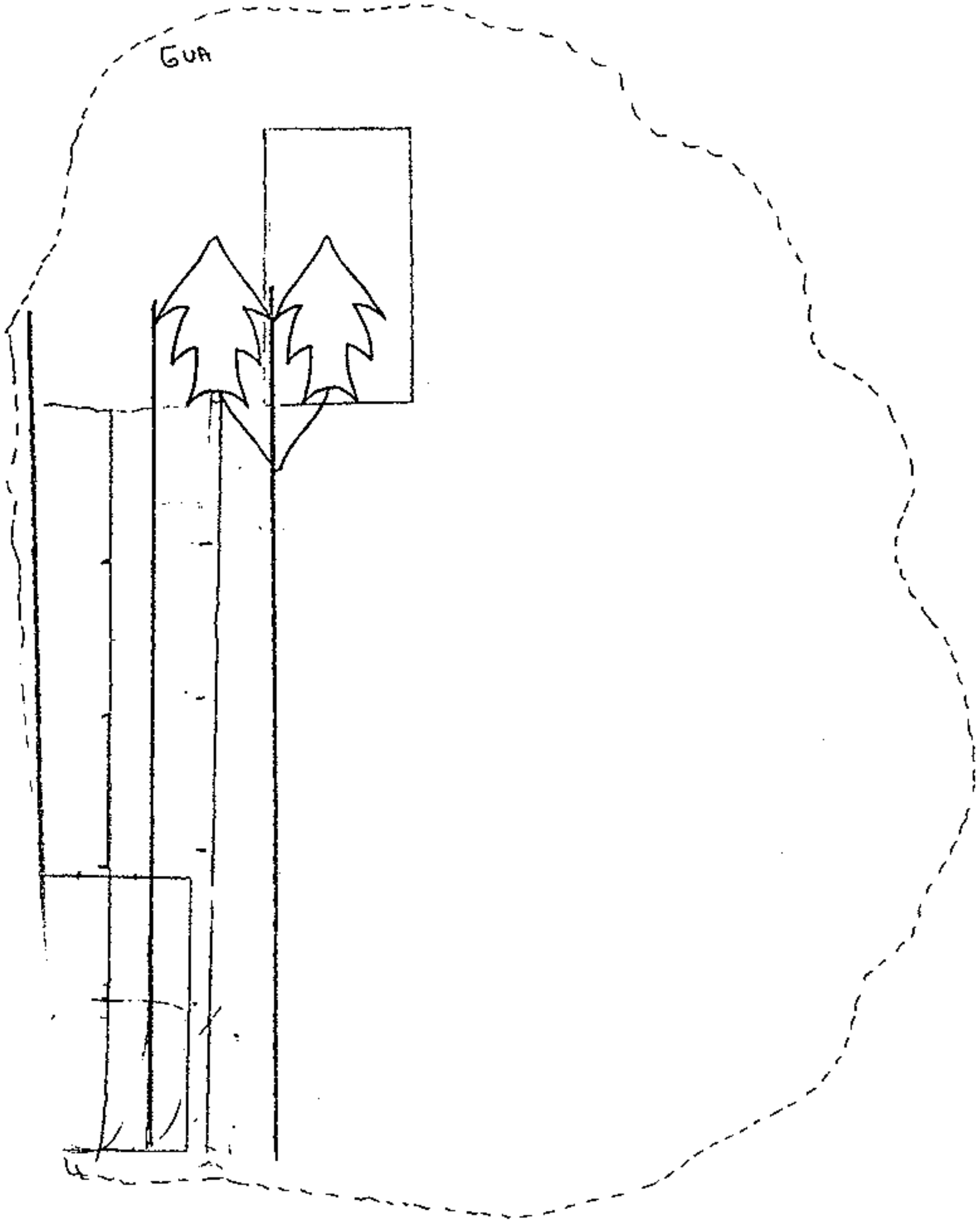


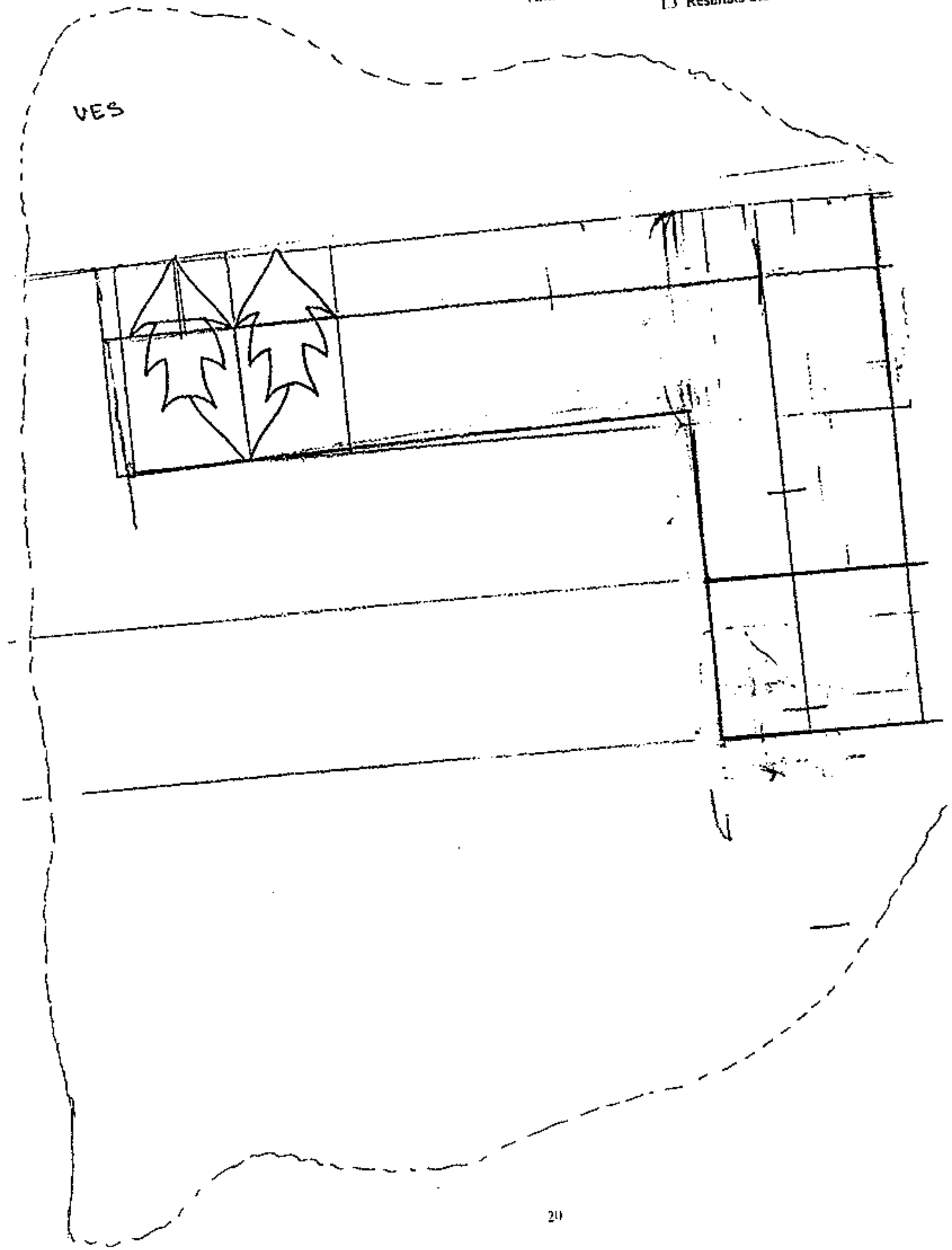

NGU
2,6

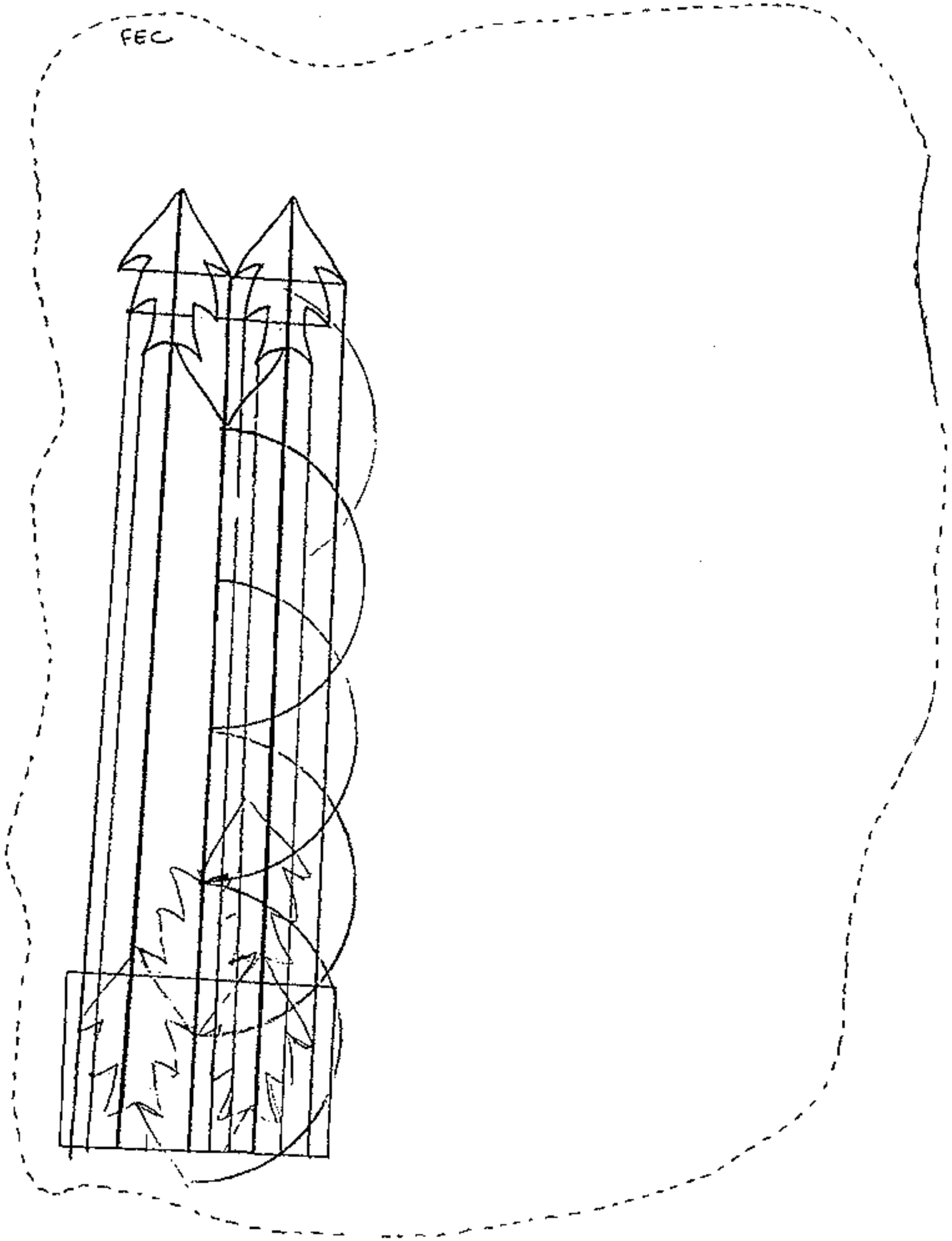

CEF

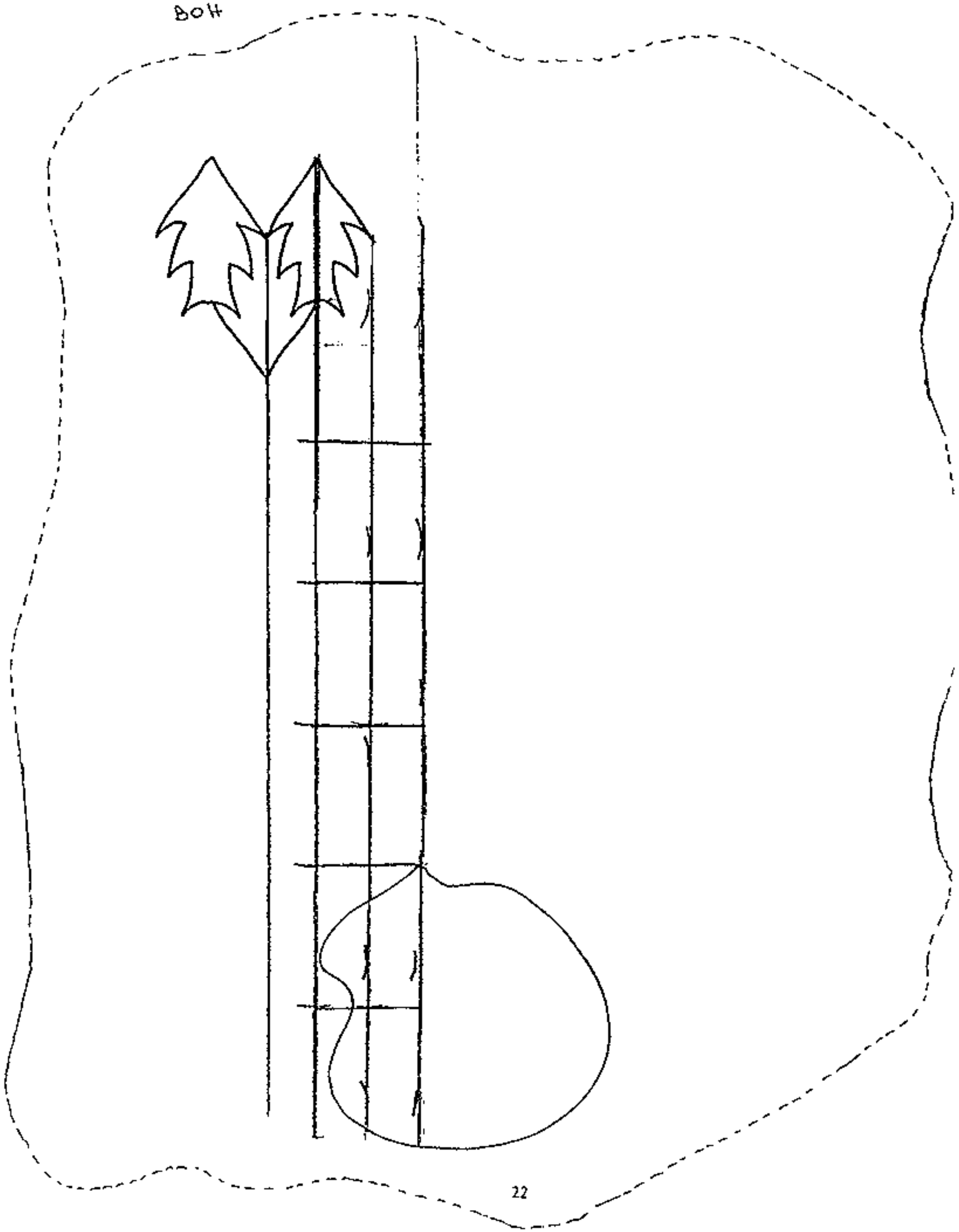

DUJ

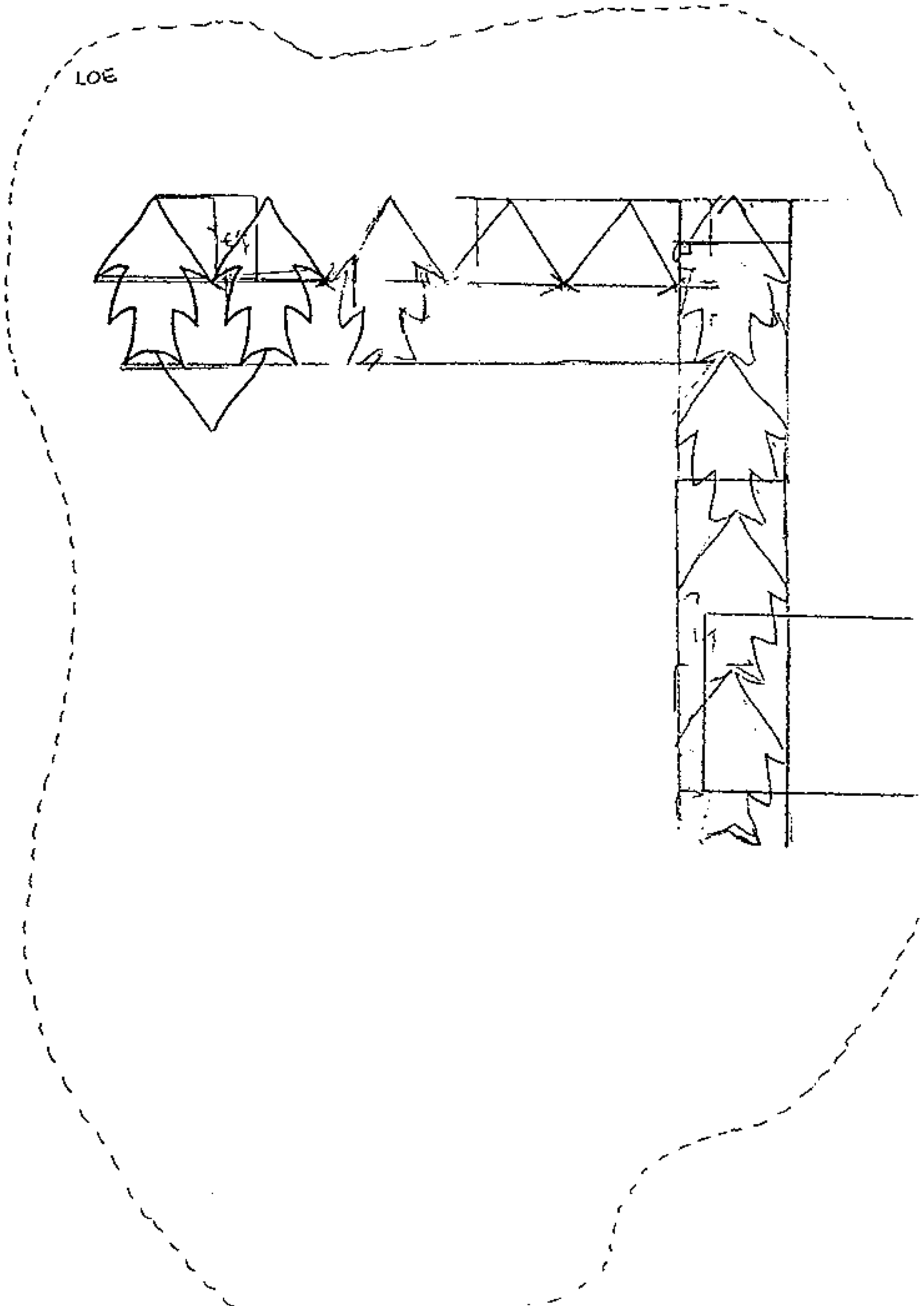

BOM


GUA


VES


FEC


BOH



I.4. Transcription de la première séance

Classe: CM2 Date: 9 février 1990
Enseignant: Denise Greslard
Séance: Construction de droites parallèles
Observateurs: Georges Marbot, Dilma Fregona
Remarques: Le nom des élèves est donné selon un code à l'Ecole Michelet. "M" c'est le maître. Les nombres entre crochets servent de repère sur la bande vidéo. (Cassette n° 125, COREM) "E." ou "Es." représentent un élève ou un groupe d'élèves, respectivement, non identifié (s). "(...)" indique qu'on n'entend pas ce qui a été dit. "Modèle", est le pavage des sapins, "Problème", est la feuille où on trouve une partie du modèle et la fenêtre sur laquelle il faut anticiper les pavés. (Cf. Annexe I, matériel).

Corpus	Contexte
[0] M.: Vous avez sans doute déjà vu ce qu'on appelle des "pavages", ce sont des pavés, par exemple dans les rues... Es.: Oui... Non... M.: A Bordeaux, dans les rues, dans notre cour il y a des pavés... les pavés sont de grosses pierres qu'on met les unes contre les autres, qu'on met pour recouvrir... on fait pareil avec des carreaux sur le murs ou des carreaux par terre, dans les classes. Alors dans les rues ce sont des pavés qui ont des formes... Es.: Bizarres... M.: Bizarres, décoratives... dans notre cour les pavés ont une forme un peu comme ça...	*L'enseignant la dessine dans l'air.*
Es.: Ça ressemble à une flèche. M.: Oui, ça ressemble à une flèche, et pour recouvrir le sol, comment on fait? Es.: (...) M.: On les met comment ces pavés? On les met comme ça...?	*Il fait des gestes pour montrer par-ci, par-là.*
Es.: Ils sont emboîtés. M.: On les emboîte les uns contre les autres... et est-ce qu'il y a des espaces entre les pavés? Es.: Non... Oui, il y a de la terre... M.: On va regarder là, sur les bords comme ils sont un petit peu creux il y a de la terre qui se met dedans... on les met les uns contre les autres, il n'y a pas de ciment entre eux. D'ailleurs c'est pour ça qu'autour des arbres on les retire si facilement ou ils tombent... Dans les rues c'est pareil... [110] Alors, voici un pavage.	*L'enseignant affiche au tableau une feuille A3 avec l'agrandissement du modèle.*
Es.: Ah!... Il faut les compter. M.: Je vais vous en distribuer un exemplaire. Alors, le mien est un peu agrandi pour que vous le voyez. Vous allez en avoir chacun.	

Il montre un tas de copies avec le "modèle"

M Est-ce que c'est un vrai pavage? Ils sont bien emboîtés les uns contre les autres?
Es.: Oui
M.: Vous les voyez?
Es.: Oui.
M.: Qu'est-ce que c'est comme pavé?
Es.: Ça ressemble à un sapin . à une flèche.
M.: Est-ce que quelqu'un peut venir me montrer un pavé.
Es.: Moi, moi...

Plusieurs enfants lèvent le doigt.

M.: Nicolas?

HIN montre au tableau un sapin avec la pointe en haut.

M.: Vous êtes d'accord?
Es.: Oui.
M.: Est-ce que quelqu'un peut venir me montrer un autre?

Presque toute les enfants lèvent le doigt.

M.: Vanessa?

CFE montre au tableau un sapin avec la même disposition que l'antérieur.

Es.: Il y en a à l'inverse...
M.: Voilà, il y en a qui sont à l'inverse. . Viens nous montrer.

NAL montre un sapin avec la pointe en bas.

M.: Est-ce qu'ils sont tous pareils?
Es.: Oui.
M.: Allez! Rapidement les distributeurs en donnent un pour chaque élève.
Es.: (.)
[232] M.. Attendez! Je vais vous dire ce qu'on va faire.

Chaque enfant reçoit, la feuille A4, du "modèle" Ils regardent soigneusement le modèle et suivent les bords des pavés avec le doigt.

M.: Dites-moi! Est-ce qu'on pourrait continuer ce pavage?
Es.: Oui.
M.: Jusqu'où?
Es.: (...) toute la feuille
M.: Est-ce que je pourrais... si c'est une rue, je pourrais couvrir plus que ma feuille?
Es.: Oui.
M.: On pourrait aller...
Es.: Jusqu'à l'infini.
FEC: Mais il nous faut des autres repères...
Es : (.)
[284] M : Ah! tu as trouvé des repères. Bon, voilà ce que je vais vous demander Vous allez travailler par petits groupes. Imaginez que nous voulions paver une rue avec ces pavés, ce pavage. Seulement, pour paver une rue comme c'est un travail qui est très long, les ouvriers se partagent le travail et ils commencent.. il y en a qui commencent en haut de la rue, d'autres en bas de la rue... Si l'on veut commencer à plusieurs endroits, est-ce que vous pensez qu'ils peuvent commencer comme ça. . n'importe où?

Gestes pour indiquer par-ci, par-là.

Es.. Non, il faut commencer au début.
M : Pourquoi non?

POE.: Non, il faut calculer parce que si l'on commence n'importe comment après ils ne vont pas s'empiler
M On dit s'emboîter. Il faut, si l'on commence à des endroits différents, il faut le faire de telle sorte que quand ils vont se rencontrer ils s'emboîtent bien. Donc, il faut être capable, avant de commencer, de prévoir quelque chose Et bien, votre travail d'aujourd'hui, écoutez bien . je vais donner à chaque équipe un début, par exemple...

L'enseignant montre une feuille "problème" avec les bords irréguliers, les élèves font des exclamations.

M. On a commencé à paver dans un coin de la place...

L'enseignant signale avec le doigt le début du pavage

Et puis les ouvriers veulent commencer eux, un autre groupe, ici...

Il signale la "fenêtre"

Donc je vais vous demander aujourd'hui d'être capable de trouver comment, par quel moyen on peut prévoir comment on va placer les pavés dans cette fenêtre là.
FEC: Est-ce qu'on a le droit de faire un autre pavé.
M.: Attention!
Es.. (...) dessiner...
M.: On veut dessiner quoi?
E.: Les pavés.
M.: Si tu les dessines ici, pour aller jusque là, tu crois que c'est ça que tu vas faire?
FEC: Non, on peut le faire sur le plan.
M.: Ce qu'on veut savoir c'est s'il y a un moyen de prévoir sans devoir mettre tous les pavés un par un pour arriver jusque là Est-ce qu'on est capable de trouver des moyens pour prévoir comment on va placer les pavés là sans devoir tous les mettre avant? Est-ce que je peux ..?
E.: Je n'ai pas compris.
M.: Tu n'as pas compris. Bon je vais essayer d'expliquer plus clairement Vous allez recevoir ça...

L'enseignant montre la feuille "problème".

Je vais vous demander d'essayer de trouver la méthode qui permet de prévoir comment on va placer les pavés dans cette fenêtre là pour qu'ensuite quand ils vont se rejoindre, ça tombe bien, ça puisse s'emboîter
Es.: (...) des mesures...
M.: Pour cela tu fais tout ce que tu veux, tu auras tous les instruments que tu veux. Si ta méthode est bonne, si tu es capable de me dire comment on va les placer... Comment est-ce qu'on pourra vérifier qu'ils sont bien placés?
E.: En continuant...

L'élève fait signe de continuer le pavage àpartir des sapins données vers la fenêtre.

M.: Soit en continuant, ou tout simplement puisque vous avez le modèle en le superposant... Si ta méthode est bonne quand tu vas superposer le pavé modèle avec ce que tu as prévu ça doit correspondre
Es.: (...)
M.: La seule chose que je te donnerais si tu as envie, c'est par exemple des instruments, vous en avez déjà... je peux vous donner des feuilles de papier, je peux vous donner du papier un peu transparent si ça va vous aider..
Es.. Oui...
[485] M : Alors vous pouvez discuter par petits groupes bien sûr. Je vous donne le matériel...

Les enfants font beaucoup de bruit, l'enseignant essaie d'organiser les groupes.
Je vous demande de ne pas parler trop fort.
Les enfants se mettent au travail, la caméra est en face de NAL, MAT et BOH.
MAT commence à mesurer -sur le "modèle"- la hauteur du sapin: 3 cm.
L'enseignant arrive avec une feuille "problème" pour chaque élève de ce groupe.
Voici un rapetissement du "problème" proposé à ces trois enfants.

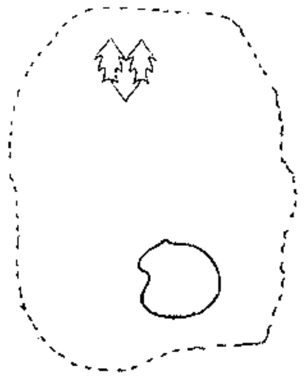


Fig. 1

Ils regardent les feuilles des autres groupes. "c'est pareil".
MAT.: Mais pourquoi la fenêtre est ronde?
M.: Et beh! Parce qu'elle est ronde.
Ils superposent les feuilles, ils vérifient si le sapin du "modèle" et celui du "problème" est effectivement le même.
MAT: Je vérifie, il est le même.
M.: La feuille complète est faite pour vérifier, pas pour anticiper...
NAL lève le doigt pour demander la présence de l'enseignant, il lui pose une question.
NAL: Et on décalque...
On peut le dessiner et le mettre au dessous, là...
Il fait un geste avec la main pour indiquer une sorte de chemin qui pourrait relier le début du pavage avec la fenêtre.
BOH: Oui, et la méthode, la méthode...
NAL: Et beh! On va les dessiner jusqu'à là, voilà!
Il répète le même geste avec la main.
MAT: On ne peut pas faire ça.
L'enseignant arrive et ils lui racontent leur projet.
M. Est-ce que l'ouvrier va faire ça dans la rue pour savoir où commencer?
Es.: Non.
BOH: Et sinon ce n'est pas la peine de le faire, ils continuent...
M.: Dès que tu décalques ça veut dire que tu le mets, ce que je vais te demander est s'il n'y a pas un moyen de prévoir sans les mettre tous.
BOH: Ceux là, ils sont tous pareils, même ici...
M.: C'est le même.
L'enseignant s'en va.NAL prend la règle, mesure la hauteur du sapin et il la marque sur la règle avec le doigt. Sans lever le doigt il déplace la règle selon une direction apparemment verticale vers le bas et il marque 3 cm. il répète l'opération plusieurs fois en déplaçant la règle vers la fenêtre. Son parcours ne suit pas une droite.

MAT: Non, pas ça..
Il prend l'équerre et mesure la hauteur d'un sapin.
NAL: Ça rentre pile dans le rond.
MAT: Ça fait 3 cm 1.
BOH: Regarde! Ici il fait 6 cm, déjà on peut rattraper deux.
NAL: Si on peut mettre un rond là...
Sur le début du pavage, dans la feuille problème.
Comme c'est un rond là ..
NAL revient à sa méthode de mettre un pavé à côté de l'autre vers la fenêtre. Ils discutent. MAT dit qu'ils n'ont pas le droit de faire ça.

BOH: Est-ce qu'on a le droit d'avoir des bouts là?
MAT: De bouts de quoi?
BOH: Des bouts de pierre.
MAT: Ah, non!
NAL: Attends! Je vais demander si l'on a le droit de décalquer... Est-ce qu'on a le droit de le couper pour le décalquer après ici...
M.: Oui, avec ton crayon...
NAL: Et pouvons-nous avoir des bouts, ici?
NAL signale la "fenêtre".
M.: Regardez! Forcement il doit y avoir des bouts...
NAL: On peut dessiner un rond ici, pour voir...
M.: Pour quoi faire?
BOH: Et tu dois avoir exactement le même...
NAL: Et bien, tu décalques là...
MAT: Oui, mais après pour vérifier tu auras de ronds par tout...
Il signale la direction qui relie la fenêtre aux pavés donnés.
NAL cherche du papier transparent, MAT l'aide à décalquer le modèle.
Ils placent le sapin obtenu sur le papier calque à côté du modèle, vers la fenêtre.

BOH: Tu as repassé par derrière? Si tu n'as pas repassé tu ne pourras pas le décalquer.
NAL calque un sapin.
[785] MAT avec la règle, essaie de trouver une droite convenable entre le début du modèle et la fenêtre, il lève la règle
MAT: On ne veut pas décalquer...
Ils superposent les sapins de la feuille transparente sur la fenêtre, et ça ne semble pas être satisfaisant.
MAT: On pourra le mettre là dedans, mais après il faudra que ça tombe pile là dessus. .
NAL: Non, il faut le mettre dans la fenêtre...
MAT: Mais pas seulement ça, après si tu montes, ça doit tomber pile.

BOH repasse le derrière d'un sapin pour pouvoir le décalquer.
NAL place ce sapin à côté des données sur la feuille "problème", vers la "fenêtre"
Il marque la pointe de ce sapin.
NAL: Ca c'était la pointe, donc on va mettre un autre comme ça.

Il déplace le papier calque plusieurs fois, et ils arrivent à obtenir un point, la pointe d'un sapin, dans la "fenêtre".
NAL: C'est la pointe là.
MAT: Mais ce n'est pas droit...
NAL essaie de décalquer un sapin à partir de ce dernier point mais il s'arrête.
NAL: Ah! Non, ça ne va pas.

BOH Mais on ne sait pas le faire
[989] NAL: Attends! Je vais calquer ces trois là

NAL calque les sapins donnés. Ils commencent à chanter, ils jouent avec la caméra NAL calque aussi la fenêtre et y met quelques sapins bien emboîtés, mais distribués n'importe comment

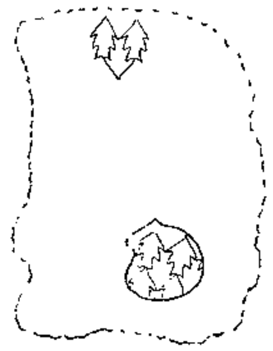
BOH: Je ne comprends pas ce que tu fais là...

NAL continue, après il superpose la feuille transparente sur la "fenêtre" du problème et commence à décalquer les sapins

MAT: Mais après il faudra que ça tombe juste, et avec ça on n'est pas sûr.

NAL continue, les autres regardent ce qu'il fait. Il fait attention au tracé de chaque sapin. Leur feuille de travail montre l'aspect suivant:

Fig 2



[1047] NAL: Après on va regarder là dessus.
MAT: Il y a un truc qui cloche...

Il corrige les bords d'un sapin à l'intérieur de la fenêtre.

BOH: C'est dur ce qu'on fait aujourd'hui.
MAT: Oui, mais c'est bien.
M.: Il y en a qui ont des idées qui ne sont pas mal, eh?

L'enseignant parle à toute la classe. Après, il se dirige vers ce groupe là et il leur pose des questions.

[1190] M.:Comment vous avez décidé que c'est comme ça, ici? Comment vous savez qu'ils sont comme ça ici?
NAL: Parce qu'on a décalqué ça et après on regarde ça...
M.: Alors, vous pensez que si je continue le pavage ils vont bien s'emboîter.
MAT: Attends! On n'a pas fini.

Ils n'ont pas rempli complètement la fenêtre.

M. Mais déjà on peut vérifier...

L'enseignant lève la feuille problème et regarde.

M.. Moi, déjà même sans vérifier, regardez un peu!
MAT: Ça fait un peu mmu...

Avec la main il montre une direction penchée par rapport aux données

M. Et oui: ça fait mmu comme tu dis. Vous ne pouvez pas l'arranger?
BOH: Et non

NAL: Avec le rond c'est dur.
M.. Mais vous ne pouvez pas l'arranger pour pas les placer comme ça.

L'enseignant montre avec la main plusieurs directions.

M.: Et comment tu peux savoir comment ils sont là?
BOH: Et bien. on va le décalquer bien
M.: Et comment tu sauras qu'ils sont bien décalqués?
BOH: On vérifie avec ça

Avec le "modèle".

M.: Dis-donc, tu vas en faire combien d'essais. Tu ne pourrais pas faire une chose pour, du premier coup, le mettre bien. Tu ne peux pas trouver des indices qui te permettraient de dire: Oui, je sais...
NAL: (...) on plie la feuille...
M.: Mais la rue tu ne vas pas la plier. Il y a des groupes qui n'ont déjà pas mal avancés. Si vous avez fini, vous pouvez essayer de vérifier.

L'enseignant parle à toute la classe.

[1242] M.: Alors, comment on peut faire ici? En regardant ici...
Comment vous pourriez savoir? Peut être si on regarde sur cette feuille-là vous trouveriez des indices qui vous aideraient.

M. montre le "modèle".

BOH: On a la même chose...
M.: Regardez, là! Vous avez la même chose...

Sur le "modèle" elle signale trois sapins avec la même disposition que celle du "problème".

NAL: Mais si on continue comme ça, là, on trouverait là...

Il revient à sa première stratégie: faire le chemin entre le début du pavage et la "fenêtre". MAT essaie de replacer la règle sur le pavage.

M.: Tu as déjà une idée.

MAT ne répond pas. NAL dit quelque chose.

M.: Et tu ne peux pas déjà prévoir comment ils sont tes petits sapins?

BOH propose de décalquer tout.

M.: Non, sans décalquer... tu ne penses pas décalquer la rue...
Vous m'avez dit qu'ils sont comme ça là...

L'enseignant fait un geste avec la main pour montrer des directions différentes.

M.:Et comment voudriez- vous qu'ils soient?
[1280] Es.: Droits!
M.: Mais vous n'avez pas des moyens pour le faire bien droit?

NAL fait le geste d'appliquer une rotation à la fenêtre.

M.: Oui, mais on ne peut pas tourner le rond.
MAT: On peut tirer des traits verticaux comme ça et après...

Il signale sur le modèle

M.. Est-ce que ça vous aiderait?
MAT: Oui.
M. Et bien, essayez! Allez-y!

Ils prennent la feuille du pavage. NAL mesure quelque chose

NAL. Cinq! Ça fait cinq!
M. De quel trait tu avais parlé?
MAT: Vertical...
M.: Faites-le! J'aimerais que tu montres ton idée jusqu'au bout.

NAL passe le pavage à MAT, il prend la règle et il trace une droite verticale mais sans prendre en compte les points notables des sapins.

NAL: (...) ce trait n'est pas droit
M.: Est-ce que avec ce que tu as tu n'as pas des indices pour qu'il soit droit?
BOH: On le met sur la pointe là.

Il montre la pointe d'un des sapins du modèle.

M : Alors, si tu passe ici sur la pointe, tu peux regarder comment ça se fait sur ta feuille.

Il a montré sur le pavage.
BOH place sa règle et trace l'axe de symétrie d'un sapin..

MAT: Tous les sapins sont là, tous les sapins sont en haut.
[1340] M.: Ah! Est-ce que toutes les pointes sont sur la même ligne?
MAT: Oui.
M.: Ah! Ici, qu'est-ce que ça voudrait dire?

L'enseignant revient sur la feuille problème.

MAT: Ah, voilà! On le fait comme ça!

MAT prend une autre feuille "problème" et il trace l'axe de symétrie d'un sapin, cette droite (a) passe par la fenêtre. (Cf. Fig 3 plus loin. C'est moi qui dénote les droites).

NAL: Alors là...
M.: Tracez-les!
NAL: Mais on n'a pas grand chose...

Il prend l'équerre et appuie le petit côté sur la droite tracée.

[1360] M.: Qu'est-ce qu'il faudrait avoir là?

Entre la droite (a) et la fenêtre.

MAT: On peut tirer un trait là et après tirer les autres lignes.

Avec la main montre une perpendiculaire à la droite(a), et après des parallèles à cette dernière droite.

M.: Est-ce que ça va vous aider?
MAT: Oui.
M.: Bon, allez-y!

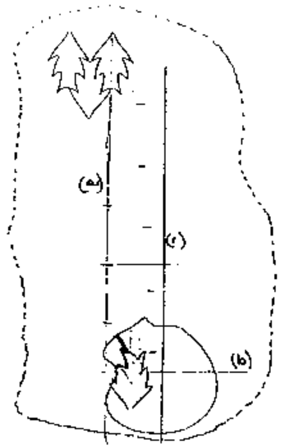
L'enseignant s'en va. NAL place l'équerre et MAT trace une perpendiculaire (b) à la droite tracée, ensuite, sans rien mesurer il trace une autre droite (c) perpendiculaire à (b). La seule condition qui semble remplir (c) est qu'elle passe par la "fenêtre".

MAT: Si l'on décalque et après on le met comme ça, comme ça...

Il propose de reporter un sapin à travers la droite (a). Ils décalquent la moitié d'un sapin sur le papier transparent et ils font le report en marquant seulement la pointe. Ils décalquent le demi-sapin qui tombe dans la fenêtre.

NAL: Juste sur le bord...
BOH: Ah, c'est beau!

Fig. 3



BOH calque la moitié d'un sapin et essaie de la décalquer emboîtée avec le début du pavage. NAL propose de la décalquer sur la droite (b) mais il hésite sur l'emplacement.

[1486] MAT: Il faut calquer un sapin complet, et après on l'emboîte avec celui là, et ça suffit.

Il montre le petit bout qui est déjà placé dans la fenêtre.

[1530] M.: On va voir un peu les méthodes...

Il essaie de commencer une phase collective, mais les enfants sont encore mis au travail.

M.: Qui pense être sur la bonne voie?
M.: Allez! Stop! On pose tout... Attention! On va comparer vos idées... Je comprend, vous avez envie d'aller jusqu'au bout... Je voudrais d'abord qu'on parle de vos idées et après vous pouvez les réaliser...
Donc, d'abord on va parler des idées et après vous pouvez finir tous seuls...
Je vais voir maintenant tous les visages...
[1580]Vanessa, je voudrais montrer ce que tu as fait parce qu'il y en a beaucoup qui ont commencé par faire ça. Je vois que tu as décalqué ce qui avait sur la feuille du modèle. C'était pourquoi? Pour vérifier si c'était une bonne méthode, ta méthode?

Vanessa hoche la tête en niant.

M.: C'était parce que tu ne savais pas comment le faire, tu n'as pas trouvé une méthode .. et pourtant là, dans ton équipe il me semble que vous avez discuté, qu'ils ont trouvé des choses. Alors, est-ce que tu as essayé les idées des autres?
FEC. Non, parce que je n'ai pas compris.
M.: Tu n'as pas compris..

Dans l'équipe se produit un murmure de désapprobation

M.: Alors, c'est embêtant parce que si vous travaillez ensemble... Tu imagines une équipe où au lieu de travailler ensemble chacun fait sont petit machin... En plus tu n'as pas respecté la consigne que j'ai donné. Parce que si tu paves la rue entre le début et l'endroit où tu vas arriver , moi, ce que je vous ai demandé c'est, sans avoir besoin de tout paver, de dire comment ils

vont commencer pour justement qu'ils aillent à la rencontre l'un de l'autre
Evidement quand le travail est fait après le travail que tu as fait tu peux
dire. Ah! Oui. j'aurais dû commencer comme ça. Tu comprends?
Alors on fait le tour un petit peu .. On y est? Alors cette équipe là, est-ce
que vous pourriez venir au tableau nous expliquer comment vous avez fait.
Allez! Viens!

L'enseignant demande à NAL de venir au tableau.

M On va faire le tour des équipes, on va voir si vous avez les mêmes idées
ou pas. Tout le monde regarde! Comment vous avez fait? Tu peux reprendre
ta feuille si tu veux nous expliquer.

NAL cherche la feuille problème de son équipe. elle corresponde aproximativement à notre Fig. 3. sauf l'emboîtement des sapins.

M.:Allez! Expliquez-nous!

Il affiche la feuille au tableau.

NAL: (...) nous avons découpé un carré en moitié...
M.: Vous avez découpé un carré en moitié...
Es.: Pour aller où? Où est la fenêtre?
M. Elle est là.
Es.: (...)
M.: Jamais vous n'avez vu une fenêtre ronde?
Es.: Elle n'est pas bien ronde, en plus.
M.: Enfin, ronde...
E.: C'était plus difficile...
M.: Tu penses?
Es.: Obligé... Non. c'est pareil.
M.: C'est pareil. Emilie tu peux dire pourquoi tu penses que c'est pareil.
POE: N'importe si c'était un rond ou un carré. c'est pareil.
Es.: C'est plus dur.
M.: On va voir. .
NAL: Nous avons fait un trait.
M.: Vous avez fait un trait. et il était n'importe comment?
Es.: Non!
NAL: Non.
Es.: Non. nous avons fait pareil...
M.: Vous avez fait pareil. Vous avez fait des traits. oui?
Es.: Oui... Non...
M.: Qui est-ce qui a fait des traits? Ah! Alors ce trait. comment vous l'avez fait?
NAL: On a pris la moitié là. et on a tiré un trait en bas...

Il signale l'axe de symétrie d'un sapin.

M.: Tu peux nous montrer au tableau. sur le modèle au tableau?

Il lui donne une grande règle et un feutre.

M.: Pourquoi vous avez fait un trait comme ça? D'où est-ce que vous avez
vu qu'il fallait un trait? Vous avez trouvez un indice quelque part.
NAL: Parce que là, on a pris la moitié...
M.: Comment tu savais qu'il fallait descendre comme ça?
FEC: Tu n'est pas obligé de prendre la moitié et ça aurait marché.
M.: Je me suis mal exprimée. Comment tu as vu qu'il fallait faire un trait et
qu'il pouvait servir?
NAL: (...)
M. Qu'est-ce qu'il avait là sur ce trait...
NAL: (...)

M. Qu'est-ce qu'il y a sur ce trait là? Qu'est-ce qu'on peut imaginer?
Es Une file de sapins.
M.: Une file de sapins ..
MAT. Parce qu'ils étaient tous en ligne
M.: Où est-ce que tu avais vu qu'ils étaient tous en ligne?
MAT: Là. .

Il signale le "modèle".

M.: Ah! Est-ce que vous avez regardé ça. Qui s'est servi de ça? Qui a vu que
toutes les pointes étaient sur la même ligne?
Es : (...)

NAL trace une droite verticale sur la feuille A3 qui rejoint les pointes des sapins.

M.: Ah! D'accord. C'est vrai tout le temps?
Es.: Oui.
M.: C'est vrai pour toutes les lignes de sapins?
FEC: Normalement. oui.
M.: Normalement oui. D'ailleurs au début ils avaient eu des petits ennuis
parce qu'ils avaient fait ici quelque chose et ça pouvait...

L'enseignant montre une droite sur la feuille "problème" afichée et il penche la main et son corps.

FEC: C'était penché....
M.: Ce n'est pas penché comme il le faut..

L'enseignant prend la feuille de l'équipe de NAL avec le premier essai (Fig. 2) et la montre à la classe.

M.: Regardez!
E.: Et... Ont-ils réussi?
M.: Ça. croyez-vous que c'était réussi?
Es.: Non.
M.: Comment on sait que ce n'était pas réussi?
Es.: (...) c'est décalé...
M.: Voilà...

Il montre avec la règle l'axe de symétrie des sapins qui sont dans la fenêtre.

M.: Ils ont vu. alors d'un coup ils ont recommencé et ils ont fait ce trait
exactement. Alors. vas-y! Continuez!
[1745] NAL: (...)
M.: Et le deuxième... Je vois que sur ce trait vous avez mis de petits bouts...
Es.: Ce sont les marques où ils finissent... Ce sont les pointes des sapins...
M.: Vous aussi vous avez utilisé ça.
E. Non.
M.: De repère de pointes comme ça..
Es : Oui. . Non...
DUJ: On a fait des traits pour voir où étaient toutes les pointes...
M.: Comment vous avez su que c'était là.
BOH: Parce qu'il faut mesurer les sapins... On mesure un sapin et après on
est sûr de la mesure.
M.: Ah! Lui dit: on peut le faire en mesurant le sapin. et vous? Vous allez le
faire comment?
NAL: Nous avons décalqué la moitié d'un sapin...

Il montre avec le papier transparent les reports qu'ils ont fait

M.: Ah! Eux ils ont décalqué la moitié d'un sapin... Et puis vous l'avez descendu, vous l'avez reporté.
FEC: Oui, mais par exemple on mesure toute la longueur et après on divise par la longueur de chacun.
M.: Est-ce que vous êtes d'accord? On saura combien il y aura déjà de sapins?
Es.: Oui...
M.: Vous avez fait ça?
VES: Non, on ne s'est pas compliqué comme eux.
M.: Ah! vous vous n'êtes pas compliqués comme eux...
VES: C'est à peu près pareil, mais on n'a pas besoin de repère...
M.: Vous n'avez pas eu besoin de repère...
VES: Non.
M.: Est-ce que vous avez besoin de lignes comme ça...
Es.: Oui...
M.: Oui quand même...
NAL: (...) dès qu'on a trouvé la moitié là, on l'a rassemblé avec des moitiés.

"La moitié là" est le petit bout de sapin qui est dans la fenêtre

M.: Ah! Il y a une moitié et après vous avez fait... Ils ont détourné... Ils ont fait des moitiés qu'ils ont fait détourner... Alors, vous avez ici... Je vois des autres lignes que vous avez tracé, celle-ci, là... C'était pourquoi?

M. montre la droite (b) de la Fig. 3.

NAL: (...)
M.: Non, mais il y a un trait ici et un autre là...
NAL: C'est l'autre moitié...
M.: Ah! C'était l'autre moitié... et comment vous avez fait pour tracer celui là? Et comment vous savez que c'était là et pas ailleurs?
FEC: Moi, je l'ai fait avec une équerre.
M.: Avec une équerre?
Es.: Oui.
FEC: Ils ont besoin d'une mesure aussi...

Dès sa place il signale avec la main.

M.: Viens nous montrer.

Il montre l'écart entre les droites (a) et (c).

FEC: Ils ont besoin d'un écart.
M.: Ça nous rappelle de quelque chose... l'écart, l'équerre... De quoi?
Es.: (...) Du compas... Des perpendiculaires... Des parallèles...
M.: Ah! Des parallèles, alors qu'est-ce qu'ils ont construit. Ça et ça, c'est quoi?

Sur la feuille "problème" affiché au tableau M. signale les deux droites verticales.

Es.: Des parallèles...
[1840] M.: Vous avez vu qu'il y avait des parallèles. Alors.. Sendy tu peux venir nous montrer... D'abord, on n'est pas allé jusqu'au bout, est-ce que vous avez vérifiez si votre méthode est bonne. Est-ce que ça tombe bien comme ça quand elle rentre là. Comment peut-on vérifier si leur prévision est bonne?

Elle pose cette question à toute la classe.

M.: Allez! Viens Thibaut! On va regarder si la prévision est bonne

MAT, au tableau, superpose le modèle sur la feuille "problème".

M.: Peut-être on pourrait faire à l'inverse, c'est plus facile à la lumière.

Elle cherche le bon angle pour favoriser la transparence. MAT superpose le bout du pavage de la feuille problème avec le modèle

M.: Pierre, viens vérifier si leur prévision est bonne.

L'enseignant les aide à superposer les sapins

M.: Est-ce que c'est bon Pierre? Est-ce que ce sapin là il tombe bien sur...
LPI: Oui..
MAT: Non, nous avons eu tort.
M.: Ah! qu'est-ce qu'il y a qui ne vas pas?
MAT: Il est décalé.
M.: Ah! Il est décalé. Vous l'avez prévu comme ça et puis en fait il est allé en peu plus bas... Ah! Qu'est-ce qui vous manque comme... est-ce qu'il y en a qui ont eu ce problème là.

Plusieurs enfants disent oui et ils essayent d'expliquer ce qui leur est arrivé

DUJ: Nous, il nous a manqué un bout à chaque fois. Nous avons vu ça à la fin..
M.: C'est juste à la fin. Votre méthode est peut-être bonne mais en tout cas il y a quelque chose qui cloche là... Et si on regarde là...

Il ajuste la superposition sur le modèle

Es.: (...)
M.: Moi, ça y est! J'ai vu ce qui cloche... Vous avez prévu ça, et ce n'est pas là, c'est là. Vous n'avez pas vu ici que le sapin... Regardez!

L'enseignant montre sur le pavage.

M.: Ils n'ont pas vu que les sapins qui avaient la tête en bas, ça son pied il touche la première pointe. C'est le pied qui touche la première pointe. Est-ce que vous voyez leur erreur?
Es.: Ah! Ah!
M.: Je vais vous le dessiner au tableau: ils ont fait ça. Ils ont fait ici dans la fenêtre, ils ont leur premier sapin qu'ils avaient prévu là, avec cette ligne... mais celui qu'ils ont dessiné, il est ici... Ils on dit: il va y en avoir un là, comme ça. Seulement je pense que vous n'avez pas bien regardé ici... Mais le pied de ce sapin, est-ce qu'il devrait être là?

L'enseignant dessine au tableau un sapin, tel que le montre la figure suivante:

Fig 4

E.: Non.
M.: Comment peux-tu savoir s'il doit être là le pied de ce sapin?

MAT indique quelque chose sur ce qu'ils ont fait dans la fenêtre.

M.: Où est-ce qu'on aurait pu chercher les renseignements pour dire: celui-là, il n'est pas placé comme ça par rapport à celui-ci. Vanessa..
VAV: On avait vu, au début, que ça s'était emboîté...
E.: Oui, mais comme ça ils aussi s'emboîtent...
M.: Mais, ils s'emboîtent comment?

Es.: (...)
FEC: Tes sapins, ils ne vont pas s'emboîter là.
M.: Où est-ce qu'on peut trouver la preuve qu'ils ne s'emboîtent pas comme ça? Vanessa, montrez-nous!

VAV vient au tableau et corrige le dessin à la craie, elle propose un petit changement sur un trait.

M.: Ah! Mais ça c'est parce qu'ils ont mal dessiné... C'est une preuve qu'ils ne s'emboîtent pas comme ça? Jean-Pierre, tu peux trouver une preuve quelque part que ça ne s'emboîte pas comme ça?

Il montre sur le modèle au tableau, dans une ligne où les sapins vont vers le bas, comment la pointe d'un sapin coïncide avec le pied du suivant.

GOB: (...) et la pointe vient jusqu'au bout là...
M.: Ah! La pointe...
E.: Non...
M.: Il dit: la pointe, dans cette ligne là, les sapins qui ont la tête vers le bas du tableau... Il dit: ici c'est la pointe de l'autre sapin... Oui, l'autre sapin, et comment ils vont le faire là?

Sur la fenêtre.

GOB: Il devait être descendu.
M.: Et bien, vous avez regardé des lignes comme ça...

Il signale les lignes verticales.

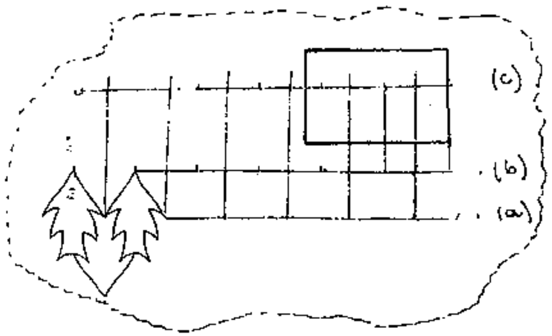
M.: Est-ce qu'il y en a qui ne se sont pas trompés, qui ont mis les sapins bien comme il fallait?
[1970] Es.: Nous... Nous aussi...
M.: Et comment vous avez fait? Allez vous asseoir... Vous avez vu votre erreur?
MAT: Oui.
M.: Comment faire pour ne pas avoir cette erreur?
Es.: (...)
M.: Ils avaient dessiné une moitié ici, mais déjà cette moitié-là n'est pas bonne. Alors, comment vous vous avez fait... Viens nous montrer!

BEL vient au tableau, l'enseignant prend la feuille de POE -une fille du même groupe- et l'affiche.

Regardez ce qu'elle a fait! Alexandre a fait la même chose?
BEL: Pas tout à fait.
M.: Est-ce que vous vous-êtes servis de la même chose?
POE: Il a fait des carrefours.
M.: Alors, expliquez-nous comment tu as fait!

BEL montre sur la feuille problème et il parle des lignes, des écartements, des mesures égales... Voici sa feuille:

Fig. 5



M.: Attends! Pas trop vite! Je vois ici que tu as tracé une ligne et ici une autre ligne...

Il montre la droite (b) et (c), et finalement (a).

M.: Et comment tu as tracé cette ligne là..

La droite (c)

M.: D'abord celle ci...

Elle signale la droite (b); BEL explique en montrant les pointes des sapins qui appartiennent à cette droite.

M.: Est-ce que vous comprenez... Avec ces deux points... tu as mis les deux points sur ta règle et tu les as mis sur la même ligne.

Il fait un geste avec les mains pour indiquer un trait horizontale.

M.: Et celle-là?

La question se réfère à (c).

BEL. (...)

Il semble n'avoir pas compris la question, il explique comment il a fait pour déterminer les traits verticaux.

M.: Oui...ça c'est pour ces traits... Mais celle ci, est-ce que vous imaginez comment il l'a tracé? Miranda...
TEM: Il faut qu'elle soit droite.
M.: Et comment tu peux être sûre que ça soit ce que tu appelles "droite"?
FEC: Elles doivent être parallèles.
M.: Et qu'est-ce qu'on a souvent utilisé pour les faire?
E.: Une équerre.
M.: Ah! Donc, il y a une parallèle à celle-là. Et celle-ci, tu pourrais la prévoir avec quoi?
BEL: De là jusqu'à là, il y a la hauteur d'un sapin, et de là jusqu'à là la largeur d'un sapin.

Entre (b) et (c) la hauteur d'un sapin, entre les droites verticales c'est la largeur.

M.: Donc tu as prévu tous les endroits où il y avait... Je vois des petits points là, qu'est-ce qu'il y aurait? Est-ce que vous comprenez ce qu'il a fait.
Es.: Oui... Non...
M.: Il s'est dit: à tous ces endroits il y aura des...
E.: Il y aura la tête d'un sapin.
M.: La tête, oui... La pointe, le sommet d'un sapin. D'accord? Donc, déjà dans sa petite fenêtre il sait où il y aura des points. Est-ce que c'est important de savoir ça?
Es.: Oui!
M.: Bon, et puis après, ces lignes là...

Il revient sur la feuille problème et montre les traits verticaux.

BEL: J'ai mesuré la longueur du sapin, et puis après de ça à ça.

Il montre sur le modèle la largeur d'un sapin prise à la hauteur de la première branche, c'est à dire sur la droite (a) qu'il avait tracé.

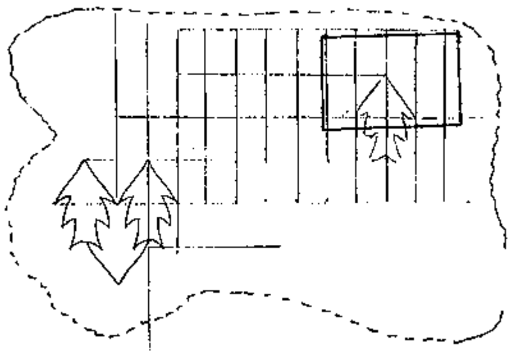
M.: Ah! Vous avez entendu ce qu'il a dit là.
Es.: Non!
M.: Ça fait quoi tous les traits qu'il a fait là?

Il fait un geste avec les mains pour indiquer les droites verticales.

E : La largeur d'un sapin.
E. Un sapin...
M.: C'est quoi d'un sapin?
E.: La largeur
M.: La largeur... Donc là il sait où va être le bout des branches... C'est important?
Es.: Oui!
M.: Donc, si l'on sait où est la pointe, si l'on sait où est les débuts des branches... Est-ce que maintenant on pourrait placer les sapins ici?
Es.: Oui!
M.: Est-ce que à votre avis il va pouvoir placer ses sapins correctement?
Es.: Oui!
M.: On vérifie? Alors Emilie, elle a fait pareil mais elle a mis...
POE: J'ai pris des morceaux plus petits.

POE parlait de sa place, elle vient alors au tableau et signale sur sa feuille déjà affichée.

Fig. 6



POE: Ça c'est la ligne des pointes, là c'est la ligne des premières branches...
M.: Et puis, ça sera la ligne de quoi?
POE: Du bas.
M.: Alors elle a fait plus de repères...
VES: Nous n'avons pas eu besoin de repères...
M.: Alors, on vérifie d'abord ici si c'est bon, et après on va voir ce que vous avez fait...

BEL prend sa feuille et le modèle.
BOH vient vérifier la construction avec lui.

M.: Et puis tu nous dis un mot de ce que tu as fait, parce que c'est l'heure de partir à la piscine. Est-ce que la prévision est bonne?
E. Oui!
M.: Ah! Elle est bonne! Elle est bonne! Ils peuvent commencer là et ça se rejoindra bien..

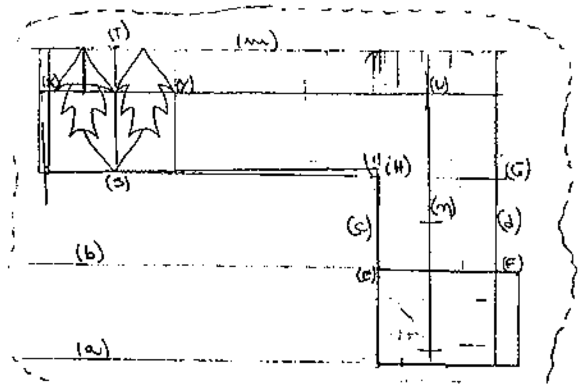
BEL est très content.

FEC: Et puis, pour le faire, ça prendra un bon temps... Moi je croyais qu'il fallait reproduire des sapins là.
M.: On avait dit... qu'est-ce qui nous intéresse? La méthode... pour prévoir...
[2107] VES: Nous sommes allés plus vite.
M Allez! Vous êtes allés plus vite.
VES On n'a pas encore terminé

FEC Ah! Alors ce n'est pas la meilleure méthode.

L'enseignant affiche la feuille "problème" de VES
C'est la suivante:

Fig. 7



VES: D'abord on a trouvé la largeur de deux sapins emboîtés... côte à côte...
M.: Lui, il a pris les deux sapins collés.

D'après la figure 7, le segment (XY).

VES: Et la hauteur de trois sapins emboîtés...

Il montre le segment (TS).

M.: Non, juste celui qui a la tête en bas...
VES: Non, de trois.
M.: Ah! Donc tu as pris, au lieu de prendre un seul sapin... tu as pris les trois au même temps.
NAL: Comme ça il va prendre les trois au même temps.
M.: C'est pour ça que tu dis: "C'est mieux, ça va plus vite".

L'enseignant parle à VES.
il hoche la tête en signe d'affirmation.

E.: Je crois qu'il va se tromper. . Il faut prendre un sapin.
M.: Pourquoi? Mais quand tu prendras un sapin, tu ne peux pas décaler aussi et te tromper?
E.: Et encore plus...
M.: Et tu penses qu'encore plus... Bon...

VES continue son explication.

M.: Cette ligne-là, c'est la ligne de quoi?
VES: J'ai prolongé la ligne de la fenêtre, et puis j'ai fait une ligne en haut sur les pointes et puis j'ai fait une autre mais il fallait qu'elle soit à la largeur...

Il montre les droites (a), (b), (c), (d) qui prolongent les côtés de la fenêtre. La droite (m) relie les pointes et (n) est telle que le segment (XU). Urm, est trois fois le segment (XY).

M.: Il fallait la même largeur. Donc, ici, est-ce que c'est la même largeur que ça, ce groupe là?
VES: Oui, après je suis descendu là

Il montre vers la fenêtre, sur (n) il reporte le segment (TS) jusqu'à déterminer le point (P)

VES Comme ça je peux prévoir.

M.. Tu peux prévoir, mais ça veut dire que dans ce bout-là tu mets ton bloc de trois
VES: Oui
M.. Et ici, avant la fenêtre.
VES: Je descend vers la fenêtre
M.: Mais ici, dans ce carré là?

L'enseignant montre le quadrilatère (EFGH) au dessus de la fenêtre

VES. (...)
M. (...) il y a un bloc de trois.
Es.: C'est plus petit celui-là.
M.: Est-ce que c'est normal qu'il soit plus petit?
Es.: Oui, parce que c'est pour voir.
VES: (...) parce que si tu dépasse là, il faut descendre avec...
M.: Il a juste voulu faire la ligne de descente, c'est ça! Il dit: ça je l'ai fait parce que je vais aller par là...

Il trace une flèche horizontale à gauche à partir des trois sapins du modèle.

E.: Mais il ne rentre pas dans la fenêtre

L'enseignant ajoute une flèche verticale vers la fenêtre.

M.: Il ne sait pas comment il va rentrer dans la fenêtre, c'est ça? Tu sais comment tu vas rentrer là?
VES: Je n'ai pas eu le temps de terminer.
M.: Tu n'est pas allé jusqu'au bout de ta prévision, on ne sait pas là... Tu n'as pas eu le temps de terminer, mais, tu sais ce que tu vas faire? Est-ce que vous... pouvez vous savoir ce qu'il va faire maintenant?
Es.: Oui! Oui!
GOB: Il peut finir de rejoindre ça dans le petit carré... Il faut qu'il descende comme ça jusqu'au petit carré.
M.: Il va descendre cette mesure là.

L'enseignant montre la hauteur de trois sapins.

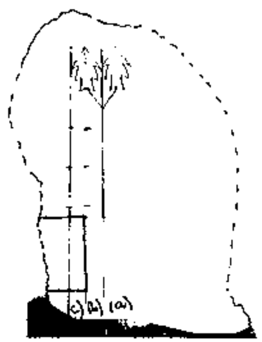
Es.: Oui!
M.: Comme ça tu sauras comment ça tombe ici... Lui, au lieu de faire pavé par pavé il fait bloc par bloc...
E.: C'est mieux.
M.: Alors, vous allez laisser les feuilles avec votre nom au dessus. Pas le modèle, ce n'est pas utile... C'est le même pour tout le monde et je promets à ceux qui n'ont pas réussi que je vous donnerais votre feuille pour que vous puissiez aller jusqu'au bout.

I.5. Compte rendu de la deuxième séance

Classe: CM2 A   Date: 10.02.90

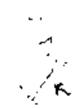
11.10
L'enseignant remet à chaque élève leur feuille problème.
C'est FEN qui vient au tableau pour expliquer sa méthode. Sa feuille montre la construction suivante:

Fig. 1



FEN signale que toutes les pointes sont sur la même ligne, c'est pourquoi elle a pris la droite (a) "qui passe par le milieu de ce sapin". L'enseignant introduit le mot "aligner" pour dire que les pointes sont "sur la même droite".
M.: Avec quoi peut-on reporter la mesure?
Les élèves proposent d'utiliser une règle, un petit pavé, une bande de la longueur choisie, un rapporteur (refusé par l'enseignant), le compas. Dans ce dernier cas, un élève affirme que la règle est quand même nécessaire pour régler le compas. Il y en a qui peuvent expliquer comment écarter le compas à partir d'un sapin donné, l'enseignant donne des indications sur la façon de le soutenir.

11 h 22
FEN propose de mesurer la longueur de la première branche. (Cf. Fig. 2)
TEM discute cette idée:
FEN: Ah, non! Je prends ça. (Elle montre la distance entre les pieds de deux sapins consécutifs)



M.: Qu'est-ce qu'il est utile de savoir?
Les réponses se réfèrent à la position de deux points correspondants, soient les pointes -ou les pieds- soient les premières branches.
L'enseignant explique que sur la droite (a) tracée, ce qui est facile à repérer c'est toutes les pointes des sapins avec la tête en bas.
FEN trace une droite perpendiculaire à (a) qui coïncide avec le prolongement d'un côté de la fenêtre et essaie d'expliquer quelque chose à propos de ce choix.
M.: On ne comprend rien de ce que tu dis. Notre problème est. Où faut-il mettre un sapin ici, dans la fenêtre?

11 h 31
MAA vient au tableau pour reporter la hauteur d'un sapin sur la droite (a) tracée.
DUJ propose de tracer la droite (b), c'est-à-dire l'axe de symétrie du sapin qui est à gauche
L'enseignant remarque que sur cette droite on trouvera, de nouveau, les pointes des sapins.
E.: Comme ça on se rapproche de la fenêtre.
POE suggère de mesurer l'écart entre (a) et (b) et tracer une autre parallèle (c) qui tombe dans la fenêtre.
L'enseignant introduit le mot "faisceau de parallèles".
E : Maintenant, ça y est!
M.: Les lignes, qu'est-ce qu'elles indiquent?
Plusieurs élèves répondent que sur chaque ligne il y a des pointes, sur la droite qui traverse la fenêtre il y a des sapins avec la tête en bas.
M.: Qu'est-ce qu'il manque?
Es.: Il faut dire où est la pointe.
Une partie des élèves suit avec intérêt le travail au tableau, les autres jouent. C'est sur la droite (b) qu'ils reportent la hauteur d'un sapin.
M.: Maintenant, peut-il placer un sapin?
Es.: Oui!

11 h 40
M.: Alors chacun sur votre feuille, vous trouverez où il faut mettre le premier pavé. Dans les méthodes que nous avons vu, est-ce que la forme du pavé a de l'importance?
Es.: Non.
M.: Est-ce que la position a de l'importance?
Es.: Non plus.
Les élèves reprennent leur feuille et essayent de finir son travail. Ceux qui pensent avoir fini vérifient par superposition.
L'enseignant exige que toute la classe finisse le travail, en particulier les élèves qui sont en train de jouer à autre chose.
FEN continue le travail sur sa feuille: elle reporte sur la droite (c) la bonne distance mais elle se trompe sur l'origine.
VES est un peu perdu à cause des effets de la fenêtre. DUJ l'aide à se repérer.

12 h 03
L'enseignant vérifie par superposition le travail de chaque élève.

Annexe II

UNE SITUATION DE COMMUNICATION DE FIGURES

Sommaire

II.1. Antécédents de la situation de communication

1.Construction de figures géométriques[1]

<u>Classe.</u> CM2 <u>Date:</u> 25 mai 1981

Matériel:

1/ Des figures géométriques découpées dans du canson fort: un rectangle, un triangle isocèle, un triangle rectangle, un triangle équilatéral, deux parallélogrammes (de dimensions différentes).
2/ Les enfants ont à leur disposition un double-décimètre, un compas, un paire de ciseaux, une équerre (faite par pliage d'une feuille de papier) et du papier canson.

Antécédents:

Dans le courant du 2ème trimestre, deux séances de mathématiques ont été consacrées à la construction de figures géométriques simples (que les enfants avaient vues en CM1): des carrés, des rectangles, des triangles.
Au cours de ces deux séances, l'activité s'était déroulée de la manière suivante:
. la maîtresse avait découpé chacune des figures citées ci-dessus dans du carton,
. elle montrait chaque figure -le carré par exemple- aux enfants en leur disant:

[1] Ces fiches didactiques constituent les éléments de base du projet didactique sur la situation de communication. Elles ont été élaborées par Nadine Brousseau, Denise Greslard et Guy Brousseau

"Quels renseignements voulez-vous que je vous donne pour construire et découper un carré superposable au mien?" (Les enfants devaient faire leur demande individuellement par écrit, la maîtresse donnait à chacun d'eux les renseignements demandés par écrit aussi).
Les enfants vérifiaient eux-mêmes par superposition.

Objectifs de la leçon:

1/ L'un des principaux objectifs de cette activité est de voir:

. d'une part si les enfants se sont appropriés le vocabulaire introduit et employé lors des deux séances de construction et s'ils l'utilisent dans leurs messages,

. d'autre part, s'ils prennent en compte -pour faire leurs messages et leurs constructions- des propriétés qu'ils avaient découvertes.

2/ Un autre objectif est de les entraîner au jeu de communication afin qu'il soit rôdé pour la leçon suivante -au cours de laquelle seront introduites de nouvelles figures, plus complexes et qu'ils ne connaissent pas: losanges, trapèzes, parallélogrammes.

Remarque: Etant donné la difficulté que présente la construction du parallélogramme, nous pensons que deux séances sont nécessaires (et probablement insuffisantes) pour arriver à cette construction, c'est la raison pour laquelle deux parallélogrammes figureront dans cette première activité avec des figures beaucoup plus simples. (Nous prévoyons évidemment que leur construction ne sera pas réussie). Ils figureront de nouveau dans la leçon suivante.

Description de l'activité:

1/ Organisation de la classe: les enfants sont divisés en six équipes: trois équipes de quatre, et trois équipes de 5. Chaque équipe comprend deux groupes: deux émetteurs et deux récepteurs, ou deux émetteurs et trois récepteurs. Les émetteurs et les récepteurs de chaque équipe sont séparés.

2/ Consigne. "J'ai découpé des figures géométriques dans du carton. Je vais donner une de ces figures aux émetteurs (les récepteurs ne la verront pas).
Les émetteurs enverront un message à leurs récepteurs contenant tous les renseignements qu'ils jugent nécessaires pour que ceux-ci puissent réaliser la figure sans la voir.
Je porterai le message aux récepteurs qui pourront le renvoyer aux émetteurs s'ils désirent des renseignements supplémentaires.
Il ne devra pas y avoir de croquis sur les messages. L'équipe qui aura réalisé le plus de figures superposables aura gagné. Les récepteurs deviendront émetteurs à leur tour dès qu'ils auront réalisé la figure des émetteurs."

3/ Déroulement:
a) Première phase: 20 minutes
Les émetteurs discutent entre eux et font le message destiné aux récepteurs. (En attendant ce message les récepteurs feront un travail individuel, opérations par exemple).
Dès la réception du message, les récepteurs réalisent la figure (pendant que les émetteurs font à leur tour le même travail préparé). Dès qu'elle est découpée, ils vont vérifier eux-mêmes par superposition.

b) Deuxième phase: 20 minutes
Les récepteurs deviennent émetteurs et ont une nouvelle figure.
Remarque: entre la première et la deuxième phase, les émetteurs et les récepteurs peuvent se concerter pour discuter des messages.

c) Troisième phase: Synthèse collective (20 mn)
Les enfants et la maîtresse vérifient ensemble si les figures réalisées au cours du jeu sont, ou non, superposables.

a) Constructions réussies: les messages seront lus et étudiés afin de voir ce qui a permis de réussir la figure (dégager de ces messages les renseignements essentiels).

b) Les constructions non réussies: Là encore, les messages seront lus par les enfants et il faudra essayer de voir pourquoi les constructions n'ont pas été réussies:
. le message peut être correct mais non compris par les récepteurs,
. le message n'est pas correct. Il faut alors se demander pourquoi. Quels sont les renseignements que les récepteurs auraient voulu savoir? Avec ces renseignements, pourrait-on construire la figure? (Essai si le temps le permet).

2. Construction de figures géométriques

Classe: CM2 Date. 26 mai 1981

Matériel:
1/ Des figures géométriques découpées dans du canson fort: deux losanges de dimensions différentes, deux trapèzes (un rectangle et un isocèle), deux parallélogrammes (de dimensions différentes), un quadrilatère quelconque.
2/ Les enfants ont à leur disposition un double-décimètre, un compas, une paire de ciseaux, une équerre (faite par pliage d'une feuille de papier) et du papier canson.

Antécédentes de la leçon:
Les enfants reconnaissent et savent construire des carrés, des rectangles et les quatre sortes de triangles qu'il ont utilisés lors d'un jeu de communication.

Objectifs de la leçon:
Les enfants devront élaborer des messages qui permettent les constructions correctes des figures proposées.
Si les tentatives des enfants ne sont pas réussies, ils devraient découvrir, à la fin de cette séance la ou les techniques appropriées pour la construction ultérieur de ces figures.
Si leurs tentatives ont réussi, l'étude des messages devrait permettre de dégager les propriétés des figures étudiées, de réduire ces messages de manière à ne garder que les renseignements nécessaires et suffisants à la construction. Elle devrait permettre aussi de distinguer des messages qui ont abouti à des constructions correctes mais qui auraient pu, tels qu'il sont, donner d'autres constructions, donc qui doivent être réformulés de manière à éviter toute équivoque.

Description de l'activité:
Elle se déroule en trois phases respectives de 25, 15, 30 minutes.

1/ Organisation de la classe: Les enfants sont divisés en six équipes: trois équipes de quatre, et trois équipes de 5. Chaque équipe comprend deux groupes: deux émetteurs et deux récepteurs, ou deux émetteurs et trois récepteurs. Les émetteurs et les récepteurs de chaque équipe sont séparés.

Première phase: Emission de messages (25 mn)
1) Consigne: "Hier vous avez écrit des messages pour que les récepteurs réalisent des figures superposables aux vôtres. Ces messages ont bien fonctionné, sauf un que nous reverrons tout à l'heure.
Aujourd'hui, nous allons refaire le même jeu avec des figures plus compliquées."
2) Déroulement:
. Chaque groupe a une figure. Les enfants rédigent les messages.
. Dès que les messages sont terminés, la maîtresse demande à chaque groupe d'éprouver son propre message en essayant de construire la figure. Elle enlève les modèles qu'elle fixe au tableau

. Si le message ne leur permet pas de réaliser leur construction, ils pourront aller au tableau voir leur modèle afin de prendre d'autres renseignements ou d'autres mesures qu'ils jugent nécessaires. Alors ils écrivent un nouveau message plus satisfaisant

Deuxième phase: le jeu de communication (15 mn)
Ces nouveaux messages sont transmis aux récepteurs qui doivent réaliser la figure correspondante au modèle. Eventuellement, les récepteurs pourront demander aux émetteurs des renseignements supplémentaires.

Troisième phase: synthèse collective. Examen de messages (30 mn)
Les enfants et la maîtresse vérifient ensemble si les figures réalisées au cours du jet sont, ou non, superposables.
a) Constructions réussies: les messages seront lus afin de voir ce qui a permis de réussir la figure. Si une construction est réussie, mais grâce à un message qui aurait pu être interprété différemment et don, donner une autre construction (non conforme au modèle) les enfants discuteront et éventuellement réaliseront ces figures différentes.
Le message devra donc être repris et corrigé afin qu'il n'aboutisse qu'à la construction souhaitée.
b) Constructions non réussies: Là encore les messages seront lus par les enfants et il faudra essayer de voir pourquoi les constructions n'ont pas été réussies:
. le message peut être correct mais non compris par les récepteurs,
. le message n'est pas correct. Il faut alors se demander pourquoi. On recensera les problèmes mis en évidence:
. problèmes de vocabulaire (sommets, côtés, diagonales, ...)
. problèmes de constructions géométriques (droites parallèles, angles, ...)
. manque de renseignements indispensables. A ce propos, la maîtresse lance un défi à la classe: "Avec un renseignement, quel type de figure géométrique peut-on construire? Avec deux renseignements?"

II.2. Fiches didactiques de la situation de communication[1]

1. LE JEU DE LA COMMUNICATION — Première séance

1.1. Matériel

- Des figures géométriques découpées dans du canson fort (avec une face colorée) dont la taille est précisée entre parenthèses un triangle équilatéral (15,8 cm), un triangle rectangle (18,8 cm, 15,4 cm et 10,7 cm), un triangle obtus (9 cm, 19 cm et 15,6 cm), un triangle aigu (16,8 cm, 13,2 cm et 13,6 cm), un triangle isocèle (12,5 cm de base et 15,6 cm), un disque (8,5 cm de rayon), un carré (18,2 cm), un rectangle (19,5 cm et 11,6 cm), et un losange (diagonales 17 cm et 32 cm).
- Les élèves ont à leur disposition par groupe, un double décimètre, une paire de ciseaux, du papier canson. Et en plus des compas et des équerres faites par pliage d'une feuille de papier.

1.2. Objectifs de la leçon

- Créer les conditions pour confronter dans des différentes domaines -la formulation, la communication, la construction- les connaissances des élèves sur quelques figures de la géométrie élémentaire.
- Rendre explicite le vocabulaire utilisé dans la description de ces figures.
- Mettre en oeuvre des techniques de construction de figures.

1.3. Description de l'activité

1.3.1. Organisation de la classe
Les élèves sont divisés en 7 équipes: A, B, C, D, E, F, G. Chaque équipe comprend deux groupes: 1 et 2, tour à tour (ou à la fois) émetteur et récepteur. Les deux groupes de chaque équipe sont séparés.

1.3. 2. Consigne
"Nous allons faire un jeu de communication. Les émetteurs seront séparés des récepteurs par le rideau.
Les émetteurs auront une figure géométrique en carton. Ils devront transmettre aux récepteurs un message écrit, sans dessin, qui devra leur permettre de refaire une figure superposable à la leur.
L'équipe gagne lorsque les récepteurs ont réalisé, à partir du message, une figure superposable à celle des émetteurs. Elle peut alors rejouer avec une nouvelle figure.
Pour gagner du temps, vous serez tous émetteurs au début et ensuite tous récepteurs."

1.3.3. Déroulement
Chaque groupe a une figure. Les émetteurs rédigent les messages.
Dès que les messages sont terminés, l'enseignant (facteur) les apporte aux groupes récepteurs correspondants. Les récepteurs réalisent la figure. Dès que la figure est réalisée, ils la vérifient avec les émetteurs, par superposition, sous le regard de l'enseignant.

[1] Travail en collaboration avec Denise Greslard

L'enseignant indique sur chaque message envoyé "R" (pour réussite) ou "E" (pour échec) et donne une figure supplémentaire aux groupes.
Dans une phase de synthèse collective, les élèves et le maître vérifient ensemble, les réussites et les échecs. On note les équipes, ainsi que les figures réussies et celles qui posent problèmes

1.4. Remarques

(i) Le maître essaiera de ne pas formuler un critère sur la précision exigée lors de la superposition de figures. Son intervention aura lieu seulement dans le cas de désaccord entre les élèves.

(ii) La distribution de figures doit se faire en prenant en compte les capacités des élèves. On prévoit beaucoup de difficultés pour le losange -et le cas échéant, un parallélogramme quelconque ou un trapèze. Si chaque groupe travaille sur plus d'une figure, il serait convenable de ne pas donner deux figures du même type au même groupe.

(iii) Bien que le maître puisse retourner le message aux émetteurs quand les récepteurs ont besoin des renseignements supplémentaires, il ne doit pas le dire explicitement dans la consigne. Il ne faut pas que la communication devienne une activité pour donner du travail au facteur.
Par contre, si le maître s'aperçoit qu'une équipe reste bloquée à cause des ambiguïtés dans le vocabulaire ou des manques de précisions, il peut suggérer de poser des questions.

(iv) Si tous les élèves sont des émetteurs en même temps, l'enseignant doit être très attentif à ce qui se passe dans chaque groupe, en particulier au moment de retourner les messages -en raison des incertitudes- pour éviter la superposition des tâches. Il peut être compliqué pour une équipe d'assumer au même moment son rôle d'émetteur et de récepteur.

(v) Lorsque l'enseignant montre aux élèves une figure, il doit éviter de "figer" sa position dans l'espace (par exemple le losange avec la grande diagonale verticale) pour ne pas renforcer les conceptions préalables des enfants.

1. COMMUNICATION DE FIGURES — Première séance

Variante [2]

1.1. Matériel

- Des triangles découpés dans du canson fort (avec une face colorée) dont les mesures des côtés sont: triangle rectangle: 10,8 cm, 15,4 cm et 19; triangle obtus: 10 cm, 5,5 cm et 12 cm; triangle équilatéral: 16 cm; triangle isocèle: 12,5 cm de base et 15,5 cm, triangle aigu: 10, 15,5 cm et 17,2 cm.
- Les élèves ont à leur disposition par groupe, un double décimètre, une paire de ciseaux, du papier canson.

1.2. Objectifs de la leçon

- Elaborer des messages qui permettent la construction correcte des triangles proposés.

1.3. Description de l'activité

1.3.1. Organisation de la classe
Les élèves travaillent par équipes de six (trois émetteurs et trois récepteurs) qui travailleront en même temps. Les deux groupes de chaque équipe sont séparés.

1.3.2. Consigne
"J'ai découpé des formes géométriques dans du carton. Je vais donner une de ces formes à chacun des groupes... Vous serez d'abord tous émetteurs d'un message, puis tous récepteurs.
Les émetteurs doivent donner tous les renseignements qu'ils jugent nécessaires pour que les récepteurs puissent réaliser la forme, sans la voir.
Je porterai le message au groupe récepteur qui devra réaliser la forme superposable à la forme de départ et la découper. Mais attention, il ne devra pas y avoir de croquis sur les messages. Indiquez tout de suite vos noms sur la feuille."

1.3.3. Déroulement
Chaque groupe a un triangle, il faut éviter de donner des triangles identiques à chacun de groupes de la même équipe. Les élèves élaborent les messages.
Dès que le message est prêt, l'enseignant le transmet aux récepteurs. Ceux-ci peuvent renvoyer le message pour demander, par écrit, des précisions. Le groupe récepteur construit le triangle.
Dès que la figure est réalisée, ils la vérifient, avec l'enseignant, par superposition avec le modèle.
L'enseignant indique sur chaque message envoyé "R" (pour réussite) ou "E" (pour échec) et donne une figure supplémentaire aux groupes. Cette phase de l'activité prend environ 20 minutes.
Dans une phase de synthèse collective, les enfants et le maître examinent ensemble les réussites et les échecs ainsi que les raisons des difficultés de chaque groupe.

[2] Cf "Géométrie, document provisoire", Joel Briand, Monique Comet et Fabienne Giraud, pp 9-10, juin 1994.

2. REPRODUCTION DE FIGURES: LE RECTANGLE [1] — Deuxième séance

2.1. Matériel

- Les figures géométriques découpées, leurs reproductions et leurs messages obtenus lors de la première séance.
- Des feuilles de papier blanc, une équerre et un double décimètre par enfant.

2.2. Objectifs de la leçon

- Donner les renseignements nécessaires et suffisants pour construire un rectangle.
- Construire un rectangle.
- Utiliser l'équerre comme instrument nécessaire pour construire des angles droits.

2.3. Description de l'activité

2.3.1. Organisation de la classe
Le travail des enfants est individuel.

2.3.2. Déroulement

Première phase: bilan
L'enseignant fait avec les élèves le bilan des réussites et des échecs sous la forme d'un tableau où elle consigne les "réussites", les "échecs" et les "figures non faites".
L'analyse du tableau peut produire quelques remarques: il y a des figures plus faciles à réussir que d'autres, il y a eu de grosses difficultés pour les losanges et les rectangles.
Comme résumé, le maître peut faire une liste de causes possibles d'échec:
- on n'a pas su construire la figure, mais le message était bon,
- le message n'a pas permis la construction de la figure,
- avec le message on pouvait construire une figure mais qui n'était pas superposable au modèle

Deuxième phase: étude des messages sur le rectangle
Devant tout le monde vérification par superposition des reproductions du rectangle avec le modèle.
Présentation des messages concernant le rectangle, lecture silencieuse pour que les enfants puissent repérer les erreurs possibles: les ambiguïtés, les redondances, les insuffisances, etc. A tour de rôle les enfants proposent des remarques -sur le vocabulaire, la syntaxe, la procédure de construction- et éventuellement des corrections; les groupes qui ont travaillé sur le rectangle exposent les difficultés rencontrées.
L'enseignant pose le problème des côtés perpendiculaires et donc propose de revoir la fabrication d'un angle droit par pliage d'une feuille A4 et la construction d'un angle droit à partir d'un segment donné en utilisant l'équerre en papier.
Ensuite, l'enseignant choisit un message adéquat à ses propos didactiques et pose la question suivante: "Avec ce message, pourriez-vous construire un rectangle superposable au modèle? Je vous donne 5 minutes."
Les enfants travaillent individuellement sur leur feuille. Chaque enfant essaie, par la méthode qu'il croit convenable, de construire la figure du message. L'enseignante n'intervient pas, au bout de 5 mn elle arrête le travail et distribue, parmi les enfants qui le demandent, quelques rectangles identiques au modèle pour valider leur construction

[1] Le choix des figures à traiter fait l'objet d'une décision très importante. Cf. Chapitre 4, dialectique action-validation

Troisième phase: réinvestissement
Il s'agit de retrouver des angles droits dans les différentes figures de la situation de départ, en l'occurrence le carré et le triangle rectangle. L'enseignant montre ces figures, les enfants reconnaissent les angles droits à l'oeil et, avec l'équerre en papier, ils vérifient si effectivement ces angles sont droits ou pas.
Le cas échéant, l'enseignant peut commencer l'étude des messages sur le carré.
Le résultat didactique de cette séance est que la réussite dans la construction d'un rectangle, sans avoir utilisé l'équerre est due au hasard.

2.4. Remarques

(vi) Le choix de l'ordre des figures à traiter dépend du type et de la fréquence des erreurs dans les messages, dans le vocabulaire, dans les constructions. Mais, d'après notre expérience, il faut traiter le triangle avant toute autre figure car c'est fondamentale dans la construction du micro-espace

(vii) Le choix du message de la part de l'enseignant est crucial pour la suite. Le caractère "adéquat" d'un message dépend de la situation a-didactique envisagée, mais aussi de la production des enfants lors de la première séance

(viii) Après la construction individuelle du rectangle, il est nécessaire de revenir au message d'origine et de le réformuler avec les élèves.
Si les méthodes de construction indiquées dans les messages sont différentes, il faut re-formuler chaque type de message.

REPRODUCTION DE FIGURES: LE RECTANGLE

Variante

Face à un message incomplet du rectangle, qui permet de construire un parallélogramme quelconque, l'enseignant essaye de relever l'angle droit comme élément caractéristique d'un rectangle.

Matériel et objectifs de la leçon:
Identiques à la séance 2.

Description de l'activité

Organisation de la classe
Le travail des élèves est individuel.

Déroulement

Première phase: bilan
Identique à la précédente en ce qui concerne le bilan des réussites, mais l'enseignant organise la lecture et l'analyse rapide des messages du rectangle. Les élèves expliquent pourquoi ils n'ont pas réussi, ce qui les a gênés. L'enseignant note ces remarques au tableau (elles serviront au fur et à mesure que l'on aura étudié les différentes figures). Elle prend la décision de commencer par l'étude du rectangle.

Deuxième phase: étude des messages
Un message incomplète sur le rectangle est affiché au tableau:

largeur 19cm 3mm
longueur 11cm 6mm

L'enseignant lance une phase de recherche individuelle: "Peut-on avec ces données tracer une autre figure?"
Les enfants font des constructions sur leur cahier de brouillon. La réponse attendue est le dessin d'un parallélogramme quelconque. Si les enfants ne proposent pas de quadrilatères sans angle droit, l'enseignant fait circuler parmi les élèves le tracé d'un parallélogramme (dont les côtés mesurent 19,3 cm et 11,6 cm) obtenu à partir du message. (Remarque (ix))
Il pose de questions:
- la figure, correspond-elle au message?
- la figure, corresponde-elle à la figure d'origine?
- avec ce message, peut-on construire une seule figure? (Remarque (x))

Cela pose directement le problème du contrôle de l'angle droit et donc de l'utilisation de l'équerre.
Ensuite l'enseignant affiche au tableau les autres messages sur le rectangle. Après une rapide analyse il pose la question suivante: "Vous êtes vous servi d'instruments pour tracer les angles droits du rectangle?"
Puis l'enseignant montre la fabrication d'une équerre en papier - il montre le premier pli, puis les enfants le font; deuxième pli, même chose; il suggère de faire une marque de reconnaissance sur l'angle droit- et la construction d'un angle droit à partir d'un segment donné. Eventuellement, si les enfant le demandent, on peut construire un autre rectangle
Sur le rectangle modèle, les enfants montreront les angles droits qu'ils sont capables de reconnaître à l'oeil.

Troisième phase: réinvestissement
Idem à la séance précédente.
Le résultat didactique de cette séance est que la réussite dans la construction d'un rectangle, sans avoir utilisé une équerre, est due au hasard

Remarques:

(ix) Ici l'enseignant relance la situation a-didactique en ayant pris à sa charge la construction d'une figure adéquate (mais pas idoine pour les élèves) au message. Les mots "largeur" et "longueur" sont employés pour décrire n'importe quelle figure, mais généralement ils font appel au rectangle. La décision du maître de faire un parallélogramme et pas un quadrilatère -ou un polygone- quelconque à l'intention de restreindre l'univers de possibles.

(x) On passe ici au deuxième niveau de validation: il n'est plus suffisante de construire une figure superposable, il faut montrer que -tout en respectant le message- on ne peut que construire des figures superposables.

3. REPRODUCTION DE FIGURES: LE TRIANGLE — Troisième séance

Activité I: la construction d'un triangle déterminé

3.1. Matériel

- Les triangles donnés pour le jeu de communication et les messages sur les triangle obtenus lors de la première séance.
- Les enfants ont à leur disposition des feuilles de papier blanc, un double décimètre, une équerre, un compas, une paire de ciseaux.

3.2. Objectifs de la leçon

- Savoir reproduire un triangle
- Reconnaître si un message est bon, c'est-à-dire s'il permet de construire un triangle donné et un seul.

3.3. Description de l'activité

3.3.1. Organisation de la classe
Chaque enfant travaille individuellement, sauf pendant les phases collectives de présentation des méthodes.

3.3.2. Consigne
"Ce qu'on a fait lundi, c'était pour vous apprendre à construire des figures et dire comment on les reproduit. On va essayer de juger les messages, de voir si les constructions sont bonnes, pourquoi ça a pu rater. Soit le message est bon et on ne sait pas construire. Soit le message n'est pas bon, et on pouvait alors construire quelque chose de faux. Aujourd'hui nous allons travailler sur les triangles."

3.3.3. Déroulement

Première phase: construction d'un triangle à partir d'un message
L'enseignant affiche au tableau un des messages sur le triangle, celui qu'il trouve le plus adéquat (Cf. Remarque (xi)). Les enfants le lissent silencieusement, et s'il n'y a pas de problèmes manifestes avec la formulation, l'enseignant leur propose une activité: "Avec ce message, pouvez vous construire un triangle superposable? Faites-le. Vous avez le droit de faire tous les essais que vous voulez mais quand on décide de vérifier, c'est fini. Je vous donne à peu près 5 mn."

Deuxième phase: bilan des résultats et nouvel essai
Le temps écoulé, l'enseignant arrête l'activité même si la plupart des élèves ne peut pas montrer le triangle exigé. S'il y a des protestations, il peut rassurer les enfants en leur disant: "Ce n'est pas grave si vous n'avez pas tout à fait terminé, vous allez en dessiner d'autres dans un moment".
L'enseignant distribue aux élèves des patrons tous identiques au modèle (il les montre tous superposés sur le modèle avant la distribution pour que les élèves soient bien sûrs qu'ils sont tous identiques) et leur demande de vérifier si leur triangle est superposable.
Ensuite, en tant qu'évaluation de l'activité, l'enseignant pose des questions:
- "Est-ce qu'il y en a qui n'ont rien fait? Est-ce que certains ont réussi à construire un triangle?"
Ici l'enseignant doit avoir dans l'esprit que la réponse est juste si l'élève arrive à obtenir au moins un triangle, même s'il n'a pas les dimensions exigées.

- "Est-ce qu'il y en a qui ont réussi à faire un triangle superposable?" A l'aide de quelques modèles, les élèves vérifient par eux mêmes. Face à un triangle juste, l'enseignant doit déclarer que ce message permettait donc d'en faire un.
- "Est-ce qu'il y en a qui ont fait d'autres triangles non superposables correspondant au message?"

Dans le cas où des élèves n'ont pas réussi à construire un triangle superposable, l'enseignant propose la construction d'un deuxième triangle avec des mesures différentes[4]. Il repose les mêmes questions

Ensuite il demande:
- à un élève qui a échoué de décrire ses difficultés à ses camarades. (Cf. Remarque (xii))
- à la classe si d'autres élèves ont eu les mêmes difficultés.
- à la classe si certains élèves ont résolu ces difficultés. (Cf. Remarque (xiii))

Il s'agit d'évoquer des techniques pour aider les élèves en difficulté. L'enseignant se garde d'intervenir.

Troisième phase: construction d'un autre triangle
"Pour voir si vous avez tous bien compris je vous donne un autre message."
Les élèves travaillent individuellement et essaient de construire le nouveau triangle. Au bout du temps, l'enseignant pose les mêmes questions que pour la deuxième phase.

Quatrième phase: présentation des différentes méthodes de construction
Parmi les élèves qui ont trouvé un résultat juste, quelques uns viennent au tableau pour exposer sa méthode à condition qu'elle soit différente des autres. Il n'y a pas une discussion sur le caractère "différente", l'enseignant seulement pose des questions sur la validité locale ou générale du procédé.

3.4. <u>Remarques</u>

(xi) Le message choisi au départ doit contenir au moins les renseignements nécessaires à sa construction pour trier les problèmes que pose la reproduction d'un triangle.

(xii) L'élève peut pouvoir exprimer ses difficultés et être incapable de les contrôler.

(xiii) On essaie de rendre public le problème et sa solution: soit technique, soit de vocabulaire, soit de syntaxe.

[4] Si toute la classe est capable d'obtenir dans 5 min un triangle identique au modèle, l'objet d'étude doit être un autre et la construction du triangle n'est qu'une révision.

4. Reproduction de figures: le triangle

Quatrième séance

Activité II: étude des messages sur les triangles

4.1. <u>Matériel</u>

- Tous les messages sur les triangles -faits au cours de la situation de communication.
- Les enfants ont à leur disposition des feuilles de papier blanc, un double décimètre, une équerre, un compas.

4.2. <u>Objectifs de la leçon</u>

- Reconnaître si un message est bon, c'est-à-dire s'il permet de construire un triangle donné et un seul.
- Elaborer le message minimal qui permet la détermination du triangle.
- Mettre au point le vocabulaire spécifique et les méthodes de construction.

4.3. <u>Description de l'activité</u>

4.3.1. Organisation de la classe
L'analyse et la reformulation des messages sont collectives, la construction est toujours individuelle.

4.3.2. Consigne
Tous les messages sont affichés au tableau. L'enseignant propose la lecture des messages, d'emblée en silence et à haute voix ensuite.
Pour chaque message, l'enseignant pose la question: "Est-ce que le message est bon? Sauriez faire le triangle correspondant?"

4.3.3. Déroulement

Première phase: analyse des messages
Avec cette question, chaque message est mis à l'examen. Il est probable que certains messages seront discutés car les élèves remarqueront des renseignements inutiles -par exemple, ceux relatif à la position de la figure ou à l'ordre de construction.
Pour un message estimé mauvais ou incomplet à l'unanimité, l'enseignant propose aux élèves la reformulation du message pour qu'il permette la construction voulue.
Si quelques enfants ne sont pas convaincus que le message est incomplet, ce sont eux qui -dans la phase suivante- construiront ce triangle là. Dans les cas où on ne trouve que les mesures de deux côtés (ou bien d'un seul côté) du triangle, il faut examiner si le message communique ou non les données suffisants pour déterminer la figure.

Deuxième phase: construction d'un triangle déterminé
Cette phase est un entraînement à la construction, sauf dans le cas déjà signalé où la construction serait le moyen de vérifier la pertinence d'un message.
La vérification est toujours par superposition avec les modèles.

Troisième phase: institutionnalisation locale d'une méthode
L'enseignant organise un nouvel exposé rapide des différents techniques mises en oeuvre pour la construction d'un triangle à l'aide du double décimètre. Il y a une construction par tâtonnement que l'enseignant doit institutionnaliser localement. c'est celle où, à partir du tracé d'un premier côté, on marque l'extremité du deuxième par une suite de points formant un arc (Cf. Remarque (xiv))

4.4. Remarques

(xiv) Il est important de ne pas institutionnaliser "la méthode du compas" pour que la technique reste encore au niveau de tâtonnement et permette une diversité de construction des polygones explorés dans les séances suivantes.
La technique d'un "arc de points" peut aider à concevoir le compas comme instrument économique pour trouver un point du plan qui est à une distance donné de deux autres.

(xv) Pour avoir un bon message, il n'est pas toujours nécessaire d'avoir la mesure des trois côtés. Dans le cas d'un triangle équilatéral par exemple, si le message indique "équilatéral", la mesure d'un côté est suffisante. C'est l'occasion pour l'enseignant de classer les différents triangles.

5. Reproduction de figures: le losange

Cinquième séance

5.1. Matériel

- Les losanges donnés lors du jeu de communication (en plusieurs exemplaires pour les vérifications).
- Les messages obtenus sur le losange.
- Des feuilles de papier d'un format supérieur au A4 (21 x 29,7) pour que la figure puisse rentrer quelque soit la position.
- Les élèves ont à leur disposition un double décimètre, un crayon à papier, une équerre, etc.

5.2. Objectifs

- Mettre au point le vocabulaire et les méthodes de construction du losange.
- Reconnaître si un message est bon, c'est-à-dire s'il permet de construire un losange donné et un seul.
- Elaborer le message minimale qui permet la construction d'un losange déterminé.

5.3. Description de l'activité

5.3.1. Organisation de la classe

Sauf durant l'analyse des messages, l'activité est individuelle.

5.3.2. Consigne

"Nous allons poursuivre notre travail sur la construction de figures géométriques. Aujourd'hui nous allons étudier les messages correspondants à un losange."

5.3.3. Déroulement

Première phase: construction d'un losange à partir d'un message
L'enseignant affiche au tableau un message sur le losange. Etant donné qu'il s'agit d'un quadrilatère peu connu des élèves, ils peuvent poser des questions sur la "forme" de cette figure ou sur le vocabulaire. On peut laisser répondre les émetteurs et il est possible d'admettre des gestes dans l'air ou, le cas échéant, un croquis au tableau. On ne montre pas le modèle. (Cf. Remarque (xvi))
Même si la classe n'est pas convaincue de bien identifier la figure, l'enseignent propose aux élèves de faire la construction: "Est-ce que le message est bon? Sauriez faire le losange correspondant? Essayez. Vous avez 10 mn."
Pendant que les enfants travaillent, le maître parcourt la classe afin de répertorier les difficultés des élèves, il intervient le moins possible

Deuxième phase: bilan des résultats
Au bout de 10 minutes, il arrête et commence la vérification
Dans cette phase il peut y avoir deux déroulement possibles:
- L'échec total, c'est-à-dire, personne ne parvient à faire un losange, même quelconque.
L'enseignant demande: "Est-ce que les émetteurs peuvent donner d'autres renseignements?"
Dans ce cas les émetteurs vont mesurer sur le modèle, sans se faire voir de leurs camarades, des renseignements considerés par eux comme pertinents.
Si ça ne suffit pas, on peut reprendre le message en question et essayer de clarifier sa formulation.
Ensuite, on recommence: "Sauriez faire le losange correspondant? Essayez. Vous avez 10 mn."
- L'échec partiel. Quelques enfants ont réussi à construire des losanges, conformes ou pas au modèle.

L'enseignant distribue aux enfants des patrons tous identiques au modèle et leur demande de vérifier si leur losange est superposable. L'enseignant passe auprès de chaque enfant pour confirmer les réussites.
Après vérification "Est-ce qu'il y en a qui ont réussi un losange superposable?"

Troisième phase: présentation des différentes méthodes et nouvel essai
L'enseignant propose alors à un élève qui a réussi de venir au tableau et d'expliquer comment il a fait. Dans une phase collective, il analyse avec la classe les difficultés de construction; il précise au fur et à mesure le vocabulaire côté, sommet, petite diagonale et grande diagonale.
Parmi les élèves qui ont trouvé un résultat juste, quelques uns viennent au tableau pour exposer sa méthode à condition qu'elle soit différente des autres. Il n'y a pas une discussion sur le caractère "différente", l'enseignant seulement pose des questions sur la validité locale ou générale du procédé.
L'enseignant demande aux enfants qui ne sont pas parvenus à construire un losange, d'idéntifier ce qui leur manquait pour le faire.
L'enseignant propose la construction d'un deuxième losange avec des mesures différentes. (Cf. Remarque (xvii))

Quatrième phase: recherche des bons messages
L'enseignant propose aux enfants de souligner dans le message les renseignements qui leur sont utiles pour construire le losange, et de supprimer les renseignements inutiles d'après les différentes méthodes employées. (Cf. Remarque xviii)
L'enseignant affiche alors tous les messages sur le losange et demande aux élèves -par groupes- de les reformuler pour qu'ils permettent la construction voulue. Ils seront à nouveau éprouvés lors d'excercices d'entraînement.

5.4. <u>Remarques</u>

(xvi) C'est l'occasion de définir le losange comme "le quadrilatère à quatre côtés égaux" et de définir la "diagonale". L'enseignant écrit ces définitions au tableau.

(xvii) L'enseignant ne propose pas un second message car ce qu'il vise ici c'est la technique de construction. Seules les mesures sont changées pour éviter la prise en considération de renseignements supplémentaires et parasites

(xviii) Si l'on veut obtenir un message minimale dans une phase didactique, l'action de l'enseignant doit être très forte pour parvenir à un consensus sur ce qu'on garde ou pas. Une autre alternative serait de créer une situation a-didactique qui permette ce débat.

6. L'utilisation du compas en tant que report de mesure   Sixième séance

6.1. <u>Matériel</u>

- Un grand compas pour le tableau.
- Les messages sur le disque obtenus pendant le première séance.
- Chaque enfant dispose d'une feuille blanche, un compas, un double décimètre et crayon à papier.
- Quelques triangles en carton de 7,5 cm, 9 cm et 10cm et le disque du jeu de communication.

6.2. <u>Objectifs</u>

- Mettre au point le vocabulaire spécifique du disque.
- Savoir utiliser le compas en tant que report d'une mesure
- Reconnaître cette utilisation pour la construction de figures telles que les triangles, les disques

6.3. <u>Description de l'activité</u>

6.3.1. Organisation de la classe
Le travail est individuel hors l'analyse des messages.

6.3.2. Consigne
"Vous allez tracer un segment OP, à peu près au centre de votre feuille, de 8 cm de longueur. Puis un point à 6 cm du point O. Faites maintenant un autre point à 6 cm du point O, puis quelques autres.
Maintenant faites tous les points qui se trouvent à 6 cm du point O".

6.3.3. Déroulement

Première phase: construction de points équidistants d'un autre
Les enfants vont remarquer que tous ces points sont sur un même cercle; il faut les laisser faire le plus de points possibles de sorte que la trace devienne bien visible

Deuxième phase: le compas remplace le tâtonnement
L'enseignant demande: "Quel est l'instrument qui permettrait de tracer rapidement tous ces points?"
Les élèves tracent avec le compas le cercle contenant tous les points déjà tracés. Pendant cette manipulation l'enseignant introduira le vocabulaire correspondant: pointe sèche, ouverture du compas, réglage.
Fréquemment, il s'avère nécessaire un travail sur le contrôle de l'outil pour obtenir un cercle déterminé. C'est l'enseignant qui montre les techniques, et donne le vocabulaire: centre, rayon, cercle, disque.

Ensuite l'enseignant propose "Tracez maintenant tous les points qui se trouvent à 4 cm du point P. Vous allez marquer le point A qui se trouve à 6 cm de O et à 4 cm de P"
Les élèves se rendent compte qu'ils l'ont déjà (ils l'ont même deux fois). Ils expliquent où ils l'ont trouvé (rencontre des deux cercles l'un représentant la mesure de 6 cm et l'autre de 4 cm en un point qui est donc à la fois à 6 cm de O et à 4 cm de P). On choisira l'un des deux points que l'on appellera A.
Puis l'enseignant propose une nouvelle activité: "En utilisant ces tracés, faites un triangle de 8 cm, 10 cm et 12 cm de côtés"

L'enseignant demande aux élèves: "pourrait-on tracer de la même manière un autre triangle dont les côtés mesurent, par exemple, 7,5 cm, 9 cm et 10 cm?
Les élèves essaient La validation se fait par superposition des modèles de l'enseignant.
A mode de conclusion de cette phase, le maître organise la mise au point de l'activité: "Comment peut-on alors tracer un triangle? (Cf. remarque (xix)) Est-ce que cette technique vous permettra de mieux y arriver? Qu'évite-t-elle?"

Troisième phase: étude des messages sur le disque
"Nous venons de voir la manipulation du compas et un vocabulaire précis, nous pourrions donc examiner les messages sur le disque "
Les messages sont écrits au tableau et reformulés collectivement.
"Seriez-vous maintenant capables de construire un disque selon ce message? Allez-y, vous avez à peu près 3 minutes. Vous allez vérifier votre construction par superposition avec le modèle."

Quatrième phase: institutionnalisation de la méthode de construction d'un triangle avec le compas
L'enseignant demande aux élèves; "Que savez-vous faire maintenant pour construire un triangle?"
Il attend des élèves qu'ils puissent repérer la nouvelle connaissance qu'ils ont de l'usage du compas dans la construction d'un triangle
L'enseignant déclare alors de manière institutionnelle: "Si on a un triangle, on peut toujours le reproduire avec la méthode du compas." (Cf. remarque (xx))

6.4. Remarques

(xix) Pour mettre en relief l'économie dans la construction qui implique l'utilisation du compas, l'enseignant doit reprendre les différentes méthodes de la construction du triangle de la troisième séance (nuage de points, arcs de points, ..).

(xx) Il reste implicite que avec trois segments il n'est pas toujours possible de construire un triangle et que si la construction est possible, tous les triangles construits ce sont des figures congruentes

7. Enquête sur les figures

Septième séance

7.1. Matériel

- Pour chaque enfant des feuilles format A4, une règle, une équerre, un compas.
- Des feuilles grand format sur lesquelles seront écrits les messages suivants:

A.
C'est une figure à trois côtés, dont les mesures sont les suivantes: 9 cm, 7 cm, 6 cm.

B.
Tracer deux diagonales égales de 14,2 cm qui se coupent en leur milieu en formant un angle droit. Relier entre elles les quatre extrémités de ces diagonales pour avoir une figure à 4 côtés.

C.
Tous les points de la figure sont à 10 cm d'un point O.

D.
Tracer deux diagonales (une de 17 cm, l'autre de 10 cm) qui se coupent en leur milieu en formant un angle droit. Relier entre elles les quatre extrémités de ces diagonales pour avoir une figure à 4 côtés.

E.
Quatre côtés égaux de 10 cm et 4 angles droits.

F.
Tracer un segment AB de 15 cm. Faire un cercle de centre A de rayon 5,3 cm. Faire un deuxième cercle de centre B de rayon 11,5 cm. Tracer deux points C et D aux endroits ou les deux cercles se croisent. Relier A avec C, C avec B, B avec D et D avec A.

G.
Quatre côtés, quatre angles droits, deux côtés opposés de 10 cm et deux côtés opposés de 4 cm

H.
Tracer un segment AB de 14,2 cm. Faire un cercle de centre A et de rayon 10 cm. Faire un deuxième cercle de centre B et de rayon 10 cm. Tracer deux points C et D aux endroits où les deux cercles se croisent. Relier A avec C, C avec B, B avec D et D avec A

7.2. Objectifs

- Reconnaître une figure soit par une description, soit par une procédure de construction.
- Construire une figure selon un message.
- Etablir les rapports entre le carré, le losange et le rectangle

7.3. Description de l'activité

7.3.1. Organisation de la classe
Le travail est individuel, hors les moments de validation de l'enquête.

7.3.2. Consigne

"Je vais vous proposer des messages, un après l'autre, où vous trouverez soit des descriptions de figures soit des consignes de construction. Vous essayerez de reconnaître la figure correspondante."

7.3.3. Déroulement

Première phase: inventaire de figures (Environ 5 minutes)
Consigne: "Qu'est-ce que vous connaissez comme figure géométrique?" (Cf. remarque (xxi))
Le maître écrit au tableau la liste de figures énumérée par les enfants. C'est à ce moment que l'enseignant introduit le mot "quadrilatère" pour désigner la classe formée par le rectangle, le carré et le losange

Deuxième phase: enquête (Autour de 3 mn par figure)
L'enseignant propose le premier message.
Pour chacun des messages la démarche est la suivante:
1. Un enfant lit le message proposé, les autres enfants écoutent et disposent d'une ou 2 mn pour imaginer quelle est la figure décrite.
2 Sur un signal du maître, ils écrivent sur leur feuille personnelle, tous en même temps, le nom de la figure qu'ils pensent avoir reconnue.
3. Puis, le maître fait le recensement des figures proposées par les enfants et l'écrit au tableau à coté du message examiné.
4 Sans traiter les problèmes dénoncés par les élèves, le maître présente un autre message.

Troisième phase: vérification de l'anticipation
Des difficultés de reconnaissance apparaîtront sûrement: pour certains messages, les élèves peuvent proposer des figures différentes, ou une seule réponse que l'enseignant sait être fausse.
Pour le message C, bien qu'il réponde à la consigne de l'activité sur l'utilisation du compas (Cf. sixième séance) "tous les points" de la figure peut être interprété comme "les sommets", donc la mesure "10 cm" serait celle des côtés du carré ou d'un triangle.
Le message E ne porte pas à confusion car c'est la description courante du carré. Et pour cette raison, il est le modèle produit par les élèves pour contrôler les anticipations faites pour le message B et H (description de construction d'un carré par ses diagonales ou par la diagonale et les côtés).

L'enseignant demande aux élèves: "Vous dites que ce message représente .... (la figure proposée avec le plus haut score). Quels sont les indices qui vous permettent de l'affirmer?"
Les élèves énoncent les indices repérés à la lecture du message. (Cf. remarque (xxii))
L'enseignant propose: "Pour vérifier, vous construisez ces figures en suivant les indications des messages."
Il organise le travail, les élèves travaillent deux par deux sur le même message, mais la construction est individuelle. Au bout de 8 minutes, l'enseignant donne la figure correspondant au message et les enfants vérifient la justesse de leur construction par superposition avec le modèle. (Cf. remarque (xxiii))
La reprise du message F est l'occasion pour désigner un quadrilatère jusqu'à ce moment méconnu: le cerf-volant.

Quatrième phase: les rapports entre le losange et le carré
L'enseignant rappel les définitions de ces quadrilatères:
Définition 1: un losange est une figure qui a les 4 côtés égaux,
et
Définition 2: un carré est une figure qui a les 4 côtés égaux et les 4 angles droits.

L'analyse des messages B, D, H et E donne la possibilité d'institutionnaliser localement les rapports suivants: (Cf. remarque (xxiv))
- le carré est un losange dont les diagonales sont égales,
- le carré est un losange qui a 4 angles droits

Cinquième phase: suite de la validation de l'enquête (Optative)
Pour les messages où l'anticipation est correcte, l'enseignant peut assigner la construction correspondante à des groupes différents.

7.4. Remarques

(xxi) L'expression "figure géométrique" peut donner lieu à une interprétation des élèves qui n'est pas celle attendue par l'enseignant dans son projet de la deuxième phase. Par exemple: segment, angle. Pour éviter la gestion de ces réponses, l'enseignant peut proposer de faire un recensement de figures étudiées.

(xxii) L'explicitation des indices donne aux élèves une deuxième opportunité pour modifier leurs anticipations.

(xxiii) C'est l'autorité du maître qui garantit l'adéquation entre le message et le modèle. Un problème de géométrie serait de soumettre à discussion la réalisation du modèle et encore de proposer des messages qui donnent des modèles différents.

(xxiv) Les définitions sont un rappel, par contre les rapports découlent de la comparaison des messages:
- "le carré est un losange dont les diagonales sont égales", provient des messages B et D où la seule différence porte sur l'égalité des diagonales,
- "le carré est un losange qui a 4 angles droits", résulte de la comparaison des messages B ou H avec E, et c'est là où la description E devient le modèle du carré

8. BILAN

Huitième séance

8.1. Matériel

- Toutes les figures géométriques et tous les messages reformulés utilisés dans les séances précédentes
- Des messages minimals et les modèles pour un triangle donné, un losange donné et un rectangle donné (Cf. remarque (xxv))

8.2. Objectifs de la leçon

- Utiliser un code et un vocabulaire commun adéquat.
Le code se réfère a. la distinction d'un angle droit par deux petits traits perpendiculaires, et repérer les côtés égaux d'un polygone par un nombre déterminé de traits.
Le vocabulaire envisage: côté, sommet, côtés opposés, diagonale, angle droit, droites perpendiculaires, triangle, triangle équilateral, triangle isocèle, triangle rectangle, rectangle, carré, losange, quadrilatère, disque, cercle.

- Savoir écrire un message minimal (Cf. remarque (xxvi)) pour décrire les figures étudiées et les construire d'après ce message. Ceci reporte à différentes méthodes de construction, ainsi:
Un triangle quelconque, ayant la mesure des trois côtés
Un triangle équilatéral, avec un côté. Un triangle isocèle avec deux côtés. Un triangle rectangle ayant la mesure des côtés qui forment l'angle droit.
Un carré selon la mesure d'un côté.
Un rectangle, selon la mesure des côtés.
Un disque ayant le rayon.
Un losange, ayant un côté et une diagonale, ou bien avec la mesure des deux diagonales.

- Savoir utiliser de manière adéquate les instruments de géometrie, c'est-à-dire:
la règle pour prolonger un segment, et pour tracer une droite et/ou un segment par deux points déterminés;
l'équerre, pour construire et vérifier un angle droit dans n'importe quelle position et pour faire des droites perpendiculaires;
le compas comme instrument de mesure.

8.3. Description de l'activité

8.3.1. Organisation de la classe
C'est un bilan collectif avec des exercices individuels de construction

8.3.2. Consigne
"Nous allons faire le bilan de tout ce qu'on a appris sur les figures. j'ai mis sur la table toutes les figures étudiées et tous les messages reformulés. Nous pourrons y revenir si nécessaire" (Cf remarque (xxvii)).

8.3. 3. Déroulement

Première phase: connaissances sur une figure
Pour chaque classe de figures, l'enseignant rappelle le nom de la figure, demande aux élèves le vocabulaire spécifique lui correspondant et les méthodes de construction selon les renseignements du message minimale. (Cf. remarque (xxviii))

Deuxième phase: confrontation avec une construction
Pour le triangle, le losange et le rectangle, il propose un exercice individuel de construction d'après des messages qu'il a préparés. La validation se fait aussitôt par superposition avec un ou plusieurs exemplaires du modèle.

8.4. Remarques

(xxv) Les mesures de ces figures seront différentes de celles du jeu de communication.

(xxvi) Un message est minimal par rapport à l'organisation locale des connaissances communes.

(xxvii) Quand l'évocation n'est pas suffisante, l'enseignant et les élèves peuvent utiliser la figure géométrique en carton et le message.

(xxviii) L'ordre dans lequel on évoque les figures peut être celui des séances réalisées. En tout état de cause, on doit évoquer le triangle avant le losange.

(xxix) Pour déterminer ce qu'il faut écrire dans le cahier memento de l'élève, il faut penser à une situation de validation.

II.3 Rassemblement des messages

Cours Moyen Première Année, classes A et B[1]
Année: 89-90

Remarque: Les demandes de renseignements supplémentaires sont indiquées par "Q." (question), et les respectives réponses par "R.".

Triangle équilatéral

Message 1. [Réussi]
C'est un triangle il mesure 15 cm 8 mm de tous les côtés.
Q.: le trait d'en bas fait 15,8 le trait de droite 15,8 mais le trait de gauche fait 13 cm
R.: Vous, vous êtes trompez.

Message 2. [Non découpé et non réussi].
C'est un triangle pas comme une équerre, normale.
Tous les côtés font 15,8 mm
Q.: On ne comprend pas.
R.: Un côté

Message 3. [Figure non réalisée]
Le triangle.
Les trois côtés font la même mesure. (ils mesure: 15 cm 8 mm)
Le côté droit et gauche sont en diagonale de bas en haut du plus gros au plus petit.

Message 4. [Réussi]
C'est un triangle: le côté de gauche mesure 15 cm et 8 mm
le coté de droite mesure 15 cm et 8 mm
le bas mesure 15 cm et 8 mm

Message 5. [Figure non réalisée]
C'est un triangle qui a deux côtés qui font 15 cm 8 mm et un côté qui fait 15 cm 7 mm.
Q.: à combien de cm du milieu du trait horizontal on doit faire les deux traits en diagonal?
R.: Expliquer vous mieux.
Q.: Si on fait deux traits en diagonal de 15 cm 8 mm on peut trop bas ou trop haut

Message 6. [Non réussi, figure non réalisée]
Le triangle. Les trois côtés font la même mesure (ils mesurent 15 cm 8 mm). Le côté de droite et gauche sont en diagonale de bas en haut du plus gros au plus petit.

Triangle rectangle

Message 7. [Non réussi]
Prends une équerre, côté 15 cm 4 mm
10 cm 8 mm
en bas 18 cm 8 cm

[1] Le matériel de ce jeu de communication est celui décrit dans la première fiche didactique de l'Annexe II 2

Q.: Etre plus précis sur la forme de votre figure (le nom).
Etre plus précis sur le nom de la figure.
R.: C'est une équerre.

Message 8.
Il a trois faces.
Notre forme ressemble à un rectangle coupé en diagonale (angle droit). Le sens: le plus grand côté est en haut en diagonale c'est à dire: du plus bas jusqu'à haut.
Les dimensions:
Le plus grand côté en diagonale de bas en haut fait 18 cm et 8 mm
Le côté du bas fait 15 cm et 4 mm
Le dernier côté fait 10 cm et 8 mm.
Q.: Pouvez vous nous donner plus de détails?
R.: Notre forme est un rectangle. Le côté de droite mesure 10 cm 8 mm
Le côté de dessous mesure 15 cm 4 mm et l'autre côté commence d'en bas à en haut: il mesure 18 cm 8 mm.

Message 9.
C'est un triangle. Son plus grand côté mesure 18 cm 8 mm. Son plus petit côté mesure 10 cm 8 mm et le dernier côté mesure 15 cm 4 mm
Q.: Si le plus grand côté est en bas le plus petit est à droite ou à gauche?
R.: Ca dépends de quel côté on le met.
Q.: Comment ça "le" le plus petit ou le plus grand?
R.: Bien beh, la figure
On a trouvé pour le triangle.

Message 10. [Non réussi, figure non réalisée]
C'est une équerre: le côté vertical mesure 15 cm et 5 mm
Le côté qui est penché mesure 18 cm et 9 mm.
Le bas de l'équerre mesure 10 cm et 8 mm.

Triangle obtus

Message 11. [Réussi]
Si sa ne vous embêtes pas faites un triangle avec un côté mesurant 15 cm et 7 mm, puis un côté mesurant 19 cm et 2 mm, et enfin un côté mesurent 9 cm

Message 12. [Non réussi]
- Le côté en haut horizontal fait 9 cm
- Le côté de droite qui rejoint celui horizontal fait 15 cm 7 mm. Ensuite rejoignez le trait de 15 cm 7 mm à celui de 9 cm.

Message 13.
Triangle quelconque. A l'horizontale la mesure est de: 19 cm et 2 mm. La verticale est un peu en biais et la mesure est de 9 cm. En le mettant à l'envers ce coté devient l'horizontale il mesure: 15 cm et 7 mm.
Q.: Votre verticale est-elle vers la droite ou la gauche?
R.: La verticale est à droite
Q.: Expliquez autrement la dernière partie.
R.: Le côté du haut deviendrait le côté du bas et le côté du bas deviendrait le côté du haut il mesure: 15 cm et 7 mm
Q.: Expliquez autrement la deuxième partie.

Message 14. [Non réussi]
Notre figure a trois côtés. Cette figure a à peu près la forme d'un triangle. Le plus grand côté mesure 19 cm et 1 mm. Vous le tracez horizontalement. Ensuite vous tracez un trait de 15 cm et 6 mm en s'accrochant à l'autre trait. (Vous le tracez vers le bas légèrement). Le trou qui reste, vous le finirez avec un trait s'accrochant aux deux autres traits.

Triangle aigu

Message 15. [Réussi]
Il y a trois côtés. Le côté du bas fait 16 cm et 9 mm. Le côté de droite fait 13 cm et 8 mm. Le côté de gauche fait 13 cm et 4 mm

Message 16. [Non réussi]
C'est un triangle, la diagonale de la droite mesure 13 cm 2 mm.
La diagonale de la gauche mesure 13 cm 6 mm. L'horizontale mesure 17 cm.

Triangle isocèle

Message 17. [Réussi]
Faites un triangle avec deux côtés de
- 15 cm et 6 mm. Puis un côté de
- 12 cm et 5 mm.

Message 18. [Réussi]
Notre figure est un triangle. Les côtés droits et gauches mesurent 15 cm et 5 mm. Le côté du bas mesure 12 cm et 4 mm
Q.: Est-ce que le triangle est penché?
R.: Non

Disque

Message 19. [Réussi]
C'est un rond qui fait 17 cm en long et en largeur

Message 20. [Non Réussi]
Notre figure géométrique est ronde. La figure fait 16 cm 9 mm.
Q.: Est-ce que la figure fait 16 cm et 9 mm des deux côtés?
R.: Cette question est idiote.
Q.: Impossible la feuille est trop petite
R.: La figure est rond de haut en bas ça fait 16 cm 9 mm et de gauche a droite elle fait 17 cm.

Message 21. [Figure non réalisée]
Le rond fait 8 cm 5 mm partout.
Q.: Nous ne comprenons pas comment en rond peux faire 8 cm et 5 mm, expliquez-nous.
R.: Un rond mesure partout la même largeur
Q.: Est-ce que c'est possible de faire ce rond avec un compas?
R.: Si vous écoutez les consignes, oui!
Q.: Comment on pourrait tracer le contour du rond pour que ça fasse 8 cm et 5 mm partout?

Message 22. [Réussi]
Cet un rond. En largeur, il fait 16,9. En longueur, il fait 17
Q.: On ne comprend pas? Il faudrait nous dire de combien on écarte le compas.
R.: On écarte de 8,4

Message 23. [Non réussi]
La forme est ronde. Prenez un compas.
Le réglés à 8 cm et 5 mm.

Carré

Message 24. [Non réussi]
C'est un carré
le haut et le bas font 18 cm 2 mm
les cotés font 18 cm 2 mm

Message 25. [Echec]
Un carré de 18 cm et de 4 mm de chaque côté

Message 26.[Echec]
C'est un carré qui mesure sur tous les côtés 18 cm et 3 mm.

Message 27.
Notre figure est un carré
le côté de droite mesure 18 cm 2 mm
le côté de gauche mesure 18 cm 2 mm
le haut mesure 18 cm 2 mm
et le bas mesure 18 cm 2 mm.

Message 28.
C'est un carré.
largeur mesure 18,3 mm
longueur mesure 18,2 mm
Q.: Impossible un carré a les même mesure en largeur et en longueur
R.: Si c'est possible, vous n'avez qu'a comprendre.
Q.: Impossible sinon n'est pas un carré
R.: Je le sais mais c'est un carré.

Message 29. [Réussi]
C'est un carré.
Les quatre côtés mesurent: 18 cm et 2 mm.

Rectangle

Message 30. [Non réussi]
C'est un rectangle les petits côtés mesurent 11 cm 7 mm et les grands mesurent 19 cm 5 mm.

Message 31. [Réussi]
C'est un rectangle. En largeur sa fait 11 cm 7 mm En longueur sa fait 19 cm 4 mm

Message 32. [Réussi]
C'est un rectangle.
Les deux côtés les plus grands mesurent: 19 cm et 5 mm
Les deux côtés les plus petits mesurent: 11 cm et 6 mm

Message 33. [Non réussi].
Prends une équerre pour tracer 19 cm et 4 mm sur le grand côté et pour le petit côté 11 cm 7 mm
Q.: Combien fait le bas?
R.: Le bas mesure 19 cm 4 mm

Q.: Etes-vous sur de vos nombres? Vous-mêmes sur de la mesure du bas?
R.: Nous sommes sur de nos mesures.
Q.: Vous avez fini?
R.: Nous, on a fini.

Message 34. [Réussi]
En longueur 19 cm 5 mm.
En largeur 11 cm 5 mm.
Q.: Est-ce que vous pouvez expliqué quel forme géométrique c'est?
R.: C'est un carré ou il y a plus de longueur que de largeur.

Message 35. [Réussi]
Largeur 19 cm 3 mm.
Longueur 11 cm 6 mm.

Message 36.
La figure a 4 côtés. les deux côtés horizontal font 19 cm 4 mm. Les deux côtés vertical font 11 cm 6 mm.

Message 37. [Réussi]
Un rectangle de 19 cm 4 mm de longueur et 11 cm 7 mm de largeur.

Message 38. [Figure non faite.]
C'est un rectangle
les deux côtés en verticale 11 cm 5 mm
les deux côtés en horizontale 19 cm 5 mm

Losange

Message 39.
- c'est un losange (4 cotés). Mettre votre feuille a la verticale puis faire en haut a 3 cm 8 mm du bord un point. à gauche en faire un 6 cm 5 mm du bord. en bas en faire un 4 cm 2 mm du bord. à droite en faire un à 6 cm 9 mm du bord en suite relier les dans l'ordre donné pour les dessiner.
Q.: De quelle côté faut-il faire le point?
R.: Lequel?
Q.: Le premier
R.: Vous pouvez le savoir par les autre mesures
Q.: Ecrivez le nous!!!

Message 40. [Non faite]
Losange (4 côtés). la même mesure des 4 côté: 18 cm et 2 mm. En largeur 17 cm (de gauche à droite). En longueur (de bas en haut) 32 cm 2 mm
Q.: Qu'est ce que c'est qu'un losange. un rectangle ou un carré?
R.: ni l'un ni l'autre.
Q.: Alors qu'est que c'est?
R.: Vous faites un trait verticale et un trait horizontale qui se croisent (une croix) et vous reliez avec des traits de 18 cm 2 mm
Q.: ça ne peut pas être la même mesure des 4 côtés puisque le mesure sont différentes.
R.: Vous faîtes un trait verticale de 32 cm 2 mm. Un trait horizontale de 17 cm. Ensuite vous reliez normalement avec des traits de 18 cm 2 mm.

Message 41. [Figure non réalisée]
18 cm 2 mm en partant du bas, penché vers la droite
18 cm 2 mm en partant du bas ver le haut, penché vers la gauche. Au milieu ça fait 16 cm 4 mm faites pareil 18 cm 2 mm en partant du haut ver le bas penché ver la gauche
18 cm 2 mm en partant du haut vers les bas penché vers la droite.
Q.: On a essayé ça ne marche pas.

Message 42. [Figure non réalisée]
Notre figure fait horizontalement 18 cm et 2 mm dans la diagonale 18 cm et 1 mm. Puis dans la diagonale 18 cm 1 mm et dans le 2e horizontal 18 cm 2 mm.
Q.: 1. Combien de côtés il y a?
2. Que veut dire le deuxième? Tourné pour répondre.
R.: 1. Il y a 4 côtés.
2. Le deuxième côté pareil.

Cours Moyen Deuxième Année, classe B[2]
Année: 89-90

EQUIPE A Boîte 2
Pour habiller notre boîte, il faut 4 rectangles de 4,5 cm de largeur et 7 cm de longueur et a angle droit. Vous devez aussi fabriquer 2 losange.
Instruction pour fabriquer les losanges: faire 2 croix dont le premier trait fait 7,5 cm et le deuxième trait fait 4,7 cm ensuite reliez le bout des quatre traits les uns aux autres et normalement vous devez obtenir un losange. Pour être sur que ce soit juste vérifier qu'il fait 7,5 de longueur et 4,7 de largeur.
Bonne chance!

EQUIPE a Boîte 11
Pour habiller notre boîte, il faut un morceau de 26 cm et un autre de 17 cm et 2 mm.
Il faut un morceau de 34 cm et 4 mm
Il faut 2 morceaux de 34,2. Il faut (Message barré).
un morceau dont une largeur 7 cm : 2 et la longueur 18 cm 10 mm :2
un morceau dont la largeur 7 cm : 2 et la longueur 10 cm 2 mm : 2
un morceau dont la largeur 7 cm : 2 et la longueur 27 cm 4 mm : 2
un morceau dont une largeur est 5 cm et une autre 6,5 et une longueur est 9 cm 7 mm et une autre est 13 cm
Q.: Il manque 1 morceau

EQUIPE B Boîte 4
Pour habiller notre boîte, il faut:
4 rectangles de (longueur 7 cm) sur (largeur 4 cm et 5 mm) et 2 losanges de 4 cm 5 mm (4 coté)

EQUIPE b Boîte 7
Pour habiller notre boîte, il faut un carré dont les mesure son de: 7 cm et 5 mm de côté. 4 triangles <u>en biais placé au dessus du carré</u> dont les mesure de deux côté sont de: 7 cm. et le bas de triangle 7 cm et 5 mm.
Q.: Que veux dire de côté?
R.: 4 triangles __?__ dont les ...
(regarder où c'est souligné)

EQUIPE C Boîte 10
Un triangle.
Pour habiller notre boîte, il faut
Une face mesure en horizontale il faut 5 cm 9 verticale 4 cm 2 il y a <u>3 faces</u> de la même mesure. Le dessous du triangle est: 5 cm 9 partout.

EQUIPE c Boîte 1
Pour habiller notre boîte, il faut: 2 triangles de 3 cm et 3 bandes de 16 cm et 7 mm sur 3 cm
C'est quoi comme forme?
Triangle (allonger en longueur)

[2] Le matériel de ce jeu de communication est un ensemble de polyèdres.

EQUIPE D Boîte 9
Pour habiller notre boîte, il faut une bande de 17 cm de longueur sur 5,5 cm de largeur. Tracer un trait de 6 cm de long dont l'extrémité gauche s'appelle A et l'extrémité droite s'appelle B à deux cm du point A tracer un trait vertical 1,3 cm dont l'extrémité s'appelle C.
Du point B tracer un trait vertical de 1,3 cm de hauteur qui s'appellera D. Tracer un trait de 6 cm reliant l'extrémité C à l'extrémité D. Il doit dépasser le trait D. Il s'appellera E. Relier le trait E du trait B et C au trait A.

EQUIPE d Boîte 12
Pour habiller notre boîte, il faut 4 triangles de 7 cm pour chaque coté du triangle

EQUIPE E Boîte 3
Pour habiller notre boîte, il faut
* Un rectangle de: 1 longueur de 6 cm et 1 largeur de 5 cm 5 mm.
* Un rectangle de: 1 longueur de 6 cm et 1 largeur de 5 cm 5 mm.
* Un rectangle de: 1 longueur de 5 cm 5 mm et une largeur de 2 cm 5 mm.
* Un rectangle de: 1 longueur de 5 cm 5 mm et une largeur de 2 cm 5 mm.
- Un triangle de: 1 cm 3 mm. 2 cm. 2 cm 5 mm.

EQUIPE e Boîte 5
Pour habiller notre boîte, il faut 7 cm et 5 mm de largeur et 4 cm de longueur en forme de rectangle.
Il faut trois comment on a écrit. Il faut deux triangle de 4 cm partout

Cours Moyen Deuxième Année, classe A[3]
Année: 89-90

GROUPE A Boîte 6
Pour habiller notre boîte, il faut: le carré du dessous mesure de chaque côté 7.5 cm; c'est une pyramide Les triangles de chaque côté de la pyramide mesure 7 cm.

GROUPE a Boîte 11
Pour habiller notre boîte, il faut:
1 morceau de 5 cm sur 3.5 cm
1 morceau de 6.5 cm sur 3.5 cm
1 morceau de 13.5 cm sur 3.5 cm
1 morceau de 9.5 cm sur 3.5 cm
------- ATTENTION
Trace un trait qui fait 13.5 cm ensuite trace un autre trait au dessus (entre les deux 5 cm) qui fait 9.5 cm puis rejoins les.
[FAIS en deux]

GROUPE B Boîte 10
Pour habiller notre boîte, il faut: 1 triangle de 5 cm 9 mm de tout les côte
3 triangles dont les diagonales sont de 4 cm 1 mm et dont la ligne horizontal du dessous est de 5 cm 9 m.
Q : Est-ce que le triangle de 5 cm 9 mm est de largeur ou de longueur?

GROUPE b Boîte 2
Pour habiller notre boîte, il faut.
Faite 4 rectangles de 7 cm de large, la longueur et de 4 cm 5 mm
2 carres de 4 cm de coté et puis <u>penché le à droite.</u>
Q.: Peu précis
R.. Quand vous l'aurait fait penché le à droite

GROUPE C Boîte 1
Pour habiller notre boîte, il faut
Cette forme a trois côtés rectangles a sa longueur est de 16 cm 6 mm la largeur est de 3 cm c'est pareil pour les deux autre largeur
----
coller les 3 longueur en forme de long triangle et fermer les 2 autres côtés
Q.: Vous ne nous dites pas combien font les côtés

GROUPE c Boîte 3.
Pour habiller notre boîte, il faut il a 7 cotés mais il y a deux cotés égaux à chaque fois. Il y a deux cotés penche qui font 2 cm 5 mm sur 5 cm 5 mm quand y sont penché Il y aussi deux rectangles qui font 5 cm 5 m de large et 6 cm de longueur deux qui font 4 cm / 1 cm 9 mm et aussi deux qui font 2 cm sur et tu coupes de 1 cm au bout en diagonal un 1 cm 5 mm en haut quand tu as coupé sur =
Q.: Il y des milliard de forme qui ont 7 cotes égaux penchées.

[3] Le matériel de ce jeu de communication est un ensemble de polyèdres.

GROUPE D Boîte 10
Pour habiller notre boîte, il faut:
Il a 4 faces.
Il a 2 angles droits.
Dessous c'est un triangle.
Tous les côtés du triangles font à peu près 5,9 cm.
Sur le triangle il y a 3 face du dessous sur tous les cotés du triangle monte un triangle.
sur tous les coins du triangle monte trois lignes de 4,2 cm qui se rejoigne.
Il suffit de mettre l'intérieur
Q.: On ne comprend pas sur le triangle il y a 3 faces

GROUPE d Boîte 12
Pour habiller notre boîte, il faut:
Un triangle de 4 côte la hauteur est de 6 cm la largeur est 7 cm

GROUPE E Boîte 4
Pour habiller notre boîte il faut: c'est une forme qui a 6 côté. Il y a 4 côté qui mesure 7 cm de longueur et en largeur 4 cm 5 mm.
Les deux autres côté forme 2 triangle qui mesure 4 cm 7 mm du bas et de côté il mesure 4 cm 5 mm
<u>rem:</u> Deux triangles se n'est pas très précis

GROUPE e Boîte 8
Pour habiller notre boîte, il faut: c'est une figure à 6 côtés. Le plus petit et le plus long (le dessus) ressemble à un rectangle: 9.5 cm de longueur et 3.5 cm de largeur.
Le dessous qui ressemble à rectangle: 13.5 de longueur et 3.5 largeur
Les côtés sont pareils: sa ressemblent à un rectangle avec une pointe au bout: la largeur du rectangle est de 5 cm de largeur.
pour faire la pointe il suffit de rejoindre le rectangle du bas avec celui du haut.
La pointe fait 6,5 cm largeur et 3,5 cm de longueur
L'arrière fait 5 cm largeur et 3.5 cm de longueur

Cours Moyen Première Année, classe A[1]
Année: 93-94

Equipe 1 A (Echec)
Notre figure géométrique à 3 côté. L'un mesure 17 cm et 2 mm, le deuxième 15 cm et 2 mm et le troisième mesure 9 cm 9 mm.

Equipe 1 B (Réussi)
C'est presque un triangle, avec 3 coté. Les mesure le plus grand coté mesure 12 cm, et 2 coté est de 9 cm 8 mm et le plus petit coté est de 5 cm 4 mm.

Equipe 2 A (Echec)
3 pointes: 2 traits qui font 15 cm 4, et un trait qui fait 12 cm 5 mm
Q.: Que ce que ça veut dire 15 cm 4?
R.: 4 mm
Q.: 2 traits comment?
R.: Droit penché.

Equipe 2 B
Il y a 3 coi, le plus grand trait mesure 12 cm, le moyen mesure 9 cm et 6 mm, le plus petit mesure 5 cm 5 mm.

Equipe 3 A (Réussi)
Notre figure a 3 côtés
le premier côté mesure 10 cm
le deuxième côté mesure 15 cm 5 mm
le troisième côté mesure 17 cm 2 mm
Q.: Quelle est le premier côté, deuxième côté et troisième?
[Pas de réponse, les émetteurs ne comprennent pas la question, ils affirment qu'on peut les prendre n'importe comment.]
Q.: Vous avez pu répondre à notre question (précisez gauche, droit et en bas)
R.: Le premier en bas, le deuxième à gauche et le troisième à droite. [Ils insistent: on les met n'importe comment.]

Equipe 3 B (Réussi)
Notre figure à 3 pointes et 3 coter identiques de 16 cm.

Equipe 4 A (Echec)
On vous dit « que la figure et un peu triangulaire »
10 cm et 8 mm
15 cm et 3 mm longueur
19 cm largeur
Q.: Lequel est en largeur et en longueur et que veut dire 19 cm?

[1] Le matériel de ce jeu de communication est un ensemble de triangles.

Equipe 4 B (Echec)
Il y a 3 côtés et 3 angles. Il fait 15 cm 4 mm en longueur 2 côtés et 12 cm 9 mm largeur
Q.: Que veut dire le 2 côtés
R.: des deux côtés en longueur
Q.: Impossible. Refais le message.
R.: Sur les deux côtés de longueur il y a 15 cm 4 mm et sur le côtés de largeur

Cours Moyen Deuxième Année, classe A [5]
Année: 93-94

Equipe 1
Il faut 4 pièces de J qui mesure à l'une de première diagonale est 8 cm 3 mm et la deuxième diagonale mesure 8 cm 3 mm
Il faut 2 pièces de W qui mesure à un segment A et B est 4 cm 5 mm, le segment B et C mesure 4 cm 5 mm, C et D 4 cm 5 mm et D et E mesure 4 cm 5 mm

Equipe 2
P= Long.... 6 cm, Large...: 5 cm 5 mm (il en faut deux)
G= Long...: 5 cm 5 mm, Large... 2 cm 6 mm (il en faut deux)
BB= Long...: 6 cm 1 mm, Large...: 2 cm (il en faut deux) Cette pièce est un rectangle avec deux triangle rectangle au extrémités dont les mesures sont: 2 cm et 1 cm 6 mm pour l'angle droit et 2 cm 6 mm pour le reste

Equipe 3
- La longueur mesure 7 cm (Il en faut 2)
- La longueur mesure 4 cm 5 (Il en faut 2)
-C'est un losange les quatre côtes mesure 4 cm 5 (Il en faut 2) La diagonale mesure 7 cm 5. L'autre diagonale mesure 4 cm 5.

Equipe 4
Il y a une pièce qui fait 9.5 cm de long et 3.5 cm de large. une autre qui fait 13,5 cm de long et 3,5 de large. une autre qui fait 5 cm de long et 3.5 cm de large. une autre qui fait 6.5 cm de long et 3,5 cm de large.
Cette forme est formé de quatre côtés dans cette forme il y a une diagonale qui fait 10.7 cm. Le premier fait 9,5 cm, le deuxième fait 13.5 cm. le troisième fait 5 cm et le dernier fait 6.5 cm

Equipe 5
largeur: 5 cm 5
X 2
longueur: 6 cm

largeur: 6 cm 1
longueur 2 cm 5
en passant par le milieu longueur: 7 cm 9
X 2
largeur: 5 cm

Rectangle: longueur: 5 cm 4
X 2
largeur: 2 cm 5

[5] Le matériel de ce jeu de communication est un ensemble de polyèdres

Equipe 6

largeur → 4,6 cm	longueur 8,5 cm	rectangle D
largeur → 4,6 cm	longueur 8,5 cm	rectangle D
largeur → 4,2 cm	longueur 8,5 cm	rectangle AA
1er côté 4,1 cm	2ème côté 4,7 cm	3ème côté 4.7 cm triangle H
1er côté 4,1 cm	2ème côté 4.7 cm	3ème côté 4,7 cm triangle H

Equipe 7
4 angle droit, longueur 5 cm x 2, auteur 3,5 cm x 2
2 X 2 angle droit, longueur 9,5 cm et 13,5 cm, auteur 5 cm, diagonale 6,2 cm
4 angle droit, longueur 9.5 cm x 2, largeur 3,5 cm
4 angle droit, longueur 13,5 cm x 2, largeur 3.5 cm x 2
4 angle droit, longueur 6.5 cm x 2. largeur 3,5 cm x 2

Equipe 8
- Un triangle qui mesure 5,7 ½ cm les trois cotés.
- Trois triangle qui mesurent 4.3 cm les deux côtés et 5.7 cm l'autre côtés. Il y en a trois comme celui là.

Equipe 9
côté 5.8 cm, petit côté 4.3 cm deux fois. le tout trois fois ← triangle isocèle
grand les 3 côté font 5.8 cm le tout 1 fois ← triangle équilatéral

Equipe 10
C'est 4 triangles dont les trois côtés mesurent 7 cm.

Equipe 11
Il faut 4 pièces qui mesure 7 cm 4 mm et un carré qui mesure 7 cm 4 mm pour reproduire une pyramide.

Equipe 12
Y. 7 cm
CC x 2: 7 cm (les deux côtés) en bas 9 cm et 8 mm
S x 2: en bas 6 cm et 9 mm. Un des côté fait 9 cm et 9 mm et l'autre côté 16 cm et 1 mm

Equipe 13
Une figure carrée qui mesure 7 cm de côté.
Une figure triangulaire. le grand fait 9 cm 9 mm les 2 petits côtés font 7 cm.
Une autre figure triangulaire un seul côté mesure 12 cm 2 mm. Un moyen côté mesure 10 cm passé mais pas 1 mm: c'est entre les 2. Le petit côté de cette même figure mesure 7 cm.

Annexe III

LE JEU DE LA COMMUNICATION

Sommaire

III.1 Fiche didactique

I. Communication de figures

Première séance

1.1. Matériel

- Des figures géométriques découpées dans du canson fort (avec une face colorée) dont la taille est précisée entre parenthèses: un triangle équilatéral (15,8 cm), un triangle rectangle (18,8 cm, 15,4 cm et 10,7 cm), un triangle obtus (9 cm, 19 cm et 15,6 cm), un triangle aigu (16,8 cm, 13,2 cm et 13,6 cm), un triangle isocèle (12,5 cm de base et 15,6 cm), un disque (8,5 cm de rayon), un carré (18,2 cm), un rectangle (19,5 cm et 11,6 cm), et un losange (diagonales: 17 cm et 32 cm).
- Les élèves ont à leur disposition par groupe, un double décimètre, une paire de ciseaux, du papier canson. Et en plus des compas et des équerres faites par pliage d'une feuille de papier.

1.2. Objectifs de la leçon

- Créer les conditions pour confronter dans des différentes domaines -la formulation, la communication, la construction- les connaissances des élèves sur quelques figures de la géométrie élémentaire
- Rendre explicite le vocabulaire utilisé dans la description de ces figures.
- Mettre en oeuvre des techniques de construction de figures

1.3. Description de l'activité

1.3.1. Organisation de la classe

Les élèves sont divisés en 7 équipes: A, B, C, D, E, F, G. Chaque équipe comprend deux groupes: 1 et 2, tour à tour (ou à la fois) émetteur et récepteur. Les deux groupes de chaque équipe sont séparés.

1.3. 2. Consigne

"Nous allons faire un jeu de communication. Les émetteurs seront séparés des récepteurs par le rideau.
Les émetteurs auront une figure géométrique en carton. Ils devront transmettre aux récepteurs un message écrit, sans dessin, qui devra leur permettre de refaire une figure superposable à la leur.
L'équipe gagne lorsque les récepteurs ont réalisé, à partir du message, une figure superposable à celle des émetteurs. Elle peut alors rejouer avec une nouvelle figure.
Pour gagner du temps, vous serez tous émetteurs au début et ensuite tous récepteurs."

1.3.3. Déroulement

Chaque groupe a une figure. Les émetteurs rédigent les messages.
Dès que les messages sont terminés, l'enseignant (facteur) les apporte aux groupes récepteurs correspondants. Les récepteurs réalisent la figure. Dès que la figure est réalisée, ils la vérifient avec les émetteurs, par superposition, sous le regard de l'enseignant.
L'enseignant indique sur chaque message envoyé "R" (pour réussite) ou "E" (pour échec) et donne une figure supplémentaire aux groupes.
Dans une phase de synthèse collective, les élèves et le maître vérifient ensemble, les réussites et les échecs. On note les équipes, ainsi que les figures réussies et celles qui posent problèmes.

1.4. Remarques

(i) Le maître essaiera de ne pas formuler un critère sur la précision exigée lors de la superposition de figures. Son intervention aura lieu seulement dans le cas de désaccord entre les élèves.

(ii) La distribution de figures doit se faire en prenant en compte les capacités des élèves. On prévoit beaucoup de difficultés pour le losange -et le cas échéant, un parallélogramme quelconque ou un trapèze. Si chaque groupe travaille sur plus d'une figure, il serait convenable de ne pas donner deux figures du même type au même groupe.

(iii) Bien que le maître puisse retourner le message aux émetteurs quand les récepteurs ont besoin des renseignements supplémentaires, il ne doit pas le dire explicitement dans la consigne. Il ne faut pas que la communication devienne une activité pour donner du travail au facteur.
Par contre, si le maître s'aperçoit qu'une équipe reste bloquée à cause des ambiguïtés dans le vocabulaire ou des manques de précisions, il peut suggérer de poser des questions.

(iv) Si tous les élèves sont des émetteurs en même temps, l'enseignant doit être très attentif à ce qui se passe dans chaque groupe, en particulier au moment de retourner les messages -en raison des incertitudes- pour éviter la superposition des tâches. Il peut être compliqué pour une équipe d'assumer au même moment son rôle d'émetteur et de récepteur

(v) Lorsque l'enseignant montre aux élèves une figure, il doit éviter de "figer" sa position dans l'espace (par exemple le losange avec la grande diagonale verticale) pour ne pas renforcer les conceptions préalables des enfants

III.2 Résultats des élèves

Voici les formulations des émetteurs pendant le jeu de la communication. Entre parenthèse figure le nom des enfants, et en italique la figure matérielle décrite et le résultat à la tâche de reproduction de cette figure.

Groupe A1 (SEP. MRM. VAM)
Première jeu [Réussi] Triangle équilateral
C'est un triangle il mesure 15 cm 8 mm de tous les côtés.
Q.: Le trait d'en bas fait 15.8 le trait de droite 15.8 mais le trait de gauche fait 13 cm
R.. Vous. vous êtes trompez.

Groupe A2 (ELE. HAS)
Première jeu [Réussi]
C'est un rond qui fait 17 cm en long et en largueur.

Deuxième jeu. [Non réussi]
C'est un rectangle les petits cotés mesurent 11 cm 7 mm et les grands mesurent 19 cm 5 mm.

Groupe B1 (GAE. ACL)
Première jeu. [Non réussi] Triangle rectangle
Prends une équerre. Côté 15 cm 4 mm et 10 cm 8 mm.
En bas 18 cm 8 cm
Q.: Etre plus précis sur la forme de votre figure (le nom). Etre plus précis sur le nom de la figure.
R.: C'est une equerre.

Deuxième jeu. [Non réussi]
C'est un carré. Le haut et le bas font 18 cm 2 mm. les cotés font 18 cm 2 mm

Groupe B2 (ARC. CAB)
[Non réussi]
Prends une equerre pour tracer 19 cm et 4 mm sur le grand côté et pour le petit côté 11 cm 7 mm
Q.: Combien fait le bas?
R.: Le bas mesure 19 cm 4 mm
Q.: Etes-vous sûrs de vos nombres? Vous-êtes sûrs de la mesure du bas?
R.: Nous sommes sûrs de nos mesures.
Q.:Vous avez fini?
R.: Nous. on a fini.

Deuxième jeu.[Non réussi]
La forme est ronde. Prenez un compas.
Régles-le à 8 cm et 5 mm.

Groupe C1 (DUP. AUT)
Première jeu [Réussi] Triangle isocèle
Faites un triangle avec deux côtés de 15 cm et 6 mm
Puis un côté de 12 cm et 5 mm

Deuxième jeu. [Réussi] Triangle obtus.
Si ça ne vous embêtes pas faites un triangle avec un côté mesurant 15 cm et 7 mm,
puis un côté mesurant 19 cm et 2 mm
et enfin un côté mesurent 9 cm

Groupe C2 (GOS, LOS, GNJ)
Première jeu [Réussi]
C'est un carré.
Les quatre côtés mesurent: 18 cm et 2 mm.

Deuxième jeu.[Réussi]
C'est un rectangle.
Les deux côtés les plus grands mesurent: 19 cm et 5 mm
Les deux côtés les plus petits mesurent: 11 cm et 6 mm

Groupe D1 (BNG, DIM) *[Non réussi]*
- C'est un losange (4 cotés)
- Mettre votre feuille a la verticale puis faire en haut a 3 cm 8 mm du bord un point, à gauche en faire un 6 cm 5 mm du bord, en bas en faire un 4 cm 2 mm du bord. à droite en faire un à 6 cm 9 mm du bord. Ensuite relies-les dans l'ordre donné pour les dessiner

Q.: De quelle côté faut-il faire le point?
R.: Lequel?
Q.: Le premier
R.: Vous pouvez le savoir par les autre mesures
Q.: Ecrivez-le nous!!!

Groupe D2. (LHM. MAB) *Triangle quelconque.*
A l'horizontale la mesure est de: 19 cm et 2 mm.
La verticale est un peu en biais et la mesure est de 9 cm.
En le mettant à l'envers ce coté devient l'horizontale il mesure: 15 cm et 7 mm.
Q.: Votre verticale est-elle vers la droite ou la gauche?
R.: La verticale est à droite
Q.: Expliquez autrement la dernière partie.
R.: Le côté du haut deviendrat le côté du bas et le côté du bas deviendrat le côté du haut il mesure: 15 cm et 7 mm
Q.: Expliquez autrement la deuxième partie.

Groupe E1 (WAC. OLM) *[Non faite]*
Losange (4 côtés). La même mesure des 4 côtés: 18 cm et 2 mm
En largeur 17 cm (de gauche à droite)
En longueur (de bas en haut) 32 cm 2 mm
Q.: Qu'est ce que c'est qu'un losange. un rectangle ou un carré?
R.: Ni l'un ni l'autre.
Q.: Alors qu'est que c'est?
R.: Vous faites un trait verticale et un trait horizontale qui se croisent (une croix) et vous reliez avec des traits de 18 cm 2 mm
Q.: Ca ne peut pas être la même mesure des 4 côtés puisque les mesures sont différentes.
R.: Vous faites un trait verticale de 32 cm 2 mm. Un trait horizontale de 17 cm. Ensuite vous reliez normalement avec des traits de 18 cm 2 mm.

Groupe E2 (HAC. ROL) *Triangle rectangle [Réussi]*
C'est un triangle. Son plus grand côté mesure 18 cm 8 mm. Son plus petit côté mesure 10 cm 8 mm et le dernier côté mesure 15 cm 4 mm
Q : Si le plus grand côté est en bas le plus petit est à droite ou à gauche?
R : Ca dépand de quel côté on le met.

Q.: Comment ça "le" le plus petit ou le plus grand?
R.: Bien, beh, la figure
Q.: On a trouvé pour le triangle

Groupe F1 (RAA, KHA)
Première jeu. [Réussi]
C'est un rectangle.
En largeur ça fait 11 cm 7 mm
En longueur ça fait 19 cm 4 mm

Deuxième jeu. [Non réussi] Triangle équilateral
C'est un triangle pas comme une équerre, normale. Tous les côtés font 15,8 mm
Q : On ne comprend pas.
R.: Un côté

Groupe F2 (FOJ, JOC)
Première jeu.[Réussi]
Cet un rond. En largeur, il fait 16,9
En longueur, il fait 17
Q.: On ne comprend pas. Il faudrait nous dire de combien on écarte le compas.
R.: On l'écarte de 8.4

Deuxième jeu.
C'est un carré. Llargeur mesure 18,2 mm. longueur mesure 18.2 mm
Q.: Impossible un carré a les mêmes mesures en largeur et en longueur
R.: Si c'est possible. vous n'avez qu'a comprendre.
Q.: Impossible sinon n'est pas un carré.
R.: Je le sais mais c'est un carré.

III. 3. Transcription de la séance du 12.03.90.

<u>Classe:</u> CM 1 <u>Date:</u> 12/03/90
<u>Enseignante:</u> Monique Comet
<u>Séance:</u> Le jeu de la communication de figures
<u>Observateurs:</u> Fabienne Giraud, Pierre Raymond, Dilma Fregona
<u>Remarques:</u> Le nom des élèves est donné selon un code à l'Ecole Michelet. "M" c'est le maître. Les nombres entre crochets servent de repère sur la bande vidéo. (Cassette n° 128, COREM) "E." ou "Es." représentent un élève ou un groupe d'élèves, respectivement, non identifié (s).

Corpus	Contextes

[0] M.: Je vais vous donner des figures géométriques en carton... je vais donner une figure géométrique au groupe des émetteurs et ce groupe va devoir envoyer un message sur une feuille que je vous donnerai... il va devoir envoyer un message où il mettra tous les renseignements qu'ils pensent nécessaires pour que les récepteurs -ceux qui vont recevoir le message- puissent reproduire la même figure qu'ils ont sous les yeux. Bien entendu, les récepteurs ne voient pas la figure... c'est pour cette raison que vous avez le rideau qui va éviter de voir ce que les autres ont dans les mains... Vous comprenez?
Es.: Non...
[50] M.: Non? Aujourd'hui, ce qui est un tout petit peu particulier c'est que tout le monde au début va être émetteur... Voilà, je vous explique... par exemple Thomas ainsi que Pierre ils sont avec ce groupe là, donc ils sont de la même équipe, ils jouent ensemble... et bien au début je vais donner une figure à ce groupe mais je vais en donner une aussi à ce groupe là, ce qui fait qu'ensemble ils vont être en train d'écrire d'abord les messages le plus précis possible... avec tous les renseignements qu'il faut, il faut gagner, c'est-à-dire arriver à ce que les récepteurs fassent bien la même figure... Alors au début ils le feront en même temps, moi je serai alors le facteur et Fabienne aussi, peut-être elle nous aidera, nous serons des facteurs... et quand vous aurez fini d'écrire les messages, up! Vous appelez ou vous levez le doigt, on vient prendre le message, on le porte à ceux qui deviendront les récepteurs... après vous êtes alors les récepteurs des messages... ça se croisent...Voyez-vous comment ça va se passer?
Es.: Oui...
M.: Et alors, après, qu'est-ce que vous ferez?
E.: Après on va découper la forme...
M.: Après on va dessiner cette figure et la découper, vous aurez des ciseaux et là, on vous donnera une feuille de carton comme ça pour découper la figure... et après bien sûr il va falloir vérifier si on a réussi. Comment est-ce qu'on vérifiera après?

[125] DIM: (...) on met l'une sur l'autre et après on va voir
M.. Voilà, ça s'appelle « superposer »... Après celle qu'il fallait faire et celle qu'on aura faite on les superposera et si elles se superposent...
E.: Parfaitement...
M.: Parfaitement, tu as raison, alors on dira: "C'est réussi", "C'est juste", et on aura en quelque sorte gagné. Alors, bien entendu, on a intérêt à faire gagner son équipe, a faire le plus de figures réussies
[154] AUT: Est-ce qu'on a le droit de mettre le nom de cette figure?
M : J'ai interdit quelque chose?
AUT: Non.
M.: Rien, rien... vous mettez tous les renseignements qui vont permettre de gagner bien entendu...
E.. (...) le plus possible...
[169] M.: Le plus possible, on verra. Vous verrez, ça va? C'est clair? Tout le monde a bien compris?

Les élèvets ne posent pas de questions.

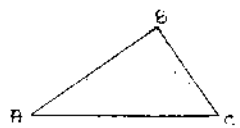
Alors maintenant, on va baisser le rideau... Ah! J'ai oublié de vous dire, on a mis à votre disposition sur cette table là du matériel. des compas, des équerres, des crayons, des doubles décimètres... Si vous avez besoin de ce matériel là, vous
venez, vous en prenez... si vous n'avez pas besoin vous le laissez... Alors on va commencer le jeu et en premier je vais vous demander à chaque groupe d'écrire, sur la feuille qui est prévue pour le message, votre groupe, c'est-à-dire la lettre A1 ou A2... et vous ajouterez vos deux noms. D'accord?
Allez..

L'enseignant
commence à distribuer les figures.

[371] M.: Tout le monde a sa figure?

La caméra est en face de ROL et HAC.
ils doivent écrire un message sur un triangle.
Ils le font tourner et finalement ROL le laisse dans la position indiqué par la fig. 1.
HAC sans trop le déplacer mesure le côté (AB) avec l'équerre
mais elle ne dit pas la valeur. Nous ajoutons maintenant une dénomination des sommets
pour faciliter les commentaires.

Fig 1



HAC et ROL superposent une équerre sur leur triangle en faisant
coïncider les angles droits.

HAC. C'est trop petit!
[405] M · Attendez! Une chose très important... il y a une chose interdite! Il est interdit de dessiner   on ne peut pas faire de dessins...

On entend quelques chuchotements des enfants,
mais ils ne contestent pas l'interdiction.

Je vois un groupe qui est en train de dessiner... Ah, non! Dans ce cas, bien sûr .. on n'a qu'à donner la figure carrément... Et voilà une dernière chose. quand vous allez envoyer les messages, ce qui vont le recevoir ont le droit de poser de questions s'ils n'ont pas compris, le facteur porte les questions etc...c'est tout. maintenant, allez-y!

HAC prend le compas et l'écarte sur le côté ab.
ROL prend la figure et mesure avec la règle (AB).

HAC. C'est un triangle...
ROL Oui, ça je l'ai déjà marqué... Ça fait 15 et 5...
Je vais écrire: son grand côté...

Il soutient le triangle dans l'air
et il le met dans une autre position pour mesurer (BC).

HAC· Oui mais il y a celui-là et celui-là.

HAC passe le doigt sur (AB) et (AC).

ROL· Je vais écrire: son plus grand côté mesure...
[454] HAC: Non, les triangles on les met comme ça.

HAC met le carton
sur la table dans la position de la Fig. 1

ROL: Non n'importe comment, mais on va dire: son plus grand côté...

ROL reprend la figure,
l'appui sur la table et mesure (AC).

Son plus grand côté mesure 18 8.. 19...Normalement. 18 8, tu es d'accord?
Regarde!

HAC s'approche sur la règle

C'est ça?
Son plus grand côté mesure...

ROL écrit et lit au même temps à haut voix.

HAC 18... 5!
ROL. 18 . 8!

ROL lui donne la règle et le triangle.

HAC C'est 9, regarde!
[507] ROL: Tu le mets bien à zéro ton truc... et bien, ça fait 18 8

HAC mesure avec soin.

ROL· Son côté moyen...

ROL écrit le message, elle met la règle sur (AB).
HAC appui la règle sur le petit côté,
pour mieux s'approcher du côté à mesurer elle fait tourner la figure.

HAC. Son plus petit côté mesure... 10 8, tu es d'accord?

[550] *ROL se rapproche,*
il ne voit pas bien et il essaie de prendre la figure mais HAC ne la laisse pas bouger.

ROL. Son plus petit côté mesure 10... 8, 10 cm 8 mm.
HAC Et son moyen côté mesure...
ROL Et le dernier mesure...

HAC tourne la figure, et mesure (BC).

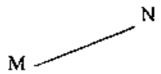
HAC 15... 5 Non, 15... et beh! ... 4!
ROL Oui mais attend, laisse-moi vérifier! 15 4, ça va!
[590] M.: Les messages, ça va?
[615] ROL et HAC: Oui, ça y est!

Voici le message:
C'est un triangle. Son plus grand côté mesure 18 cm 8 mm.
Son plus petit côté mesure 10 cm 8 mm et le dernier côté mesure 15 cm 4 mm.

L'enseignant prend le message et va jusqu'aux récepteurs: OLM et WAC. Elles, en tant qu'émetteurs ont un losange.
La caméra a suivi le message.
Les récepteurs n'ont pas encore fini avec leur rôle des émetteurs mais quand même elles commencent à lire le message reçu.
Elles rigolent avec le fait d'avoir un micro sur leur table.

[640] OLM. Mais arrête! Alors comment on fait? Parce que ça ne va pas là... parce que regarde... par exemple le plus grand côté mesure 18 cm 8 mm, alors disons c'est ça.

Elle fait un trait à main levé.
Encore une fois ce nous qui dénotons.



C'est le plus grand côté, et son deuxième, non... son plus petit côté... mais il est là ou là?

Elle fait un geste pour montrer si c'est penché à partir de (N) ou horizontale à partir de (M).

WAC Là..

A partir de(N).

[670] OLM: Mais comment tu le sais?

WAC rit.

Là on ne peut pas; ça ne va pas, on ne peut pas le savoir...

OLM efface le trait.

WAC. On le dit à Monique.
OLM: Attends! On va vérifier! Alors on tire un trait et on met une question. Quel côté est à côté de...? Non, ça ne va pas, comment on dit?
[713] Alors, qu'est-ce qu'on met comme question? Le grand côté, est-il entre les deux autres côtés?

OLM hésite beaucoup sur la formulation.

OLM. Ou... Ah! Si le grand côté est en bas, le plus petit côté se trouve à droite ou à gauche?
WAC: Oui!
OLM: Alors...

OLM prend la feuille des messages elle tire un trait avec la règle tout au large de la feuille. Elle commence à écrire et répète à haute voix. Face une question de l'enseignant elles reprennent leur rôle d'émetteurs, donc elles reviennent sur le message du losange.

Donc, en largeur... 17 cm
WAC. Mais il fait 18 cm 2 mm!
OLM: Non!
WAC Ah, non
[781] OLM: Tiens! Mesure la longueur... comme ça!

Elle lui donne le losange et la règle, elle montre avec la main la grande diagonale

Pendant que WAC mesure, OLM rédige la question sur le triangle. La feuille de messages montre:
C'est un triangle. Son plus grand côté mesure 18 cm 8 mm. Son plus petit côté mesure 10 cm 8 mm et le dernier côté mesure 15 cm 4 mm.
Q.: ***Si le plus grand côté est en bas le plus petit est à droite ou à gauche?***

Dès qu'elle a fini le message, elle prend le losange et le double décimètre et elle aussi essaie de mesurer la grande diagonale. le problème est que cet écart entre les sommets opposés dépasse les 20 cm. OLM met le bord de la règle sur un sommet et elle cherche aligner le double décimètre avec le sommet opposé (B). Avec soin, elle fait un trait sur les 20 cm, et après avec sa règle, elle rejoignit ce trait à (B) et mesure: ça fait 12 cm 2 mm.

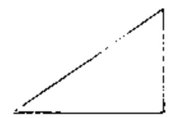
WAC: Bon, ça fait 32 cm 2 mm.
OLM: Oui.. 32 cm 2 mm. En longueur...
WAC: Encore?
OLM: Non, en longueur cette fois... en longueur, du bas en haut... 32 cm 2 mm.
WAC.: Ah, bon?
OLM: Et oui, ça faisait 12 2...
WAC: Ah, oui!

[846] *Elles lèvent ses doigts pour appeler le maître, qui doit porter les deux messages. Celui du losange est:*
Losange (4 côtés), la même mesure des 4 côtés: 18 cm et 2 mm. En largeur 17 cm (de gauche à droite). En longueur (de bas en haut) 32 cm 2 mm.

Le maître prend les messages et part vers ROL et HAC. La caméra revient à eux.

[910] ROL: Si le plus grand côté est en bas, le plus petit est à droite ou à gauche?
M.: Et qu'est-ce que tu as fait avec la figure pour voir?
ROL: Mais ça dépend parce que... le plus grand côté, il y est en bas là et le plus petit il y est là...

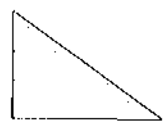
Fig. 3



Mais seulement si l'on le retourne... le plus grand côté est en bas et le plus petit est ici...

Il retourne le triangle selon une symétrie d'axe presque parallèle au petit côté de la figure 3.

Fig. 4



M. Alors, qu'est-ce que tu peux répondre à cette question?

ROL hausse les épaules.
[932] *HAC prend la figure dans la position de Fig. 4.*

HAC: Il faut qu'elles le tiennent comme ça!
ROL: Oui, le plus petit là est à gauche et le plus grand il y est en bas, et puis tu le tournes comme ça et là le plus petit il y est à droite

ROL prend la figure dans la même position.

HAC: On peut dire: prend le compas et regarde lequel est le plus grand.
ROL: Mais non, elles ne savent pas s'il est comme ça...
HAC: Mais elles ne savent pas comment c'est un triangle? Tu vois, par exemple, tu leur dit
ROL. Tu leur dit... mais ça dépend de comment elles l'orientent.

HAC prend la feuille des messages et commence à écrire, elle pose une question à propos de l'orthographe.

ROL: Attends! Laisse moi écrire, j'écris mieux... "Ça dépend", pas "là dépend"

HAC lui passe la feuille, ROL efface tout et recommence l'écriture.

[990] ROL Tout dépend de quel côté on le met, parce que là... ça c'est la partie lisse.

Il montre la surface colorée du triangle, après il retourne la figure.

Et là c'est la partie.
HAC: Carton
ROL: Attends, comment on va dire ça? Ca dépend...
HAC Avec la couleur: on peut dire la partie de couleur bleue...
[1005] ROL: Oh! Elles pourront le mettre comme ça, ou comme ça ou comme elles le veulent!

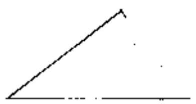


Fig 5

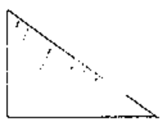


Fig. 6

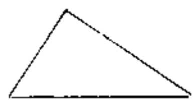


Fig. 7

Mais regarde, même si elles le découpent comme ça...

ROL montre avec le doigt le périmètre.

Après ils pourront le mettre comme ça...

ROL tourne la figure selon une symétrie axial.

M.: Il faut que tu leur dises ça.
ROL. Mais ça dépend de comment elles l'orientent, si tu le fais comme ça et après tu tournes ta feuille elle est comme ça..

Cette fois,il change la position à travers une rotation de la feuille.

M.. Et bien, répond ça

Il essaie d'écrire, il s'arrête et répète à l'enseignant l'explication des changements dus à la position. HAC prend son rôle de récepteur et lit, à voix baisse, le message reçu.

[1055] ROL Bien, voilà.

Voici le message qu'il exhibe

C'est un triangle. Son plus grand côté mesure 18 cm 8 mm. Son plus petit côté mesure 10 cm 8 mm et le dernier côté mesure 15 cm 4 mm. Q.: Si le plus grand côté est en bas le plus petit est à droite ou à gauche? R.: Ça dépend de quel côté on le met.

Il appelle le maître, et prend aussi sa place de récepteur.

Voyons. losange? Losange, c'est quoi? C'est un rectangle ou un carré?
HAC Mais, pose-leur la question! Qu'est-ce qu'un losange?
ROL: Losange... qu'est-ce que c'est une losange?
HAC Un losange.

L'enseignant arrive pour faire le facteur.

[1072] ROL: "Losange", c'est féminin ou masculin?
M.: Un losange.
ROL. Alors, qu'est-ce que c'est un losange?

Le message à propos du triangle et la caméra sont chez WA. et OLM. Elles cherchent un crayon, elles semblent avoir des stylos mais un seul crayon pour tous les deux.

[1105] OLM: Voyons: ça dépend de quel côté on le met.
Alors, comment ça? Il dépend de quel côté on le met...
Supposons ça, 18 8...

Sur la feuille du message elle commence à dessiner. Elle mesure avec la règle et elle marque deux points, (A) et (B) de gauche à droite, pas le segment.

Là regarde, il y a 18 8 en bas.

OLM lit la question déjà posée, elle réfléchit.

Alors là, ça dépend de quel côté on le met...

WAC regarde tour à tour le message et le visage de sa copine

Si l'on met 10 8 là, et oui... Mais, où est-ce que c'est?

OLM met le zéro de sa règle sur le point (A) et la fait pivoter autour de (A).

M.: Ils vous posent une question, vous voyez.... vous pouvez peut-être répondre rapidement à ça...
WAC: Qu'est-ce que c'est un losange, un rectangle ou un carré?
[1143] OLM: Aucun des deux!
WAC: Attention! Je marque quoi?

WAC prend la feuille et le crayon. OLM revient sur le triangle.

OLM: Attends! D'abord on fini ça... 10 8 ..
WAC: Bon, je mets: ni un carré ni un rectangle
OLM: Mais attends! Arrête!

OLM prend le crayon, pose le zéro de la règle sur le point (A), fait une rotation de la règle, mesure et après marque un point (C)

Alors, 10. 10 8, c'est ça! Et là il nous reste, 15 4.

WAC a dit aussi la valeur du troisième côté, cette valeur faisait partie des renseignements et elles croient forcément le trouver dans la mesure de (BC)

WAC: Ah, non!
OLM: Oh là, là! Alors.

WAC a un air de déception

OLM pivote la règle autour de (B), elle semble regarder où tomberait un point à 15 cm 4 mm. Après elle efface les trois points marqués.

WAC: Bon, moi je mets: ni l'un ni l'autre.
OLM: Attends! Non, pas encore, pas encore. Après.
WAC: Mais, c'est moi qui va l'écrire.
OLM: Oui, mais pas encore... Après... Alors là...
WAC: Mais tu peux écrire là.

Elle lui montre le carton.

OLM: Ah! Oui, passe-moi... Non, ça c'est pour découper et après superposer...
WAC: Mais tu peux tourner la feuille, comme ça il y aura plus de place.

OLM tourne la feuille et marque deux points presque sur le bord supérieur de la feuille, écartés de 18 cm 8 mm

WAC: Après 10 et 5, non?
OLM: Non, 10 8 et 15 et 4. . 15 4 disons!

Ceci veut dire qu'elle commencera la construction par ce côté placé à partir de (B). OLM fait une rotation de la feuille de façon à obtenir les deux points en bas. Elle fait coïncider le zéro de sa règle avec (B) et fait bouger la règle autour de ce point là. Quand la règle atteint un certain angle avec la droite (AB), OLM ne la touche plus.

WAC.: Oui ..

WAC semble être d'accord avec cette inclinaison.

OLM: 15 et 4...

OLM marque un point, disons (C).

Ca fait ça, mais ça ne fait pas 10 et 8, là il ne reste pas 10 8.

Ce sont des anticipations qu'elle fait sur la mesure de (AC), ensuite elle mesure l'écart entre les deux points.

Beh! Il nous reste 13 là..

A partir de (B) elle mesure 10,8 cm, elle marque un point.

C'est là.

Elle mesure la distance de ce point à (A).

Ah! Ca y est! On arrive! On est à un centimètre près!

Elle marque un point et mesure soigneusement la distance à (B).

Ça y est!

Elle commence à effacer le nuage de points et finalement elle fonce un point: le troisième sommet du triangle

Regarde! Là.

WAC ne montre pas un grand intérêt. OLM prend le message du losange, elle devient émetteur.

OLM: Alors...
WAC: Là je met "ni l'un ni l'autre"
[1240] OLM: Qu'est-ce que c'est un losange un rectangle ou un carré? Comment leur expliquer?
WAC. Ni l'un ni l'autre
OLM: Et oui, ni l'un ni l'autre . Mais après il faut leur expliquer comment, ils ne vont pas comprendre après . Alors, ni l'un ni l'autre. . Tiens tu veux écrire "ni l'un ni l'autre".

WAC commence à écrire

"Un", comment tu écris ça?

WAC se couvre la bouche avec la main.

OLM prend la feuille et le crayon, elle corrige et fini le message.

Ni l'un ni l'autre, c'est .
[1275] WAC: C'est comme une forme de ..

Elle fait un geste avec sa main, ensuite elle prend le losange entre les mains et le fait tourner.

OLM. Comment dire?
WAC: Ça ressemble à quoi?
OLM: Je ne sais pas... Oh! Comment peut-on leur expliquer ça?
WAC: Oui, mais ça ressemble à quoi? A une boule? *Elles rient.*
OLM: Non, tu es folle? S'ils ne savent pas qu'est-ce que c'est, comment on va pouvoir leur expliquer?
[1315] WAC: Bon, on envoie ça et puis après ils nous poseront des autres questions.
OLM: Attends! Je ne sais pas moi, c'est un... Alors..
WAC: Envoie ça, et après...
[1335] OLM: Faites une croix... Non..
WAC. Bon, alors on envoie ça... On l'envoie?

WAC lève le doigt pour appeler le facteur

OLM: Oui, on est obligée! C'est une réponse. Je ne sais pas moi, parce qu'ils ne savent pas qu'est-ce que c'est un losange...

OLM reprend la place de récepteur.

OLM: Ca dépend de quel côté... et alors, comment on fait?

La caméra suit le message du losange, donc elle revient à ROL et HAC en tant que récepteurs.

[1380] ROL: On a posé la question, "Qu'est-ce que c'est un losange: un rectangle ou un carré?"
HAC: Ni l'un ni l'autre, nous ont répondu.
ROL: Ça se ressemble à plus de deux.
HAC: On va marquer qu'est-ce que c'est?

HAC commence à écrire la question

ROL: Quelle forme ça a? Ils n'ont pas fait un dessin, ils n'ont pas répondu à la question.

HAC lève le doigt.

Attends! Montre d'abord ça!

ROL lit le message à haute voix.

Comment ça? "Il a la même mesure des quatre côtés..." Beh! Hein! Quand tu écris: "Qu'est-ce que c'est", un point d'interrogation, non?
HAC Ah, oui! Message encore ..

Ils donnent le message à Fabienne, la caméra va sur WAC et OLM.

[1475] WAC. Qu'est-ce que c'est?

Elles se couvrent la bouche avec la main

On va leur mettre... on va leur répondre ce qu'est-ce, à quoi ça ressemble
OLM: Alors, c'est un. Vous faites une croix, comment ils peuvent faire?
Oh, là, là! C'est une croix et... c'est simple

Elle fait une croix dans l'air.

Non, ce n'est pas ça. Faites une croix et puis reliez .

Elle fait le geste avec la main

OLM Ça va faire un losange, mais reliez avec des traits, avec...
WAC: On n'a pas le droit de faire de dessins...
OLM: Mais si, justement... relie avec des traits de 18 cm 2 mm, eh? Alors, on écrit ça?
WAC: Oui, vas-y!
OLM: Faites une croix... Non, pas une croix... Faites une...
WAC: Une croix!
OLM: Mais non, un croix ça fait... Non, ce n'est pas une croix.
WAC: Vous faites un trait comme ça, et après un autre...

WAC rejoint, sur le losange modèle, avec la main les sommets qui déterminent la grande diagonale.
Ensuite, elle fait le même mouvement pour la petite diagonale.

OLM: Alors, vous faites un trait vertical et un trait horizontal...
[1545] WAC: Un trait comme ça... Et après comme ça, et après on relie et ça fait un losange, eh?

Elle revient sur le modèle avec des trajectoires identiques à sa précédente intervention.

OLM: Un trait vertical et un autre horizontal que se croissent... qui forment une croix.
WAC: Et après tu les mets..
OLM: Une croix.
WAC: Et après vous reliez les traits...
OLM: Vous reliez les traits ..

OLM répète la phrase mais sans oser l'écrire.

WAC: Tu les mets, vous reliez les traits!
[1585] OLM: Mais non, parce que regarde... Ils peuvent relier comme ça...

Pour montrer l'ambiguïté de l'expression, elle fait un dessin où le processus décrit ne permet pas d'obtenir un losange

Je ne sais pas moi... Bon, on va mettre: "Reliez les traits". On est obligée...
WAC: Tiens, je le marque.
OLM: Attends!

Et c'est elle qui fini le message.
WAC lève le doigt. Le message, jusqu'à ce moment là, est:
Losange (4 côtés), la même mesure des 4 côté: 18 cm et 2 mm. En largeur 17 cm (de gauche à droite). En longueur (de bas en haut) 32 cm 2 mm
Q.: Qu'est ce que c'est qu'un losange, un rectangle ou un carré?
R.: ni l'un ni l'autre.
Q.: Alors qu'est que c'est?
R.: Vous faites un trait verticale et un trait horizontal qui se croisent (une croix) et vous reliez avec des traits de 18 cm 2 mm

OLM: Je ne sais pas si c'est clair, mais ils pourront faire quelque chose.

Elle reprend son rôle de récepteur, c'est-à-dire le travail sur le triangle.

M.: Vous avez fini?
[1630] OLM. Non ..

Avec l'air de dire: désolé, non. Après elle parle à WAC.
(Position de récepteur)

Mais ce n'est pas grave... Regarde! Ça dépend de quel côté on le met. Lequel "le"? Le petit ou le grand?
WAC: Et pose leur la question: petit ou grand?
OLM: Je ne sais pas moi, comment peut on le faire?
M : Vous avez fini?

L'enseignant parle à toute la classe.Il commence à ramasser les figures, les modèles et les messages des équipes qui sont déjà en condition de faire la vérification.
Il superpose un disque construit avec le modèle

Bon, c'est mal découpé mais je pense qu'on peut dire que c'est juste.
Es.: Oh!

L'équipe concernée est bien contente.

[1705] M.: Mais la prochaine fois on sera beaucoup plus stricte pour le découpage, eh? Vous allez vous asseoir, et vous... vous devez attendre votre équipe pour comparer après.

La caméra revient à ROL et HAC.
Sur un grand carton, elle mesure un segment avec son double décimètre.
Elle met le zéro de son double décimètre à peu près au milieu de la largeur du carton, et elle commence à tracer un segment: le problème est qu'à partir du point d'origine choisi, il n'y a pas assez de place pour faire 32 cm.
ROL travaille sur un message, lui fonctionne en tant qu'émetteur pendant que HAC est récepteur.

HAC: On n'a pas la place de faire 32 cm, la règle est plus petite.
M.: Dis-donc, on n'a pas appris comment on pouvait faire 32 cm avec une petite règle? Mais attends, parce qu'il s'occupe de ça... Tu regardes ce qu'il fait, vous le faites ensemble...
[1750] ROL: Ça dépend de quel côté on le met... On "la" met la figure.

ROL écrit cette correction de vocabulaire, et HAC revient sur le carton.

HAC: Avec la règle, oui... Mais là, on ne peut pas faire 32 cm...

Elle montre le bord droit du carton: le problème n'est pas le mesurage mais le placement du segment

M.: Et si tu pars d'ici?

L'enseignant signale plus à gauche, puis il s'en va. HAC efface d'abord l'essai raté et fait une tentative de placer la règle pour faire 32 cm: elle pose la règle une fois et marque avec le doigt 20 cm, elle fait glisser la règle sur la même droite et regarde le bout de 12 cm.

ROL: Tu fais 32 cm 2 mm ici.

Il trace avec le doigt un segment, au milieu et parallèle au bord supérieur du carton.
Ils effacent quelques traces de l'essai précédent.
C'est ROL qui commence à construire le segment: il fait un trait à environ 2 cm du bord supérieur du carton.

Là tu fais 20 cm et c'est 32... Alors il faut ajouter 12, voilà, comme ça.

Ils semblent bien maîtriser le prolongement d'un segment, ils gardent une partie commune entre la règle et le trait déjà dessiné et ils mesurent soigneusement.

HAC: Attends! Ici

Elle redresse la règle et après elle efface quelques traces.

[1805] ROL: Attends! Maintenant on mesure, on va mesurer...

Il vérifie la longueur du segment en mesurant dans le sens inverse à celui de la construction.

HAC: Là, ça fait 20...
ROL: Un petit trait là, et là ça doit faire 12 2... 12 2, voilà!
HAC: Oui!
ROL: Voilà, c'est grand!

HAC met la règle à gauche, presque sur le bord du carton.

HAC: 17 cm, alors...
ROL: Oui, 17 cm de gauche à droite.

HAC avec beaucoup d'attention et tout près du bord gauche du carton, elle fait un segment de 17 cm. Le carton montre l'apparence de la figure 8.

Fig 8

ROL: La même mesure des quatre côtés, qu'est-ce que c'est ça?

ROL lit encore une fois le message reçu.

[1830] HAC: Un, deux .. Trois, quatre.

Les deux premier numéros de la comptine correspondent aux segments déjà faites, et "trois" et "quatre" sont, d'après elle, parallèles aux autres bords du carton.

ROL: Non, la mesure de quatre côtés, ça veut dire que là, il y a 15, là 15, là 15 et là 15.

Il dessine avec la main -au fur et à mesure qu'il parle- un quadrilatère.

HAC: En largeur...
ROL: On va leur dire...
HAC: Attends! Mais non, s'il te plaît...
ROL: On va leur mettre une question... Regards! Ce n'est pas possible... la même mesure des quatre côtés... et ce n'est pas la même mesure...Ça ne peut pas... Attends!
Pierre: Mais, qu'est-ce qui se passe là? Vous avez terminé?
ROL: Non, mais elles disent la même mesure des quatre côtés 18 cm 2 mm et en largeur de gauche à droite 17 cm et en longueur 32 cm 2 mm.
Pierre: Et qu'est-ce que c'est comme figure?
ROL: Un losange.
M. J'attends les groupes avec la figure et en fait... On regarde, on regarde...

Au fond de la classe il vérifie par superposition les figures construites avec les équipes qui ont finies avec au moins une figure.

[1890] Pierre: Ça y est là? Vous avez terminé?
ROL: Oui, on a une question là

Le message est devenu le suivant.
Losange (4 côtés), la même mesure des 4 côté: 18 cm et 2 mm. En largeure 17 cm (de gauche à droite). En longueur (de bas en haut) 32 cm 2 mm
Q.: *Qu'est ce que c'est qu'un losange, un rectangle ou un carré?*
R.: *ni l'un ni l'autre.*
Q.: *Alors qu'est que c'est?*
R.: *Vous faites un trait verticale et un trait horizontale qui se croisent (une croix) et vous reliez avec des traits de 18 cm 2 mm*
Q.: *ça ne peut pas être la même mesure des 4 côtés puisque le mesure sont différentes.*

Pierre va avec le message et la caméra chez HAC et OLM.

Pierre: Voilà, ils vous envoient ça.
[1900] OLM: Comment ça? Les mesures sont différentes. Ils n'ont pas compris... Ah! Oui! D'accord, ils se sont confondus avec la longueur et la largeur. Bon, alors...

Elles reprennent leur rôle de récepteurs avec le message du triangle.

On a trouvé pour le triangle, c'est ça?
HAC: On le découpe.
OLM: Attends! On leur met la réponse qu'on a trouvé.

Elles lèvent le doigt.

Pierre: Ça y est?
OLM. Pour le triangle on a trouvé, mais pour le losange...

Pierre prend le message et s'en va, avec la caméra, chez ROL et HAC.

ROL: "On a trouvé pour le triangle" Eh! Elles ont trouvé!
HAC: On va avec elles donc.

Ils partent avec le modèle vers l'enseignant, avec l'intention de vérifier. Pierre les arrête.

ROL: Mais elle ne viens pas ici.
Pierre: Je vais lui dire.
ROL: Elles marquent qu'on a trouvé.. Normalement quand ils ont trouvé, on doit le voir... On verra.

Ils attendent, ils jouent avec le micro.
Fabienne s'approche et leur pose une question.

ROL: Oui, mais elles nous on dit: "On a trouvé pour le triangle", alors nous, on va voir. On va vérifier.
Fabienne: (...) Et vous, où est-ce que vous l'avez tracé?
ROL: Non, eux... elles ont trouvé pour notre triangle...
Fabienne: Mais vous, est-ce que vous avez trouvé?
HAC: Non, on a posé une question, et après on a effacé.
Fabienne: Attendez!

Elle regarde le message:
C'est un triangle. Son plus grand côté mesure 18 cm 8 mm. Son plus petit côté mesure 10 cm 8 mm et le dernier côté mesure 15 cm 4 mm.
Q.: *Si le plus grand côté est en bas le plus petit est à droite ou à gauche?*
R.: *Sa dépant de quel côté on le met.*
Q.: *Comment ça "le" le plus petit ou le plus grand?*
R.: *bie ben, la figure On a trouvé pour le triangle*

Est-ce que c'est le message que vous envoient ou c'est celui que vous avez envoyé
ROL et HAC: C'est celui-là qu'on a envoyé
Fabienne: Et qu'est-ce qui se passe? Pourquoi..
HAC: Parce qu'elles ont trouvé mais nous nous avons posé une question...
ROL: Non, non: on n'a pas posé une question. On a posé une question sur leur message.
Fabienne: Ça, c'est le message que vous avez envoyé.
ROL. Oui.
Fabienne: Pourquoi est-ce qu'elles le renvoient?
ROL: Parce qu'elles veulent dire: "On a trouvé pour le triangle." Pour nous dire qu'elles ont trouvé... Il faut regarder...
Fabienne: Bon, alors... Il n'y a plus que ça à faire, alors...

Fabienne s'en va vers l'autre équipe.

ROL: Oui, mais qu'est-ce qu'on fait?

[2040] *OLM et WAC ont déjà fait le triangle sur le carton, mais elles ne l'ont pas encore découpé. C'est WAC qui prend les ciseaux.*

OLM: Découpes-le droit! Je veux découper ce trait là.

WAC lui passe le carton pour que OLM finisse le découpage.

M.: Bien, allez! Ce qu'on peut commencer à faire c'est (...)

L'enseignant, avec l'équipe E complète, prend le triangle modèle et la reproduction.

Alors, comment on les met?

HAC prend les figures et pendant un moment elle cherche la façon de les superposer: il ne suffit pas de faire des déplacements et des rotations. il fallait faire tourner une figure Elle est très contente quand elle arrive à superposer les triangles et c'est comme ça qu'elle les rend à l'enseignant..

M.: Tu me dis, comme ça! Oui, ça a l'air d'aller un peu dans ce sens là. Voyons si ça marche!

L'enseignant montre à tout le groupe les figures superposées. il les fait tourner pour être sûre qu'il n'y a pas de dépassements sur les côtés.

ROL: Oui!
M.: Oui... est-ce qu'on l'accepte?
OLM: Oui!
M.: Oui, ah! Mais dis-donc, vous avez mis du temps... Alors on marque: le groupe c'est.
OLM: E1!
M.: E1, première figure.
ROL: Réussie!
M.: Réussie, mais heureusement parce que avec le temps qui s'est passé...
OLM: Mais, avec l'autre...
M.: Et alors, l'autre vous n'y arrivez pas.
OLM: Mais non, parce qu'ils ne savent pas qu'est-ce que c'est...
M.: On va arrêter, allez là-bas..

Il parle à HAC et ROL

ROL. Elles nous disent qu'il y a quatre côtés et ne nous en donnent que trois, et elles nous disent
OLM: Mais non!
ROL: Oui, elles nous disent: "La même mesure des quatre côtés", et elles nous donnent trois mesures différentes
OLM: Mais vous avez confondu de truc, c'est pour ça.
M.. Vous voyez, ce n'est pas clair dans ce que vous avez dit
ROL: Et toc!
M.: Attention! Restez assis là, s'il vous plaît!
[2130] OLM Le triangle oui, mais le losange non...pas le losange, on a construit une figure.

Elle répond à une question posé par Pierre. Après elle ajoute quelque chose sur la feuille du message.

OLM: Regardes! Il faut leur expliquer: alors, faites un trait verticale de 32 cm 2 mm, d'accord?
WAC: Oui!
OLM: Donc, ils font un trait comme ça...
Après un trait horizontale de 17 cm Ensuite, vous reliez les quatre traits...

Elle fait le geste avec la main, sur la table.
Finalement le message est:
Losange (4 côtés), la même mesure des 4 côté: 18 cm et 2 mm.
En largeur 17 cm (de gauche à droite). En longueur (de bas en haut) 32 cm 2 mm
Q.: *Qu'est ce que c'est qu'un losange, un rectangle ou un carré?*
R.: *ni l'un ni l'autre.*
Q.: *Alors qu'est que c'est?*
R.: *Vous faites un trait vertical et un trait horizontal qui se croisent (une croix) et vous reliez avec des traits de 18 cm 2 mm*
Q.: *Ça ne peut pas être la même mesure des 4 côtés puisque les mesures sont différentes.*
R.: *Vous faites un trait verticale de 32 cm 2 mm. Un trait horizontal de 17 cm. Ensuite vous reliez normalement avec des traits de 18 cm 2 mm.*

[2172] M.: Vous avez eu le temps de faire vos figures... On arrête! On arrête! On va essayer de voir rapidement les points, vu l'heure...

Il lève le rideau, les élèves d'un côté et de l'autre se saluent.

M.: Alors, on va regarder un petit peu par groupe. Le groupe A, c'était...?

Quelques élèves lèvent le doigt.

M.. Vous, avec vous... vous avez réussi, dans ce groupe, combien de figures?
Es.: Deux.
M.: Deux figures... Chacun une figure?
Es.. Oui.
M.: Deux sur quatre, sûrement?
Es.: Non, deux sur trois.
M.: Comment deux sur trois? On ne vous a pas redonné une figure après le deuxième jeu?
Es.: Non, parce qu'un...
M.: Ah, non! Parce que vous allez plus lentement... Oui, d'accord. Donc, vous avez réussi deux sur trois. Bon, le groupe B... Où sont-ils?

Quelques élèvels lèvent le doigt

Voilà, vous avez fait combien de figures?
GAE: On en a fait quatre
M.: Combien de réussites?
GAE: Zéro.
M.: Aie, aie, aie!
[2214] GAE: Parce que dans un premier message ils n'avaient pas bien précisé et puis nous avons fait (...) et puis ils avaient un carré et après la deuxième, il fallait qu'on fasse un rond...
M.: Il était trop grand, je me rappelle... On regardera ça bien sûr la prochaine fois, pour quelle raison est-ce qu'on n'y est pas arrivé... il y a bien des raisons, sûrement.... Donc, tu dis que c'est la faute de ceux qui l'ont écrit...

GAE hocha la tête en signe d'acceptation.

GAE: Oui, bon...
M.: On regardera, eh? Après B, C... Alors, combien de figures?
Es.: Deux... Quatre!
M.: Quatre figures en tout...
E1.: Et deux réussies.
E2.: Trois!
M.: Deux ou trois?
Es.: Non, trois...
E3.: Non, deux, parce que là...
M.: On dirait que sont deux jusqu'au là c'est qui ont fait le plus. Ensuite C, D... Ce sont eux, là, il y a eu des problèmes je crois...
Es.: Oui...
M.: Alors, voyons D. Combien de figures?
[2236] DIM: (...) mais parce qu'il avait des messages...
M.: Mais attends! vous n'avez pas réussi du tout...
DIM: Et non...
M.: Personne... Alors Marie, qu'est-ce que tu penses de ça?
DIM: (...) c'est le message.
M.: D'après toi, c'est le message.
DIM: Oui, il y avait un problème avec le message.
M.: Bon, de quel ordre? Tu me dis comme ça, quel genre de problèmes, d'après toi?
DIM: Et beh! (...) parce que la façon dont c'est écrit des fois on ne le comprend pas.
M.: Donc, il manque de précision tu penses...
DIM: Pas forcément...
M.: De clarté!
DIM: Voilà!
LHM: Et nous non plus, nous n'avons pas compris.

Il fait partie de la même équipe.

M.: Voilà, vous n'avez pas compris ni les uns ni les autres... Bon, il va falloir voir pourquoi... Vous avez fini là? On n'avait pas comparé? Vous voulez qu'on regarde?
Es.: (...)
M.: Allez! Venez! Vite, vite! Venez Marie et les récepteurs...
LHM: Il y a un gros problème.
[2265] M.: Et ça continue... A vue d'oeil...

Il superpose les figures, il les montre à la classe. Il y a des grandes différences, la classe rit.

On ne rit pas!
E.: Je sais pourquoi!
Monique: Tu sais pourquoi? Vas-y!
E.: Quand il a mis la règle, quand il a voulu mesurer ça, lui il a... il ne savait pas que la règle c'était... enfin...

Il fait des gestes avec la main, dans l'air, pour indiquer différentes positions d'un segment. La classe commence à ajouter des commentaires sur les difficultés rencontrées.

M.: Laissez-le! Qu'il s'exprime!
E.: Parce que ces deux côtés du carton là... Le trait était comme ça...

Il fait un geste pour indiquer une verticale.

Et lui, il avait mis la règle comme ça...

Avec la main signale un trait penché.

LHM: Oui, voilà; je l'avais mise comme ça parce que je ne savais pas comment...
DIM: Mais regarde! C'est comme ça... Normalement par rapport aux bords de la feuille.
M.: Bon, ils ont fait un trait comme ça et il fallait qu'il soit comme ça, en gros... Ce n'est pas facile quand même à expliquer cette histoire...
DIM: Non, ce n'était pas facile.
M.: Bon, alors, on voit donc que ce n'était pas réussi, donc vous n'avez pas réussi. Peut-être il faut dire aussi que ce n'était pas si facile que les autres... On verra. Alors allez vous asseoir... Mais attends! Eux c'était un losange à reproduire, et vous?
DIM: On a essayé de le tracer, mais on ne savait pas ce que c'était comme figure...
M.: Oui, d'accord, je comprend. Ensuite, on en était à D, le E alors...
OLM: (...)
M.: Ah! On entend encore parler d'un losange.
OLM: Oui, c'est la même figure qu'eux et... ils ne savaient pas ce qu'est-ce...
M.: Ah! Vous avez parlé d'un losange et eux, ils ne savaient pas c'est que c'était. Ça vous a posé un problème?
OLM: Ah, oui...
M.: Ca a l'air, oui... Après le F...
Es.: On a fait deux, mais on n'a pas encore découpé
M.: Attends! Mais on a quand même comparé une figure là...
E.: Oui...

Son copain montre un carré modèle.

M.: Alors une figure qui ne marche pas et une figure qu'il va falloir comparer...
E.: On ne l'a pas découpée.
M.: On va le faire, on regardera. Ah! C'était le deuxième jeu et il fallait découper. Alors, mais ils ne l'ont pas fait...

Le groupe même superpose les carrés.

E.: Ce n'est pas bon.

Les enfants, spontanément, commencent à raconter les difficultés qu'ils ont eu pendant la formulation du message et la construction des figures.

[2340] M.: Bon, on n'a pas le temps de regarder tout ça mais vous voyez qu'il va avoir des choses à regarder... parce qu'il y a peut-être de problèmes de messages... est-ce que les messages permettaient de faire quelque chose de bien? Peut-être que vous avez fait des autres erreurs aussi... Qu'est-ce que vous avez pu faire aussi comme erreur?
E.. Les mesures ..
M.: Peut-être les mesures.
Es.: (.)
M.: Ou en découpant... Bon, alors la prochaine fois .. Non, attendez! Avant de partir: je veux tous les messages, même s'il y a une figure ou non, je veux les messages...

Il commence à circuler parmi les tables pour tout ramasser

Les figures aussi. . Là, on regardera... Attendez! Vous devez marquer le nom du groupe...

III.4 Compte rendu de la séance du 12.03.90

Classe: CM 1 Date: 12/03/90

9 h 31
Consigne. (Cf. transcription, Annexe III.4)

9 h 36
L'enseignant distribue une feuille blanche à chaque groupe et ensuite les figures.
Le groupe C2 a reçu un carré. Ils le reconnaissent immédiatement, la discussion porte sur la nécessité de donner la mesure des quatre côtés ou bien d'un seul côté. Le message qu'ils formulent est

C'est un carré.
Les quatre côtés mesurent: 18 cm et 2 mm.

9 h 45
Le même groupe C2, en tant que récepteurs, doivent construire le triangle selon le message suivant:

Faites un triangle avec deux côtés de
- 15 cm et 6 mm. Puis un côté de
- 12 cm et 5 mm.

Les enfants lisent le message à haute voix et trouvent qu'il manque des renseignements: il fallait dire qu'un triangle fait trois côtés, et en plus lequel de trois est à l'horizontal.
LOS Ah! Ça y est! Les deux côtés qui vont vers le bas sont les égaux.
Au contraire ça tombe comme ça. (Elle se penche vers la droite)

Premiers essais:
Sur les extrémités d'un segment (AB) de 12,5 cm tracé à l'horizontal, elle essaie de placer deux règles pour déterminer le troisième sommet. Elle n'arrive pas à faire coïncider les 15,6 cm de chaque règle sur chacune des extrémités (AB) ni à superposer les zéros.
Elle fait bouger les règles, un de ses partenaire recommence en remplaçant les règles par une ou deux équerres. L'activité est très vive, pendant 5 minutes ils font quatre essais.
LOS: Je sais comment il faut le faire!
Toujours à partir du segment de 12,5 cm à partir de (A) elle trace le deuxième côté de 15,6 cm (AC). Elle mesure (CB), et rajuste l'inclinaison de (AB) pas au hasard, mais avec des difficultés pour contrôler les changements.
LOS: Ca fait trop long, il faut lever l'autre côté.. On attend, on essaie, on essaie et après ça ira. . J'ai presque trouvé.
GNJ: Mais il nous manque un renseignement.
Il fait un geste avec les mains pour indiquer l'inclinaison entre la base et un côté.
LOS: Mais non, il faut essayer, il faut essayer .. (Il parle du compas pour faire un rond)
LOS: Oui, mais on te demande de faire un triangle.

Sixième essai: Il recommence la construction à partir du segment (AB) mais après il trace le deuxième côté à partir de (B).
GNJ: Mais il y a un renseignement qui n'a pas été donné
LOS: Je crois savoir.

Septième essai: S recommence et même si les mesures ne sont pas justes, ils décident de découper la figure et valider leur activité en la superposant avec le modèle.
LOS: On a réussi! On a presque réussi!

10 h 02
Sous le regarde de l'enseignant, les groupes C1 et C2 vérifient les constructions par superposition: le carré et le triangle sont réussis.

10 h 07
Deuxième figure: Le groupe C2 reçoit un rectangle.
GNJ: C'est un rectangle, tu sais ce qu'est un rectangle?
E.: Oui...
GNJ écrit le message, sa copine mesure le rectangle pas sur les côtés, en essayant de suivre deux directions perpendiculaires au milieu de la figure.
Le message qu'ils formulent est:

> C'est un rectangle.
> Les deux côtés les plus grands mesurent: 19 cm et 5 mm
> Les deux côtés les plus petits mesurent: 11 cm et 6 mm

Les récepteurs -groupe C1- ne se posent pas de questions. Un enfant de ce groupe commence à faire un trait verticale, il l'efface et trace un segment horizontale de 19,5 cm. (C'est moi qui désigne les sommets)

Avec la règle et au jugé il trace une perpendiculaire a (AT) par (A). Il mesure 11,6 cm et détermine le sommet (B). Par ce dernier point il trace un segment de 19,5 cm, perpendiculaire a (AB), et il obtient (C). Cette fois-ci il n'a pas fait beaucoup d'attention à l'angle droit en (B) mais il contrôle avec soin la mesure de (BC).
Il mesure (CT), ceci fait plus de 11,6 cm, donc il corrige la position de (BC) en essayant de réduire l'écart entre (C) et (T).
E.: Mets droite la feuille! (Par rapport aux bords de la table).
Ils rajustent le dessin avec la règle, mais finalement ils prennent l'équerre pour vérifier l'angle de sommet (T).
E.: Découpe-le!
GNJ: Non, avant il faut vérifier...
Avec beaucoup de soin, il contrôle la mesure des côtés avec la règle.

10 h 20
Les élèves du groupe C2, en tant que récepteurs, doivent encore une fois construire un triangle d'après le message suivant:

> Si ça ne vous embêtez pas faites un triangle avec un côté mesurant 15 cm et 7 mm, puis un côté mesurant 19 cm et 2 mm, et enfin un côté mesurent 9 cm

Premier essai:
Sur les extrémités d'un segment (AB) de 19,2 cm tracé à l'horizontale, GOS fait à partir de (A) un côté de 15,7 cm. Comme le troisième n'a pas la mesure attendue, il efface tout.
Pendant que les autres enfants discutent sur quel côté il faut commencer, GOS entame une autre construction.

Deuxième essai:
GOS: Tu fais pareil, ça n'ira pas.
LOS: Non, cette fois je commence par 9 cm.
Elle fait un segment (AB) de 9 cm à l'horizontale, et à partir de (B) un segment de 15 cm. Le troisième côté est trop petit.
GOS: Fais-le droit! Au contraire, ça n'ira pas.

Troisième essai:
Sur la figure précédente, LOS modifie l'inclinaison du deuxième côté.

Quatrième essai:
LOS fait un segment (AB) à l'horizontale, et trace comme deuxième côté, à partir de (B) un trait de 19,2 cm. Le troisième côté reste trop grand.

Cinquième essai:
LOS recommence avec la même distribution de la figure précédente, et cette fois-ci le troisième côté fait 15 cm.
LOS: C'est 15,7 cm, il faut se redresser un tout petit peu.

Sixième essai:
Sur la même figure, elle arrive à obtenir le triangle.
LOS: On a compris le système, mais on a mis un bout de temps

10 h30
Ils découpent la figure et lors de la superposition, ils trouvent une petite différence avec le modèle. LOS explique qu'elle est due au découpage

10 h32
L'enseignant essaie de commencer une phase collective, les élèves ont du mal à laisser le travail.
M: Je n'en sors plus!

10 h 36
Il commence une phase collective. (Cf. transcription, Annexe III.4).

Annexe IV

REPRODUCTION DE FIGURES: LE RECTANGLE

Sommaire

IV.1 Fiche didactique

2. Reproduction de figures: le rectangle Deuxième séance

2.1. Matériel

- Les figures géométriques découpées, leurs reproductions et leurs messages obtenus lors de la première séance.
- Des feuilles de papier blanc, une équerre et un double décimètre par enfant.

2.2. Objectifs de la leçon

- Donner les renseignements nécessaires et suffisants pour construire un rectangle.
- Construire un rectangle.
- Utiliser l'équerre comme instrument nécessaire pour construire des angles droits.

2.3. Description de l'activité

2.3.1. Organisation de la classe
Le travail des enfants est individuel

2.3.2. Déroulement

Première phase: bilan
L'enseignant fait avec les élèves le bilan des réussites et des échecs sous la forme d'un tableau où elle consigne les "réussites", les "échecs" et les "figures non faites".
L'analyse du tableau peut produire quelques remarques: il y a des figures plus faciles à réussir que d'autres, il y a eu de grosses difficultés pour les losanges et les rectangles
Comme résumé, le maître peut faire une liste de causes possibles d'échec:
- on n'a pas su construire la figure, mais le message était bon,
- le message n'a pas permis la construction de la figure,
- avec le message on pouvait construire une figure mais qui n'était pas superposable au modèle

Deuxième phase: étude des messages sur le rectangle
Devant tout le monde vérification par superposition des reproductions du rectangle avec le modèle.
Présentation des messages concernant le rectangle, lecture silencieuse pour que les enfants puissent repérer les erreurs possibles: les ambiguïtés, les redondances, les insuffisances, etc.
A tour de rôle les enfants proposent des remarques -sur le vocabulaire, la syntaxe, la procédure de construction- et éventuellement des corrections; les groupes qui ont travaillé sur le rectangle exposent les difficultés rencontrées.
L'enseignant pose le problème des côtés perpendiculaires et donc propose de revoir la fabrication d'un angle droit par pliage d'une feuille A4 et la construction d'un angle droit à partir d'un segment donné en utilisant l'équerre en papier
Ensuite, l'enseignant choisit un message adéquat à ses propos didactiques et pose la question suivante: "Avec ce message, pourriez-vous construire un rectangle superposable au modèle? Je vous donne 5 minutes."
Les enfants travaillent individuellement sur leur feuille. Chaque enfant essaie, par la méthode qu'il croit convenable, de construire la figure du message. L'enseignante n'intervient pas, au bout de 5 mn elle arrête le travail et distribue, parmi les enfants qui le demandent, quelques rectangles identiques au modèle pour valider leur construction.
Bien que tout le monde n'ait pas réussi à la construction, l'enseignant fait exposer tour à tour les différentes méthodes employées.

Troisième phase: réinvestissement
Il s'agit de retrouver des angles droits dans les différentes figures de la situation de départ, en l'occurrence le carré et le triangle rectangle. L'enseignant montre ces figures, les enfants reconnaissent les angles droits à l'oeil et, avec l'équerre en papier, ils vérifient si effectivement ces angles sont droits ou pas.
Le cas échéant, l'enseignant peut commencer l'étude des messages sur le carré.
Le résultat didactique de cette séance est que la réussite dans la construction d'un rectangle, sans avoir utilisé l'équerre est due au hasard

2.4. Remarques

(vi) Le choix de l'ordre des figures à traiter dépend du type et de la fréquence des erreurs dans les messages, dans le vocabulaire, dans les constructions. Mais, d'après notre expérience, il faut traiter le triangle avant toute autre figure car c'est fondamentale dans la construction du micro-espace.

(vii) Le choix du message de la part de l'enseignant est crucial pour la suite. Le caractère "adéquat" d'un message dépend de la situation a-didactique envisagée, mais aussi de la production des enfants lors de la première séance.

(viii) Après la construction individuelle du rectangle, il est nécessaire de revenir au message d'origine et de le réformuler avec les élèves.
Si les méthodes de construction indiquées dans les messages sont différentes, il faut re-formuler chaque type de message.

IV. 2 Transcription de la séance du 13.03.90.

Classe: CM1 Date: 13.03.90
Enseignante: Fabienne Giraud
Séance: Reproduction de figures: le rectangle
Observateurs: Monique Comet, Pierre Raymond, Guy Brousseau, Marie Hélène Salin, Dilma Fregona
Remarques: Le nom des élèves est donné selon un code à l'Ecole Michelet. "M" c'est le maître. Les nombres entre crochets servent de repère sur la bande vidéo. (Cassette n° 128, COREM) "E " ou "Es " représentent un élève ou un groupe d'élèves, respectivement, non identifié (s).

Corpus	Contexte

[0] M. A partir de maintenant je veux tous les regards fixés ici, plus de discussions entre vous mais avec tout le monde. Est-ce que quelqu'un peut me dire ce qu'on va faire aujourd'hui?
E. On va corriger!
M: Oui, qu'est-ce qu'on va corriger?
ROL: Les erreurs qu'on a faites hier.
M On va regarder les erreurs d'hier. Vous vous rappelez des échecs et des réussites qu'il avait eu par groupe?

Chaque groupe donne son score, l'enseignant contrôle ce qui les élèves disent avec sa propre fiche. Il fait un tableau:

A - 2 sur 3
B - 0 sur 4
C - 3 sur 4
D - 0 sur .
E - 1 sur 2
F - 0 sur 2

M: Est-ce que ceux qui ont zéro sont capables d'expliquer pourquoi ils en arrivent à des résultats si bas? Alors Marie?
DIM: C'est le message. C'est plus facile de discuter que d'écrire ce qu'on veut dire
M: Dans les messages, qu'est-ce qui n'était pas clair?
DIM: Je ne sais pas, il faut demander aux autres... (...) un losange... C'était un losange, l'équipe qui a reçu ce message
M.. Alors qu'est-ce qui n'était pas clair dans leur message?
LHM: Nous on ne voyait pas ce qu'ils voulaient nous demander, ce que nous voulaient dire, alors...
Es: (. .)
M.. Vous pouvez préciser ou c'est très vague, comme ça... On va marquer les difficultés

L'enseignant commence à écrire les difficultés au tableau:
- dans les messages.

M Ce sont les mots qui ne sont pas clairs?
Es. Non, ce sont les explications...
M.. Est-ce qu'il y en a des autres qui veulent expliquer pourquoi ils ont eu des problèmes?
FOJ: C'est 15 8, et on s'est trompé. Il fallait 16 en bas.
M.: Bon, il y a des problèmes dans les mesurages.

L'enseignant ajoute au tableau:
- dans les mesurages.

M. Pourtant, les mesurages, vous savez les faire...
Es.: Oui..
M.: On ne devrait pas y avoir des problèmes...
[80] VAM: Non, mais il y a des problèmes pour mesurer avec le compas.
M.: Mesurer avec le compas..
VAM: Pour l'écarter de la distance
MRM: Quand on ne l'écarte pas très... il revient un peu

- dans l'utilisation du compas.

GAE: Nous, avec Cyril et Blandine on a fait un message, ils l'ont lu, ils l'ont bien fait mais ils l'ont mal découpé. Ils l'ont fait un petit peu trop grand, un peu gros... C'était un carré, c'était assez simple
C'était un problème le message n'était pas très bon, c'était comme un triangle...
M.: Qu'est-ce qu'on pense, Cyril et Blandine? C'était...
ARC: C'était un problème de découpage mais aussi un problème de message parce qu'eux, ils avaient mis un carré et nous c'était un triangle.
M.: D'autres remarques...
HAS: Des problèmes dans le découpage...

L'enseignant écrit: dans le découpage

[120]M.: C'est quand même vague, il y a des difficultés dans les messages, dans les mesurages... surtout dans les messages. On va regarder d'un peu plus près les messages.
DIM: On ne dit pas toujours ce que l'on pense.
M.: Qu'est-ce qu'il faut faire pour qu'un message marche?
JOC: Il faut des mesures...
M.: Il faut qu'il soit bien expliqué pour...
DIM: Detaillé, quoi
M.: Ce qui est détaillé pour toi, est-ce qu'il l'est pour les autres? Il va falloir trouver un message que les autres comprennent à tous les coups... Avec toutes les explications qui sont bien nécessaires... Avant de regarder ces messages, on va faire le bilan des figures qui ont été réussies et des figures sur lesquelles vous avez eu plus de difficultés. Il y avait des figures réussites, il y a des figures sur lesquelles vous avez eu des échecs et des figures non faites, c'est-à-dire que vous avez reçu le message mais vous n'avez pas fait la figure

L'enseignant écrit au tableau:

Réussites	*Echecs*	*Figures non faites*

M.: Le groupe A, qu'est-ce que vous aviez à faire?
VAM:Nous nous devons leur expliquer de faire un triangle.
M.: Est-ce que c'était réussi?
VAM: Oui...
MRM. Non...
VAM: Le mien c'était réussi.

M Je marque ici un triangle, ça était la première figure
MRM. De l'autre côté il y avait un rond
M.: Un rond, "le rond" on va l'appeler entre nous "un disque" Et ce disque, est-ce qu'il était réussi?
Es.: Oui.
M.: Donc, on va le mettre dans les réussites... Dans le deuxième essai, vous avez eu quoi?
MRM: Un triangle, non un rectangle. Un rectangle qui était en échec et dans l'autre équipe il y avait..
Es.: (..) Ils semblent avoir mis beaucoup de temps pour construire le triangle.
M.: Bon, d'accord . Dans l'équipe B, alors.. Qu'est-ce que vous aviez à faire?
ARC. Nous devions expliquer un rectangle.
M.: Est-ce qu'il est réussi ce rectangle?
Es.: Non.
M.: Alors, je marque ici, l'équipe A l'a raté et puis l'équipe B. . Ensuite vous aviez quoi? Mais l'équipe B1, le premier message que vous avez envoyé, c'était un rectangle?

Il regarde ses notes.

Es.: Non, c'était un triangle.
M.: Ah! C'était un triangle... Alors, est-ce qu'il était réussi ce triangle?
Es.: Non.

Il marque au tableau.

M.: Alors, l'autre équipe B2 a envoyé un rectangle, ça c'était le premier essai, d'accord? Maintenant pour le deuxième essai, vous avez eu quoi?
GAE: Un disque
M.: Est-ce qu'il était réussi ce disque?
Es.: Non.
M: C1, allez! Très vite! C1, qu'est-ce que vous avez comme message?
DUP. On a un triangle et un rectangle...
M: Bien, est-ce que le triangle c'était réussi?
DUP: Ah! Non, ce n'est pas ça... un triangle et un carré...
M : Vous aviez un carré..
LOS: Non, ils devaient nous envoyer un triangle à faire et nous nous leur avons envoyé un carré.
M.: Bon, je commence par le C1, le C1 avait quoi comme figure?
DUP: Nous avons deux triangles que nous avons envoyé...
LOS: Et nous un rectangle et un carré qu'on devait envoyer...
M.: D'accord, eux qui avaient des triangles à envoyer, est-ce que ces triangles ont été réussis?
LOS. Oui!
M.: Les deux?
LOS: Oui!
M.. Bien, triangle on le met C deux fois... Et vous?
GOS: Nous, on a raté le rectangle et le carré c'était réussi.
M.: Donc vous aviez un carré que c'était réussi ..
GOS: Oui, et le rectangle c'était raté.
M.: Le rectangle c'était raté, bon alors... D; D1 qu'est-ce que vous aviez comme figure?
DIM: Nous avions un losange. .
M : Vous aviez un losange.
DIM: Et oui, et il n'a pas été réussi.
M Bon, vous aviez un losange qui n'a pas été réussi... Et puis, D2 ..

[250]LHM: Et nous, nous ne savons pas comment s'appelle cette figure, nous ..
MAB: C'était comme une équerre. .
LHM. Comme une équerre, avec un côté un peu en biais.

Il fait le geste dans l'air.

Es.: (...)
M.: C'était une figure comme une équerre, c'est quoi?
Es.. Un triangle!
E.: Mais, il a trois côtés...
Es.: (...)
M.: Est-ce que c'était une figure à trois côtés?
LHM: Oui.
M.: Et comment s'appellent les figures a trois côtés?
LHM.: Triangle
M.: Donc, vous aviez un triangle. Est-ce qu'il était réussi?
Es.: Non.
M.: Est-ce que l'autre équipe l'a fait quand même?
DIM: Non
M. Donc, ce triangle n'a même pas était fait... Alors, je vais le mettre ici... L'équipe E, allez!
DIM: Nous avons un losange, et c'était raté.. Ils ne l'ont pas fait.
M: Ah! Il n'a pas été fait...
DIM: Et il y avait un triangle, qui était réussi.
M.: Et vous?
ROL: Un triangle qui a été réussi
M. Ensuite, F.
JOC. Nous, nous avons envoyé à côté là, un disque...
M.: Alors, un disque. Est-ce qu'il était réussi?
FOJ: Non.
M.: Et puis, un...
FOJ: Un carré, qui n'était pas réussi.
M.: Il était fait.
RAA: Oui, mais il n'a pas été découpé.
FOJ: On a mesuré sur la feuille...
M.: Bon, dans ce cas le carré on va le mettre ici, et l'autre équipe alors..
KHA: On avait un triangle et un rectangle.
M.: Ce rectangle, est-ce que vous avez réussi?
KHA: Non, ni le triangle.
M.: Ni le triangle, voilà, on a fini...

Le tableau complète est le suivant:

Réussites	*Echecs*	*Figures non faites*
Triangle(A.C)	*Triangle (B)*	*Triangle (D)*
Rectangle(C.F)	*Rectangle(A.B.C. F)*	*Losange(E)*
Disque (A)	*Carré (B)*	*Carré (F)*
Carré (C)	*Disque (B.F)*	
	Losange (D)	

M: Qu'est-ce que vous remarquez quand on regarde ce tableau?
HAS: Le plus souvent il y a des échecs
M Il y a des échecs..
GOS: Aucun rectangle n'est réussi.
E . Aucun losange.

AUT Si tu dessines un losange, tu n'as qu'à donner le milieu, la mesure du milieu et après tu dessines autour
M.. On va les regarder d'un peu plus près...
E.: Et oui, les longueurs du milieu...
M.: On va le regarder, comme ça vous proposerez les corrections à faire. Moi j'aurais envie de commencer par les rectangles parce que quand même il n'a aucune réussite dans les rectangles. On va regarder les messages... On va regarder si vraiment il y a une grosse erreur...Voilà le rectangle. et voilà ce qui a été obtenu...

D'abord il montre à toute la classe la figure modèle, et ensuite il superpose les deux figures.

Es.: C'est le découpage.
M.: Alors. est-ce que c'est dans le découpage ou...
Es.: Oui, c'est dans le découpage.
M.: On va le regarder... Mais regardez! En haut ce n'est pas précis...
Es.: Les autres sont justes, en haut ce n'est pas juste.
M.: Bon. on va regarder ce qu'ils ont marqué... Ils ont marqué... C'est un rectangle...
E.: Ce n'est pas mal ..

Il commence à écrire au tableau le message de ce groupe là:

A. C'est un rectangle, les petits côtés mesurent 11 cm 7 mm et les grands mesurent 19 cm 5 mm

M.: Voilà pour A1. il n'était pas très très loin du résultat. on va regarder les autres messages. B, alors B voilà ce qu'ils obtiennent... *Il montre un triangle.*
E.: C'est un triangle parce que c'était écrit dans le message.
M : Bien. on va regarder... Message B... Il était très compliqué ce message...

L'enseignant écrit au tableau le message, pas les questions. Il donne le message à un élève pour le lire à haute voix et le lui dicter:

Prends une équerre pour tracer 19 cm et 4 mm sur le grand côté et pour le petit côté 11 cm 7 mm.

Le message complet est:
Prends une équerre pour tracer 19 cm et 4 mm sur le grand côté et pour le petit côté 11 cm 7 mm
Q.: *Combien fait le bas?*
R.: *Le bas mesure 19 cm 4 mm*
Q.: *Etes-vous sûrs de vos nombres? Vous-êtes sûrs de la mesure du bas?*
R : *Nous sommes sûrs de nos mesures*
Q : *Vous avez fini?*
R.: *Nous, on a fini*

GNJ: Ils se sont déjà trompés..
M.: Ils ont posé des questions.
GNJ: Ils se sont trompés parce que le grand côté est déjà plus grand que le petit côté.
LOS: Nous sommes sûrs de nos mesures Eh?
GAE: Oui, on s'est trompé parce qu'ils avaient mis le petit côté... Pas les petits côtés, alors nous on a compris que c'était comme une équerre .
ARC Et ils disent "prend une équerre" pour le rectangle. mais il y a un côté qui est comme ça

Il fait le geste avec la main pour indiquer en diagonale

GOS En plus là c'est marqué. prends une équerre pour tracer 19 cm mais l'équerre n'est pas assez grande.
GNJ: Elle va jusqu'à 14 cm. Elle n'est pas assez grande
M.: Bon, ça fait beaucoup de choses. D'abord ils ont tracé quoi là? Ils ont tracé un .. un...
E. Un triangle.
M : Un triangle, bon.
DIM: Il aurait fallu mettre combien il y a des côtés...
GNJ L'équerre n'est pas assez grande.
DIM: Avec Gael au début, on s'est mélangé parce qu'on ne savait pas combien il y avait de côtés on aurait pu en rajouter...
M.: On aurait pu rajouter quoi?
DIM: Je ne sais pas moi...mais s'il nous auraient dit deux côtés horizontales et deux comme ça...

Elle montre avec le doigt deux traits aparemment perpendiculaires

GNJ: C'est un rectangle.
DIM: ... Et nous, on aurait parti avec, selon la consigne..
GNJ: Ils auraient pu donner le nom de la figure, ça aurait déjà donné une idée.
M : Ceci aurait déjà donné une idée. Est-ce que. ils auraient tracé un triangle au départ si on leur avait dit: c'est un rectangle ... Prends...
ACL Non, ils auraient tracé un rectangle le message devrait être plus précis.
M.: Qu'est-ce que vous a gêné dans ce message?
GAE: C'est pour le côté là... Et pour l'équerre aussi
M.: Déjà ça: manque de clarté. On aurait dû dire effectivement ce que c'était comme figure. Parce qu'on va regarder ce qu'on mis les autres, mais là.

Sur le triangle.

M.: Là, même si ce n'est pas tout à fait juste, ils ont quand même précisé que c'était un rectangle. Tandis que là on arrive à une figure qui était complètement différente! Complètement! Là on n'a pas du tout un rectangle! Il leur manquait peut-être des indications
ROL: Aussi prends une équerre et trace 19 cm, ce n'est pas la peine Ils pouvaient le supprimer. Si tu mets: "le bas mesure 19 cm 4 mm", ça rapporte ça.
M.: On va regarder les deux autres messages. Déjà celui-là il pose problème, on va voir les autres. On va voir si les autres sont plus clairs
E.: En plus les mesures qu'ils ont marqué ne sont pas justes.
E. En plus après ils ont marqué. "Nous sommes sûrs de nos mesures."
Es. Oh!
M.: Voilà, on va voir les autres... Le troisième message est C. alors. on regarde. Voilà ce qu'ils obtiennent.

Il superpose les figures.

E. Non...
M.. On va regarder ..
E. C'est réussi, eh?
[505] M . Ah! Moi je crois quand même que celui là, on peut l'accepter...
LOS: Mais hier Monique a dit qu'il était faux.
M.: Parce qu'elle était peut-être un peu exigeant hier Monique

Monique est au fond de la classe elle ne dit rien

M : Moi, je regarde .. Eh? Monique, je crois que celui-là on aurait pu l'accepter quand même On va changer ici. en fait il y a un rectangle qui a été réussi

LOS: Tu nous effaces alors
M.: On va mettre C ici
LOS: Tu mets 4 là bas.
M.: Il faut vous mettre quatre. Allez, ça change. On va voir ce que vous avez mis comme message pour que ça soit réussi comme ça.

Il modifie le tableau des résultats. Le groupe concerné participe activement pour rectifier son score

GOS: A peu près le même que le A, sauf qu'on l'a pas mis dans le même ordre.
M.: On va l'écrire, tiens vas-y tu nous le lis. Alors ça c'est le message C.

C. C'est un rectangle. Les deux côtés les plus grands mesurent 19 cm 5 mm. Les deux côtés les plus petits mesurent 11 cm 6 mm.

Es.: Ah! Oui!
E. Six! Six! Hein...

L'enseignant n'entend pas.

M.: Tu es sûr que c'est 6!
E.: Oui, parce que ça devrait être pareil que...

Les élèves parlaient à plusieurs.

M.: Ah! Ecoute! Je ne sais pas si c'est six moi. Ce qui je constate c'est que quand même...
E: Oui, mais tu as fait une erreur dans l'autre, dans le B tu as mis 11 cm et 7 cm.
M.: Et 7 mm, tu as raison c'est bien. *Elle corrige le message.*
E: Et dans le A aussi.
M.: Non.
E: Oui, parce que normalement c'est la même figure.
M.: C'est la même figure oui mais...
E: Ce n'est pas logique.
E.: Peut-être qu'il y a une différence...
M.: C'est un problème de mesurage. Je pense que pour 1 mm, s'il y avait eu 1 mm partout de chaque côté on l'aurait accepté. Tandis que dans celui là, il y avait une partie de bleu que vous voyez et simplement à un endroit en plus, pas partout. Alors celui là est réussi et enfin... alors le F.

Il le montre

[580] E: C'est juste.
Es: C'est juste, he?
E: Et pourquoi ils mettent zéro?
E: Mais ce n'est pas possible.
E: Qu'est-ce que c'est ça?
E: Tournez-le pour voir!
M.: Bon alors...
GOS: C'est juste
GNJ: Comme nous! C'est pareil.
M.: Qu'est-ce que vous en pensez?
Es: C'est juste!
M. Monique est très, très exigeante. On l'accepte alors?
Es: Oui!
M. Bon, alors finalement, celui ci est réussi aussi et le F on lui met un point
E: Alors qu'est-ce que c'est?
M. Finalement est-ce qu'on peut dire que les rectangles ont été raté?

E: Non
M. Bon, alors on regarde ce qu'ils ont mis comme message eux.
E: Tu t'es trompé.
M.: Tiens tu nous lis ce qu'ils ont mis.

Il écrit au tableau

F. C'est un rectangle. En largeur ça fait 11 cm 7 mm En longueur ça fait 19 cm 4 mm.

M.: Alors voilà les quatre messages, deux sont réussis et deux ... Il y en a un surtout qui n'est pas du tout réussi et un qui n'est pas très précis. Qu'est-ce qu'on peut dire? Regardez bien ces messages! Qu'est-e que vous en pensez?
[640] GOS: Je ne comprends pas pourquoi on prend une équerre pour faire un rectangle
M.: Toi tu ne dirais pas qu'on prend une équerre pour faire un rectangle.
GOS: Ils peuvent prendre une règle!
DIM: Et justement ça les a fait tromper.
M.: De prendre une équerre, ça les a fait tromper?
GOS: Oui parce qu'une équerre c'est surtout pour faire un... triangle!
M.: Les deux groupes qui ont réussi ils ont fait comment pour tracer leur...
DIM: D'abord ils ont dit que c'était un rectangle
AUT: D'abord on a tracé...
M.: Vous avez tracé quoi?
AUT: Un trait!!

Sourire, sous entendu on ne peut tracer que des traits.

M.: Oui
ARC: Après on a vérifié si c'était droit!!
M.: Vous avez vérifié si c'était droit. Qu'est-ce que t'appelles "Vérifier si c'était droit", Cyril?
ARC: Quand on trace un carré, ou un rectangle... quand on ne prend pas d'équerre on trace...

Gestes horizontaux avec les mains

ARC: Et puis nous c'est ce qu'on voulait dire... Prendre une équerre pour que le côté soit...
M.: Viens nous montrer!
ARC: On voulait dire: "Prends une équerre..." Des fois en CE2 on avait fait un exercice comme ça et puis tout le monde s'était trompé. l'angle il était comme ça... Et après Bernard nous avait expliqué qu'il fallait prendre une équerre pour que l'angle soit droit.

Il montre sur le gabarit un angle aigu

M.: Pour que l'angle soit droit! Ah! Alors eux, ils ont indiqué qu'il fallait une équerre pour que l'angle soit droit.
DIM: Ils ont dit pour "tracer", prend une équerre pour tracer...
M.: Il y en a combien d'angles? Là...
ARC. Quatre.
M: Il y en a quatre. Est-ce qu'ils sont tous identiques ces angles là?
Es: Oui
M.: Alors ils sont tous droits. Effectivement on appelle ces angles là des angles droits. Mais moi je ne comprends pas, toi tu me dis qu'il faut une équerre et toi tu me dis qu'il n'en faut pas.
DIM: Il n'en faut pas dans la mesure des côtés. Il a dit: "Prends une équerre pour tracer 19 cm 4 mm". Ce n'est pas pour tracer, il l'a dit lui même, c'est pour que les angles soient droits

M.: Une équerre. Vous avez entendu ce qu'elle a dit, une équerre ce n'est pas pour tracer, c'est pour que les angles soient droits
Es.(...)
M.: Tu veux dire qu'une équerre ce n'est pas pour mesurer... c'est pour faire un angle... droit.

L'enseignant montre sur la figure les côtés perpendiculaires du rectangle chaque fois qu'il dit "angle droit".

DIM: A mon avis c'est là le problème...
Es: Ils auraient dû...
M.: Ca c'est intéressant ce qu'elle a dit. Vous avez entendu; elle a dit: "Une équerre ce n'est pas pour mesurer c'est pour tracer des angles". Alors pour mesurer qu'est-ce qu'on prend?
E: Une règle!
E: Un double décimètre.
M.: On a un double décimètre. Alors on trace les angles avec l'équerre et on utilise le double décimètre. Là je suis d'accord avec toi... Et je suis d'accord avec toi... Maintenant ces groupes là, ils me disent qu'ils n'ont pas besoin d'une équerre.

Il signale ARC et DIM respectivement.

M.: Quand même, vous en avez eu besoin
DUP: Oui, pour l'angle
E: Hein!
E: Si nous on a eu besoin.
M.: Tu t'en as servi finalement?
E: Oui.
M.: Pourquoi?
DUP: Pour vérifier les angles droits.
M.: Alors on a eu besoin maintenant.
Es: Pas forcement... pour chercher... pas pour tout... les angles droits... pas pour mesurer, pour tracer...
M.: Alors tu t'en as servi pour vérifier les angles droits mais pas pour mesurer.
Es: Non.
M.: Alors, ce que vous voulez dire c'est qu'ici ce qui les a gêné c'est qu'ils ont pris l'équerre pour mesurer. C'est ça qui les a gêné.
E: Oui parce qu'ils mettent "pour tracer"...
M.: Bon en fait l'équerre ça sert à faire les angles et après pour mesurer qu'est-ce qu'on prend?
E: On prend une règle.
E: Un double décimètre
Fabienne: On prend une équerre
Es: (Bruits).
M.: Un double décimètre!
JOC: Nous on a tout fait à la règle
M.: Toi tu as tout fait à la règle.
JOC: Oui, on n'avait pas l'équerre.
M.: Vous entendez, vous avez tout tracé à la règle. Tout.
JOC: Oui.
M.: Tu peux nous expliquer comment vous avez fait?
JOC: Enfin au début on a presque se tromper, heureusement que Joel avait vu. Je n'avais pas tellement fait mon trait droit, il était un peu de travers...
M.: Ton trait de travers ce lequel?
JOC: Je crois que c'était le petit côté.
M.: C'est le petit côté! Tu avais fait ton petit côté. Tu me dis que tu avais fait ton petit côté un peu de travers.

JOC: Par rapport à...
M.: Ceci veut dire que si on fait le petit côté un peu de travers, qu'est-ce qu'on a? On a...

Les élèves chuchotent apparemment sur ce qui est l'objet de la leçon

JOC: Si on fait le trait de travers.... Et si ici on fait la bonne mesure on aurait des centimètres de plus!

Il signale d'abord deux segments non parallèles et ensuite le côté en haut

M.: Tu veux dire qu'on n'aurait pas un angle droit ici.
JOC: Nous, si on fait le trait de travers là ici on n'aurait pas la bon mesure.
M.: Tu veux venir nous montrer...

C'est FOJ qui se lève encouragé par JOC.

M.: Tiens tu vas venir ici, tu vas prendre la règle. Bon on va prendre les mesures ici... Comment s'appelle ça?

Il montre la règle du tableau

FOJ: Un mètre!
M.: C'est un mètre et les graduations représentent quoi?
FOJ: Un centimètre!
M.: Un centimètre... Alors nous on va faire avec...
E: On arrondit.
E: Attends, attends!
M.: Alors pour nous cette distance sera...
E: 10 cm.
E: Non, 20 cm.
M.: Non, tu vas nous faire exactement. Alors vas-y!
E: Et pour les millimètres?
M.: A peu près... Pour que ça soit plus facile pour lui, on va changer un peu les mesures... on va prendre... *Rires.*
E: Des nombres "piles".
M.: Pour le grand côté on va prendre...
FOJ: 19 cm
M.: 19 cm si vous voulez et pour l'autre on va prendre...
Es: 11 cm.

[775] FOJ prend la règle, il met le pouce sur la graduation 19 mais il ne peut pas la tenir sur le tableau. L'enseignant l'aide en la mettant horizontale. La règle n'est pas tout à fait parallèle au bord inférieur du tableau.

E: C'est de travers là.
M.: Bon on s'arrête là.

Il parle du trait sur la règle

M.: Ensuite?

Sur le tableau il y a un segment, nous ajoutons la dénomination des extrémités:

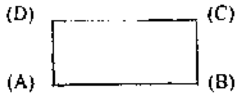
(A) ____________________ (B)

L'élève met le bord de la règle sur (B) et il essai de faire coïncider ce point là avec le zéro de la règle, tout en conservant une position verticale

M.: Tu veux le dessiner comme la dernière fois... Tu mets la règle...

FOJ hésite, M. propose de tenir la règle et la place dans une position très légèrement non perpendiculaire au segment tracé. FOJ corrige la position de la règle (par rapport à la verticale et à la graduation) et finalement il trace un trait vertical jusqu'à 11. Pour l'autre côté verticale, il suit la même démarche

Voici la construction au tableau. (Fig. 1)



M Vas-y! Ici tu as vérifié que ça ..

Il montre le côté (AB).

M : Ca faisait bien 19, là... c'est comme ça que vous avez fait?
JOC Oui, mais lui il voulait faire le trait direct là. Je lui ai dit il faut vérifier parce que.
M.: Bon, là tu as oublié une chose quand même. Tu viens de tracer cette trace là, ce grand côté mais tu n'as pas mesuré. Combien fait-il?

L'enfant mesure(DC).

E. Ah! 18!
DIM: Mais oui, c'est le problème des angles
M.: C'est le problème.
DIM: C'est le problème des angles, il a trop écarté.
M.: C'est le problème des angles.
E: C'est pour ça l'autre fois il n'avait pas vérifié
M : Bon. On arrive à une figure... N'effaces rien! On arrive à une figure qui ressemble de loin à... Ce qu'on cherche, c'est à dire un rectangle. Mais est-ce vraiment un rectangle?
E. Non.
E: Mais sans équerre...
M.: Et comment tu sais que ce n'est pas un rectangle?
ROL: Parce que dans un rectangle, il y a deux mesures.
M.: Oui.
ROL: Une mesure pour deux côtés.
M.: Oui.
ROL: Et là, la mesure n'est pas pareille pour les deux grands côtés.
M.: Là déjà la mesure n'est pas pareille pour les grands côtés. Mais il y a une autre raison. .
OLM. Mais il y a les angles aussi...
M.: Dans un rectangle, il faut qu'ils soient comment les angles...
Es: Droits
M.: Il faut que ça soit des angles droits! Alors qu'est-ce qu'il nous faudrait pour vérifier que ce sont des angles droits.
Es: Une équerre.
M.: Il faudrait une équerre. Alors hier est-ce que vous aviez une équerre?
Es: Oui
M.: Vous aviez la possibilité d'avoir une équerre.
E: Oui.
M.: Alors aujourd'hui Joel va vérifier si cet angle.. si ce qu'il a fait est droit Est-ce que là il était obligé pour que sa figure soit bonne d'utiliser une équerre?
E Oui.
M.: Ils l'ont fait juste quand même. *Sans utiliser l'équerre*

DIM: Ils ont fait juste mais s'ils ont vérifié la mesure ils ont pu décaler en haut.
M.: Ils ont eu de la chance quand même de l'avoir juste
DUP C'est plus vite avec une équerre .. c'est indispensable.
E: Presque indispensable

M.. On va vérifier, on va faire une équerre. Est-ce que vous savez?
Es Oui
M.. Alors on va tous en faire une. Puisque vous savez, vous allez m'expliquer comment et après on va vérifier s'il y a effectivement des angles droits Alors Jérôme, comment on fait une équerre?
GNJ: Je ne me rappelle plus.
M : Ah! Qui est-ce qui sait?
VAM: Moi!
[865] M.. Tu viens en faire une! Allez, vas-y! Est-ce que tu t'en rappelles?

L'élève plie une feuille en deux selon un axe de symétrie

M.. Alors tu plies une feuille en deux, parfaitement, et puis tu replies, vas-y!

L'élève superpose les bords de la feuille

GOS: Ce n'est pas nécessairement comme ça, le premier côté on peut le faire comme on veut.
LOS: On peut le faire n'importe comment, comme ça et après il faut bien le plier. Et là il y a un angle.
M.: Oui, et ensuite?

L'élève hésite, le maître prend le papier.

M.: Voilà, là tu replies bord à bord.
LOS: Et là on a un angle.
M. Et là on a un angle droit.
GNJ. Et de l'autre côté?
LOS: Non, ce n'est pas de l'autre côté.
M : On va tous faire une équerre. On va réapprendre a en faire une. On va la faire tous ensemble. Alors vous m'attendez, pendant ce temps je vous donne une feuille chacun. Alors, première chose... J'entends... qu'il y en a qui ont commencé Je vous ai demandé de m'attendre.
E Ah, bon!
M.: Premièrement vous allez plier votre feuille n'importe comment, n'importe comment.

L'enseignant joint le geste à la parole.

M : Et quand vous l'avez plié et que vous avez bien, bien, bien marqué .. Je l'ai plié n'importe comment...

Il montre la feuille pliée

M.:Vous allez me montrer votre feuille comme ça.

Les élèves lèvent leur feuille, quelques uns ont plié bord à bord, d'autres l'ont fait n'importe comment.

M.: Vous marquez bien avec l'angle, d'accord? Maintenant vous posez votre feuille et vous regardez bien la suite. Votre trait là sur le trait de pliure, il est bien bord à bord... Ne le faites pas, regardez jusqu'au bout... Pierre, tu regardes et tu poses ta feuille là, tu n'écoutes pas. Vous pliez votre feuille pour que le trait de pliure se retrouve bord à bord, et ensuite
E: On a un angle.
M.: Vous marquerez bien l'autre trait et là vous obtenez.
E: Un angle..
M.: Un angle
E: Droit
M.: Qui s'appelle un angle droit. Vous y allez! Attention! Il faut que ça soit bien, bien, bien... bord à bord. Bien! Vous me montrez ce que vous obtenez! Est-ce que vous voyez bien sur votre pliage où se trouve... Attention toi, tu as plié la feuille... au départ .. tu ne l'as pas pliée n'importe où! Fais voir! C'est bon! Ah, si! Je n'ai rien dit, d'accord. Toi fais voir! Tu l'as plié parfaitement en deux la première fois, c'est ça? Je t'avais demandé de le plier n'importe où et parce que tu vois, en faisant ça tu as des angles droits partout

Les élèves manipulent, l'enseignant passe à travers les tables

E: Tu ne sais pas lequel est le bon.
M : Je vais te redonner une autre feuille, tu vas plier la première fois n'importe où.
E: Et moi?
E: Toi aussi!
E: Et moi?
M.: Toi aussi!
E. Et moi?
M.: Non, non... Toi c'est bon. Alors Marie dit quelque chose. Vous avez entendu ce qu'elle a dit, Marie?
E: Oui!
DIM: Même si l'on a des angles droits partout on peut vérifier.
M.: Voilà, si l'on a des angles droits partout, comme toi... Sur votre angle droit .. Je vous laisse mon équerre au tableau là. Mon angle droit je le marque en faisant un petit carré comme ça.

L'enseignant dessine un angle droit avec son équerre en papier, et signale l'amplitud avec des petits traits perpendiculaires

E: Un rond on faisait.
M.: Si vous voulez un rond. Qui est-ce qui vient ici avec son équerre pour vérifier si c'était un rectangle? Alors comment fait-on pour vérifier que des angles sont droits?

ELE est au tableau avec son équerre en papier, elle la place avec certitude sur l'angle (A) de la Fig 1

[1000] ELE: On met l'angle!
M.: On met l'angle!
ELE: Sur l'angle.
M.: Sur l'angle! Est-ce que celui-là va?
ELE: Oui.
M: Oui, celui-là va!

L'élève pose son équerre sur l'angle (B) et s'aperçoit qu'ils ne coincident pas.

E: Celui-là, il ne va pas
M.: Est-ce qu'il va celui-ci.
Es: Non.
M.: Comment voyez-vous qu'il ne va pas?
HAS: En haut il n'est pas droit.
M.: Voilà, le trait d'en haut, tu as raison, il ne suit pas le bord du papier. On regarde les autres.
E: Non.
E: Si.
M.: Qu'est-ce qu'il y a? Pourquoi tu dis non?

A l'enfant qui est au tableau

ELE: Le trait a disparu.

Avec la superposition, un des côtés du rectangle est caché sous l'équerre

M.: Oui, là on voit disparaître le trait dessous. Ensuite on vérifie le dernier. Qu'est-ce que tu en penses?
ELE: Oui.
M.: Est-ce qu'on peut tracer un rectangle rien qu'en utilisant la règle?
E: Non.
M. Vous voyez que ce n'est pas très précis. Vous l'avez trouvé là.

Il montre les consignes.

Vous avez eu de la chance. Ce que je ne comprends pas maintenant est qu'il y a deux messages qui sont... Comment se fait-il que le groupe A qui a les

mêmes messages que ces deux là n'est pas réussi à faire la figure correctement? Il est où le groupe A. C'est vous. C'est vous qui avez envoyé le message et c'est vous qui l'avez fait.
E: Oui.
M.: Comment se fait-il que vous l'ayez fait faux? Est-ce que vous pourriez l'expliquer?
HAS. J'avais tracé un trait.
Et puis comme ça j'avais mis la règle, elle n'était pas droite, alors on l'avait pas vu et après j'ai découpé et le trait il n'était pas droit.

Il met sa règle horizontale

M.: Qu'est-ce qu'il fallait?
E: Une équerre.
M.: Tu en avais une
HAS: Oui.
M.: Et vous, vous en êtes servi?
HAS: Non.
M.: Ah! Ils ne se sont pas servis de l'équerre. Voilà, quand on ne se sert pas de l'équerre... bien... Est-ce que vous seriez capable de tracer un rectangle maintenant? Si je vous donnais un message ...
Es: Oui.
M.: Et bien, tiens. On va choisir des mesures nouvelles et puis vous allez me donner un message... Je vous donne les mesures, on va choisir 10 cm 5 mm pour le grand côté et 6 cm 2 mm pour le petit côté. Qui est-ce qui peut me dire...?
E: Il manque quelque chose.
M.: Quel est le message que je devrais écrire pour demander à quelqu'un de faire ce rectangle, une fois que j'ai pris les mesures? Qu'est-ce que je vais mettre Ludovic? Jérôme?
[1075] GNJ: C'est un rectangle, le plus grand côté... Pierre, tu veux continuer le message? On va commencer par quoi?

SEP hésite, se penche sur sa chaise pour observer les messages.

SEP: 19 cm.
Es: Non.
M. Je commence par donner les dimensions. Ludovic!
ROL: On dit: «c'est un rectangle ». Le plus grand côté mesure 10 cm 5 mm...
Es: Ah, oui!
M.: Cyril!
ARC: C'est un rectangle. Prends une équerre pour dessiner les angles droits.
M.: Ah! C'est un rectangle. Cyril dit: "Prend une équerre pour mesurer, pour vérifier les angles droits..." Qu'est-ce que vous en pensez? Ludovic?
ROL: Pour faire... les angles droits.
M.: Eh! Pour... faire les angles droits.
ROL: C'est pour la vérification.
M.: C'est pour la...
ROL: Pour vérifier.
M.: Est-ce que vous pensez qu'il faut le mettre dans le message ça.
E. On vient de le dire.
Es: Oui . Non...

Ils font beaucoup du bruit.

M. Landry, pourquoi toi tu le marquerais?
E: On n'entend pas!
M.. Moi, je n'entends plus, non plus
ACL: Un rectangle on ne peut pas le faire avec une règle, il faut une équerre.
DIM: Mais on doit le savoir!

M : Marie?
DIM. On doit savoir qu'on doit utiliser une équerre
M.: Ah! Toi tu dis ce n'est pas la peine de le marquer parce qu'on doit le savoir. Et toi, tu dis?
ACL: On doit le marquer parce que... pour faciliter leur travail.
Es: Mais on doit le savoir!
M : Alors un rectangle... Toi, tu dis on a toujours besoin d'une équerre
Es: Oui... (Bruits).
LHM: Mais, si on ne le sait pas? S'il y en a un qui ne le sait pas, pour le faire gagner tu le marques.
M.: Ah! Pour faire gagner l'autre équipe toi tu précises le cas où l'autre ne le saurait pas.
E: Et oui.
M.. Et toi?
E: On le sait.
DUP: On ne le sait pas... en avoir une absolument... Ils ont fait un rectangle sans équerre, alors moi je pense qu'il faut...
M : Est-ce que tu le marquerais toi?
DUP: Non.
LHM: Oui, mais si on ne leur avait pas dit...
M : Est-ce que... Mélanie, toi tu ne participes pas trop toi. Je te vois te reposer. Il vaudrait mieux que tu participes. Qu'est-ce que tu en penses?
MRM: On le marque
M.: Toi, tu le marquerais. Si on ne te le dit pas tu n'y penseras pas là maintenant.
MRM: Non.... Si...
M.: Maintenant tu le sais
GOS. Mais Carole on ne lui a pas dit, par exemple. Alors après si on travaille avec elle... (Bruits).
Es: On lui dira.
AUT: Maintenant on vient de dire à toute la classe qu'il faut une équerre pour faire un rectangle. On n'a pas besoin de lui préciser sur le message.
M : Je suis d'accord avec vous. Si vous pensez à Carole puisque Carole n'est pas là et si vous lui envoyez un message..
GOS: On lui marquera.
M : Vous le marquez parce que Carole vous n'êtes pas sûrs qu'elle le sache
E: Peut-être qu'elle sait déjà!
M.. Comment on construit un rectangle. Et même celui qui sera avec elle, le lui dira: "Tu as tout à fait raison". Et maintenant nous, est-ce qu'on le sait.
Es: Oui.
M : Alors est-ce qu'on a besoin de le marquer.
Es: Non.
M : Alors on ne le marque pas puisqu'on le sait. Par contre qu'est-ce qu'il nous faut là. C'est un rectangle ça ne suffit pas.
ROL. Mais oui, les plus grands côtés mesurent 10 cm 5 mm et les plus petits côtés mesurent 6 cm 2 mm.
M: Ils mesurent 6 cm 2 mm.
Alors avant de le tracer, comment vous allez faire?

Il écrit ce message au tableau.

[1190] KHA: Je mets la règle sur mon équerre, je mets mon zéro tout au début de l'angle droit
M.: Viens le faire au tableau et les autres vont dire s'ils sont d'accord. Tu prends ta règle et ton équerre. Alors vas-y tu vas le faire en bas, là! Est-ce que tout le monde voit en bas là?
Es: Oui.

M. Alors, vas-y!
KHA: Je trace un trait là...

Elle pose son équerre en papier sur le tableau et le zéro de sa règle au sommet de l'angle droit de l'équerre

M : Bon, est-ce que... Tu regardes ce qu'elle fait. Pierre, en ce moment je ne l'ai vu ni participer à la discussion ni regarder... Je me demande si tu vas y arriver, je me pose des questions. Vous avez vu ce qu'elle a fait? Elle a posé sa règle sur l'équerre, bon! Qu'est-ce que vous en pensez?
Es: C'est bon!
M.. Et si tu mettais ta règle directement?
Es: Mais l'angle droit?
M.: Ah, bon! Il ne serait pas droit
E: Si, mais l'angle? Il ne serait pas horizontal!
Es: Mais si...!
M.: Pardon!
E: Il ne serait pas horizontal!
M: Est-ce qu'il est horizontal.

L'enseignant trace un trait légèrement oblique au tableau.

E. Non.
M.: Mais dites moi là! Il est comment mon rectangle.

Il montre le rectangle découpé, légèrement penché par rapport au bord supérieur du tableau.

M.: Est-ce que l'angle ne sera pas droit là?

Il montre le trait oblique du tableau.

Es. Si.
M : Elise..
GAE: Il sera toujours droit là parce que. . Si je prends mon équerre..
M: Tu viens m'en faire un là, un angle droit à partir de ce côté.
GAE: Mais, sans l'équerre?
M.: Ah, non! Avec l'équerre.
E: Tiens!

GAE, avec certitud, place l'équerre sur l'extremité droite du segment

E: Mais avec la règle?

Il hésite de tracer le long de l'équerre en papier.

M : Mais c'est ta règle.
KHA: L'équerre est comme une règle!
M.: Voilà! Tu supposes maintenant que je veux un petit côté qui fasse 20 cm. Tu me les représentes là les 20 cm.

L'élève pose la règle en bois au sommet de l'angle mais la graduation "0" est abîmée.

Ah, alors prends-le à... Bien, et alors maintenant, comment je fais pour la suite? Est-ce qu'il est fini ce triangle.
E: Mais non...
M. Tu viens me le faire...
E: L'autre bord.
M . Tu viens me le faire l'autre bord, comme tu dis. L'autre bord, ça s'appelle comment.

L'enseignant reprend le rectangle en carton et demande en montrant le "bord".

Est-ce que ça s'appelle un "bord"?
E. Non
M.: Ceci, il s'appelle comment.
ROL. Un côté.
[1250] M : Alors, l'autre côté.

SEP va au tableau et il hésite à positionner la règle pour faire le troisième côté, les élèves rigolent. D'emblée il met la règle dans une position parallèle au bord inférieur du tableau, après petit à petit, il la met apparemment parallèle au segment déjà tracé par le maître. SEP fait le segment. Voici la figure qu'il obtient:

E: Oh!

Les élèves rigolent.

M.: Regarde tes camarades. Pendant que tu faisais ça... c'était l'affolement dans la classe.. Pourquoi Marie?
DIM: Parce qu'il n'a pas pris l'équerre... et le bord... et l'angle...
M.: On a dit tout à l'heure que pour tracer un rectangle il fallait...
E.: Une équerre.
M.: Peut-être que finalement ceux qui ont oublié de marquer de prendre une équerre, ils ont peut-être raison finalement parce qu'il y en a manifestement, pour lesquels ce n'est pas évident. Vérifies toi si ton angle est droit!

Il lui donne une équerre en papier et Pierre la fait tourner pour identifier l'angle droit.

M.: L'angle que tu viens de tracer.
E: S'il est droit, il a de la chance.
M.: Pierre, où est-il l'angle droit sur le papier?

Pierre essaie de placer son équerre, mais il hésite.

M.. Non, non ce n'est pas amusant. Il est où.

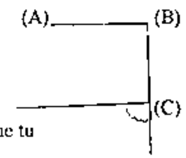
Les élèves rigolent.

M.. Il est là! Alors, comment tu fais pour vérifier que ton angle est droit?

Il montre le sommet de l'angle droit.

M. C'est celui-là que tu vérifies

Il montre l'angle à vérifier.(C). Il positionne son équerre sur un des angles extérieurs à (C), ce qui fait rire quelques élèves.



M.: Il est où ton angle. Il faudrait qu'il soit où? Oui, c'est cet angle là que tu devrais mesurer. Alors, comment tu fais pour vérifier?
GNJ: Mais.
M.: Jérôme?
GNJ. Il met son angle droit contre... contre le petit côté, puis ... on regarde si c'est juste.

SEP essaie de placer son équerre selon la consigne de GNJ, mais il produit la même erreur que précédemment

M.: C'est quoi ce que tu fais là? Là tu es simplement sur le grand côté, il faut qu'il soit à la fois sur quoi?
GNJ: Sur celui-là et sur...
M.: Celui-là, tu viens lui montrer Jérôme.

Rires, SEP est découragé et s'évente avec l'équerre. Quand GNJ place correctement l'équerre, Pierre regarde et bouge la tête

M. D'accord, tu vois Pierre? Alors maintenant est-ce que ton angle est droit?

Pierre s'approche du dessin et c'est l'enseignant qui répond.

M. Oui, presque, tu as de la chance! On peut accepter qu'il soit bon, tu as vraiment de la chance... Bon, d'accord. Ensuite, combien j'en ai là?
Est-ce qu'il est fini. Je prends 50 ici et 50 là

L'enseignant mesure le grand côté du rectangle. Elle détermine le point (D)

E: En bas ce n'est pas obligé qu'il soit fait
M.: Et ensuite, qu'est-ce que je fais une fois que j'en arrive là?

Un élève commence à doner les ordres et l'enseignant les répète.

M.: Je trace...
SEP: Le côté...
M.: Quel côté?
E: Le petit.
M.: Le petit côté. Et je me contente de le tracer?
E: Non.
GNJ: Mais, il faut prendre l'équerre aussi pour voir s'il est droit.
M.: Alors, on prend l'équerre pour voir s'il est bien droit

Il trace, avec l'équerre, un segment perpendiculaire à (DC), par le point (D).

Et ensuite normalement...On a dit qu'on devait avoir combien sur le petit côté?
E.: 6 cm.
M.: Oui, mais ici, combien devait-on avoir?
E: 20 cm.

L'enseignant semble accepter le possible erreur sur ce dernier côté et immédiatement propose une activité.

[1340] M.: Alors vous allez faire sur une feuille que je vais vous donner. avec...
E : L'équerre...
E: Faire le même?
M.: Vous allez faire celui qui est là bas, pas celui qui est là.

Il montre la consigne choisie.

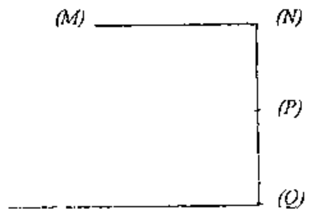
SEP: Lequel?
M.: C'est à dire: "Un rectangle dont le plus grand côté mesure 10 cm 5 mm et le plus petit côté 6 cm 2 mm."
E: C'est pareil à celui qu'on a fait
E: Ce n'est pas le même, oh que tu es bête!

L'enseignant distribue les feuilles aux élèves, beaucoup du bruit avant de se mettre au travail. Il passe dans les rangs pour observer les manipulations. La caméra est sur la feuille de HAS. il avait un segment horizontal et on le voit tracer avec le double décimètre un segment vertical

M.: Dites moi, est-ce que pour tracer le premier côté ici, on a besoin de son équerre?
Es: Non
M.. Et bien, je vois tout le monde le faire pourtant
E: Pas moi, non.

Les élèves travaillent et la caméra reste sur la feuille de HAS. On y voit deux segments, parallèles aux bords de la feuille, qui semblent être perpendiculaires. Il mesure 6,2 cm et fait une marque sur le segment vertical. D'après notre schéma, il détermine le point (P). Avec la règle, il cherche une parallèle a (MN) qui passe par(P).

Tout d'un coup il abandonne la règle et prend son équerre -sur laquelle, avec un gros point bleu il a distingué l'angle droit- pour la placer sur (QN), avec sommet en (Q). Il la place avec beaucoup de soin, il place la règle sur le côté inférieur de l'équerre, il déplace l'équerre et finalement il fait aussi bouger sa règle en perdant donc, avec cette manipulation maladroite, la position cherchée.
Il reprend exactement la même procédure et puis il trace un segment de 10.5 cm à partir de (Q). Au moment de regarder le produit de son travail, il n'a pas l'air très satisfait. Pierre lui pose une question. HAS montre avec le doigt une droite parallèle à (MN) qui passe par(P).



Pierre. N'effaces pas..

HAS met le bord de sa règle sur (P), et à vue il tatônne en prennant comme référence le dernier segment tracé. Il fait un trait et ensuite, avec certitud et beaucoup de soin, il manipule son équerre pour vérifier l'angle droit sur (P). Il décide de l'accepter, ensuite mesure 10.5 cm et relie ce dernier point (R) avec (M). Il lève la feuille pour bien regarder, à une certaine distance, la figure obtenue. Il vérifie l'angle en (R), il semble avoir une erreur, il hésite... Il commence à vérifier les mesures des côtés, d'abord celle du dernier côté construit (MR), après (RP), ensuite (PN) et finalement (MN). Il semble admettre les possibles erreurs et avec un feutre fait le bord du rectangle

M.: Bon, qui n'a pas fini? Allez! Deux minutes .

HAS exhibe sa construction.

Pierre: Attends! Je vais voir ..

Il vérifie avec l'équerre l'angle en (P), et il trouve une petite différence

Ca, ce n'est pas droit

Après il vérifie l'angle en (R), qu'il trouve bon. Il passe par (M), et finalement (N). Il a quelques doutes car il cherche une équerre en plastique et recommence la vérification, en montrant à chaque pas, les erreurs observées. Ils, Pierre et HAS, sont d'accord pour dire que l'angle sur (P) n'est pas tout à fait droit

M Ceux qui ont terminé, vous laissez votre feuille avec le nom sur la table et vous allez mettre en rang

Annexe V

REPRODUCTION DE FIGURES: LE TRIANGLE

Sommaire

V.1 Fiche didactique

3. Reproduction de figures: le triangle Troisième séance

Activité I: la construction d'un triangle déterminé

3.1. Matériel

- Les triangles donnés pour le jeu de communication et les messages sur les triangle obtenus lors de la première séance.
- Les enfants ont à leur disposition des feuilles de papier blanc, un double décimètre, une équerre, un compas, une paire de ciseaux.

3.2. Objectifs de la leçon

- Savoir reproduire un triangle.
- Reconnaître si un message est bon, c'est-à-dire s'il permet de construire un triangle donné et un seul.

3.3. Description de l'activité

3.3.1. Organisation de la classe
Chaque enfant travaille individuellement, sauf pendant les phases collectives de présentation des méthodes

3.3.2. Consigne

"Ce qu'on a fait lundi, c'était pour vous apprendre à construire des figures et dire comment on les reproduit On va essayer de juger les messages, de voir si les constructions sont bonnes, pourquoi ça a pu rater Soit le message est bon et on ne sait pas construire Soit le message n'est pas bon, et on pouvait alors construire quelque chose de faux. Aujourd'hui nous allons travailler sur les triangles."

3.3.3. Déroulement

Première phase: construction d'un triangle à partir d'un message

L'enseignant affiche au tableau un des messages sur le triangle, celui qu'il trouve le plus adéquat (Cf. Remarque (xi)) Les enfants le lissent silencieusement, et s'il n'y a pas de problèmes manifestes avec la formulation, l'enseignant leur propose une activité: "Avec ce message, pouvez vous construire un triangle superposable? Faites-le. Vous avez le droit de faire tous les essais que vous voulez mais quand on décide de vérifier, c'est fini Je vous donne à peu près 5 mn "

Deuxième phase: bilan des résultats et nouvel essai

Le temps écoulé, l'enseignant arrête l'activité même si la plupart des élèves ne peut pas montrer le triangle exigé S'il y a des protestations, il peut rassurer les enfants en leur disant: "Ce n'est pas grave si vous n'avez pas tout à fait terminé, vous allez en dessiner d'autres dans un moment".
L'enseignant distribue aux élèves des patrons tous identiques au modèle (il les montre tous superposés sur le modèle avant la distribution pour que les élèves soient bien sûrs qu'ils sont tous identiques) et leur demande de vérifier si leur triangle est superposable.
Ensuite, en tant qu'évaluation de l'activité, l'enseignant pose des questions:
- "Est-ce qu'il y en a qui n'ont rien fait? Est-ce que certains ont réussi à construire un triangle?" Ici l'enseignant doit avoir dans l'esprit que la réponse est juste si l'élève arrive à obtenir au moins un triangle, même s'il n'a pas les dimensions exigées
- "Est-ce qu'il y en a qui ont réussi à faire un triangle superposable?" A l'aide de quelques modèles, les élèves vérifient par eux mêmes. Face à un triangle juste, l'enseignant doit déclarer que ce message permettait donc d'en faire un.
- "Est-ce qu'il y en a qui ont fait d'autres triangles non superposables correspondant au message?"

Dans le cas où des élèves n'ont pas réussi à construire un triangle superposable, l'enseignant propose la construction d'un deuxième triangle avec des mesures différentes[1] Il repose les mêmes questions
Ensuite il demande
- à un élève qui a échoué de décrire ses difficultés à ses camarades. (Cf. Remarque (xii))
- à la classe si d'autres élèves ont eu les mêmes difficultés.
- à la classe si certains élèves ont résolu ces difficultés (Cf. Remarque (xiii))

Il s'agit d'évoquer des techniques pour aider les élèves en difficulté. L'enseignant se garde d'intervenir.

Troisième phase: construction d'un autre triangle

"Pour voir si vous avez tous bien compris je vous donne un autre message."
Les élèves travaillent individuellement et essaient de construire le nouveau triangle Au bout du temps, l'enseignant pose les mêmes questions que pour la deuxième phase.

[1] Si toute la classe est capable d'obtenir dans 5 mn un triangle identique au modèle, l'objet d'étude doit être un autre et la construction du triangle n'est qu'une révision

Quatrième phase: présentation des différentes méthodes de construction

Parmi les élèves qui ont trouvé un résultat juste, quelques uns viennent au tableau pour exposer sa méthode à condition qu'elle soit différente des autres Il n'y a pas une discussion sur le caractère "différente", l'enseignant seulement pose des questions sur la validité locale ou générale du procédé

3.4. Remarques

(xi) Le message choisi au départ doit contenir au moins les renseignements nécessaires à sa construction pour trier les problèmes que pose la reproduction d'un triangle

(xii) L'élève peut pouvoir exprimer ses difficultés et être incapable de les contrôler

(xiii) On essaie de rendre public le problème et sa solution soit technique, soit de vocabulaire, soit de syntaxe.

IV. 2 Transcription de la séance du 16.03.90.

Classe: CM1 Date: 16.03.90
Enseignant: Monique Comet
Séance:
Observateurs: Fabienne Giraud, Nadine Brousseau, Pierre Raymond, Dilma Fregona.
Remarques: Le nom des élèves est donné selon un code à l'Ecole Michelet. "M" c'est le maître. Les nombres entre crochets servent de repère sur la bande vidéo. (Cassette n° 127, COREM) "E." ou "Es." représentent un élève ou un groupe d'élèves, respectivement, non identifié (s). "(.)" indique qu'on n'entend pas ce qui a été dit.

Corpus	Contexte

[0] M : L'autre jour, vous vous rappelez, on a fait un jeu de communication où il y avait des récepteurs, des émetteurs... Alors vous deviez, pendant ce jeu de communication, expliquer d'une part comment faire une figure et d'autre part la construire.. savoir la construire.
E.: (...)
M.. Ah! Attention! Si, vous étiez à la fois des récepteurs et des émetteurs, oui. ce n'est pas pour le même message... C'est vrai, ce n'était pas pour la même figure. D'accord, donc il y avait ces deux choses à faire et pouvoir expliquer comment reproduire une figure et savoir aussi en reproduire une à partir d'un message .. et de façon à ce qu'elles soient superposables. Alors certains avaient réussi et d'autres avaient échoué. Alors nous avons essayé de voir un petit peu rapidement pour quelle raison ceux qui avaient échoué ils n'y étaient pas arrivé. Et il me semble qu'on avait vu trois raisons en gros. Vous allez me dire si c'était ça. Mathias, tu te rappelles d'une des raisons?
LHM: Le message.
M : Alors, c'est-à-dire que: première possibilité c'était que le message n'était pas clair, n'était pas bon et donc il ne permettait pas de faire une figures superposable du tout.
[36] M.: Qu'est-ce qu'il y avait comme autre possibilité?
GOS. Le découpage
M.. Oui... le découpage, mais...

M. répète l'expression avec un ton peu convaincu.

M.: Anne?
KHA: Le mesurage
M.. Le mesurage, le découpage, oui...

M bouge en montrant ses doutes avec les gestes.

M.: Oui, mais quand même je ne crois pas que c'était le plus important. .
Voyons, Marie?
DIM: L'utilisation du compas.

M.: Alors, c'est-à-dire là je pourrais dire: c'était tout simplement. .
E.: L'utilisation du matériel.
M.: C'est-à-dire, en gros vous n'avez pas su construire alors que le message était bon. C'était une deuxième possibilité. On pourrait vous envoyer un bon message mais vous n'avez pas su construire la figure. Et puis une autre possibilité était que vous avez peut être eu un message qui permettait de construire une figure mais que n'était pas superposable. Voilà, je crois qu'il y avait ces trois possibilités.
LOS: On avait une mesure et après on ne savait pas si c'était un rectangle, un carré...
M.: Voilà, il permettait de faire une figure qui n'était pas celle qu'il fallait, pourtant en suivant bien le message. D'accord? Il y avait ces trois raisons, vous m'avez parlé de mesurage, de découpage... Mais moi je ne veux pas entendre parler de ces choses là, on doit savoir maintenant découper et mesurer... Ce ne sont pas des raisons importantes, d'accord?
[71] M.: En regardant encore les messages donc que vous avez envoyé, les réussites et tout ça on s'est rendu compte que vous n'aviez pas mal réussi par contre à faire les triangles.
E.: Ah, oui! C'était facile.
M.: Alors ce matin on pourrait justement regarder un petit peu les messages des triangles. Voir un petit peu ce qui s'est passé, les échecs, les réussites ..
M.: Alors on va commencer par regarder un, je vous le marque au tableau tout de suite et vous le lisez au même temps que je vais l'écrire.

M. commence à écrire au tableau le message suivant:
Faites un triangle avec un côté mesurant 15 cm 7 mm, puis un côté mesurant 19 cm 2 mm et enfin un côté mesurant 9 cm.

M.: Voilà le message qui a été envoyé dans une équipe par les émetteurs à des récepteurs. Vous avez tous lu le message?
Es.: Oui!
M. Alors voyons, quelqu'un va le lire à haute voix... Céline, bien fort.

JOC lit le message
ACL lève le doigt.

M.: Qu'est-ce que tu as à dire? Vas-y!
ACL: Moi je ne comprends pas parce qu'il a dit: un côté.. un côté... un côté... On ne sait pas de quel côté on parle, s'il est à droite... ou en bas ..
E.: (.) Ça n'a pas d'importance.
M.: Bon, justement... Là, vous voyez on commence à voir qu'il y en a qui se posent des questions... Moi je vais vous en poser une, à tout le monde: est-ce que vous pensez qu'avec ce message là il est possible de faire la figure qui était demandée, donc le modèle... on saura ça (...) bien sûr parce qu'une fois qu'on aura fait ce qui était demandé, ce soit superposable à la figure qui était le modèle. Qu'en pensez vous? Est-ce qu'on peut avec ce message là faire donc un triangle qui sera superposable au modèle? Alors, qu'est-ce que vous en pensez? Alors, qu'est-ce que tu en penses toi, Maite?
OLM. Oui.
M.: On pourrait! Et toi?
E.: Oui, parce que nous on avait le même, on avait les mêmes mesures mais pas le même message.
M : Et vous y êtes arrivés?
E.: Oui.

M.: Ah, bon! Et les autres, qu'est-ce qu'ils en pensent? Peut-être que non, Landry?

ACL ne répond pas.

[160] M.: Il ne pense plus rien le pauvre. Quand tu m'as dit ça tout à l'heure, qu'est-ce que tu voulais dire?
ACL: Que c'était impossible.
M.: Qui pense que c'est impossible, que avec ça on ne peut pas faire ce qu'il faut mais... n'ait pas peur, tu penses que ce n'est pas possible, pourquoi pas? Alors?
E.: Je ne pense pas qu'il soit impossible mais je crois qu'il n'est pas assez précis.
M.: Tu penses que ce n'est pas assez précis, toi?
E.: Je pense qu'il faut une équerre.
E.: Moi je crois que c'est un triangle... pas comme une équerre.
M.: Bon, on a l'impression qu'il se posent un tas de questions, donc moi je vais vous demander quelque chose: vous allez être là, des récepteurs... Tous, vous êtes tous des récepteurs, alors je vais vous donner une feuille... Vous avez à votre disposition un crayon à papier, un double décimètre... Si vous avez besoin, moi je vais mettre à votre disposition des autres instruments... Qu'est-ce que je peux vous mettre?
Es.: Une équerre!
M.: Une équerre peut être.
Es.: Un compas!
M.: Un compas, bon...

M fait des gestes avec les mains pour indiquer une diversité de choses.

[190] M.: Ça m'est égal, je peux vous donner tout ce que vous voulez et on va voir si l'on a une figure qui soit superposable à celle là. Allez! Alors attention cette fois vous allez reproduire, si vous pouvez, une figure mais vous ne la découperez pas... Et comment va-t-on vérifier si...

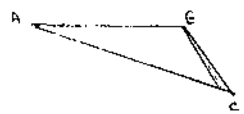
M commence à distribuer les feuilles blanches.

E.: On va mettre la figure sur...
M.: Qu'est-ce qu'on mettra sur la figure?
E.: La figure qui est là.
M.: La figure qui était le modèle, on essayera de voir... Ça va? Vous avez tous compris ce qu'il faut faire?
E: Oui.
M.: Blandine, tu as compris? C'est à partir de ce message, vous êtes de récepteurs, vous avez reçu ce message... Allez!

M. continue avec la distribution des feuilles, les élèves chuchotent.

M.: Attention! Je vous donne 10 minutes et après 10 minutes on arrête.

Un élève demande une équerre, elles ne sont pas dans la salle. Fabienne va les chercher
[245] La caméra est sur GAE, elle met la feuille paysage
<u>Premier essai</u>: Elle fait un segment (nous le désignons (AB)) de 15.7 cm pas tout à fait parallèle au bord supérieur de la feuille.
A partir de (A), vers le bas elle trace (AC) de 19.2 cm, mesure (BC) et le trace. Tout de suite elle efface (AC) et(AB).
<u>Deuxième essai</u>: Sur (BC) elle mesure 9 cm A partir de (C) et à 19.2 cm, elle détermine (A). Elle mesure (AB), c'est trop grand.
<u>Troisième essai</u>: Sur la même figure, elle laisse le crayon à 15.7 cm de (A), c'est le nouveau sommet (B), en mesurant (BC) elle constate que c'est trop grand. Elle fait bouger la règle autour de (B) et trace (BC).
La caméra est bloquée, on ne voit pas ce qu'elle fait.
<u>Quatrième essai</u>. Elle trace (BA) et elle efface le côté plus petit (BC). A partir de (B) elle mesure et trace 9 cm, elle rajuste toujours sur le même dessin.
Sa feuille montre la figure suivante:



<u>Cinquième essai</u>. elle efface le trait extérieur (à droite) elle regarde et commence à effacer aussi (AB). L'enseignant est en train de distribuer les équerres. E en demande une.
[360] <u>Sixième essai:</u> Sur la même figure, à partir de (A) elle mesure et trace 15.7 cm, elle détermine le côté (AB). Après elle trace (BC) de 9 cm, mesure le troisième côté et il semble avoir une petite différence.
[364] <u>Septième essai:</u> elle efface tout, et sur la même feuille elle recommence avec la même disposition des côtés. D'abord (BC) de 9 cm. Ensuite (AC) de 19.2 cm. Elle prend l'équerre et la place pour faire un angle droit avec sommet en (B). Ça ne la satisfait pas, elle fait tourner l'équerre et met le côté opposé à l'angle droit pour relier (AB)
Elle la fait tourner, et place ce côté de l'équerre sur (AC), elle la lève et hésite.
M. Allez! Dépêches-vous!

GAE prend la règle et mesure (AC).

M.: Tu arrives, là?
E. Oui, à peu près.

Elle mesure (AB) et (BC) avec soin.

[422] M.: Bien, les dix minutes sont finies. Alors, vous allez arrêter là où vous en êtes, même si ce n'est pas fini, écoutez bien, on arrête! D'accord?

Quelques enfants chuchotent en signe de désapprobation.

M.: Je ne veux plus voir un qui continue à le faire, peut être quelques uns parmi vous sont arrivés, bon, c'est bien... Le prochain, parce que nous allons en faire d'autres, peut être que vous pourrez arriver... au fur et à mesure, donc là on va voir. Voyons d'abord combien... vous y êtes tous? Joel? Céline? Je dis stop! Bon alors, première question, qui a réussi avec ce message à faire un triangle?

La voix et le geste indiquent un triangle quelconque.

M. Levez le doigt! Alors les autres qui ne lèvent pas le doigt, ça veut dire qui n'ont rien fait du tout?
E.: (...)
M.: Qui n'a rien fait du tout? C'est-à-dire: rien du tout ..

Quelques enfants hésitent.

M.: Ali, tu as fait quelque chose?
RAA. (...)
M.: Bon, mais tu n'est pas arrivé a tracer une figure. . Qui n'a pas pu arriver à faire une figure? Ali par exemple, je crois qu'on peut dire qu'il n'est pas arrivé à faire une figure. Qui encore n'a pas fait du tout une figure? (...) Blandine, qu'est-ce que tu as fait?
CAB: Un trait.
M : Ah! Est-ce qu'un trait est une figure?
Es.: Non!
M.: Hein non! Alors qui n'est pas arrivé à faire une figure?

Plusieurs enfants lèvent le doigt.

M.: Ah! voyez? Vous n'avez pas bien compris ce que je voulais dire. Alors, ces élèves là donc ils ne sont pas arrivés. Alors tous les autres ont fait une figure... Christelle, qu'est-ce que tu as fait? Un triangle?

HAC hoche la tête
en signe de reconnaissance.

[464] M.: Alors, je repose la question: qui est arrivé à faire un triangle avec ça?

Les élèves commencent à lever le doigt.

M.: tous les autres normalement, alors...
LOS: Peut-être il y en a qui n'ont pas forcément fait un triangle.
M.: Qui a fait une autre chose qu'un triangle? Qui est arrivé à faire une autre figure qu'un triangle? Puisque Sandra m'a dit peut être qu'ils ont fait une autre chose
E.. On ne peut pas.
[470] M.: On ne peut pas! Bon! Alors je vais vous donner maintenant à ceux qui ont fait un triangle, je vais vous donner la figure

M cherche plusieurs exemplaires,
elle n'en montre qu'un.

M.: Alors, regardez! La figure est celle ci, qu'est-ce qu'il va falloir faire pour savoir?
Es.. (...)
M.: Il va falloir...
E.: La superposer. Si l'on arrive à la superposer exactement sur le dessin c'est qu'on a réussi. Alors, regardez! Ah non, s'il y en a qui discutent en même temps que moi, non . Ca ne va pas. J'ai donc cette figure, le modèle... J'ai découpé des autres, et regardez! Je les ai découpées, je vous les montre parce que vous pourriez me dire: "Oui, mais tu les as mal découpées et puis ci et puis là..." Hein, vous pouvez remarquer que si on les met les unes sur les autres, qu'est-ce que ça donne?

M le montre à la classe.

E.: On n'en voit qu'une.

M : On ne voit qu'une, c'est un signe quand même, donc je les ai découpées exactement superposables. Alors, je vais en donner à chaque élève qui me dira qu'il a fait un triangle, et chaque élève va voir... Il m'appellera après pour voir si c'est vrai qu'elle est superposable ou elle ne l'est pas.

M commence à distribuer les exemplaires du modèle.

M.: Tout le monde a un triangle pour vérifier? Appelez nous si vous pensez avoir juste ou faux.

La caméra revient sur GAE, elle n'a pas encore un modèle.

M.. Ça va, tu as vérifié? Elle ne sait pas.

GAE a reçu un modèle. Elle le tourne avec certitude
pour le superposer à sa construction. Elle parle à son copain
en signalant le côté (BC). Elle lève le modèle, le replace et l'enlève après.
M parcourt les tables pour contrôler la vérification de l'activité.

[557] M: Ça y est? Tout le monde a pu vérifier? Bon, voyons... Alors...

M ramasse les modèles.

M.: Alors, je vais poser la question suivante: qui a réussi à faire un triangle superposable à ça?

Les élèves lèvent le doigt
M les dénombre, ils sont dix.

M.: Mais alors, dites moi: ce qui était possible.
GOS: Bien entendu parce que nous, on a réussi à le faire..
M. Alors, bien sûr Séverine dit: "Bien entendu parce que nous on a réussi à le faire quand on a reçu ce message." Déjà c'est un signe, mais vous... combien on a dit qui avaient réussi?
Es.: Dix!
M : Ah! Alors, dites moi comment ça se fait qu'il y en a qui y sont arrivés et d'autres qui n'y arrivent pas? Je ne sais pas moi, il y a des problèmes certainement, pour ceux qui n'arrivent pas. Alors, voyons! Thomas va peut-être nous expliquer... Attendez! Ne bouges pas trop parce qu'on n'entend pas... Alors, Thomas!
AUT: Il y en a qui (...) un côté n'était pas parfaitement droit.

Il fait des gestes avec les mains
pour indiquer un angle aigu.

AUT: Là, il faisait comme ça.

Sur une équerre il montre les bords qui forment un angle aigu.
M aussi prend une équerre

M.: Je vous montre ce qui dit Thomas, c'est à dire... Il dit: "Ce n'était pas comme une équerre". Il dit: "Ce n'était pas comme ça.. et droit là."

M suit avec le doigt l'angle droit de l'équerre.

Es.. (...)

Quelques enfants discutent ce que le M a dit

M. Alors, qu'est-ce que tu étais en train de dire?
AUT: (...) il n'est pas tout à fait droit.
M. Oui, et alors?
ROL: Et justement, sur ton triangle on ne pouvait pas faire un angle droit, il fallait pencher les côtés.

M.: C'est un peut ce qui a dit Thomas. Vous dites un peu la même chose...
Alors, quel est le problème? Donc, si l'on cherche à savoir quel est le problème... Le message permet de faire un triangle superposable puisque certains arrivent... Et les autres, pourquoi ils n'y arrivent pas?
E.: Parce qu'ils ne savaient pas comment placer les mesures.
M.: Ah! Peut-être qu'ils ne savaient pas comment placer les mesures.
LOS: Peut-être qu'il fallait dire à droite ou à gauche, mais seulement après on le retourne et ça ne va pas ..

Quelques élèves ajoutent des commentaires à propos de la position.

M.: Alors, voyons Mathias qui lui y est arrivé
[628] LHM: Si l'on a dit 9 cm, et après 15 cm et 7 mm et 19 cm et 2 mm ils vont se retrouver et (.)
M.: Attends! Je ne comprends pas ce que tu dis.
JOC: Il a dit que si l'on mettait 9 cm là et 19 cm et 2 mm là et 15 cm 7 mm en bas, on ne peut pas les placer quoi...
M.: Marie? Je ne comprends toujours pas. Alors, Marie?
DIM: Mais je ne sais pas, parce que d'après ce qu'ils disent... Elle a dit un côté de 19 cm 2 mm, on ne sait pas comment il faut le faire.
M.: Les mesures, qu'est-ce que tu dis Mathias? Tu peux venir nous montrer?
[649] LHM: Si là il a fait 9 cm

LHM montre à la classe sur une équerre un des bords perpendiculaires.

M.: Là, ça fait 9 cm?

M prend l'équerre et signale le même bord.

LHM: Non, s'il aurait fait...
E.: S'il l'aurait fait sur sa feuille...
M.: Mais viens nous montrer, je ne sais pas moi.

DIM vient au tableau, elle explique quelque chose. M suit l'explication et fait tourner l'équerre.

M.: Tu veux dire comme ça. Bon!

Les élèves qui étaient au tableau vont à sa place.

M.: tout ça ne nous dit pas quand même. .
LOS: C'est pareil.
M.: Mais ça ne nous dit pas comment on fait, ceux qui y sont arrivés, pour y arriver. Qui est-ce qui pourra nous expliquer... parce que je crois que c'est le problème de ceux qui dissent: "Moi je n'y suis pas arrivé". Tout ça ne va pas les aider. Qu'est-ce qu'il faut leur expliquer? Quelqu'un pourra venir au tableau pour expliquer? Ludovic?

[675] *ROL dit quelque chose.*

M.: Tu sais ou tu ne sais pas?
ROL: Oui! Je sais.
M.: Bon... il prend une règle, il prend une craie et on regarde.

ROL fait un trait horizontale.

ROL: Je fait les 19 cm 2 mm, là.
M.: Je t'aide... Je l'aide parce que la règle est un peu trop grande.

ROL chuchote avec l'enseignant.

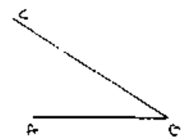
M.: Hé! Oui! Le problème est que ça va faire trop petit par rapport à ...
Qu'est-ce qu'on peut faire?
LOS: On met un zéro de plus.

M.: On met un zéro de plus, ça va être trop grand . On va doubler peut-être les mesures .
ROL: On fait 30

Sur le trait déjà dessiné il mesure 30 cm. A partir de (B) il place la règle pour faire le deuxième côté. (La dénomination de sommets est à nous.)

M.: Non, attends! Il y avait 19 cm, on va faire 38. Alors, qu'est-ce que tu as commencé à faire, Ludovic?
ROL: Je fais un trait.
M.: Tu as fait un trait. D'accord? Vous savez le faire, tout le monde à fait ça, je suppose. Après on va voir ce que fait Ludovic. Tu traces ..
ROL. Les 19 cm.
M. Les 38! Tu le traces, et après, qu'est-ce que tu fais?

ROL a tracé la figure suivante:



ROL: Je vais essayer de voir si là il y a 18 cm.

Il montre (AC).

M.: Oui, ça correspond à 9 cm. Vous comprenez ce qu'il fait? Il va essayer de voir si ici...
ROL: Je crois que ça fait dix.
E.: Hé! Hé! C'est parce que tu as effacé en bas, en faisant l'autre.
ROL: Non! Regarde!
M.: Non, non... Il n'a pas effacé l'extrémité du segment. Il a effacé un petit peu avant... Alors ça fait... 13 cm
ROL: Il faut que...
M.. Là il y a un problème.
ROL: Il faut le monter.

Il signale le côté (BC). Il place sa règle et commence à la faire bouger autour de (B).

E.: Et oui, le redresser comme ça.
E.: Non, un peu plus bas.
M.: Attends! Ils ont quelque chose à dire, on va les écouter

Un élève explique qu'il a eu le même problème et qu'il a dû redresser le côté pour arriver aux bonnes mesures.

M.: Ah! On le redresse jusqu'à faire 18 cm.
E.: Mais, il ne faut pas tracer le trait, à ce moment là. il y aura plein de traits, on ne saura plus lequel est le bon

ROL efface (BC), mais il garde la trace du point (C).

M.: Attends! Ah!
ROL: Et on perd du temps.
M.: Ah! On perd du temps, c'est intéressant ça. Bon alors, reprenons: on fait le premier trait et après... Alors on va faire un point, ici il reste un point.

ROL l'efface.

M.: On l'efface?
ROL: Oui! Non, non, comme ça on sait s'il faut le mettre en bas ou en haut.

Il marque un point là où il vient de l'effacer.

M.: Moi, je crois qu'il l'a fait un peu au hasard, il faudra le vérifier quand même.

ROL mesure (CB) et (AB). Le dernier est trop petit, il fait monter la règle et marque un point (C') à 18 cm de (A). Il efface le point précédent.

E.: (...) On peut d'abord tracer les 9 cm et après...
E.: Mais après tu auras le même problème...

ROL mesure (C'B).

DIM: Il faut bien commencer par un endroit.
M.: Ah, oui!

M accompagne cette affirmation par un geste et revient au tableau.

M.: Et là, est-ce qu'il va celui là? Par rapport à ici, il ne va pas. Et là, combien ça fait?
ROL: 38 cm.
M.: Alors, ce qui était bien demandé. Tu continues avec tes points puisqu'il a trouvé que l'idée des points n'est pas mal...

ROL fait monter un peu la règle et marque (C").

M.: Il le redresse un peu, il fait ici toujours 38... et là ça fait...

ROL mesure (C"A).

Es.: Dix-huit!
M.: Non, ça fait 17.

ROL redresse encore un peu la règle sur (B).
M l'aide à la soutenir.

M.: Il faut monter un tout petit peu. Reconnaissez que Ludovic a du mérite d'être au tableau parce que ce n'est pas facile, hein? Et là, ça fait?
ROL: Dix-neuf!

Les élèves rient.

M.: Alors, là...

C'est l'enseignant qui place la règle pour déterminer (BC).

E.: Au milieu

L'indication est par rapport aux points déjà marqués.
ROL marque un nouveau point.

M.: Voyons si ça va aller. Bon, enfin, imaginons que ce soit arrivé. On va maintenant imaginer qu'on est arrivé, bien sûr on peut faire autant de points qu'il faut pour y arriver. Après, avec le point qui est le bon, qu'est-ce que je fais? Landry?
ACL. Je le trace.

ROL, avec l'aide de l'enseignant, trace le triangle.

M.: On trace... et puis voilà. Bien, voilà. Tu peux aller t'asseoir, qu'est-ce que tu voulais dire, Sandra?
LOS: Quand il fallait remonter le trait, on aurait pu mettre la règle pour voir jusqu'où ça...
Es.: (...)
M.: Tu peux nous montrer parce qu'il y en a qui dissent ce que l'on a déjà dit.

LOS vient au tableau. Elle montre le côté de 38 cm et explique de mettre la règle sur le troisième côté pour mesurer 9 cm.
Les élèves ne semblent pas être d'accord.

M.: Il va falloir remonter quand même, d'accord? Bon, alors maintenant que vous allez tous bien compris..
Es.: On va en faire un autre.
M.: Je fais vous donner à nouveau un message d'un triangle et vous allez me dire à nouveau si vous pensez pouvoir faire un triangle qui soit superposable au modèle. Alors, je vous l'écrit au tableau, pendant ce temps... qu'est-ce que tu as Céline?
JOC: (...)
M.: Bon, allez... Voici le message, vous allez le faire sur la même feuille, vous la tournez si vous n'avez plus de place.

M. écrit au tableau
C'est un triangle, il mesure 15 cm 8 mm de tous les côtés

M.: vous avez lu? Quelqu'un va le lire bien fort... Tout le monde écoute... Elise?

GAE lit le message.

M.: Je vais vous poser la même question: qui pense, avec ce message, pouvoir faire un triangle qui sera superposable à celui ci

Les élèves lèvent le doigt.

[880]M.: Ah! Tout le monde alors! C'est extraordinaire!

Les élèves travaillent individuellement. M distribue quelques feuilles. La caméra est sur la feuille de GAE.
<u>Premier essai</u>: elle fait un trait de 15,8 cm (AB) non parallèle aux bords de la feuille. A partir de (B) elle marque un point à 15,8 cm et mesure le troisième côté.
<u>Deuxième essai</u>: elle garde le segment (AB) et marque, à partir de (A), un point à 15,8 cm. Ensuite elle mesure le troisième côté. Elle efface les points.
<u>Troisième essai</u>: elle recommence, toujours sur le segment (AB), cette fois à partir de (B). Elle marque un point, mesure le troisième côté et marque un nouveau point à partir de (A). Elle efface les points.
<u>Quatrième essai</u>: recommence à partir de (B), elle mesure avec la règle mais ne laisse pas la trace des points. Elle semble avoir trouvé le troisième sommet, elle trace le triangle. Ensuite, elle superpose l'angle droit de l'équerre sur chaque angle intérieur de son triangle, avec ces déplacements elle semble avoir trouvé deux axes de symétrie de la figure.
Elle recommence à mesurer les côtés déjà tracés
La caméra est bloquée.

[1010] M.: Bon, vous avez eu un bout de temps. Il y en a qui ont fini?
Es.: Oui!
M.: Pour ceux qui n'ont pas trouvé, je laisse une minute.

La caméra est sur différents élèves. Quelques uns ont fini, des autres font des essais. GAE est en train de tracer à nouveau son triangle.

[1041] M.: Ah, non! Là, on arrête! La minute est écoulée... Non, non, on arrête... Bon, alors, même question que tout à l'heure premièrement: qui n'a pas réussi à faire une figure à partir de ce message?

Les élèves lèvent le doigt.

M.: Il y a un, deux, trois élèves... Est-ce que je peux conclure que tous les autres ont fait une figure à partir de ça?
Es.: Oui!
M.: Et qui parmi ces élèves a fait un triangle? Tous? Maintenant je vous donne le modèle pour voir... le voilà...

L'enseignant montre plusieurs exemplaires du même triangle.

M.: je vous montre comme tout à l'heure que les autres sont superposables, vous voyez? Je vous donne un pour deux, ça suffira... Sandra est en train de finir, on va la laisser.
E.: Moi aussi
E.. Et moi aussi.

L'enseignant distribue les modèles.

M.: Et vous appelez pour vérifier...

GAE superpose le modèle, elle ne semble pas contente de son travail. Un enseignant contrôle la vérification, il y a une différence acceptable pour tous les deux. La plupart des élèves semblent contents. M vérifie le résultat pas seulement en superposant le modèle sur la feuille mais aussi par transparence.

M.. C'est quand même pas mal ..

Cet expression porte sur le travail de GAE.

M.: Est-ce que tout le monde a pu vérifier?

L'enseignant ramasse les modèles et continue la vérification.

M.: A peu près ça va, ce n'est pas juste mais ce n'est pas raté.
[1165] M.: Bon, allez! On va faire le point..
Bon. question. qui parmi vous a fait un triangle superposable à celui qui était demandé par le message.. au modèle? On va compter cette fois .. dix-sept! Tout à l'heure il y en avait?
Es.. Dix!
M.: Et je n'ai pas compté par exemple Sandra, qui on doit le dire, elle a fait une petite erreur...
OLM: Et moi.
M.: Toi aussi, on a vu certain... il y en a beaucoup, c'est ça qu'il faut voir en plus... tout à l'heure il y avait de grosses erreurs, là ça commence à venir d'accord?
E.: C'est plus facile quand tous les côtés sont pareils
M.: Ah, bon! Mais la méthode de construction, qu'est-ce que c'est?
Es.: Pareille!
[1207] M.: Ah! C'est la même, sauf bien sûr Mathieu qui a fait différemment, mais on pouvait quand même faire ce qu'on a expliqué tout à l'heure... Qui a fait la méthode de Marie, Ludovic... enfin de points là, de tâtonnements, en quelque sorte

M fait un geste avec les mains pour indiquer des directions différentes.

Es.: (...)
M.: Alors tout le monde a fait comme ça, Mathieu lui, a trouvé une autre façon .. peut-être qu'elle est bonne. Tu peux nous expliquer ça en deux minutes et clairement?

Quelques élèves se mettent debout pour regarder la feuille de Mathieu. Lui, il hésite à venir au tableau.

M.: Deux minutes est un peu juste, c'est ça que tu vois . Mais dépêche-toi pour venir au tableau, sinon...

Dès sa place, Mathieu commence à expliquer sa méthode.

VAM: On fait un trait de 15 cm 8 mm.. Je peux le faire là bas?
M.: Je crois que c'est le mieux parce qu'on voudrait qu'ils comprennent. Joel ne va pas comprendre car il n'écoute pas. Alors essaie de nous expliquer ça, tu veux que je l'efface?

L'enseignant efface une partie du tableau. Les élèves font du bruit. VAM est prêt à expliquer.

M.. Alors, hein, Mathieu est en train de parler pour qui?
Es.. Pour nous

M.: Ah! On va doubler là aussi, d'accord? Ça n'a pas d'importance...
Es.: On peut mettre 30!
M.. On va mettre 30, d'accord? Je vais le faire, je fais ce qu'il me dit, d'accord? Pour éviter que ça soit trop long. Alors un trait d'abord.

M place la règle parallèle au bord supérieur du tableau

VAM (...)
M. Bon, je le fais où?

VAM montre à partir du zéro de la règle. L'enseignant trace le segment de 30 cm.

[1222] M.: Comme ça? Tu l'as fait comme ça? Après?
VAM: On prend la moitié.
M.: La moitié de quoi?

VAM signale le segment tracé.

M.: En fait, c'est quoi ce trait?
Es.: Le départ... Un côté.. Un trait pour commencer..
M.: Qui a parlé? On n'entend plus... Qui parle, qui dit?
E.: C'est le départ.
M.: C'est le départ, et l'arrivée alors? Hé? C'est quoi?
E.: Un côté
M.: C'est un des...
VAM: Trois côtés.
M.: Bien, après qu'est-ce que tu fais?
VAM: Je prends la moitié, ça fait 15 cm.
M.: Ah, ça va!

M mesure 15 cm sur le segment et marque un point.

VAM: Et là, tu tires un trait comme ça...

Il fait un geste avec les mains pour indiquer verticale en haut.

M.: Et là je tire un trait...

M répète le geste de VAM.

ROL: Il faut qu'il soit bien droit.
M.: Ah! Il faut qu'il soit bien droit nous dit Ludovic.

Plusieurs élèves tentent des explications en termes de: "partager en deux", "penché", "bien droit".

M.: Oui, ça va partager en deux.
Es.: (...) et c'est ça qui peut faire la méthode difficile...
M.: Ah! C'est ça qui va faire peut-être la méthode difficile parce qu'il doit être parfaitement droit...
E.: Et avec une équerre?
M.: C'est-à-dire, Pierre?
DUP: Il faut faire le trait au milieu et après il faut faire les deux côtés.
M.: Là je voudrais savoir, qu'est-ce que tu fais pour tracer le trait droit?
VAM: (...) et bien, comme ça..

Il répète le geste de tout à l'heure.

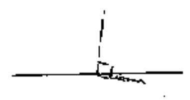
E.: Il suffit de prendre une équerre.
M.. Ah! Là je crois qu'il faudrait dans ce cas là...
Es. Prendre une équerre.

M : Prendre une équerre pour qu'il soit bien .. Tu comprends ce qu'ils veulent dire?

VAM hoche la tête en reconnaissant l'utilité de cet outil.
M lui donne une équerre en plastique petite taille.

M.: Montre moi comment tu fais là... Vous avez l'air de dire au début que ça c'est. .
Es.: Ah, non! Ce n'est pas droit!

C'est la réponse au travail de Mathieu.
Au tableau, on voit la situation suivante:



M.: Ce n'est pas droit, regarde!

M signale le petit côté de l'équerre.
Il corrige la position.

M.: Là oui, ça va.. Il pourrait aussi mettre...
E.: L'autre côté.

M déplace l'équerre de façon à faire coïncider le petit côté sur le segment déjà tracé

M.: Oui, le plus grand côté comme ça, tu vois ce qu'ils veulent dire... Tu le mets comme ça et après tu traces ton trait.

C'est M qui trace la perpendiculaire.

M.: Si tu le veux plus haut, qu'est-ce que tu fais?
VAM: On prend la règle.

C'est VAM qui prend la règle, M l'aide à la soutenir.
La perpendiculaire ne semble pas très juste.

M.: Bon, on est d'accord, il faut faire attention à ce trait, il n'est pas bien droit. Et après, qu'est-ce qui tu vas faire Mathieu?
VAM: (...)
M.: Alors, combien vont faire tes côtés?
VAM: Pareil.
M.: Non, 30... Alors...

VAM met le zéro de la règle sur l'extrémité gauche du segment et signale les 30 cm sur la règle

VAM: Il faut que le 30 soit sur le trait.
[1278] M : Alors, qu'est-ce que tu fais? Rappelez vous ce qu'il va faire, il va...
E.: Pourquoi il ne le fait pas sur le trait du milieu?
M.: Je vais l'aider parce que c'est gros, il trace son trait là... Et après?
VAM: Il doit faire 30.

Il signale l'autre côté dont il a déjà les extrémités.

M : Oui, mais il faut mesurer... en gros, ça va. C'est fait à peu près là parce que c'est très difficile au tableau
[1286] M.: Bon, je peux vous poser une question? Et Mathieu je veux t'en poser une: dit-moi, cette méthode là, est-ce que tu pouvais l'appliquer tout à l'heure?
Es.: Non, non.
M.: Pour l'autre triangle
Es.: Non, parce que tous les côtés doivent avoir la même mesure.

Les élèves parlent de "penché", "moitié".

M.. Marie. . Tu entends Ludovic ce que dit Marie? Est-ce que tout à l'heure on avait la moitié là?
Es.: Non.
DIM: Pas tout à fait.
M.. Tu me dis: "Pas tout à fait". Mais, d'où venait justement le problème tout à l'heure?
E.: Parce que les côtés n'étaient pas tous les mêmes.
M.: Et, oui! Attention Marie! Ne dis pas... Bon, enfin, bref, quelles est la méthode qui permet de réussir à n'importe quel triangle?
LHM: Celle avec les points.
M.: Celle avec les points... Est-ce que celle là est intéressante?
Es.: Oui! Oui!
M.. Mais...
LOS: On ne peut pas la faire avec tous les triangles parce que...
M.: On ne peut pas la faire avec tous les triangles et je crois que ça c'est intéressant quand même de le savoir Bon, Mathieu a trouvé quelque chose pour ce triangle là. Bon...
JOC: Mais dans le message on aura besoin de mettre: "C'est un triangle". Mais on n'aura pas besoin de mettre: "Prends une équerre" Parce que si c'est un triangle et il y a plusieurs méthodes. .
M.: Vous pouvez répondre à ce qui dit Céline? Qu'est-ce que vous en pensez? Elle dit: mais alors, dans cette voie là, on n'a pas besoin de mettre dans le message que c'est une équerre Qu'est-ce que vous en pensez?
DIM: Et c'est juste parce que...
M.: C'est juste, mais attends, qu'est-ce que tu entends pour "c'est juste"? Elle a raison?
DIM: Mais oui, elle a raison parce qu'on a bien vu que quand le triangle a la même mesure des trois côtés on peut le faire avec une équerre.

L'enseignant rit.

M : Marie, pauvre Marie!
DIM: Ce n'est pas la peine de le dire parce que l'on sait très bien se débrouiller sans l'équerre.
[1328] M.: Je crois que tu as raison Céline de dire ça... Bon alors, on en est là... Landry médite, il a quelque chose à dire.
ACL: je dis que pour ce triangle, pour la moitié de ce triangle, il faut une équerre.
M.. Oui, c'est un petit peu ce qu'a dit Marie . Oui, c'est vrai, tu as raison: la moitié de ce triangle... On voit qu'il y a deux... équerres, enfin, ce ne sont pas des équerres. Qu'est-ce que c'est quand même une équerre?
ROL: C'est un triangle.
M.. C'est un triangle. Ah!

Les élèves font du bruit L'enseignant essaie de les organiser.

M.: Mais, qu'est-ce que c'est une équerre avant tout? Marie.
OLM. C'est un genre de...
M C'est un instrument, ce n'est pas... C'est fait pour des choses bien particulières une équerre. C'est donc un instrument. Alors, attention! Ne me parlez pas d'équerre.

M fait un geste avec les mains pour indiquer un mélange.

[1348] M.: D'accord? Bon, alors, peut être qu'on va arrêter là. Aujourd'hui puisqu'on n'a plus de temps, mais attendez! La prochaine fois. .

E.: On va refaire ce qu'on a raté.
M.: Alors, on va regarder la prochaine fois tous les autres messages des triangles, et pourquoi faire?
HAS: Pour voir si c'est bon, si l'on peut réussir.
M.: Très bien! On va regarder ces messages pour voir s'ils sont bons, c'est-à-dire s'ils permettent de réussir à faire un triangle...
E.: Superposé
M.: Superposable, et aussi
E. (...)
M.: Justement, oui. Quelles sont les erreurs et qu'est-ce qu'on pourra même faire à l'occasion? S'il y a des erreurs?
Es.: Les corriger.
M.: Et en plus, qu'est-ce qu'on va pouvoir faire à partir de ces messages?
LOS: Quelles sont les bonnes méthodes, comment ils ont fait.

L'enseignant n'adhère pas.

DIM: On aura appris à faire des messager pour fabriquer les triangles.
M.: On aura appris à faire des messages pour fabriquer les triangles et on pourra faire peut-être...
E.: En faire un.
M.: Et bien, vous avez tout compris. Je crois que là vous avez exactement dans la tête ce qu'on va faire la prochaine fois

V.3 Compte rendu de la séance du 16.03.90

Classe: CM1 A
Séance: Reproduction de figures, le triangle

9 h 15
L'enseignant présente l'état de la question.
- les buts du jeu de communication: expliquer comment reproduire la figure et après savoir la construire, c'est-à-dire obtenir une figure superposable au modèle;
- les difficultés rencontrées par les élèves: la formulation des messages, le mesurage et le découpage (même si ce n'étaient pas les activités les plus importantes), l'utilisation du matériel.
Bien que le triangle ait été une des figures les plus réussies, il propose de l'étudier.
9 h 22
L'enseignant écrit un message au tableau.
Faites un triangle avec un côté mesurant 15 cm et 7 mm, puis un côté mesurant 19 cm et 2 mm, et enfin un côté mesurant 9 cm

Un enfant le lit à haute voix. ACL pose une question:
ACL: Moi je ne comprends pas, il dit un côté, un côté, un côté... on ne sait pas comment il faut les mettre.
Es.: Il n'est pas important puisque tu peux trouver ce triangle.
L'enseignant ne traite pas la question, et lance une autre
M.: Est-ce que vous pensez que avec ce message on peut faire un triangle superposable au modèle?
A peu près dix enfants lèvent le doigt en signe d'accepter le défi
LHM: Ce n'est pas assez précis.
BNG: Moi je pense qu'il nous faut une équerre.
9 h 26
L'enseignant relance le problème à la classe:
M.: Vous êtes tous de récepteurs, je vous donne une feuille... Alors... Attention! Vous allez le reproduire si vous pouvez le faire, mais vous ne le découpez pas. Comment on saura si l'on a réussi?
E.: On met le modèle sur la figure.
E.: Chacun doit le faire?
M.: Chacun, tout seul... Vous allez essayer, je vous donne 10 minutes et après on arrête.
Voici les différents essais de LHM:
<u>Premier essai:</u>
A l'horizontale il fait un segment (AB) de 15.7 cm, à partir de (A) il trace 19.2 cm et détermine (C) (CB) c'est trop grand par rapport à 9 cm
<u>Deuxième essai:</u>
Il efface (AC) et prolonge (AB) jusqu'à 19.2 cm. Il trace avec la règle (CB) de 9 cm en essayant d'obtenir un angle droit en (B). Il mesure (CA), et c'est trop grand par rapport à 15.7 cm.
<u>Troisième essai:</u>
Il efface, toujours sur le même tracé, le segment (CB) et il le fait de façon d'obtenir un angle aigu en (B), maintenant (AC) est trop petit

Quatrième essai.
Il efface tout, et avec la même disposition -19,2 cm à l'horizontale, 9 cm sur l'extrémité droite- essaie de le faire avec un angle obtus sur (B).
Cinquième essai.
Il efface tout et met à l'horizontale le côté de 15,7 cm et il trace celui de 9 cm à droite. Le troisième ne fait pas 19,2 cm. Il efface le trait de 9 cm.
Un enfant distribue des équerres à tous ceux qui la demandent. LHM en prend une.
Sixième essai:
Il fait tourner la feuille, donc le trait de 15,7 cm est verticale. Avec l'équerre, mais en l'utilisant comme règle, il fait à partir de l'extrémité d'en bas 9 cm. Il n'a pas encore réussi. Il efface tout.
Septième essai:
Le premier trait est vertical et il mesure 19,2 cm, de l'extrémité inférieure il dessine 9 cm. Il mesure mais il n'obtient pas 15,7 cm. Il efface le deuxième côté.
Huitième essai:
A partir d'un trait verticale de 19,2 cm, et de l'extrémité inférieure (B) il fait un point (C) à 9 cm. Il mesure (AC) et ça fait 15,5 cm. Il modifie la position de (C), et (AC) cette fois mesure 15,9 cm. Il modifie encore une fois la position de (C) et il obtient 15,7 cm. Il trace donc son triangle.
9 h 40
M.: Je dis "stop". Qui a réussi à faire un triangle?
Dix-sept élèves lèvent le doigt.
M.: Et les autres, rien du tout? Qui n'a pas fait une figure?
Cinq élèves hésitent à répondre.
M : Est-ce qu'un trait est une figure?
Es : Non.
M.: Qui a fait autre chose qu'un triangle? A ceux qui ont fait un triangle, je vais vous donner la figure, il va falloir la superposer
LHM prend le modèle et le fait tourner pour le superposer à sa construction. Il a réussi.
ACL n'a pas réussi: Je croyait qu'il était droit, mais ici il n'est pas droit.
M.: Tu es sûr qu'il est droit?
ACL. Normalement, oui
M.: Qui a réussi à faire un triangle superposable?
Dix enfants ont réussi
M.: Alors, est-il possible de le faire?
Es : Oui!
M.: Comment on n'arrive pas?
E.: Ce n'était pas comme une équerre (il lève une équerre), les 9 cm sont un peu en biais. Il n'est pas tout à fait droit.
Des autres élèves, parmi eux LHM, expliquent les problèmes qu'ils ont rencontré à propos de la position
DIM: Mais c'est pareil, on le met n'importe comment.
M.: Comment on fait ceux qui ont réussi? Quelqu'un peut nous expliquer au tableau comment il a fait?
M propose de doubler les mesures, donc les côtés du triangle du tableau sont: 30 cm, 38 cm et 18 cm.
ROL au tableau, fait un trait de 30 cm à l'horizontale. Sur l'extrémité gauche il trace 38 cm.
ROL: Après je vais voir s'il y a 18 cm ici, dans le trou.
"Le trou" fait 12 cm.
LOS: Là, il faut que tu relèves un peu le trait.
ROL: Il faut monter ce trait
GAE: J'ai eu le même problème. Alors j'ai redressé un peu mon trait jusqu'à ce que ça fasse 18 cm.
DIM: Il vaut mieux faire des points. On perd du temps à effacer

ROL efface le trait de 38 cm et recommence, cette fois-ci il ne fait que des points.
E.: On peut d'abord tracer le côté de 9 cm.
E.: C'est le même
DIM. Il faut bien commencer par un endroit
ROL a finalement trouvé le troisième sommet, il trace le triangle.
10 h
M.: Pour voir si tous ont compris, je vous donnerez un autre message
C'est un triangle il mesure 15 cm 8 mm de tous les côtés.

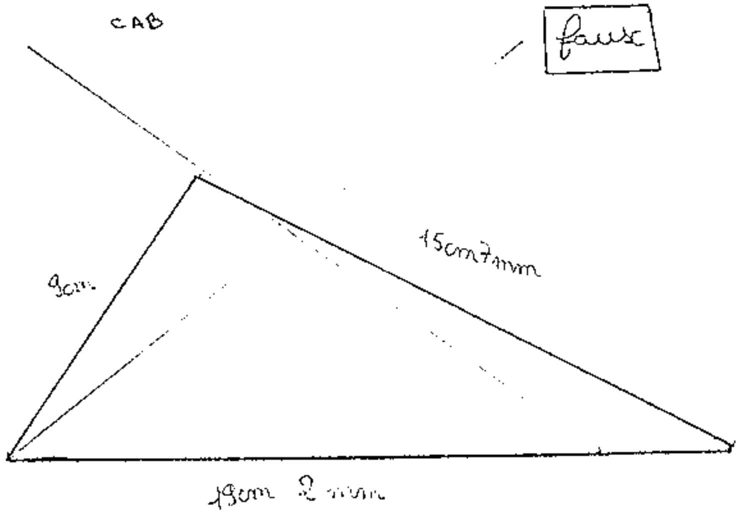
M. Qui pense avec ce message pouvoir faire un triangle superposable au modèle?
Tout la classe croit pouvoir y arriver
ACL trace les extrémités d'un premier côté, puis d'un deuxième et il mesure le troisième. Il efface. Il essaie plusieurs fois, il ne s'en sort pas. Il commence alors à tracer les segments, il les effaces au fur et à mesure qu'il contrôle les longueurs.
LHM fait un trait vertical, et de l'extrémité supérieur trace le deuxième côté. "Le trou" fait 8 cm. Il efface tout et recommence. Le premier côté n'est pas vertical, il tente de faire d'abord un "toit", après le cinquième essai il arrive à construire le triangle. Il le superpose avec le modèle, il a réussi.
VAM a tracé la médiatrice d'un segment horizontal, mais il n'arrive pas à l'utiliser.
10 h 12
M.: Qui n'a pas réussi?
Trois enfants semblent être en échec.
M : Qui a fait un triangle superposable?
Dix-sept enfants ont réussi.
L'enseignant propose de voir les méthodes différentes de construction.
VAM: D'abord j'ai fait un trait de 15,8 cm, et après avec l'équerre j'ai fait un trait bien droit à partir du milieu. Ceci m'a aidé, après le premier essai est plus facile. (Il semble que sa méthode n'a pas marché car il a pensé trouver le troisième sommet de son triangle à 15,8 cm mesurés sur la médiatrice).
Au tableau, avec de mesures de 30 cm il expose sa méthode, maintenant il sait que le troisième sommet est sur la médiatrice, à 30 cm des extrémités du premier côté
M : Ta méthode, pouvais-tu l'appliquer dans le premier triangle?
VAM: J'aurai pu le faire, mais ça n'aurait pas marché. Il fait que les trois côtés soient égaux.
M : Cette méthode est intéressante, mais on ne peut pas la faire marcher sur tous les triangles
Comme conclusion l'enseignant affirme que la méthode générale est celle de points.
JOC: On n'a pas besoin que dans les messages ils nous disent qu'il y a une équerre.
ACL: J'ai remarqué que la moitié de ce triangle fait deux équerres.
M.: Qu'est-ce que c'est une équerre?
E.: Un instrument.
Es: Un triangle.
M.: Avec un angle parfaitement droit.
10 h 30
M.: La prochaine fois on va regarder tous les autres messages de triangles. Pour quoi faire?
Dans une phase collective, elle organise les réponses pour voir si les messages sont bons, c'est-à-dire si avec eux il est possible de réussir la construction; pour voir les causes des échecs et finalement pour apprendre à écrire un bon message

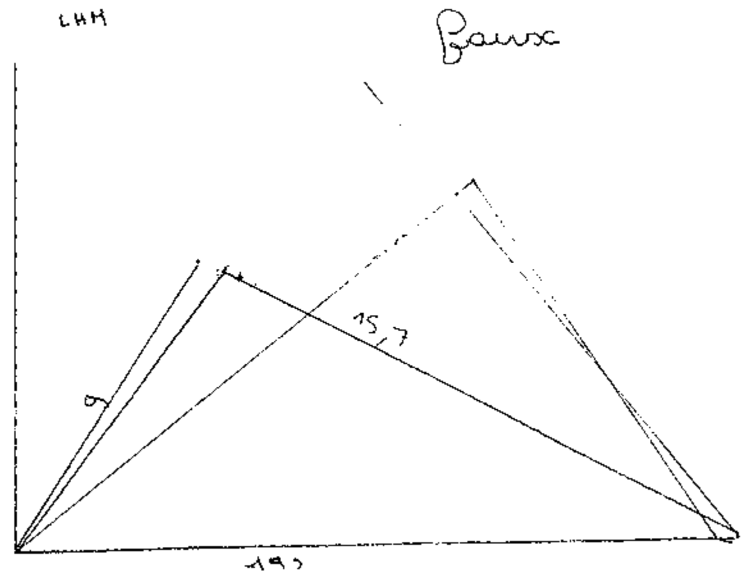
V.4 Constructions proposées. Résultats des élèves

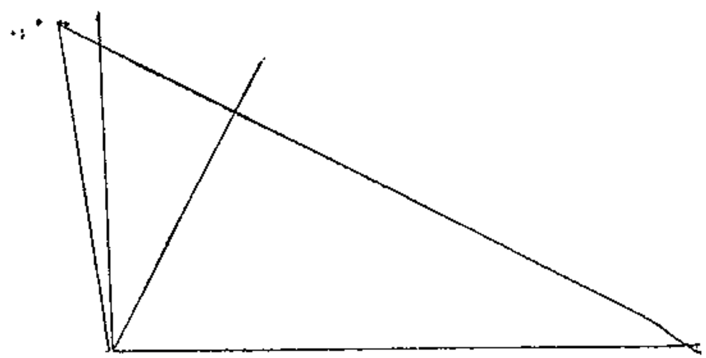
Consigne:

Construire un triangle dont,
A) les côtés mesurent 9 cm, 15 cm 7 mm et 19 cm 2 mm.
B) tous les côtés mesurent 15 cm 8 mm

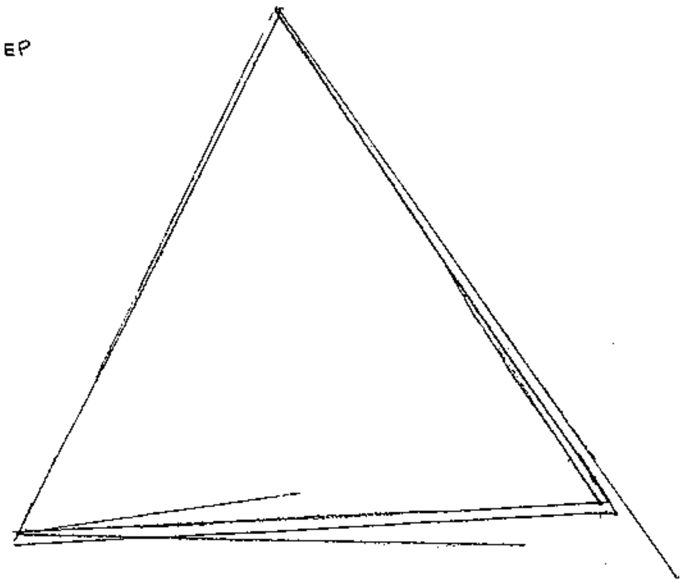
Remarque. les résultats des élèves sont présentés en photocopie réduite à 70 %.



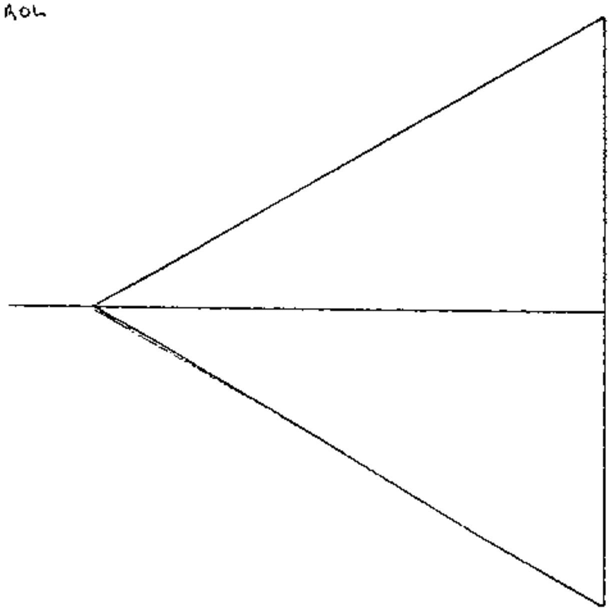




SEP



ROL



V.5 Fiche didactique

Quatrième séance

4. Reproduction de figures: le triangle

Activité II: étude des messages sur les triangles

4.1. <u>Matériel</u>

- Tous les messages sur les triangles -faits au cours de la situation de communication.
- Les enfants ont à leur disposition des feuilles de papier blanc, un double décimètre, une équerre, un compas.

4.2. <u>Objectifs de la leçon</u>

- Reconnaître si un message est bon, c'est-à-dire s'il permet de construire un triangle donné et un seul.
- Elaborer le message minimal qui permet la détermination du triangle.
- Mettre au point le vocabulaire spécifique et les méthodes de construction.

4.3. <u>Description de l'activité</u>

4.3.1. Organisation de la classe
L'analyse et la reformulation des messages sont collectives, la construction est toujours individuelle.

4.3.2. Consigne
Tous les messages sont affichés au tableau. L'enseignant propose la lecture des messages. d'emblée en silence et à haute voix ensuite
Pour chaque message, l'enseignant pose la question "Est-ce que le message est bon? Sauriez faire le triangle correspondant?"

4.3.3. Déroulement

Première phase: analyse des messages
Avec cette question, chaque message est mis à l'examen. Il est probable que certains messages seront discutés car les élèves remarqueront des renseignements inutiles -par exemple, ceux relatif à la position de la figure ou à l'ordre de construction.
Pour un message estimé mauvais ou incomplet à l'unanimité, l'enseignant propose aux élèves la reformulation du message pour qu'il permette la construction voulue.
Si quelques enfants ne sont pas convaincus que le message est incomplet, ce sont eux qui -dans la phase suivante- construiront ce triangle là. Dans les cas où on ne trouve que les mesures de deux côtés (ou bien d'un seul côté) du triangle, il faut examiner si le message communique ou non les données suffisants pour déterminer la figure

Deuxième phase: construction d'un triangle déterminé
Cette phase est un entraînement à la construction, sauf dans le cas déjà signalé où la construction serait le moyen de vérifier la pertinence d'un message.
La vérification est toujours par superposition avec les modèles

Troisième phase: institutionnalisation locale d'une méthode
L'enseignant organise un nouvel exposé rapide des différents techniques mises en oeuvre pour la construction d'un triangle à l'aide du double décimètre Il y a une construction par tâtonnement que l'enseignant doit institutionnaliser localement c'est celle où, à partir du tracé d'un premier côté, on marque l'extremité du deuxième par une suite de points formant un arc (Cf. Remarque (xiv))

4.4. Remarques

(xiv) Il est important de ne pas institutionnaliser "la méthode du compas" pour que la technique reste encore au niveau de tâtonnement et permette une diversité de construction des polygones explorés dans les séances suivantes.
La technique d'un "arc de points" peut aider à concevoir le compas comme instrument économique pour trouver un point du plan qui est à une distance donné de deux autres.

(xv) Pour avoir un bon message, il n'est pas toujours nécessaire d'avoir la mesure des trois côtés Dans le cas d'un triangle équilatéral par exemple, si le message indique "équilatéral", la mesure d'un côté est suffisante C'est l'occasion pour l'enseignant de classer les différents triangles.

V.6 Compte rendu de la séance du 17.03.90

Classe: CM1 A
Séance: Etude des messages sur les triangles

9 h 15
L'enseignant affiche au tableau plusieurs messages sur les triangles. ils ne portent pas les demandes de précision.

(1) *Prends une équerre, côté 15 cm 4 mm*
10 cm 8 mm
en bas 18 cm 8 cm

(2) *Faites un triangle avec deux côtés de*
- 15 cm et 6 mm. Puis un côté de
- 12 cm et 5 mm.

(3) *C'est un triangle.*
Son plus grand côté mesure 18 cm 8 mm.
Son plus petit côté mesure 10 cm 8 mm et le dernier côté mesure 15 cm 4 mm.

(4) *A l'horizontale la mesure est de: 19 cm et 2 mm.*
La verticale est un peu en biais et la mesure est de 9 cm.
En le mettant à l'envers ce coté devient l'horizontale il mesure: 15 cm et 7 mm.

(5) *C'est un triangle pas comme une équerre, normale.*
Tous les côtés font 15,8 mm

L'enseignant rappelle le but de l'activité: regarder les messages pour déterminer ce qui marche et ce qui ne marche pas.
M. Tout le monde lit les messages.
Au bout de quelques minutes les élèves commencent à lever le doigt
M.: Ah! Quelques uns ont de choses à dire.
ARC: Les deux dernier messages. ont les a fait.
E.: Non. le (4) non.
E.: Ce sont le mêmes mesures. pas le même message.
DIM: Nous avons reçu ce message. et nous n'avons pas compris
M.. C'est normal. surtout on ne comprend pas le fin
DIM: Si la verticale est en biais. ce n'est plus la verticale
M Est-il faux?
E . Pas tout à fait. Il devait mettre que c'est un triangle. mais il y a trois mesures
DIM.: Mais... on ne peut pas faire un carré?
M.: Qu'est-ce qu'on regarde sur les messages?
L'enseignant organise la discussion pour obtenir comme réponse à sa question:
- on regarde si l'on comprend.
- si on peut construire une figure qui soit superposable
DIM signale que l'expression "en le mettant à l'envers. " ce n'est pas important. qu'il faut mettre seulement les mesures de côtés et que les autres messages sont plus faciles à comprendre

M : Qu'est-ce que vous reprochez?
DIM Qu'il n'est pas clair
L'enseignant résume ce qu'ont dit les élèves les émetteurs ont trop précisé, on pouvait mettre les choses plus simplement. Ensuite il pose la question relative à la pertinence d'indiquer la position des côtés. Les élèves disent qu'il est inutile de la donner comme renseignement.
AUT propose oralement un message "simple", l'enseignant l'écrit au tableau:
C'est un triangle avec un côté de 19,2 cm. un autre côté de 9 cm et puis un côté de 15,7 cm.

M.: C'est raccourci ce message, il a tout ce qu'il faut
L'enseignant résume, avec la classe, ce qu'il faut dire dans un bon message:
- le nom de la figure,
- les mesures des côtés
M : Qu'est-ce qui différencie les messages?
LOS: Le premier est bien distinct, pourquoi il parle d'une équerre? A quoi on va s'en servir?
M.. Peut-on imaginer qu'il s'agit d'un rectangle?
Commence une discussion sur la nécessité ou pas de parler de l'équerre dans le message. Pour la plupart des élèves l'équerre est associée à la vérification des angles droits.
JOC Une équerre ressemble à ce qu'on doit faire. Le message (5) c'est un triangle, mais le (1) ressemble à une équerre.
M.: C'est toi qui l'a fait?
JOC Non, mais j'imagine.
Les émetteurs du message (1) ne se souviennent plus pourquoi ils ont parlé de l'équerre. Quelques élèves commencent à dire que peut être il ne s'agit pas d'un triangle
E. Dans le message (5) ce n'est pas nécessaire de dire "une équerre" parce que le triangle fait 15.8 cm de tous les côtés.
L'enseignant explique la différence entre l'instrument équerre et la figure triangle rectangle. Un enfant propose parler de "triangle normal" pour se référer à un triangle aigu
M : Qu'est-ce que ça veut dire?
E.: Ce n'est pas droit comme ça. (Il fait le geste avec les mains pour indiquer deux directions perpendiculaires).
DIM: C'est une figure à trois côtés.
L'enseignant barre sur le message (5) l'expression *"pas comme une équerre, normale."*
ROL. Il y a deux sortes de triangles: ceux qui ont un angle droit et les autres pas du tout.
M : Peut-être il y a plus de deux sortes. Le reste de ce message, est-il bon?
La classe accepte le message dans sa nouvelle version.
GNJ: Dans le (3) je n'avais pas compris pourquoi on parle de son plus grand côté. Il n'est pas nécessaire parce qu'il a la plus grande mesure.
M.. Qu'est-ce qu'on peut dire du plus grand côté?
GNJ: Rien, c'est inutile.
DIM. Peut-être il était utile pour ceux qui ont écrit .. Comme ça ils se sentent plus à l'aise.

9 h 45
L'enseignant revient sur le message (1), il remarque qu'on ne sait pas si c'est un triangle mais il y a trois côtés. Un élève dit que l'expression "en bas" ne va pas. DIM ajoute que si on le tourne il sera en haut
L'enseignant barre "en bas" et demande à la classe s'ils pensent pouvoir faire un triangle superposable avec chacun de ces messages. Les élèves répondent affirmativement, et dans un travail individuel ils commencent la construction d'un triangle d'après un message déterminé. Environ cinq enfants travaillent sur chaque message.

9 h 48
BNG travaille sur le message (3), dans son deuxième essai il fait un angle droit avec l'équerre mais ça ne marche pas. Il efface et recommence avec la méthode "de points". En cinq essais il arrive à obtenir les bons mesures pour les trois côtés. Au moment de la validation, il ne trouve pas d'emblée

la bonne position: le côté horizontal coincidait, mais il fallait tourner la feuille selon un axe perpendiculaire à ce côté. Il croit avoir raté sa construction.
M : Ce côté là, en bas, il est juste.
BNG: Ah! Peut-être .
Il déplace le modèle de différentes manières tout en gardant le côté horizontal et finalement il trouve la bonne position.
BNG: Je pense qu'il y une inversion...
M : C'est juste ton triangle?
BNG. Oui, mais ..
La vérification est longue parce qu'il n'y a qu'un modèle pour superposer

10.10
M.. Maintenant nous faisons le point. Avec n'importe quel message, combien ont pu faire un triangle superposable?
Quatorze élèves lèvent le doigt.
M.: Ceux qui ne les ont pas fait, est-ce qu'on ne peut pas les faire? Vous pouvez me dire d'où vient le problème?
Les erreurs semblent avoir origine dans le mesurage.
M.: Est-ce qu'il y a qui ont vraiment raté?
E.: Qu'est-ce que ça veut dire?
M : Que ça ne va pas du tout.
Cinq élèves lèvent le doigt.
L'enseignant demande à un élève qui a réussi d'expliquer sa méthode. Au tableau, sur le message (3) JOC montre qu'il faut faire un côté et après marquer les points.
M.. Partout, comme ça... (Elle fait un geste pour indiquer n'importe où).
JOC: Je commence par 18
M.: Est-ce qu'on est obligé de commencer par celui-là?
Es.: Oui.. Non... On peut commencer par celui qu'on veut. L'ordre n'a pas d'importance.
JOC: Je prends le plus grand et je le met en bas. C'est une habitude.
M : Et si l'on essaie de faire autrement?
Sous la pression du maître JOC fait un trait horizontal de 10,8 cm. en bas et à partir de l'extrémité gauche elle marque un point à 15,4 cm. Le troisième côté fait 13 cm., et elle marque ce point là.
E Elle doit baisser, il faut avoir 18.8 cm.
E : Il faut décaler la distance
JOC continue a ajouter des points d'un côté et de l'autre.
GAE: Plein de points partout et on ne sait plus lequel prendre...
JOC n'arrive pas à trouver le troisième sommet
LOS a demandé une autre règle pour voir ce que ça donne. L'enseignant demande à LOS de montrer à la classe comment on peut s'en servir.

10 h 30
M. On arrête, on va revenir sur ce travail.

V.7. Constructions proposées. Résultats des élèves

Lors du travail collectif de reformulation, les messages sur le triangle sont les suivants:

(1) Prends une équerre, côté 15 cm 4 mm
10 cm 8 mm
18 cm 8 cm

(2) Faites un triangle avec deux côtés de 15 cm et 6 mm. Puis un côté de 12 cm et 5 mm.

(3) C'est un triangle. Son plus grand côté mesure 18 cm 8 mm.
Son plus petit côté mesure 10 cm 8 mm et le dernier côté mesure 15 cm 4 mm.

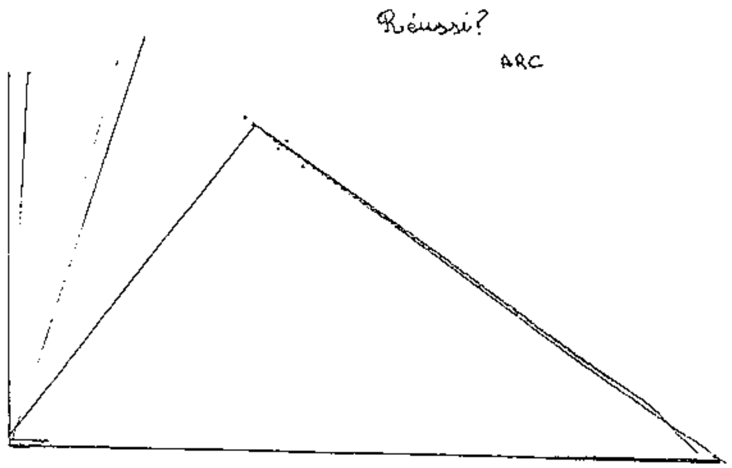
(4) C'est un triangle avec un côté de 19 cm et 2 mm. un autr côté de 9 cm et puis un côté de 15 cm et 7 mm.

(5) C'est un triangle
Tous les côtés font 15.8 mm

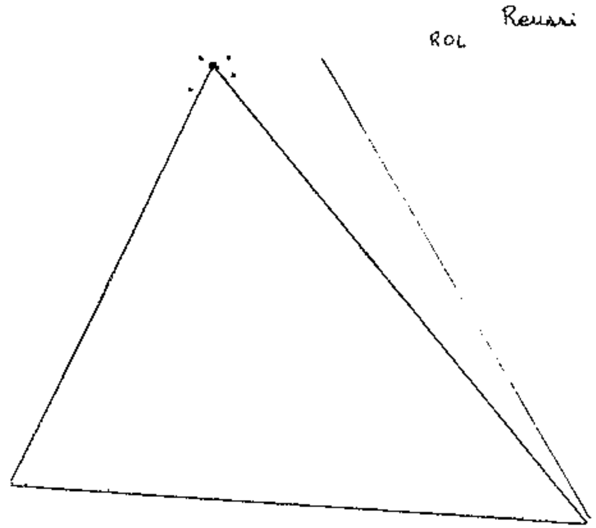
L'enseignant asigne à chaque élève une construction d'après les messages affichés au tableau.

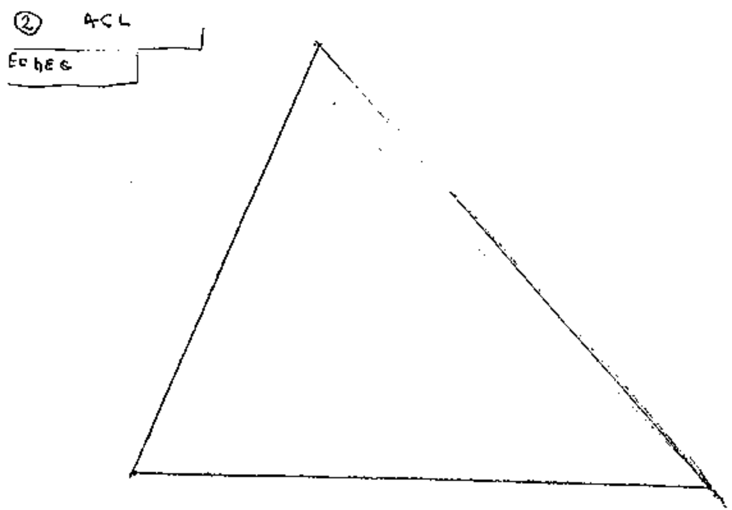
Remarque: les résultats des élèves sont présentés en photocopie réduite à 70 %. Sur 23 élèves, 16 ont réussi

Message (1)



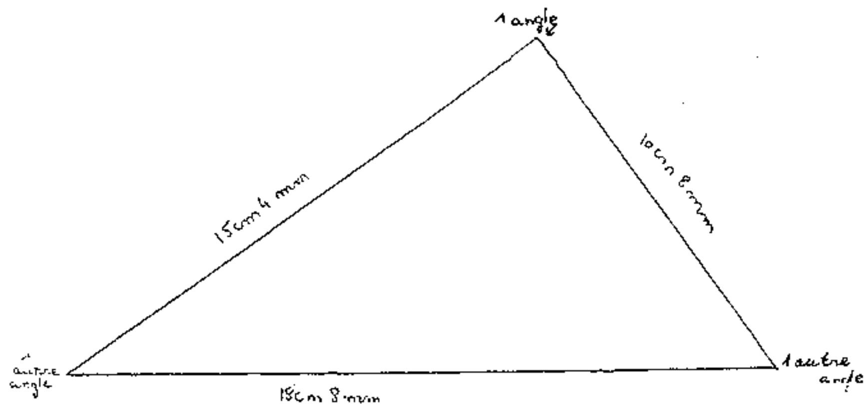
Message (2)





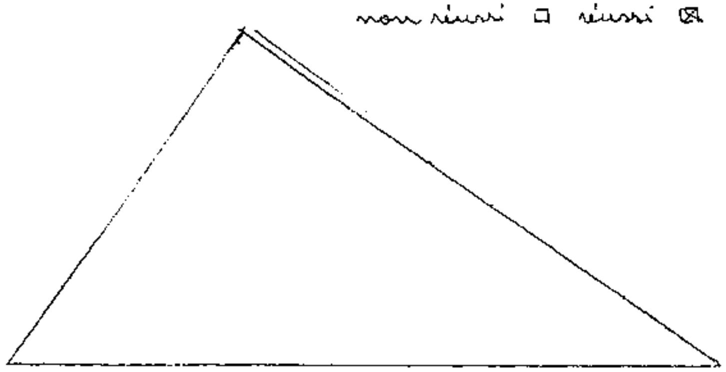
Message (3)

③ réussi OLH



ARC

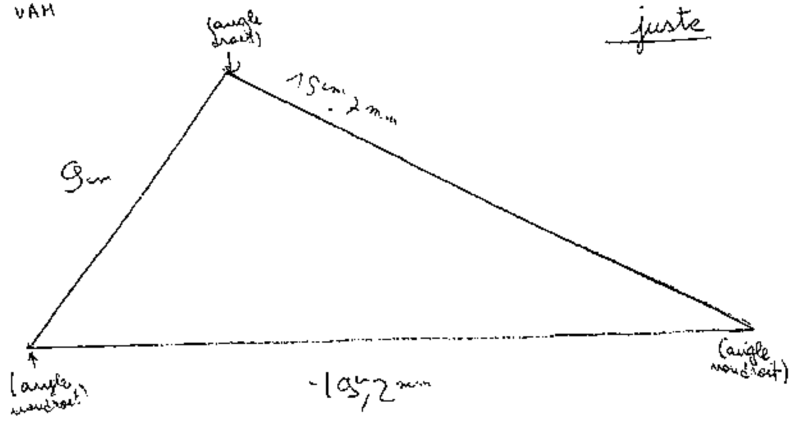
non réussi ☐ réussi ☒



Message (4)

VAH

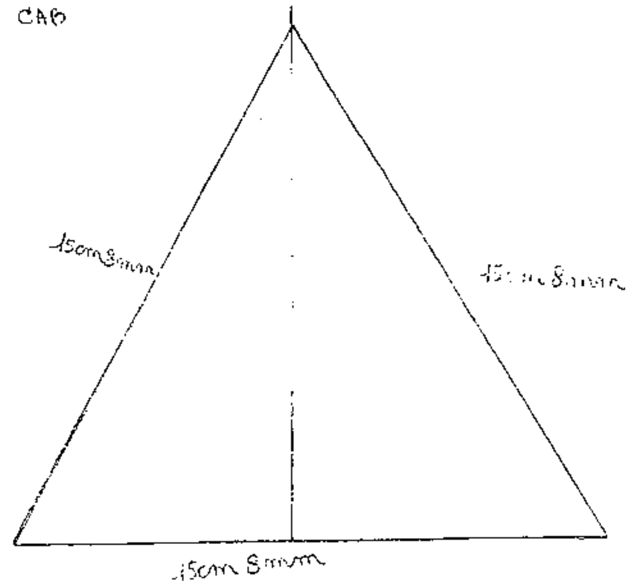
juste



Message (5)

à peu près juste

CAB



V.8 Compte rendu de la séance du 19.03.90. Résultats des élèves

Classe: CM1 A
Séance: Construction d'un triangle: institutionnalisation locale d'une méthode
Remarque: cette séance constitue la troisième phase prévue dans l'étude des messages sur le triangle

10 h 09
L'enseignant rappelle ce qu'était un bon message pour un triangle: celui qui a tous les renseignements pour faire un triangle superposable. Ensuite il propose de reprendre les différentes méthodes.
LOS: On était en train de regarder la méthode des points.
E.: On s'embrouille avec tous les points.
GAE: S'il y a trop de points après on ne sait plus celui qu'il faut prendre.
DIM: Il faut réfléchir, voir de combien on a marqué.
JOC: J'efface ceux qui ne m'arrangent pas.
LOS: Mais si tu les effaces tu ne sais plus de quel côté il faut le décaler.
JOC: Non, tu gardes les points en tête et tu sais s'il faut les redresser ou les baisser.

10 h 15
L'enseignant propose trois mesures (40 cm, 60 cm et 55 cm) et demande à JOC de venir au tableau pour montrer sa méthode.
JOC: Je prends le plus grand. (Elle trace (AB) à l'horizontale).
M.: Est-ce que tu es obligée?
JOC: Non, c'est une habitude. Si l'on fait de travers ça sera plus difficile. J'ai l'habitude de mettre le petit côté à gauche.
M.: Pourquoi pas à droite?
JOC: Parce que c'est nous qui les mettons.
L'enseignant insiste avec les changements de position et met en doute la "facilité" argumentée par les élèves. Ils ne savent pas s'expliquer et on arrive à la conclusion que c'est une question d'habitude.

10 h 25
JOC trace à partir de (A) un point (C_1) à 40 cm. Le troisième côté fait moins de 55 cm. Elle replace le zéro de la règle sur (A) et la redresse par rapport à (C_1), elle fait un autre point (C_2). Cette fois le troisième côté a la mesure cherchée.
Un autre élève explique cette méthode: Elle trace un premier côté, elle mesure un deuxième côté et marque un point et elle voit si c'est trop grand ou trop petit. Après, elle revient au deuxième côté, jusqu'à tomber pile.
M.: Qui a fait exactement comme JOC?
Personne. Des autres enfants exposent rapidement leurs méthodes:
HAS: Je mets un point pour le deuxième et un point pour le troisième.
GAE: Je ne fais pas tout à fait pareil: je marque le deuxième côté, et après je mesure le troisième et moi aussi je marque un point.

Plusieurs enfants semblent se reconnaître dans cette méthode.
L'enseignant remarque que s'il est nécessaire de faire deux essais, avec la méthode de GAE on aura 4 points et avec celle de JOC seulement 2 points.

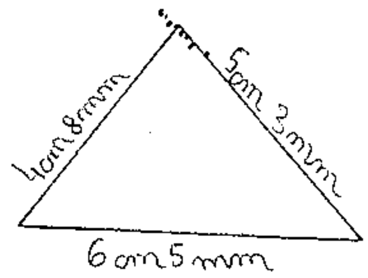
Quelques enfants disent qu'ils ne peuvent pas contrôler tous les points quand ils font beaucoup d'essais, quelqu'un propose de noter, sur chaque point sa distance à l'extrémité respective.

10 h 35
L'enseignant propose à la classe de construire en forme individuelle un triangle avec la méthode de JOC dont les côtés mesurent: 4,8 cm, 6,5 cm et 5,3 cm.
KHA fait les trois premiers essais sans respecter la consigne et elle trace chaque fois le deuxième côté. L'enseignant lui rappel la consigne et recommence avec la méthode de JOC. Au premier coup elle obtient le triangle cherché.
La feuille de la plupart des enfants montre une série de points en arc, indice des différents essais.
L'enseignant institutionnalise cette méthode comme la plus économique, certains élèves ne semblent pas être convaincus "parce qu'on met des points jusqu'à tomber pile".

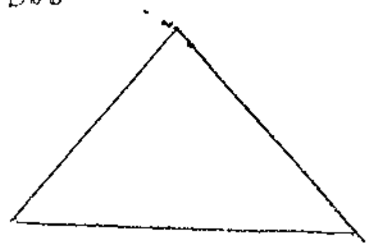
Consigne:
Construire un triangle de 4 cm 8 mm, 6 cm 5 mm et 5 cm 3 mm selon la méthode de Céline.

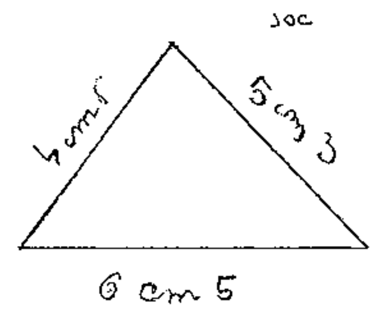
Remarque: sur 26 élèves il y en a 22 qui ont réussi. La méthode n'apparaît pas toujours très clairement, parfois les points semblent répondre aux contraintes du contrat didactique: Cf. réponse de CAB.

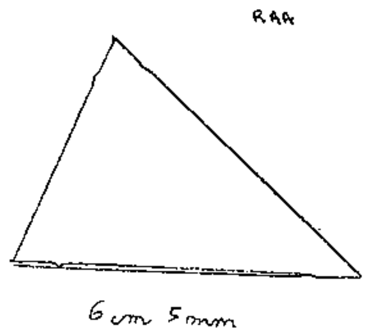
CAB

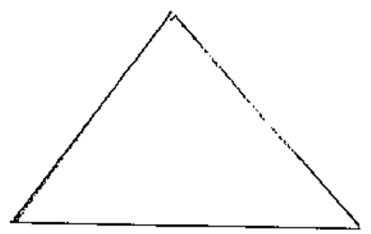


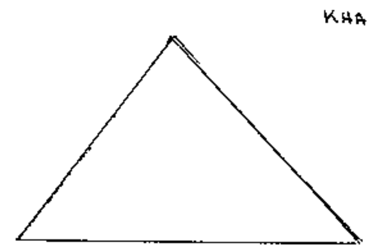
BUE











Annexe VI

Reproduction de figures: le losange

Sommaire

5. Reproduction de figures: le losange Cinquième séance

5.1. <u>Matériel</u>

- Les losanges donnés lors du jeu de communication (en plusieurs exemplaires pour les vérifications).
- Les messages obtenus sur le losange.
- Des feuilles de papier d'un format supérieur au A4 (21 x 29,7) pour que la figure puisse rentrer quelque soit la position.
- Les élèves ont à leur disposition un double décimètre, un crayon à papier, une équerre, etc.

5.2. <u>Objectifs</u>

- Mettre au point le vocabulaire et les méthodes de construction du losange.
- Reconnaître si un message est bon, c'est-à-dire s'il permet de construire un losange donné et un seul.
- Elaborer le message minimale qui permet la construction d'un losange déterminé.

5.3. <u>Description de l'activité</u>

5.3.1. Organisation de la classe
Sauf durant l'analyse des messages, l'activité est individuelle.

5.3.2. Consigne
"Nous allons poursuivre notre travail sur la construction de figures géométriques. Aujourd'hui nous allons étudier les messages correspondants à un losange."

5.3.3. Déroulement
Première phase: construction d'un losange à partir d'un message
L'enseignant affiche au tableau un message sur le losange. Etant donné qu'il s'agit d'un quadrilatère peu connu des élèves, ils peuvent poser des questions sur la "forme" de cette figure ou sur le vocabulaire. On peut laisser répondre les émetteurs et il est possible

d'admettre des gestes dans l'air ou, le cas échéant, un croquis au tableau. On ne montre pas le modèle. (Cf. Remarque (xvi))
Même si la classe n'est pas convaincue de bien identifier la figure, l'enseignent propose aux élèves de faire la construction: "Est-ce que le message est bon? Sauriez faire le losange correspondant? Essayez. Vous avez 10 mn."
Pendant que les enfants travaillent, le maître parcourt la classe afin de répertorier les difficultés des élèves, il intervient le moins possible.

Deuxième phase: bilan des résultats
Au bout de 10 minutes, il arrête et commence la vérification.
Dans cette phase il peut y avoir deux déroulement possibles.
- L'échec total, c'est-à-dire, personne ne parvient à faire un losange, même quelconque.
L'enseignant demande: "Est-ce que les émetteurs peuvent donner d'autres renseignements?"
Dans ce cas les émetteurs vont mesurer sur le modèle, sans se faire voir de leurs camarades, des renseignements considerés par eux comme pertinents.
Si ça ne suffit pas, on peut reprendre le message en question et essayer de clarifier sa formulation.
Ensuite, on recommence: "Sauriez faire le losange correspondant? Essayez. Vous avez 10 mn."
- L'échec partiel. Quelques enfants ont réussi à construire des losanges, conformes ou pas au modèle

L'enseignant distribue aux enfants des patrons tous identiques au modèle et leur demande de vérifier si leur losange est superposable. L'enseignant passe auprès de chaque enfant pour confirmer les réussites.
Après vérification: "Est-ce qu'il y en a qui ont réussi un losange superposable?"

Troisième phase: présentation des différentes méthodes et nouvel essai
L'enseignant propose alors à un élève qui a réussi de venir au tableau et d'expliquer comment il a fait. Dans une phase collective, il analyse avec la classe les difficultés de construction, il précise au fur et à mesure le vocabulaire: côté, sommet, petite diagonale et grande diagonale.
Parmi les élèves qui ont trouvé un résultat juste, quelques uns viennent au tableau pour exposer sa méthode à condition qu'elle soit différente des autres. Il n'y a pas une discussion sur le caractère "différente", l'enseignant seulement pose des questions sur la validité locale ou générale du procédé.
L'enseignant demande aux enfants qui ne sont pas parvenus à construire un losange, d'identifier ce qui leur manquait pour le faire
L'enseignant propose la construction d'un deuxième losange avec des mesures différentes (Cf. Remarque (xvii))

Quatrième phase: recherche des bons messages
L'enseignant propose aux enfants de souligner dans le message les renseignements qui leur sont utiles pour construire le losange, et de supprimer les renseignements inutiles d'après les différentes méthodes employées. (Cf. Remarque xviii)
L'enseignant affiche alors tous les messages sur le losange et demande aux élèves -par groupes- de les reformuler pour qu'ils permettent la construction voulue. Ils seront à nouveau éprouvés lors d'excercices d'entraînement.

5.4. Remarques

(xvi) C'est l'occasion de définir le losange comme "le quadrilatère à quatre côtés égaux" et de définir la "diagonale". L'enseignant écrit ces définitions au tableau

(xvii) L'enseignant ne propose pas un second message car ce qu'il vise ici c'est la technique de construction. Seules les mesures sont changées pour éviter la prise en considération de renseignements supplémentaires et parasites.

(xviii) Si l'on veut obtenir un message minimale dans une phase didactique, l'action de l'enseignant doit être très forte pour parvenir à un consensus sur ce qu'on garde ou pas. Une autre alternative serait de créer une situation a-didactique qui permette ce débat

IV. 2 Transcription de la séance du 20.03.90.

Classe: CM1 Date: 20 03 90
Enseignant: Monique Comet
Séance: Reproduction de figures: le losange
Observateurs: Guy Brousseau, Fabienne Giraud, Nadine Brousseau, José Ramon Pascual, Marie Hélène Salin, Denise Greslard, Dilma Fregona.
Remarques: Le nom des élèves est donné selon un code à l'Ecole Michelet. "M" c'est le maître. Les nombres entre crochets servent de repère sur la bande vidéo. (Cassette n°, COREM)
"E." ou "Es." représentent un élève ou un groupe d'élèves, respectivement, non identifié (s).
"(...)" indique qu'on n'entend pas ce qui a été dit

Corpus **Contexte**

[0] M.: L'autre fois nous avons travaillé, vous vous rappelez, sur les triangles. On avait regardé les messages, on avait essayé d'en construire. Aujourd'hui on va regarder les messages mais pour une autre figure, c'est pour le losange.
Es: Oh!
M.: Alors, je vais marquer au tableau. Alors on va regarder comme l'autre fois pour les triangles, on va regarder les messages parce que, vous rappelez que vous aviez dit que la difficulté quand vous n'aviez pas pu arriver ça pouvait venir soit.
E.: (...)
M.: Bon, ça c'était plus difficile à écrire. bon, on va voir un petit peu si ça venait des messages, si c'était que les messages ne permettaient pas du tout la construction de cette figure, ou bien s'il permettait de faire une figure qui n'était pas superposable... Ou bien s'il permettait bien de faire la figure superposable mais l'autre n'a pas su la construire... Alors, on va regarder le premier message qui avait été envoyé donc par des émetteurs... Je vais l'écrire au tableau. Alors voilà ce qui était dit:

L'enseignant écrit au tableau le message suivant.
Losange (4 côtés)
La même mesure des 4 côtés: 18 cm 2 mm
En largeur 17 cm (de gauche à droite)
En longueur (de bas en haut): 32 cm 2 mm

M.: Voilà le message! Tiens, alors... voyons, Bertille, tu peux lire à haute voix ce message?

MAB le lit.

M.: Moi je vais vous demander la chose suivante: est-ce que vous pensez, à partir de ce message, pouvoir construire un losange... une figure qui sera superposable au modèle qu'avaient donc les émetteurs?

Quelques enfants lèvent le doigt.
M.: Ceux qui lèvent le doigt, ça veut dire quoi? Qui pensent que ce n'est pas possible? Ou que c'est possible?
Es.: C'est possible.
M.: Que c'est possible.
Es.: Oui!
M.: Vous pensez pouvoir le faire?
Es.: Oui!
[199] M.: Bon, alors, je vais vous donner une feuille.
Les élèves font du bruit.
E.: (...)
M.: Pardon? Je n'entends pas. Qu'est-ce qui se passe? Pourquoi vous bougez comme ça?
E.: (...)
M.: Ah! On va voir mais on va essayer quand même.
GOS: La règle n'a que 20 cm et là il y a 32 cm.
M.: Je crois que les récepteurs... Est-ce que les récepteurs avaient de grandes règles ou quoi que ce soit comme ça?
Es.: (...)
M.: Est-ce que c'est un problème pour tout le monde ça?
Es.: Non.
M.: Non, les autres pensent y arriver quand même?
Es.: Oui...
M.: Bon allez, je vais vous donner une feuille.
M distribue les feuilles A3 à chaque enfant.

M.: Attention! Là il y en a deux. Il y en a deux, vous les prenez... Attends!
HAC parle à l'enseignant
M.: Ah! Non! Tu es pénible! Tu vas vite, en courant chercher ta règle

[321] Les élèves se mettent au travail. La caméra est sur DIM.
Sur sa feuille, elle a un segment et le triangle en bas.
Au jugé elle cherche le quatrième sommet. Sa feuille montre la figure suivante.

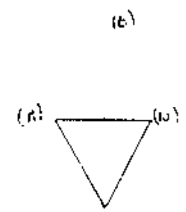


Fig. 1

Autour de (B) elle fait tourner sa règle de (M) à (N), elle essaie de déterminer le point à 18,2 cm de (M) et de (N). Elle semble l'avoir trouvé. Elle fait le triangle sur (MBN). Au jugé elle aligne la règle sur (BT) et mesure avec soin à partir de (B) 20 cm et marque un point. Elle contrôle la mesure (MT), revient sur la grande diagonale et dans le sens inverse (de (T) à (B)) elle contrôle d'abord un trait (doit être 12 cm) et après les 20 cm. Elle n'est pas satisfaite. Elle mesure encore une fois (MT) et le retrace, mesure dans la direction (NT) et laisse le crayon à 18,2 cm (proche de (T)) et mesure du crayon à (M). Elle fait tourner la *feuille et réfléchit, à partir de (MN) et dans la direction (BT) mesure -peut-être 16 cm- elle laisse le crayon dans le voisinage de (T) et contrôle la mesure de ce point à (N). Elle marque ce point proche de (T). Elle calcule et dénombre les centimètres sur la règle pour trouver la moitié de (MN) et marque un point.*

Elle prend une équerre, et la positionne selon le montre la Figure 2, et ensuite elle la déplace d'après la Figure 3:

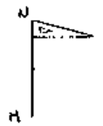


Fig. 2

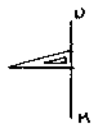


Fig. 3

Cet essai ne lui semble pas être utile. Elle lève l'équerre et continue à réfléchir. La caméra se déplace vers FOJ. Il a tracé deux traits perpendiculaires.

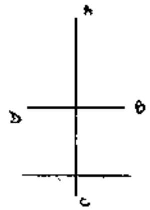


Fig. 4

Il met sa règle en bas, il l'enlève. Il hésite, après il met sa règle sur (AB), ça fait presque 20 cm. Il répète le geste pour (BC) et (DA).
Il efface (DB). Il semble qu'il veuille une autre feuille. Guy s'approche et FOJ lui explique quelque chose. Il signale avec son crayon les quatre côtés. Il plie sa feuille pour la mettre à la poubelle, le verso montre un quadrilatère qui ressemble à un carré.
M.: Vous avez fini?
Guy donne à FOJ une nouvelle feuille. FOJ recommence, il met sa règle pour tracer un segment non parallèle aux bords de la feuille.
La caméra va sur BNG. Sa feuille montre un quadrilatère -qui ressemble à un losange- avec les diagonales déjà tracées. Les côtés montrent un double tracé, les sommets ne sont pas bien déterminés (Figure 3). BNG est en train de contrôler la mesure des côtés

Fig 5

Il retrace les côtés en les rajustant.

M.: vous avez fini?
Es.: Non... Le triangle en haut, ça ne va pas .. J'ai trouvé.. Moi aussi, j'ai trouvé
M.: Tu as fini? Mais regarde ici tu as deux traits, lequel je vais prendre moi?

BNG commence à effacer un trait. M lui prend la main pour l'arrêter
M. Comment tu sais lequel est le bon?
BNG lui montre un côté qui a un seul trait.
[709] M.: Là, ça va... Mais ici, lequel est le bon?
La caméra revient sur DIM qui lève le doigt. Elle efface la petite diagonale.

[739] M.: Ca y est? Bon, je voudrais vous demander là, qui a fini? Qui est prêt? Qui a fini? Il y en a qui ont déjà fini.
Certains enfants lèvent le doigt.
M.: Est-ce qu'il y en a qui sont tout près d'avoir fini?
Es.: Moi .. moi..
M.: Sandra? Je vous laisse une minute de plus pour finir et après on va regarder.
[785] La caméra montre le travail de FOJ. La figure ressemble un losange sans les diagonales tracées. Il contrôle la mesure des côtés.
[840] M.: Vous y êtes? Asseyez vous! Ah, non! Tant pis! Maintenant on arrête! Voyons, qui parmi vous a réussi à faire un losange?
Quelques élèves lèvent le doigt.
M.: Levez le doigt! Je vais vous donner la figure.
L'enseignant cherche plusieurs exemplaires du modèle.
M.: Mais je vous montre comme la dernière fois.. Mais qui discute encore? Alors voilà la figure, je vous montre bien qu'elle était donc.. toutes celles qu'on va vous donner sont les mêmes, et je vais en donner une à ceux qui ont réussi à faire un losange. Alors voilà.

L'enseignant distribue une figure pour deux enfants parmi ceux qui ont levé le doigt. BNG la superpose et comme il trouve des différences, la fait bouger selon une demi-tour. OLM superpose le modèle à sa construction, il semble avoir une différence due aux erreurs dans le découpage du modèle.
M arrive chez OLM, il accepte la construction comme juste
M.. Tu le marques, réussi. Je viens voir . Attends, je vais venir
M vérifie la construction de BNG
M.: Ah! Tu vois? Bien, ce n'est pas bien... D'accord? Alors tu le marques: non réussi. Qui veut encore une figure pour vérifier?
Pendant que l'enseignant continue avec la vérification, il commence à ramasser les modèles.
M : Et toi? Sandra? Oui, ça va. Ca y est?
[994] M.. Bon, allez! Alors on va voir, parmi ceux qui ont fait un losange, qui a réussi à faire un losange superposable?
Neuf élèves ont réussi.
M : Donc, on pouvait arriver à faire un losange superposable avec ce message. On est d'accord?
Es. Oui!
M : Alors, je pense que ceux qui y sont arrivés peuvent peut-être expliquer aux autres comment ils ont fait parce que certains, ils ne sont pas arrivés... Oui ou non? Alors, qui parmi ceux qui ont réussi peut passer au tableau pour nous montrer, pour nous expliquer aussi sa méthode?
Quelques élèves lèvent le doigt.
M : Pierre, tu viens au tableau?
DUP vient au tableau.

M.: Allez! On t'écoute! Alors...
[1050] DUP: Ici j'ai fait un trait de 17 cm.

Avec le doigt, il montre au tableau

M.: Tu peux le faire au même temps.

DUP cherche la règle, l'enseignant décide où commencer la construction pour avoir assez de place

M. Tu parles bien fort et nous expliques à chaque fois ce que tu as fait.
DUP: Je trace les 17 cm
M.: Tu traces les 17 cm.

Il fait un segment horizontale, nous l'appelons (PQ)

DUP: Après, je trace les 18 cm.

Il fait coincider les 18 cm avec (P) et fait bouger la règle autour de ce point.

M.: Qu'est-ce que c'est ce 18 cm 2 mm?
DUP: C'est un côté.
[1100] M.: C'est un côté. D'accord?
E.: Et oui, mais ..
M.: Mais... quoi?
E.: (...)
M.: Attends! Je vais t'aider.. Comment veux-tu la mettre?
DUP: Plus droit.
M.: Comme ça? Ah, non, encore un peu.

DUP trace le segment.

M.: Alors là, maintenant . 18 cm 2 mm
DUP: Je vérifie si l'autre côté fait 18 cm.

DUP mesure le troisième côté

M.: Vous comprenez ce qu'il fait là?
Es.: Oui!
LOS: En fait, il fait deux triangles parce que après il va faire pareil en bas.
Es.: (...)
M.: Fait-il un triangle, là?
Es.: Mais oui.
DUP: C'est un peu trop petit, ça fait 16 cm, alors je remonte ce côté là...
Es.: (...) il n'a pas fait les points...
M.: Ah! Il a oublié de faire les points... Vous vous rappelez comment on construit un triangle? On n'a pas besoin .
E.: De tracer le côté.

DUP efface le deuxième côté

M.: Alors, on reprend là. Comme on ne savait pas ce qu'il faisait au début, c'est normal, on l'a laissé faire .. Alors?

DUP replace la règle et commence à tracer le deuxième côté. Face à l'observation de l'enseignant, il l'efface et marque un point (X) à 18,2 mm de (P).

M.: Tu prends la méthode de Céline ou...?
DUP: Oui, la méthode de Céline.
M.: C'est-à-dire qu'on ne va mettre de points que pour un côté.

Il contrôle la mesure de (XQ).

DUP: 18 cm!

M.: Dis-donc! Là, tu as eu beaucoup de chance. Avec le premier point!
E.: Deux!
E.: Bon, ça fait deux parce qu'au début il-l'avait tracé.

DUP a déjà son triangle.

M. Bon, après, qu'est-ce que tu vas faire, Pierre? Explique nous!
[1230] DUP: Alors, après, je met la règle ici pour avoir un trait de 32 cm.

Il place la règle selon la grande diagonale du losange et il commence à la tracer.

M.: Vous entendez ce qu'il dit? Alors, un trait d'en haut en bas de 32 cm..
DUP: Ce n'est pas droit.

Le trait n'a pas son origine dans le somment, et il n'est pas perpendiculaire à la petite diagonale, donc DUP l'efface.

E.: Il faut qu'il passe au milieu...
M.: Il dit que ce n'est pas droit.
E.: Si, c'est toujours droit parce qu'il l'a fait avec la règle
M.: Oui, c'est droit parce qu'il l'a fait avec la règle. On va voir donc ce qu'il veut dire.
E.: C'est droit mais pas au milieu.
M.: Pas au milieu... Regardez bien ce qu'il fait parce que peut-être qu'il se trompe, ou peut-être que c'est bien mais qu'il faut regarder...

DUP trace la grande diagonale, il semble l'accepter.

M.: Alors, vous avez vu là? Il a tracé le grand trait... Et après, qu'est-ce qu'il fait?
E.: Il va faire le triangle d'en bas.
E.: Il va faire les côtés.
DUP: Je vais d'abord vérifier si ça fait bien 18 cm.

DUP se réfère aux deux côtés (TP) et (TQ). L'enseignant vérifie avec lui.

M.: Ca fait 19!
E.: Peut-être qu'il ne passe pas au milieu. .
M.: Il a dit: "J'ai tracé le trait, je mesure donc le troisième côté et ça fait
Es.: Plus!
M.: Alors, qu'est-ce qu'on fait par rapport à ça?

DUP soutient la règle, il ne peut pas prendre une décision.

M.: Qui a une idée, parce qu'il a l'air de ne pas savoir du tout ce qu'il faut faire là... Alors, voyons... Maité?
OLM: (.) parce que si ça fait 19 cm, ça veut dire que ce n'est pas tout à fait au milieu...
M.: Pierre, tu as compris ce que dit Maité? Elle te dit de prendre...

DUP essaie de répéter la correction proposée par OLM, mais il n'y arrive pas.

M.: Peux-tu la répéter?

OLM répète en termes de "verticale" et "au milieu".

M.: Il n'est pas droit, il n'est pas au milieu..
OLM: Justement, il n'est pas au milieu.

Plusieurs élèves ajoutent des commentaires.

DIM. Et l'autre côté, s'il le mesure, ça va faire 17... Parce qu'il y a 1 cm de plus de ce côté là
M.: Ah! il va falloir mesurer... Cyril?
ARC. Moi, j'ai tracé les 17 cm...

M : Attends, où est 17 cm?
DUP: Ici.

Il signale la petite diagonale

ARC: Et j'ai mesuré la moitié de 17 cm et ça fait 8 cm 5 mm, et puis..
M.: La moitié de 17, ça fait 8 cm 5 mm
ARC: Et puis, après, j'ai tracé le grand trait et puis avec l'équerre je vois si c'est un angle droit ou.. si vers le bas. .
Es.: Ah!
M.: Tu as compris? Tu le fais.
DUP: Alors là, je trouve la moitié de 17

DUP recommence sur le même tracé.
Brousseau parle à l'enseignant.

[1372] M.: Tu le fais là, tu recommences. Bon, alors...
DUP: Alors, je fait 8 cm et je marque.

DUP fait un trait horizontal de
8.5 cm et ensuite le prolonge jusqu'à 17 cm

M.. 8 cm 5 mm et normalement, tu essaies de faire à peu près, vas-y! Est-ce que c'est ça ce que tu dis Cyril?
ARC: A peu près, moi je fais d'abord 17 cm et après je marque 8 cm 5 mm
M.: Bon, ça revient au même ou pas?
Es.: Oui!
M.: C'est pareil. Bon, alors... Ensuite?
ARC: Après, j'ai tracé un grand trait du bas en haut..
M : Attends! Peux-tu répéter ce que tu viens de dire?
ARC: Moi, j'ai pris la règle, je l'ai mise au milieu et après j'ai tracé un trait sans le mesurer... Comme ça...

Il fait un geste avec les mains.

M.: Alors, tu as tracé un trait sans mesurer 32 cm.
ARC: Je l'ai fait plus grand que 32 cm.
M.: Je l'ai fait plus grand que 32 cm, est-ce que tu comprends ce qu'il veut dire?

Plusieurs enfants au même temps
entament une explication.

M.: Viens au tableau Cyril, je crois que là il ne suit pas. Viens nous le faire, peut-être ça sera plus clair. Vas-y!

ARC met la règle pour tracer au jugé une droite perpendiculaire
à la petite diagonale mais il fait attention au point de milieu.
L'enseignant aide à tracer.

M . Je vais de là, jusqu'à là.
E.: Et là on met la règle à 18 cm.

ARC commence à mesurer, à partir de l'extrémité gauche
de la petite diagonale il cherche un point sur
le trait vertical, à 18 cm de cette extrémité. DUP l'aide à contrôler la règle.

M.: Ça va plus vite!
E : Ça va bien, avec ce qu'avait dit Mathieu à propos du triangle
M.: Oui, ça ressemble à ce qui avait fait Mathieu pour construire un triangle. Vous vous rappelez?
E . Oui, parce qu'on s'appuyait sur le trait aussi.
M . Oui, parce qu'on s'appuyait sur le trait aussi

ARC et DUP ont tracé un côté. La figure est trop haute
sur le tableau, ils n'arrivent pas à la tracer.

E : Et comme là, la moitié d'un losange est un triangle...
M.: En fait, la moitié d'un losange est un triangle... Donc, on revient à construire quoi? A construire deux triangles... Et là, ce que tu as fait c'est de prendre la méthode de Mathieu, hein? On se rappelle de cette méthode?
Es : Oui.
Es.: (...)
M.: Attends! Si tu veux parler, tu lèves le doigt et tu parles fort pour que tout le monde profite de ce que tu dis.
ROL: Ce n'est pas tout à fait la méthode de Mathieu, parce que quand il la faisait, les trois côtés avaient la même mesure.
M.: Oui, on avait vu qu'en effet, c'était quand les trois côtés avaient la même mesure que Mathieu nous avait montré cette méthode.
ROL: Et là, ce n'est pas tout à fait pareil.
M.: Qu'est-ce qui n'est pas pareil? La méthode?

ROL: Non, mais il y a un côté qui n'a pas la même mesure que les deux autres

DUP et ARC continuent avec un deuxième côté,
ils déterminent d'abord le triangle en bas.

M.: Et puis, après?
ARC: On fait ceux d'en haut.
M.: On fait pareil là, de l'autre côté.

Leur dessin est trop haut sur le tableau,
c'est l'enseignant qui doit le continuer.

M.: Je continue, là on le fait à combien?
ARC: A 18 cm.
M : A 18, voilà et 18 de ce côté... Voilà...

ARC hoche la tête. La figure n'est pas juste.

M.: Et oui, bon... Le tableau on le sait, ce n'est pas précis. Bon, de quelle façon est-ce qu'eux, ils ont fait ce losange?
Es.: (...)
E.: Ils avaient la méthode de Mathieu seulement..
Brousseau: Ce que tu avais dit tout à l'heure, c'était une méthode... Qu'est-ce qu'il faisait là? Il faisait un triangle.... Et après?

Brousseau revient sur la première construction représentée par la Fig. 6.
Sur le tableau il y en a deux:

Fig. 6

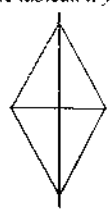


Fig. 7

E . Et après il fallait un deuxième triangle
Brousseau: Après il fallait le deuxième, est-ce qu'on a besoin de ce trait au milieu, là?

Il montre la médiatrice du triangle

Es.: Non
Brousseau: Alors, là tu aurais su le faire pareil... Tu aurais pu le faire en bas.

Il efface ce segment.

DUP: Oui!
Brousseau: Et ça, ce n'est pas la même méthode..

Brousseau signale la Fig. 7

Es.: Non.
Brousseau: Ici, on fait d'abord?
Es.: Une croix.

Brousseau montre les diagonales.

Brousseau: Une croix, voilà. Donc, ce n'est pas la même méthode. Est-ce qu'elles marchent toutes les deux?
Es.: Oui!

Il fait un geste de ne pas savoir.

Brousseau: (...)
M.: C'est ça, Pierre, au début, qu'est-ce qu'il a fait?
Es.: Il a mélangé les deux.
M.: Oui, il a fait au début un triangle par la méthode des points, et après?
E.: La méthode de Mathieu

M.: Et après il a fait deux traits.. Et en définitif ce trait, c'est vrai... Est-ce que ça t'arrange?
DUP: (...)
M.: Et non, parce que ici tu es arrivé à 19, et tu étais embêté, donc il fallait continuer (...) Bon, voilà deux méthodes. Alors après... autrement... Qui a fait encore autrement? Vous pouvez vous asseoir. Ah! Thomas?
AUT: J'ai fait à peu près comme Cyril
M.: Attends! Tu nous expliques, tu viens au tableau?

AUT, au tableau, signale la grande diagonale de la figure 7.

AUT: J'ai fait d'abord les 17 cm
M.: Fais-le! Viens-là! J'a tracé d'abord les 17 cm.

AUT fait un trait horizontal de 17 cm.

M.: Jusque là, c'est vrai que c'est comme Cyril.
AUT: Après, j'ai fait la moitié de 17 cm.
M.: Il prend ici la moitié, donc c'est jusqu'à là comme ce qui a fait Cyril.
AUT: Et après, j'ai fait la moitié de 32 cm 2 mm.
E.: (...)
M.: Attends! On le laisse finir... Quelle est la moitié de 32 cm 2 mm?
AUT: 16 cm 1 mm.
[1615] M.: Vous êtes d'accord? 16 cm 1 mm.

AUT fait beaucoup attention pour la mesure, mais pas trop pour l'angle droit. Il trace la moitié de la grande diagonale.

AUT: (...) Pour faire 32 cm 2 mm, il faut faire deux fois 16 cm 1 mm.
M.: Vous entendez ce que dit Thomas? Que la règle était trop petite, donc il avait d'abord tracé 16 cm 1 mm
E.: (...)
M.: Attends! On le laisse finir.
AUT: Et après je vais tracer les côtés
M.: Et après il trace les côtés

AUT mesure un côté, bien qu'il soit déjà déterminé

E.: Ca va faire 18 cm 2 mm
M.: Oui, peut-être... Attends, laisse-le... Vous avez compris ce qu'il a fait?
Es.: Oui!
M.: Alors Ludovic, qu'est-ce que tu veux dire à ça?
ROL: (...)

Il explique depuis sa place sur les dessins du tableau.

M.: Tu vas venir nous montrer ça, viens Ludovic.
ROL: Pour que ça soit droit là...

Il signale l'intersection des diagonales.

ROL: On partage un peu plus de 16 cm, parce que autrement...

Il montre avec la règle une technique pour prolonger un segment, avec la superposition d'une partie de la règle.

M.: C'est pour éviter quoi là, ce qui fait Ludovic?
ROL: Que le trait soit...

Il signale un décalage entre les deux moitiés de la grande diagonale.

M.: Voilà! Vous y êtes là, d'accord? Pour que le trait ne soit pas décalé après, donc on prend un petit report, un petit report... Alors, est-ce que Thomas a fait comme Cyril?
Es.: Presque!
M.: Qu'est-ce qui est différent? Alors, Céline?
JOC: Il a pris 32 cm 2 mm et puis il a pris 16 cm 1 mm

M.: Oui! Et aussi, peut-être.. Marie?
DIM: Cyril fait un trait dont la longueur ne fait pas forcément 32 cm, donc elle n'a pas d'importance.
M.: Cyril ne prend pas la mesure exacte... C'est tout ce que vous voyez comme différence? Regardez bien, regardez bien. Vous avez vu ce qui a fait Cyril. Il faisait un grand trait là, il s'en fichait de combien le faisait et puis après... il a fait... Regardez bien!

L'enseignant signale la construction de Thomas.

GAE: Cyril (...) la règle, il l'a réglée pour faire les côtés.
M.: Il l'a réglée comment?
GAE: Il l'a bougée..
ARC: Je l'ai bougée jusqu'à que ça fasse 18 cm 2 mm
M.: Oui, mais...
GAE: (...)
DIM: (...) jusqu'à 18 cm 2 mm parce que Pierre... on a bien vu, ça faisait 19 cm.
M.: Oui, mais Cyril tu as fait un grand trait là, est-ce qu'il ne sert à rien? Pour faire quoi il t'a servi?
ARC: Pour... pour... comme Pierre quand... s'il n'était pas... s'il faisait la méthode comme des points et puis comme c'était... Beh! Tous les côtés pareils..
M.: Oui, qu'est-ce que tu voulais faire?
ARC: Et, beh! Prendre la moitié...
M.: Tu as pris la moitié, tu as fait un grand trait... A quoi il t'a servi?
ARC: Il m'a servi a voir les deux côtés qui...

Il fait un "tout" avec les mains, il rit

M.: C'est difficile! Bon, alors. Il a fait un grand trait là, sans mesurer 32 cm.

L'enseignant recommence la construction à main levée.

E.: Il a fait la croix là, et lui il ne l'a pas fait.
M : Oui, il fait une croix là.

Plusieurs élèves parlent en simultanée.

M.: Alors, tu as tracé un grand trait. Ici tu avais pris 17 cm et tu l'as partagé en deux. Et après, qu'est-ce que tu as fait? Tu as pris la règle et tu as réglée la règle...
E.: A 18 et 2
M : Mais, attention! A 18 cm 2 mm par rapport à quoi? Tu prends ce point là... Et puis tu as cherché jusqu'à que les 18 cm....

L'enseignant signale une extrémité de la petite diagonale.

E.: Tombe sur...
M.: Tombe sur le trait là... Tandis que Thomas, lui...
DIM: Il ne cherche pas, il tombe juste.
M.. Il tombe lui, parce qu'il a pris de suite..
DIM: Les bonnes mesures.
M.: Les mesures. Et qu'est-ce qu'il a fait sur le trait, le grand, lui?
AUT: J'ai pris les mesures exactes.
M.: Tu as pris les mesures exactes et tu as pris la moitié et l'autre moitié Ah! C'était pareil ça? En définitive, quand vous avez dit: "Cyril, il a fait deux triangles par la méthode de Mathieu..." C'est-à-dire, je trace bien ce trait là et puis je n'ai que trouver les points qui tombent sur le trait. D'accord? C'est pareil alors ça?
Es.: Non.
M.: On est d'accord? C'est différent.. Et qui a fait encore différemment? Séverine?

GOS: J'ai fait un peu comme les trois.
[1814] M : Viens au tableau, et on va voir si tu as fait un peu comme les trois ou peut-être c'est une autre méthode différente.

GOS trace 17 cm à l'horizontale.

GOS: Je fais le trait.
M.: Elle trace 17
E: (...)
M.: Continue, après?

Elle commence à construire un triangle par la méthode des points.

GOS: Je marque un point, je fais la méthode des points...
M.: Tu fais la méthode des points, c'est-à-dire, qu'est-ce que tu vas faire?
GOS: (...)
M.: Donc, qu'est-ce que tu fais? Tu veux tracer quoi?
GOS: Un triangle
M.. Un triangle, d'accord.

Après deux essais, elle trouve le troisième sommet du triangle. Elle complète la figure, c'est le triangle en bas relativement à la petite diagonale.

M.. Bon alors, après. Qu'est-ce que tu feras?
GOS: Je prends la moitié de 17.
M.: 8 cm 5 mm. Et puis, qu'est-ce que tu vas faire?

GOS trace la perpendiculaire au jugé par un point qui n'est pas le milieu de la petite diagonale. L'enseignant corrige le tracé, toujours avec la règle.

M : Après? Ce trait, tu l'as mesuré?
GOS: Non.

Elle place le zéro de la règle sur une extrémité de la petite diagonale et essaie de trouver le point sur la droite perpendiculaire à 18,2 cm

M . Qui peut dire, déjà, ce que fais Séverine? Joel?
FOJ: Elle fait un triangle, d'abord avec la méthode de Pierre, et après elle fait comme Cyril...
M.: C'est-à-dire, qu'est-ce que tu appelles "la méthode de Pierre"? C'est de faire le premier triangle avec...
Es. Les points.
M.. Les points, par tâtonnement, d'accord? Et après?
E.: Elle fait comme Cyril.
M.: Elle fait comme Cyril qui avait pris la méthode de Mathieu. Ça va? C'est compliqué. Donc, elle avait raison, elle a mélangé plusieurs méthodes..

GOS continue avec les tracés.

M.: Ca va, on a compris ce que tu as fait... Stéphane encore? Et bien..

HAS vient au tableau, avec une équerre à la main.

[1910] M.: Tu as réussi, Stéphane?
HAS Non...
M.: Ah! Rapidement, tu peux nous dire très rapidement?
HAS: J'avais remarqué que le quart d'un losange faisait une équerre
Es.. (...)
M . Dis-donc! Moi je vais te dire quelque chose.. Si je partage un losange en quatre ça me fait quatre équerres, qu'est-ce qu'on a dit à propos de l'équerre?
E.: C'est un instrument.
M . Qu'est-ce que tu veux dire par là?

E.: La forme d'une équerre.
ARC: C'est un triangle. Le quart d'un losange, il a trois côtés. c'est quand même un triangle.
M.: Etant donné qu'il a trois côtés, c'est un triangle Est-ce que tu es d'accord?
HAS: Oui.
M.: Mais ton équerre, ton équerre, d'accord: ça fait quatre triangles.

Brousseau vient au tableau.

Brousseau: Montre comment tu fais.

HAS place l'équerre en mettant le petit côté horizontal et il commence à faire un trait sur le côté opposé à l'angle droit.

Brousseau: Ah! Tu fais un côté... Ca fait 18 cm 2 mm?
HAS. Non.
Es : (...)

Les élèves s'aperçoivent que ce côté de l'équerre n'a pas de graduation.

Brousseau: Bon, là il a vu que ça faisait quatre triangles, mais il n'a pas essayé de construire . Il vient juste de le penser, ce n'est pas vrai?

Brousseau dessine à main levée la figure suivante:

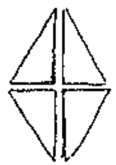


Fig. 8

HAS: Oui
M. Oui!
Brousseau: Bon, on va passer une demi-heure pour faire ça, ce n'est pas la peine... Il y avait quatre triangles comme ça mais il y a quelque chose d'intéressant, ce qu'il a vu, c'est quoi là?

Il montre sur la figure les angles droits.

HAS: Un angle droit.
Brousseau: C'est ça que tu as vu?
HAS: Oui!
Brousseau: Et bien, voilà.
M.: J'ai quelque chose à vous dire. J'étais un petit peu surprise .. On vient de passer toutes les méthodes en revue là, et il n'y en a pas mal qui avaient demandé pourtant une équerre... J'aimerai savoir ce qu'ils ont fait... Cyril?
ARC: Moi, quand j'ai tracé le grand trait j'ai vérifié s'il était droit, si l'angle droit était correct.
[1970] M.: Viens au tableau nous montrer

ARC vient au tableau et place l'équerre avec certitude sur un des angles droits de leur construction.

M. Là, tu as voulu vérifier si c'était droit .. Donc, Cyril et ceux qui ont demandé une équerre, peut-être ils ont vu ce qu'a vu Stéphane
E.: Oui, c'est logique (...)
M.. Oui, mais vous ne l'avez pas dit... C'était logique, c'est ça... Bon, d'accord...
Brousseau. Excusez-moi, je prends deux minutes de la leçon pour vous poser une question. Peut-être quelqu'un d'entre vous va pouvoir me répondre.. Moi, je voudrais savoir, est-ce qu'il y en a qui savaient, avant qu'on distribue les cartons est-ce qu'il y en avait qui savaient que ça n'avait pas marché?
Es.: Oui, moi..

Plusieurs doigts se lèvent.

Brousseau: Et alors, comment vous avez fait pour savoir que ce n'était pas bien? Il y en a qui ont bien fait, ça va. Il y en a qui ont fait pas bien et ils le savaient déjà, ils n'avaient pas besoin de regarder. Alors?

LOS lève le doigt. Brousseau superpose le modèle sur sa figure.

Brousseau: Mais ça c'est juste.
LOS: Non, c'est faux. Là et là
Brousseau. Comment tu as su que c'était faux?
LOS Quand j'ai vu le carton, je savais que c'était trop grand.
Brousseau: Est-ce que sans voir le carton, quelqu'un savait que ce n'était pas bien?

FOJ: (...) Je savais que c'était trop ...

Il fait un geste avec les mains pour indiquer "étroit"

Brousseau: Montre moi ton papier. Voilà, il fait ça..

Brousseau montre la feuille à toute la classe.

Brousseau: Et avant de corriger il se dit: c'est trop maigre. C'est ça?
Comment tu peux le voir qu'il est trop maigre?
FOJ: Ils ont dit 17 cm et ça ne les fait pas...

Il signale sur sa feuille la petite diagonale qui n'est pas tracée.

Brousseau: Ah! Quand il a fini, ça n'avait pas la bonne mesure. . Mais il avait compris ça, et il a essayé de l'autre côté...

Sur le verso de le feuille il y a un autre quadrilatère avec les diagonales tracées.

Brousseau: Et c'était bien? On va vérifier. Ce n'était pas bien. il est encore un peu mince... Alors il a une méthode que ne permet pas de mettre comme il faut la largeur... Alors, qui est-ce qui savait encore qu'il s'était trompé?
GAE: (...)
Brousseau: Donc, après, tu ne trouvais pas les mesures qui étaient écrites au tableau. Toi encore?
VAM: (..) et quand j'ai mesuré, ça ne faisait pas (..)
Brousseau Et alors?
JOC: Moi, les côtés faisaient bien 18 cm 2 mm, mais quand j'ai mesuré le milieu ça faisait 20 cm.
Brousseau Quand tu as mesuré la, comment on dit la largeur, comment s'appelle ce trait là? Vous avez appris le nom?

Il montre la petite diagonale.

Es Non!
Brousseau. Ah! Ca fait rien, vous l'apprendrez après. Et toi?
ACL: (..) J'ai mesuré et après j'ai tracé et j'ai vu que ce n'était pas juste

ACL fait un geste pour indiquer un trait vertical.

[2100] Brousseau: Tu l'as fait et après tu as vu que ce n'était pas droit. C'est ça? Alors ma question: si vous avez pu voir que... en faisant, en construisant comme on vous disait, vous arrivez à ce qu'un renseignement ne cadre pas avec ce que vous avez vu ici, est-ce que.... C'est difficile, mais si vous ne savez pas me répondre on arrête tout de suite .. Est-ce que je n'aurais pas pu le construire sans utiliser tout ce qu'on me disait? Et l'autre renseignement m'a permis de vérifier? Par exemple, ici, qu'est-ce qu'il a utilisé? Il utilise...

Il montre, sur le tableau, la figure de DUP

E.. Un triangle.
E La largeur
Brousseau: 17 cm
E Et les côtés, c'est tout
Brousseau. Puis il utilise 18. .

Brousseau souligne, sur le message, les mesures utilisés: 17 cm et 18,2 cm

E . Pas la longueur.
Brousseau: D'accord, pour faire le triangle du haut .. et pour faire le triangle du bas?
E Les mêmes mesures..

Brousseau: Pareil, est-ce qu'il utilise ça?

Il montre, sur le message, le nombre 32.

Es.: Non..
Brousseau: Alors, quand il a fini, qu'est-ce qu'il peut faire pour vérifier?
E.: Mesurer 32 cm 2 mm.
Brousseau: Voilà, il utilise les 32 pour vérifier. Et l'autre, est-ce qu'il les utilise tous?

Il montre la construction de AUT.

Es.: Oui!
Brousseau: Il utilise ici .. Quoi?

Il montre la petite diagonale.

Es.: 17!
Brousseau: Et là?
Es.: 32! 16!
Brousseau: Et là?

Il montre un côté du losange.

E.: Il utilise... Et non! Mais non, parce qu'il les avait déjà!
Brousseau: Voilà, s'il avait ça et ça...

Il montre les côtés d'un des triangles rectangle.

Brousseau: Alors là, 18 2 à quoi ça sert?
Es.: A vérifier!
Brousseau: Ça va? Vous avez compris? Bon, je voulais seulement savoir s'ils voient des renseignements inutiles. Merci.

Il parle à l'enseignant.
Les élèves commencent à se déplacer.

M.: Bon, alors... Pierre tu t'asseois!

ROL commence à expliquer, dès sa place, l'utilisation de l'équerre par rapport à ce que HAS avait vu.

M.: Attends! On n'a pas parlé de la méthode de Stéphane.

Plusieurs élèves parlent au même temps.
ROL dit qu'il fallait prendre dans un sens (il montre sur les côtés de l'équerre) 16 cm et dans l'autre 8,5 et non 18,2 cm.

M.: On va voir, bon alors... Vous venez de voir donc toutes les différentes constructions... Pour chaque construction, ce que chacun a utilisé vraiment dans le message et comment chacun a fait aussi. Et ensuite comment on peut vérifier aussi. Ce sont deux choses différentes, vous voyez? Ce que j'utilise pour construire et par contre ce que je fais pour vérifier, d'accord? Est-ce que à partir de tout ce qu'on a dit, qu'on a fait... est-ce que vous serez capables dans une prochaine séance, si je vous montre un autre losange, est-ce que vous serez capable premièrement...?
E.: De faire le message.
M.: Ah! Attends! De me dire ce qu'il vous faut comme renseignement pour le réaliser... Et est-ce que vous serez capable, est-ce que vous sauriez déjà faire ça? Qu'est-ce qu'il vous faut précisément comme renseignement, peut-être pas tous parce que vous venez de voir..
DIM. Mais il faut tout demander, parce que après on va les utiliser pour vérifier...
E.: Eh, non! Elle a dit: "pour construire", et pas pour vérifier
M.: Ah! Pour vérifier, c'est vrai! Et oui! Mais avant vous pouvez peut-être me demander quand même pour construire qu'est-ce qu'il vous faut.

Et puis, après, je peux vous dire si vous voulez vérifier dans une deuxième partie, ce qu'il vous faut. D'accord? Bon... Alors, qui se sentira capable de me dire quel message il faudra que je leur donne, moi, pour pouvoir construire un losange?

Plusieurs doigts se lèvent.

M.: Et ensuite, une fois qu'on aurait le message, qui se sentira maintenant capable de construire un losange? Ah! Là, plus... Bon, donc, la prochaine fois... Vous savez déjà ce que vous avez choisi comme méthode là?
Es.: Oui!
M.: Chacun sait ce qu'il va choisir? Bon, on verra la prochaine fois.

VI.3 Construction proposée. Résultats des élèves

C'est une situation de communication avec l'enseignant: chaque élève devait écrire sur sa feuille les renseignements qu'il croyait nécessaires pour construire un losange superposable à un modèle. Les dimensions du modèle sont: grande diagonale: 26 cm, petite diagonale: 7 cm et le côté: 13,5 cm.

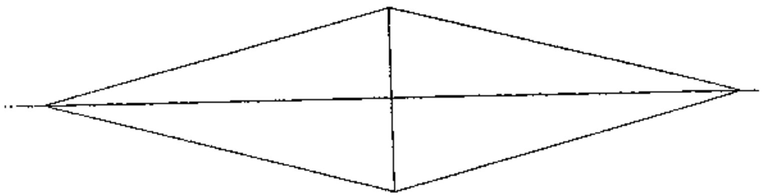
Remarques:
- Sur 50 élèves du Cours Moyen 1, classes A et B, il y en a deux qui ont demandé comme renseignement unique la mesure d'un côté.

- Selon les méthodes de construction choisies, le losange est pour les élèves un quadrilatère:
  a) dont les diagonales se coupent en leur milieu et en angle droit,
  21 sur 24, en CM1 A
  10 sur 26 en CM1 B
  b) qu'on peut obtenir avec deux triangles isocèles.
  3 sur 24 dans la classe A
  14 sur 26 dans la classe B.

- Sur les 50 élèves, il y en a 21 qui ont demandé, d'emblée les dimensions des diagonales et du côté.

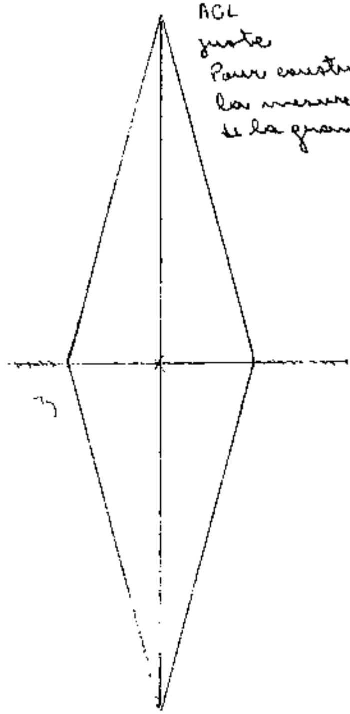
Nous ne pouvons pas déterminer l'utilisation précise de ces renseignements
Il y a 38 élèves qui ont obtenu une figure superposable au modèle.

Voici quelques réponses réduites à 50 %.



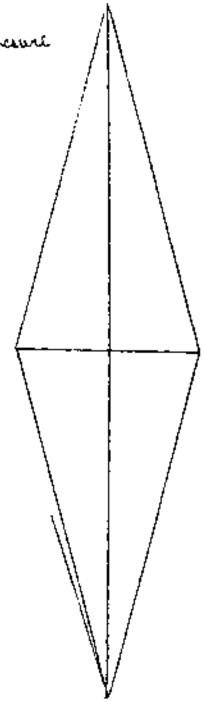
Renseignements pour construire le losange:
- les côtés
- La petite diagonale

ACL
juste
Pour construire le losange:
la mesure de la petite et de la grande diagonale

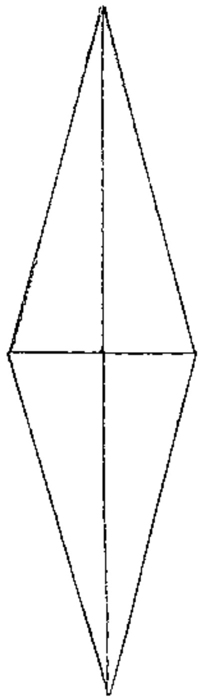


J'ai demandé la mesure des diagonales

VAN



AUT



← juste
la petite diagonale mesure: 7 cm
la grande diagonale mesure: 26 cm

Annexe VII

L'utilisation du compas en tant que report de mesure

Sommaire

6. L'utilisation du compas en tant que report de mesure

Sixième séance

6.1. Matériel

- Un grand compas pour le tableau.
- Les messages sur le disque obtenus pendant la première séance.
- Chaque enfant dispose d'une feuille blanche, un compas, un double décimètre et crayon à papier.
- Quelques triangles en carton de 7,5 cm, 9 cm et 10cm et le disque du jeu de communication.

6.2. Objectifs

- Mettre au point le vocabulaire spécifique du disque.
- Savoir utiliser le compas en tant que report d'une mesure
- Reconnaître cette utilisation pour la construction de figures telles que les triangles, les disques.

6.3. Description de l'activité

6.3.1. Organisation de la classe
Le travail est individuel hors l'analyse des messages.

6.3.2. Consigne
"Vous allez tracer un segment OP, à peu près au centre de votre feuille, de 8 cm de longueur. Puis un point à 6 cm du point O. Faites maintenant un autre point à 6 cm du point O, puis quelques autres.
Maintenant faites tous les points qui se trouvent à 6 cm du point O".

6.3.3. Déroulement

Première phase: construction de points équidistants d'un autre
Les enfants vont remarquer que tous ces points sont sur un même cercle; il faut les laisser faire le plus de points possibles de sorte que la trace devienne bien visible

Deuxième phase: le compas remplace le tâtonnement
L'enseignant demande. "Quel est l'instrument qui permettrait de tracer rapidement tous ces points?"
Les élèves tracent avec le compas le cercle contenant tous les points déjà tracés. Pendant cette manipulation l'enseignant introduira le vocabulaire correspondant: pointe sèche, ouverture du compas, réglage.
Fréquemment, il s'avère nécessaire un travail sur le contrôle de l'outil pour obtenir un cercle déterminé. C'est l'enseignant qui montre les techniques, et donne le vocabulaire: centre, rayon, cercle, disque.
Ensuite l'enseignant propose: "Tracez maintenant tous les points qui se trouvent à 4 cm du point P. Vous allez marquer le point A qui se trouve à 6 cm de O et à 4 cm de P"
Les élèves se rendent compte qu'ils l'ont déjà (ils l'ont même deux fois). Ils expliquent où ils l'ont trouvé (rencontre des deux cercles l'un représentant la mesure de 6 cm et l'autre de 4 cm en un point qui est donc à la fois à 6 cm de O et à 4 cm de P). On choisira l'un des deux points que l'on appellera A.
Puis l'enseignant propose une nouvelle activité. "En utilisant ces tracés, faites un triangle de 8 cm, 10 cm et 12 cm de côtés".

L'enseignant demande aux élèves: "Pourrait-on tracer de la même manière un autre triangle dont les côtés mesurent, par exemple, 7,5 cm, 9 cm et 10 cm?
Les élèves essaient. La validation se fait par superposition des modèles de l'enseignant
A mode de conclusion de cette phase, le maître organise la mise au point de l'activité: "Comment peut-on alors tracer un triangle? (Cf. remarque (xix)) Est-ce que cette technique vous permettra de mieux y arriver? Qu'évite-t-elle?"

Troisième phase: étude des messages sur le disque
"Nous venons de voir la manipulation du compas et un vocabulaire précis, nous pourrions donc examiner les messages sur le disque."
Les messages sont écrits au tableau et reformulés collectivement
"Seriez-vous maintenant capables de construire un disque selon ce message? Allez-y, vous avez à peu près 3 minutes. Vous allez vérifier votre construction par superposition avec le modèle."

Quatrième phase: institutionnalisation de la méthode de construction d'un triangle avec le compas
L'enseignant demande aux élèves, "Que savez-vous faire maintenant pour construire un triangle?"
Il attend des élèves qu'ils puissent repérer la nouvelle connaissance qu'ils ont de l'usage du compas dans la construction d'un triangle.
L'enseignant déclare alors de manière institutionnelle: "Si on a un triangle, on peut toujours le reproduire avec la méthode du compas." (Cf. remarque (xx))

6.4. Remarques

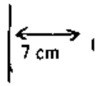
(xix) Pour mettre en relief l'économie dans la construction qui implique l'utilisation du compas, l'enseignant doit reprendre les différentes méthodes de la construction du triangle de la troisième séance (nuage de points, arcs de points, ..)

(xx) Il reste implicite qu'avec trois segments il n'est pas toujours possible de construire un triangle et que si la construction est possible, tous les triangles construits ce sont des figures congruentes

VII.2 Compte rendu de la séance du 29.03.90

Classe: CM1 A.
Séance: l'utilisation du compas en tant que report de mesure

14 h 05
L'enseignant donne une feuille A4 à chaque élève. Le premier tracé est celui d'un segment OP de 8 cm au milieu de la feuille. M. précise que le segment doit avoir les petits traits aux extrémités. L'instruction "au milieu" doit être mieux explicitée: à 7 cm du bord gauche de la feuille, et à peu près au milieu dans le sens vertical, les élèves doivent placer une extrémité du segment OP. L'enseignant fait un schéma au tableau:



Il indique que l'on appelera O l'extrémité gauche du segment, et qu'il faut faire un autre point à 6 cm de O. La plupart des élèves choisisent le point sur une demi-droite opposée ou perpendiculaire à OP.
14 h 17
M.: Je vous demande un autre point à 6 cm de O
Un élève affirme qu'on peut en faire 50.
M.: Maintenant 4 encore à 6 cm du point O.
Quelques exclamations de la part des élèves, au moins un élève dessine les points alignés, une sorte de perpendiculaire à OP.
M.: Maintenant vous allez dessiner tous les points à 6 cm de O.
E.: Ca va faire un trait.
E.: Il nous manque un compas, parce que tous les points vont faire un trait.
Ce n'est pas l'avis de toute la classe, par exemple LOS affirme que dans certaines directions ça va faire plus. (Elle fait des gestes pour indiquer des directions différentes à celles privilégiées).
L'enseignant reçoit les commentaires et demande aux élèves s'ils ont besoin de quelque chose. La plupart affirme: je veux un compas.
M.: Pour faire quoi?
E.: Pour faire un cercle.
L'enseignant insiste. DIM explique qu'il faut écarter le compas de 6 cm.
M distribue les compas et demande à faire des essais sur le cahier de brouillon.
BNG a tracé le cercle avec le compas et ensuite il vérifie si le rayon de son cercle fait bien 6 cm dans des directions différentes.
14 h 30
M. présente le vocabulaire: cercle et disque. Il demande des explications sur l'utilisation du compas: il faut le régler à 6 cm ou à 3 cm ou à n'importe quelle mesure, les élèves parlent du "trou" dans le compas. Le O est le point au milieu. M. donne le nom de "centre" comme le point précis où on appuie le compas. L'ouverture du compas s'appelle le "rayon" de même que dans les roues d'un vélo.
Ensuite il entame une explication sur les techniques relatives à l'utilisation du compas: comment mesurer un segment, la manière de le soutenir, etc
14 h 45
L'enseignant propose de revoir rapidement les messages sur le disque. Il les écrit au tableau:

1 C'est un rond qui fait 17 cm en longueur et en largeur.
2 La forme est ronde. Prenez un compas. Réglez-le à 8 cm 5 mm.

Un élève dit qu'il est facile de reconnaître un disque. Un autre, ex-récepteur du premier message, affirme avoir été géné par les mots "longueur" et "largeur" car "il n'y a pas de longueur et de largeur".
Quelques élèves discutent à propos des mesures c'est le même disque ou pas? Le compas faut-il le régler à 17 cm ou à 8 cm 5 mm? L'enseignant pose des questions pour identifier ces mesures sur le disque
AUT affirme que les messages parlent d'un disque de 17 cm de diamètre. Il connaît le mot mais il ne peut pas l'expliquer à ses collègues ROL aussi parle de diamètre et finalement KHA explique que "quand on va d'un bord à un autre en passant par le milieu ça fait 17 cm."
BNG dit que 8 cm 5 mm est le rayon du disque.
Les messages sont ensuite modifiés

1. C'est un disque qui fait 17 cm de diamètre.
2 C'est un disque. Le rayon est de 8 cm 5 mm

L'enseignant demande lequel de deux message est le plus facile Un élève déclare "C'est dur à calculer... Tu régles le compas en suivant la mesure du rayon". Un autre pense qu'il est facile de confondre les mots "diamètre" et "rayon"
15h 03
L'enseignant demande de reprendre la feuille A4 et de tracer tous les points qui sont à 4 cm de P. Il regarde le travail individuel des élèves, il contrôle les techniques. Les instructions sont: tracer sur le cahier de brouillon un trait de 4 cm, régler le compas, faire le cercle et vérifier ensuite si le rayon fait bien 4 cm.
Au fur et à mesure que les élèves finissent la tâche ils commencent à faire des rosaces, des cercles concentriques, etc.
L'enseignant a trouvé un compas pour le tableau et rapidement reproduit la construction avec des mesures plus grandes. Il demande à un élève de montrer les points qui se trouvent à 4 cm de P, et lui même montre les points qui sont à 6 cm de O.
M.: Maintenant vous allez tracer les points qui sont à 6 cm de O et à 4 cm de P
Il écrit la consigne au tableau, quelques élèves chuchotent "C'est impossible". M ajoute: "A la fois!"
Au bout d'une minute, 18 élèves ont trouvé deux points "Là ou là, c'est là où les deux cercles se rencontrent ou se croisent".
HAS déclare que "pourque ça fasse 6 d'un côté et 4 de l'autre, et beh.. c'est comme un triangle de 8 4 et 6 cm." "Oui, en quelque sorte est un triangle."
L'enseignant montre un point sur le cercle de 4 cm de rayon et demande si ce point est à 6 cm de O.
Avec certitude un élève réponde que le point doit être à la fois sur les deux cercles.
ROL: Mais avec ça on peut faire des triangles!
M.. Vous croyez?
E. Et des losanges aussi! Parce que là on a deux triangles
DIM: Avant on tatônnait, maintenant il y a un croisement Allez, donnez-en un autre!
M distribue une deuxième feuille à chaque élève et ramasse la première
M : Vous me dites que vous pouvez tracer un triangle Comment on va le faire?
15 h 35
Plusieurs élèves semblent décidés à faire un triangle, ils demandent la mesure des côtés. D'autres ne savent pas quoi faire. L'enseignant propose 8 cm, 12 cm et 10 cm. Quelqu'un affirme que ça sera la méthode de cercles pour construire un triangle.
Les élèves commencent un travail individuel, il semble qu'il y ait des problèmes de mesurage et de technique pour contrôler le compas La méthode succite quelques doutes FOJ a écarté le compas de 5 cm
15 h 45
La classe est finie, l'enseignant a regardé le travail de chaque élève mais il n'a plus le temps d'analyser les possibles erreurs.

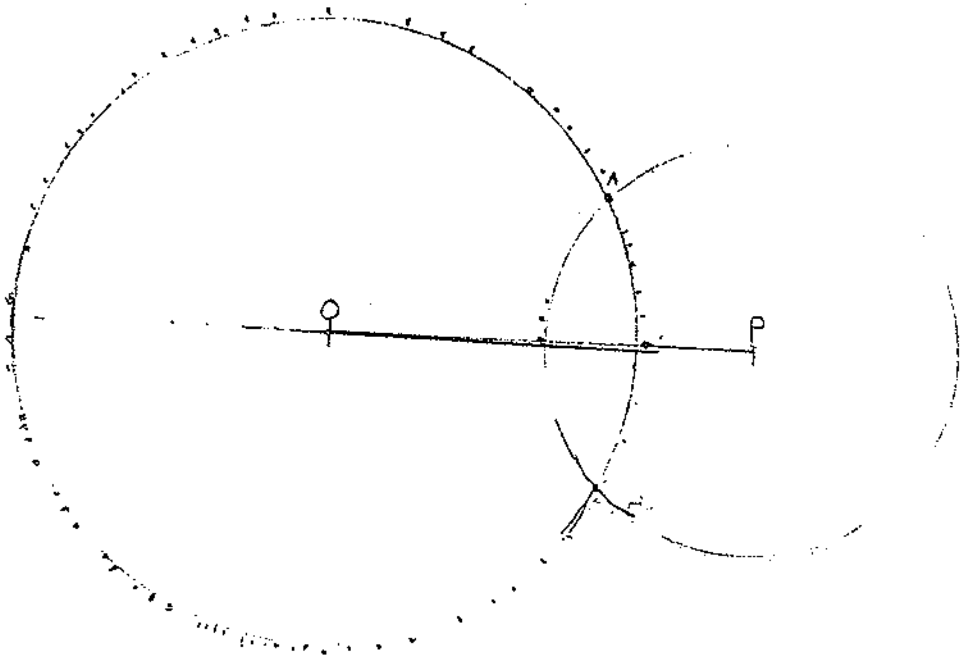
VII.3 Constructions proposées. Quelques résultats des élèves

Première activité:
Vous allez tracer un segment OP, à peu près au centre de votre feuille, de 8 cm de longueur. Puis un point à 6 cm du point O. Faites maintenant un autre point à 6 cm du point O, puis quelques autres. Maintenant faites tous les points qui se trouvent à 6 cm du point O.

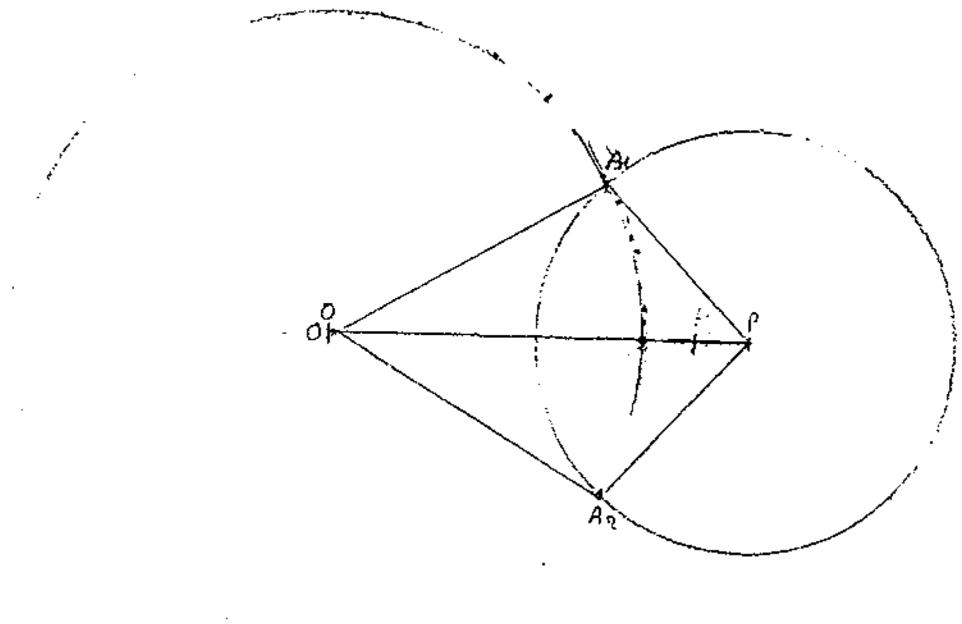
Deuxième activité:
Construire avec le compas un triangle dont les côtés mesurent 8 cm, 12 cm et 10 cm.

Remarque: sur 26 élèves, 19 ont réussi la deuxième activité.

BNG

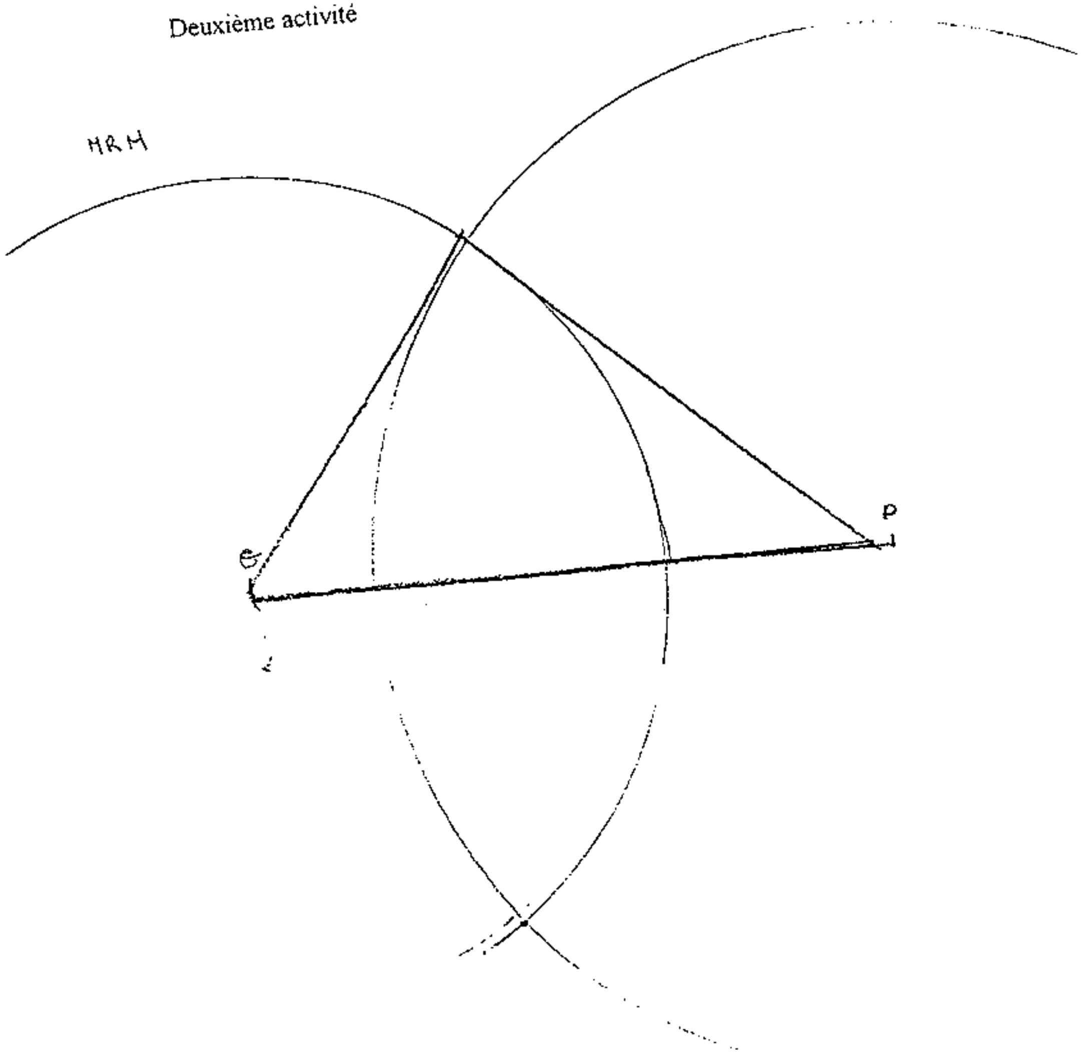


GOS



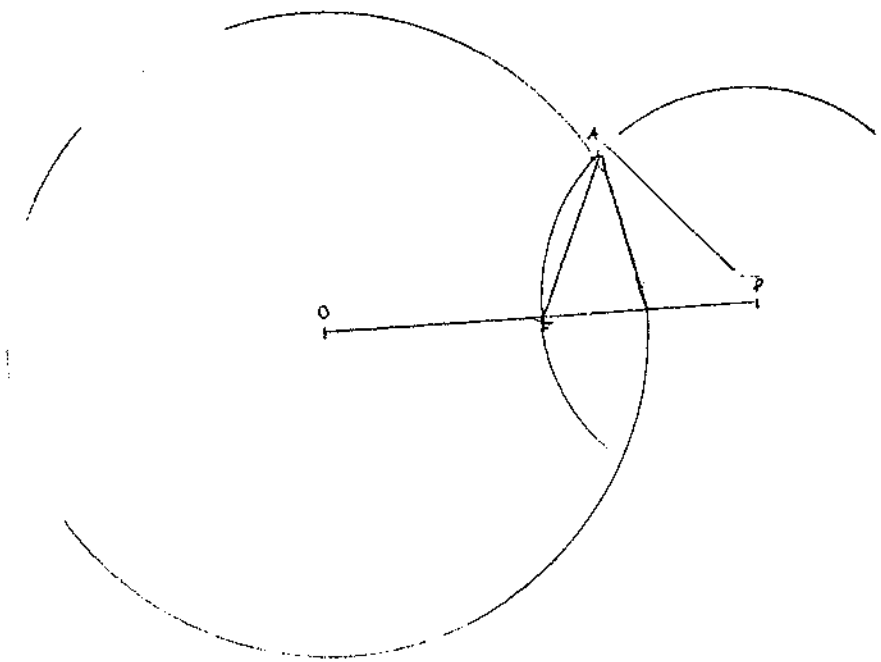
Deuxième activité

HRM

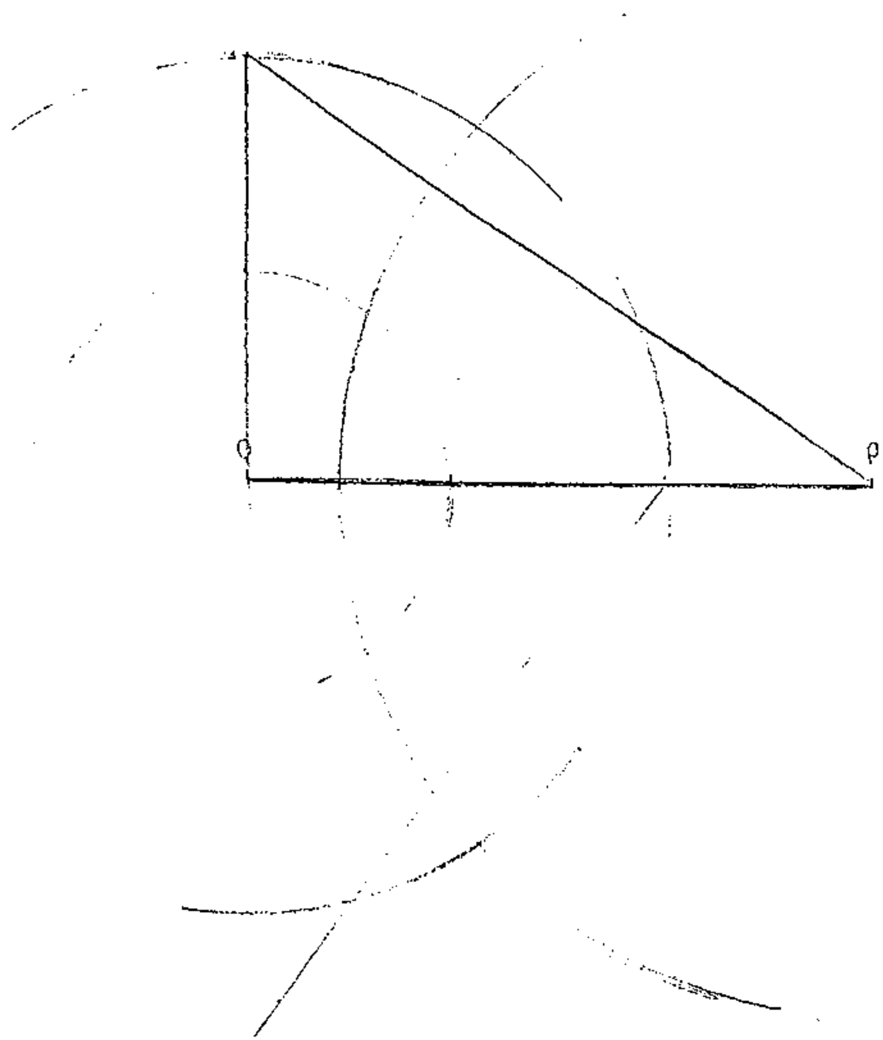


Triangle de 8cm, 10cm, 12cm

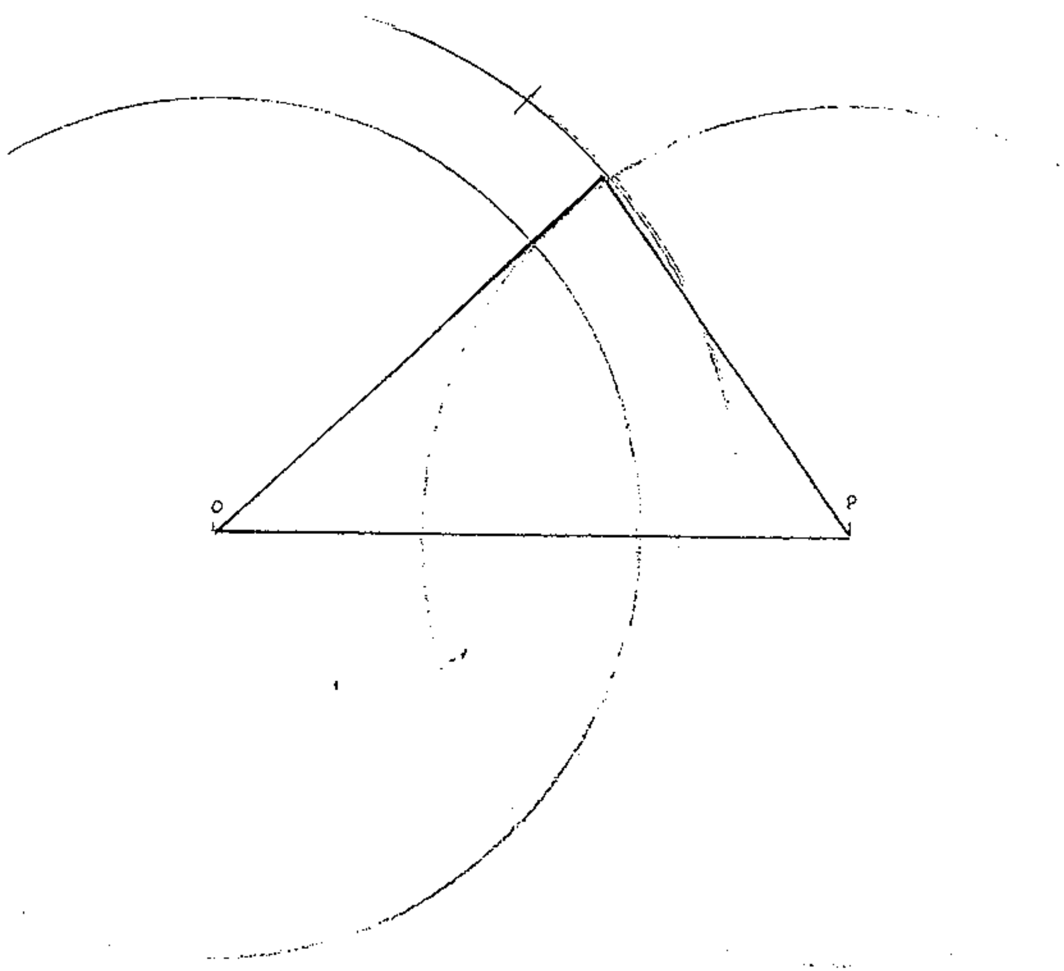
HAC

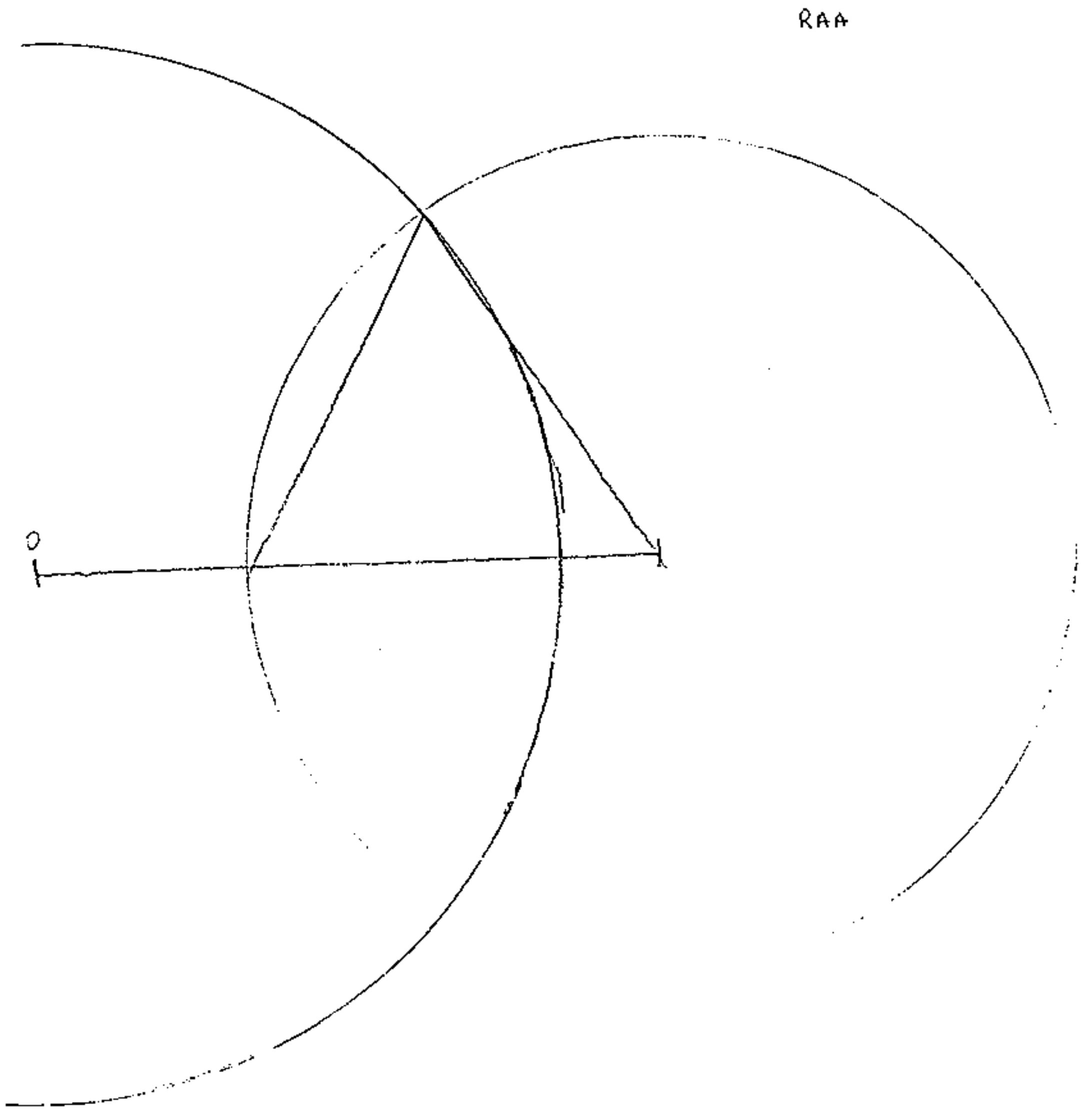


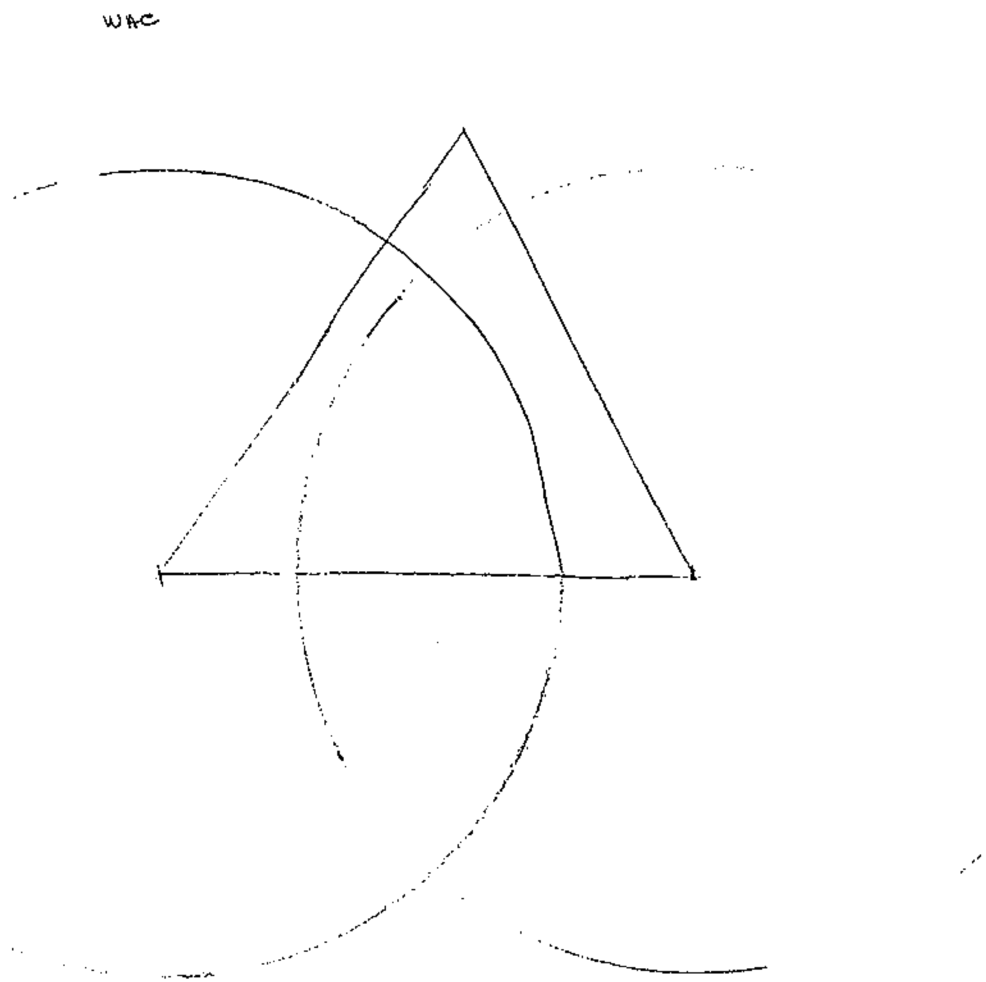
DUP



GNJ




RAA
O


WAC

Annexe VIII

Enquête sur les figures

Sommaire

7. Enquête sur les figures Septième séance

7.1. Matériel

- Pour chaque enfant des feuilles format A4, une règle, une équerre, un compas.
- Des feuilles grand format sur lesquelles seront écrits les messages suivants.

A.
C'est une figure à trois côtés, dont les mesures sont les suivantes: 9 cm, 7 cm, 6 cm.

B.
Tracer deux diagonales égales de 14,2 cm qui se coupent en leur milieu en formant un angle droit. Relier entre elles les quatre extrémités de ces diagonales pour avoir une figure à 4 côtés.

C.
Tous les points de la figure sont à 10 cm d'un point O.

D.
Tracer deux diagonales (une de 17 cm, l'autre de 10 cm) qui se coupent en leur milieu en formant un angle droit Relier entre elles les quatre extrémités de ces diagonales pour avoir une figure à 4 côtés.

E.
Quatre côtés égaux de 10 cm et 4 angles droits.

F.
Tracer un segment AB de 15 cm Faire un cercle de centre A de rayon 5,3 cm. Faire un deuxième cercle de centre B de rayon 11,5 cm Tracer deux points C et D aux endroits ou les deux cercles se croisent Relier A avec C, C avec B, B avec D et D avec A.

G.
Quatre côtés, quatre angles droits, deux côtés opposés de 10 cm et deux côtés opposés de 4 cm

H.
Tracer un segment AB de 14,2 cm Faire un cercle de centre A et de rayon 10 cm Faire un deuxième cercle de centre B et de rayon 10 cm. Tracer deux points C et D aux endroits où les deux cercles se croisent Relier A avec C, C avec B, B avec D et D avec A.

7.2. Objectifs

- Reconnaître une figure soit par une description, soit par une procédure de construction.
- Construire une figure selon un message
- Etablir les rapports entre le carré, le losange et le rectangle

7.3. Description de l'activité

7.3.1. Organisation de la classe
Le travail est individuel, hors les moments de validation de l'enquête.

7.3.2. Consigne
"Je vais vous proposer des messages, un après l'autre, où vous trouverez soit des descriptions de figures soit des consignes de construction. Vous essayerez de reconnaître la figure correspondante."

7.3.3. Déroulement

Première phase: inventaire de figures (Environ 5 minutes)
Consigne: "Qu'est-ce que vous connaissez comme figure géométrique?" (Cf. remarque (xxi))
Le maître écrit au tableau la liste de figures énumérée par les enfants. C'est à ce moment que l'enseignant introduit le mot "quadrilatère" pour désigner la classe formée par le rectangle, le carré et le losange.

Deuxième phase: enquête (Autour de 3 mn par figure)
L'enseignant propose le premier message.
Pour chacun des messages la démarche est la suivante.
1. Un enfant lit le message proposé, les autres enfants écoutent et disposent d'une ou 2 mn pour imaginer quelle est la figure décrite.
2. Sur un signal du maître, ils écrivent sur leur feuille personnelle, tous en même temps, le nom de la figure qu'ils pensent avoir reconnue.
3. Puis, le maître fait le recensement des figures proposées par les enfants et l'écrit au tableau à coté du message examiné.
4 Sans traiter les problèmes dénoncés par les élèves, le maître présente un autre message.

Troisième phase: vérification de l'anticipation
Des difficultés de reconnaissance apparaîtront sûrement pour certains messages, les élèves peuvent proposer des figures différentes, ou une seule réponse que l'enseignant sait être fausse.
Pour le message C, bien qu'il réponde à la consigne de l'activité sur l'utilisation du compas (Cf sixième séance) "tous les points" de la figure peut être interprété comme "les sommets", donc la mesure "10 cm" serait celle des côtés du carré ou d'un triangle.
Le message E ne porte pas à confusion car c'est la description courante du carré Et pour cette raison, il est le modèle produit par les élèves pour contrôler les anticipations faites pour le message B et H (description de construction d'un carré par ses diagonales ou par la diagonale et les côtés)

L'enseignant demande aux élèves: "Vous dites que ce message représente .... (la figure proposée avec le plus haut score). Quels sont les indices qui vous permettent de l'affirmer?"
Les élèves énoncent les indices repérés à la lecture du message. (Cf. remarque (xxii))
L'enseignant propose: "Pour vérifier, vous construisez ces figures en suivant les indications des messages."
Il organise le travail, les élèves travaillent deux par deux sur le même message, mais la construction est individuelle. Au bout de 8 minutes, l'enseignant donne la figure correspondant au message et les enfants vérifient la justesse de leur construction par superposition avec le modèle. (Cf. remarque (xxiii))
La reprise du message F est l'occasion pour désigner un quadrilatère jusqu'à ce moment méconnu: le cerf-volant.

Quatrième phase: les rapports entre le losange et le carré
L'enseignant rappel les définitions de ces quadrilatères:
Définition 1: un losange est une figure qui a les 4 côtés égaux,
et
Définition 2: un carré est une figure qui a les 4 côtés égaux et les 4 angles droits.

L'analyse des messages B, D, H et E donne la possibilité d'institutionnaliser localement les rapports suivants: (Cf. remarque (xxiv))
- le carré est un losange dont les diagonales sont égales,
- le carré est un losange qui a 4 angles droits.

Cinquième phase: suite de la validation de l'enquête (Optative)
Pour les messages où l'anticipation est correcte, l'enseignant peut assigner la construction correspondante à des groupes différents.

7.4. Remarques

(xxi) L'expression "figure géométrique" peut donner lieu à une interprétation des élèves qui n'est pas celle attendue par l'enseignant dans son projet de la deuxième phase. Par exemple segment, angle. Pour éviter la gestion de ces réponses, l'enseignant peut proposer de faire un recensement de figures étudiées.

(xxii) L'explicitation des indices donne aux élèves une deuxième opportunité pour modifier leurs anticipations.

(xxiii) C'est l'autorité du maître qui garantit l'adéquation entre le message et le modèle. Un problème de géométrie serait de soumettre à discussion la réalisation du modèle et encore de proposer des messages qui donnent des modèles différents.

(xxiv) Les définitions sont un rappel, par contre les rapports découlent de la comparaison des messages:
- "le carré est un losange dont les diagonales sont égales", provient des messages B et D où la seule différence porte sur l'égalité des diagonales,
- "le carré est un losange qui a 4 angles droits", résulte de la comparaison des messages B ou H avec E, et c'est là où la description E devient le modèle du carré

VIII.2 Compte rendu de la séance sur l'anticipation (le 30.03.90)

9 h 35
L'enseignant commence avec un rappel sur les méthodes de construction du triangle avec les traits, avec les points et avec les cercles
M.: Est-ce que vous y êtes arrivés?
GNJ n'est pas sûr car, d'après lui: "Je n'y suis pas arrivé avec les mesures mais je connais la méthode". L'enseignant précise qu'"arriver", veut dire obtenir une figure superposable à celle qui a été à l'origine du message
Les erreurs les plus communes sont: diviser par deux la mesure des côtés -sauf celui qui a pour extrémités les centres des cercles- et prendre deux fois la même mesure.
L'enseignant essaie de faire la construction au tableau, mais il ne peut pas maîtriser le compas Finalement il y arrive avec l'aide de l'observateur, les élèves aplaudissent leur réussite

10 h
M. efface le tableau et demande aux élèves ce qu'ils connaissent comme figure. Il commence à les noter: le carré, l'hexagone, le losange, le rectangle, le triangle, le disque. Il reçoit aussi d'autres réponses discutées par quelques élèves: un cercle ("ce n'est pas une figure"), plusieurs sortes de triangles, un ovale ("ce n'est pas une figure géométrique"), une droite, un angle. M. n'a pas ajouté ces noms au répertoire qu'il avait commencé, et pose une question: "Est-ce que vous pensez que vous sauriez reconnaître ces figures par une description ou par des consignes de construction?"
Personne ne répond. M. distribue une feuille A4 à chaque élève et explique ce qui est à faire, il va présenter un message qui décrit une figure sans la nommer. Les élèves devront imaginer quelle est la figure décrite et au signal, ils écriront sur leur feuille personnelle, tous en même temps, le nom de la figure qu'ils pensent avoir reconnue. Ensuite on regardera un autre message. On vérifiera après si les anticipations étaient correctes ou non.

10 h 05
M. présente le message A:

C'est une figure à trois côtés, dont les mesures sont les suivantes: 9 cm, 7 cm, 6 cm.

Un élève lit le message à haute voix.
M.: Attention! On refléchit!
Deux minutes après, il dit: Ecrivez A et ensuite ce que vous pensez.
Les élèves doivent laisser leur crayon sur la table, et l'enseignant fait un bilan des réponses. Tout le monde dit qu'il s'agit d'un triangle.

10 h 08
M. présente le message B.

Tracer deux diagonales égales de 14,2 cm qui se coupent en leur milieu en formant un angle droit. Relier entre elles, les quatre extrémités de ces diagonales, pour avoir une figure à 4 côtés.

Quelques expressions de surprise, les élèves chuchotent à propos du mot "diagonale". Un élève lit le message, ensuite ils écrivent sur leur feuille. La majorité de la classe propose un losange (20 élèves), JOC affirme "un carré, au hasard" et FOJ ajoute "Moi aussi". Un autre élève a mis un rectangle.

La même dynamique pour le troisième message

C.
Tous les points de la figure sont à 10 cm d'un point O.

L'ensemble de la classe affirme qu'il s'agit d'un disque sauf GNJ et MRM qui proposent un triangle.

Le message suivant est:

D.
Tracer deux diagonales (une de 17 cm, l'autre de 10 cm) qui se coupent en leur milieu en formant un angle droit. Relier entre elles les quatre extrémités de ces diagonales, pour avoir une figure à 4 côtés.

Le bilan montre un éventail de figures: un losange (15 élèves), un carré (5), un disque (GNJ), un rectangle (MRM) et CAB dit qu'elle ne peut rien imaginer.

Le message E:
Quatre côtés égaux de 10 cm et 4 angles droits.

Un carré (26), un losange (GNJ) et un rectangle (JOC).

Quand DIM lit le message F, les enfants rient et soupirent.
Tracer un segment AB de 15 cm. Faire un cercle de centre A de rayon 5,3 cm. Faire un deuxième cercle de centre B de rayon 11,3 cm. Tracer deux points C et D aux endroits ou les deux cercles se croisent. Relier A avec C, C avec B, B avec D et D avec A.

Le bilan au tableau montre: un losange (14), un triangle (8), un disque, un rectangle et trois élèves ne répondent pas.

10 h 26
Pour le message G:
Quatre côtés, quatre angles droits, deux côtés opposés de 10 cm et deux côtés opposés de 4 cm.

Il y a 21 réponses pour le rectangle, et le reste se distribue entre un carré (2), un losange (2) et sans réponse (2).

Pour le dernier message H:
Tracer un segment AB de 14.2 cm. Faire un cercle de centre A et de rayon 10 cm. Faire un deuxième cercle de centre B et de rayon 10 cm. Tracer deux points C et D aux endroits où les deux cercles se croisent. Relier A avec C, C avec B, B avec D et D avec A.

Il y a 22 réponses pour le losange, et ensuite un disque (1), deux pour le triangle et rien (1).

10 h 35
L'enseignant explique la vérification de l'anticipation: on va tracer les figures, pour voir si les anticipations sont justes ou non.

Bilan de l'anticipation

Voici la distribution des réponses données et leur fréquence. Les données sont prises sur les 51 élèves de deux classes, le mot souligné correspond à la réponse idoine:

Message A: <u>triangle</u> (50), losange (1)

Message B: losange (41), <u>carré</u> (6), rectangle (4).

Message C: <u>disque</u>[1] (44), carré (3), triangle (2), sans réponse (2)

Message D: <u>losange</u> (33), rectangle (9), carré (7), disque (1), sans réponse (1).

Message E: <u>carré</u> (46), losange (3), rectangle (1), sans réponse (1).

Message F: losange (20), triangle (18), sans réponse (6), rectangle (2), disque (2), carré (1), hexagone (2).

Message G: <u>rectangle</u> (40), sans réponse (4), losange (3), carré (3), hexagone (1).

Message H: losange (33), triangle (10), sans réponse (5), disque (2), <u>carré</u> (1)

[1] La réponse juste était "cercle", cependant l'enseignant accepte dans la séance suivante le mot "disque" comme résultat idoine

VIII.3 Compte rendu de la séance sur la validation (le 31.03.90)

Classe: CM1 A

9 h 40
Tous les messages sont affichés au tableau. Les élèves commencent à les lire, l'enseignant ajoute pour chaque message les anticipations de la veille

9 h 45
L'enseignant demande aux élèves de s'organiser par groupes de deux. L'enseignant assigne à chaque groupe un message, chaque élève doit faire la construction d'après le message. Ceux qui ont fini la construction de la figure assignée, peuvent choisir un autre message et faire le tracé correspondant.

10 h 03
L'enseignant commence à distribuer les modèles correspondants aux messages B, D, E, G et F, c'est-à-dire le carré, le rectangle, le "cerf-volant" et le losange.
GOC a tracé le triangle du message A sans utiliser le compas.

10 h 10
L'enseignant commence, dans une phase collective, la vérification de chaque message.
Ainsi, pour le A, il n'y a pas de problème: il s'agit d'un triangle.
DIM: Parmi les formes que nous connaissons, la seule figure à trois côtés est le triangle.

M.: Pour le message B, rien qu'avec le message on sait de quoi il s'agit?
Un débat est ouvert:
DIM: On n'avait parlé de diagonales que dans le losange et en plus c'est la méthode de construction du losange. Je suis sûre que c'est un losange
AUT: Moi, si je tourne la feuille je vois un carré
Un autre élève affirme que c'est un carré seulement si les diagonales sont égales.
AUT: La méthode est celle du losange, mais je suis d'accord avec lui: on peut avoir un carré à condition que les diagonales soient égales.
JOC: ça dépend des mesures... et comme ça (elle tourne la feuille) on voit mieux que c'est un carré.
HAS: Un losange a les quatre côtés égaux, et le carré aussi.
Un autre élève: un carré est un losange, en certains cas.
DIM: Mais non!
L'enseignant écrit au tableau: un carré est une figure à quatre côtés égaux et quatre angles droits.
Ensuite il demande: un carré peut-il être un losange?
Un élève dit qu'avec le message F il pense avoir fait un losange. Un autre lui explique que la figure obtenue n'a pas les côtés égaux.
L'enseignant ajoute au tableau: le losange a les quatre côtés égaux.
ARC affirme qu'avec le message H c'est pareil, mais qu'il faut le faire.
JOC: C'est un losange parce que je l'ai vu.
BNG: Le H est un losange parce que les rayons des cercles sont les mêmes.
DIM: Et oui, ce sont les côtés.
M. Et avec D, qu'est-ce que vous avez obtenu?
BNG: C'est un losange et les angles ne sont pas droits

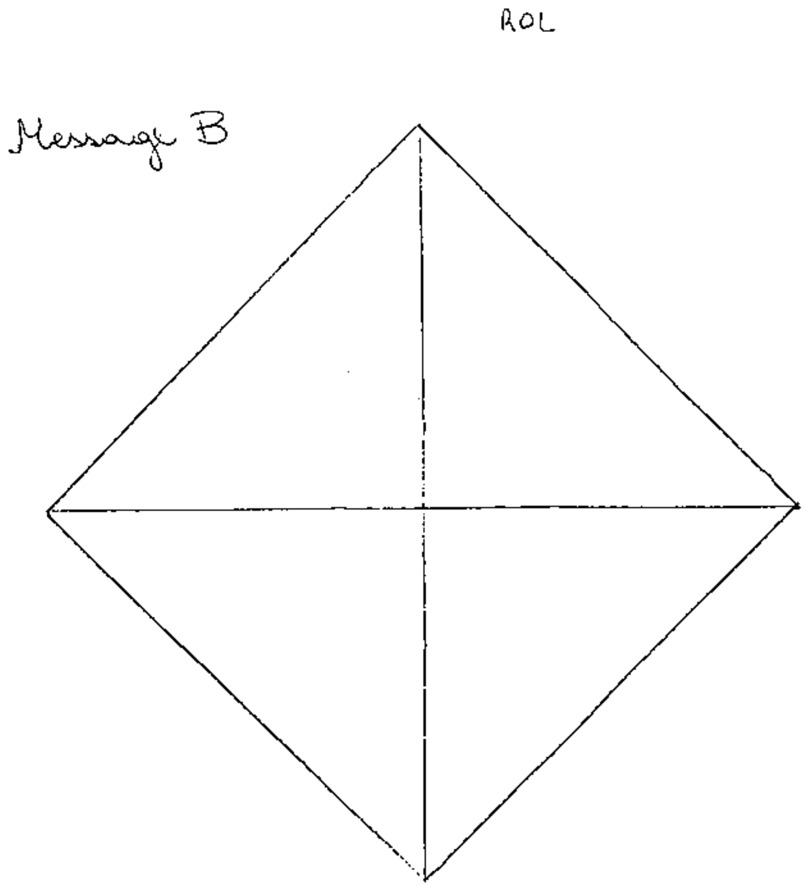
Les élèves qui ont travaillé sur D mesurent les côtés de la figure et les diagonales. Ils constatent l'égalité des côtés mais pas celle des diagonales. L'enseignant conclue donc que la figure D n'est pas un carré

10 h 40
Les élèves continuent la discussion sur les méthodes de construction.
L'enseignant déclare que le carré est un losange particulier: c'est un losange dont les diagonales sont égales. Le tableau finalement montre les affirmations suivantes:

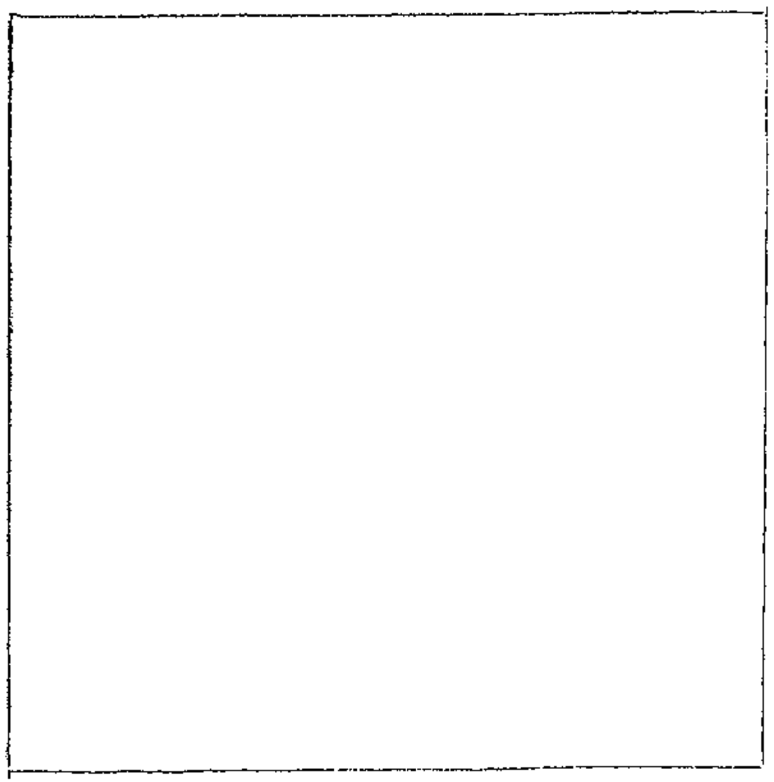
Un carré est une figure à quatre côtés égaux et quatre angles droits. Les diagonales sont égales.

Le losange a les quatre côtés égaux et les diagonales sont différentes

Voici quelques résultats des élèves:



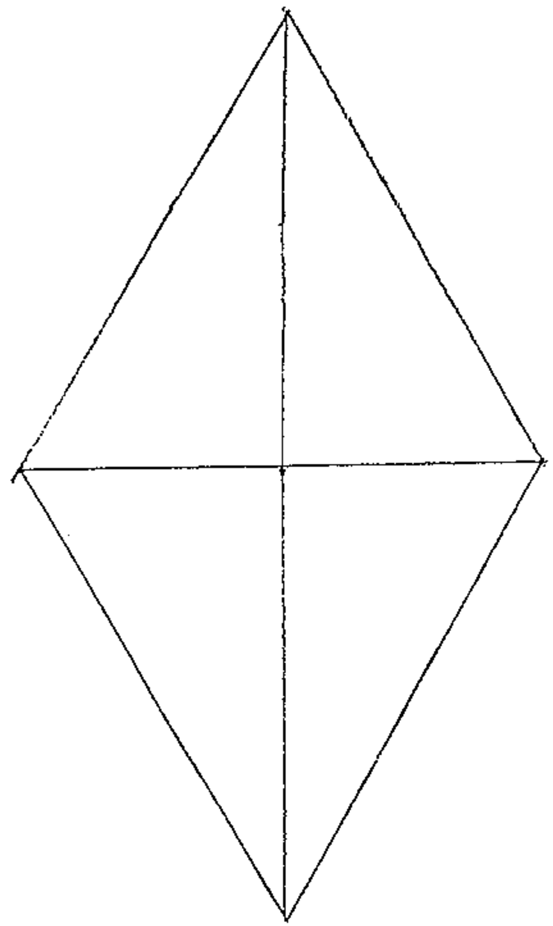
Message B



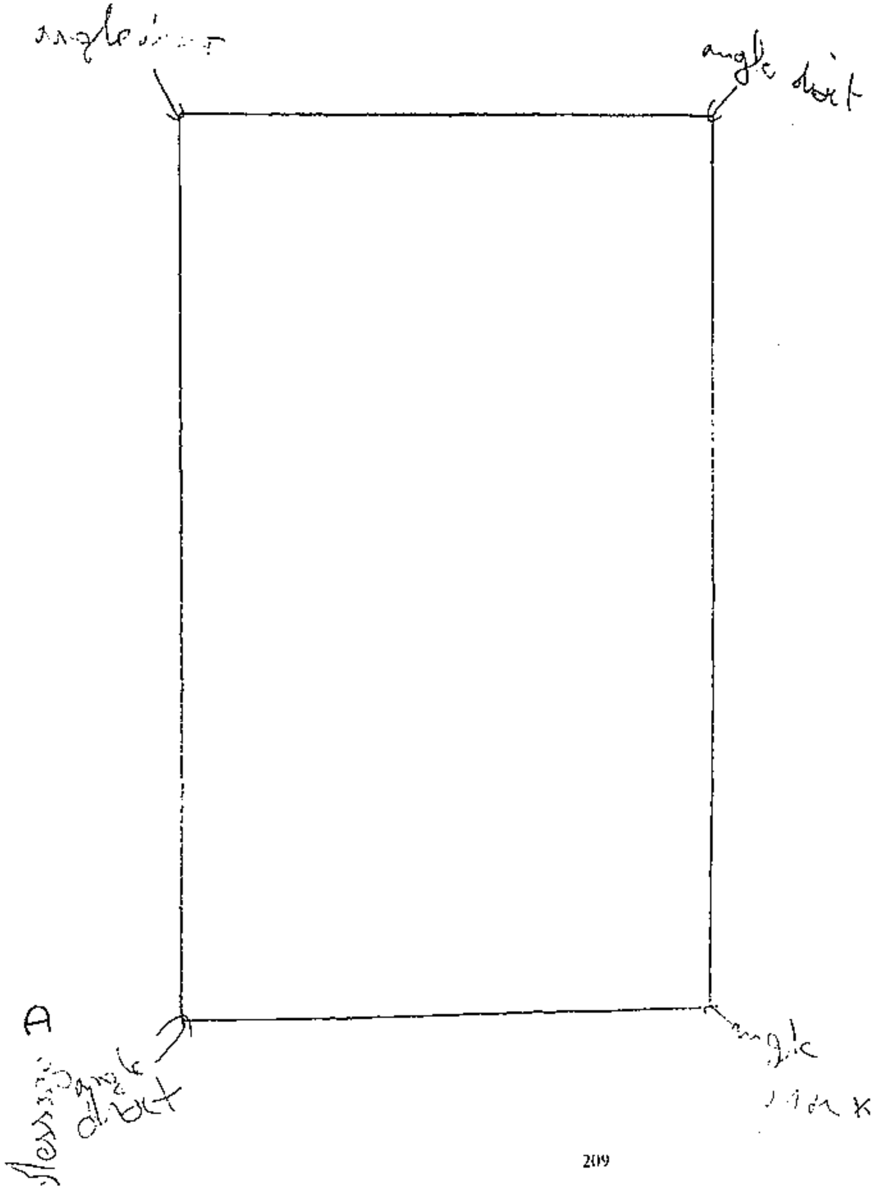
B

BN6

D



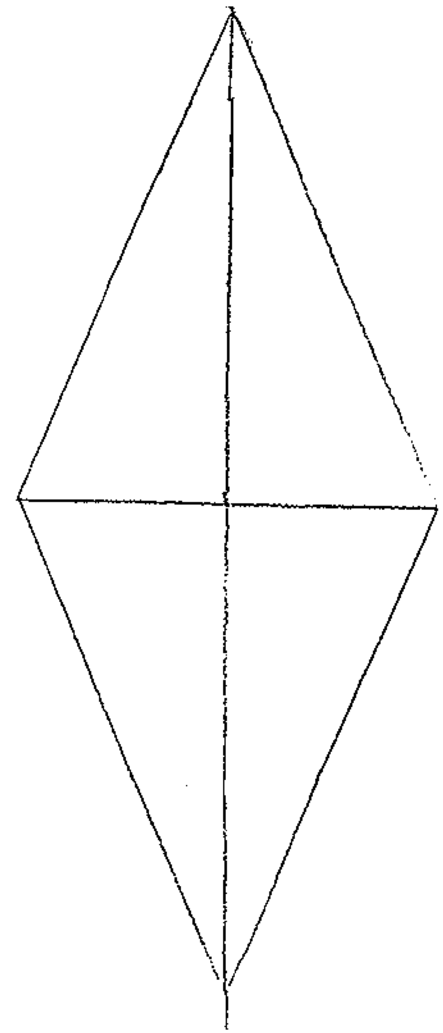
Message D



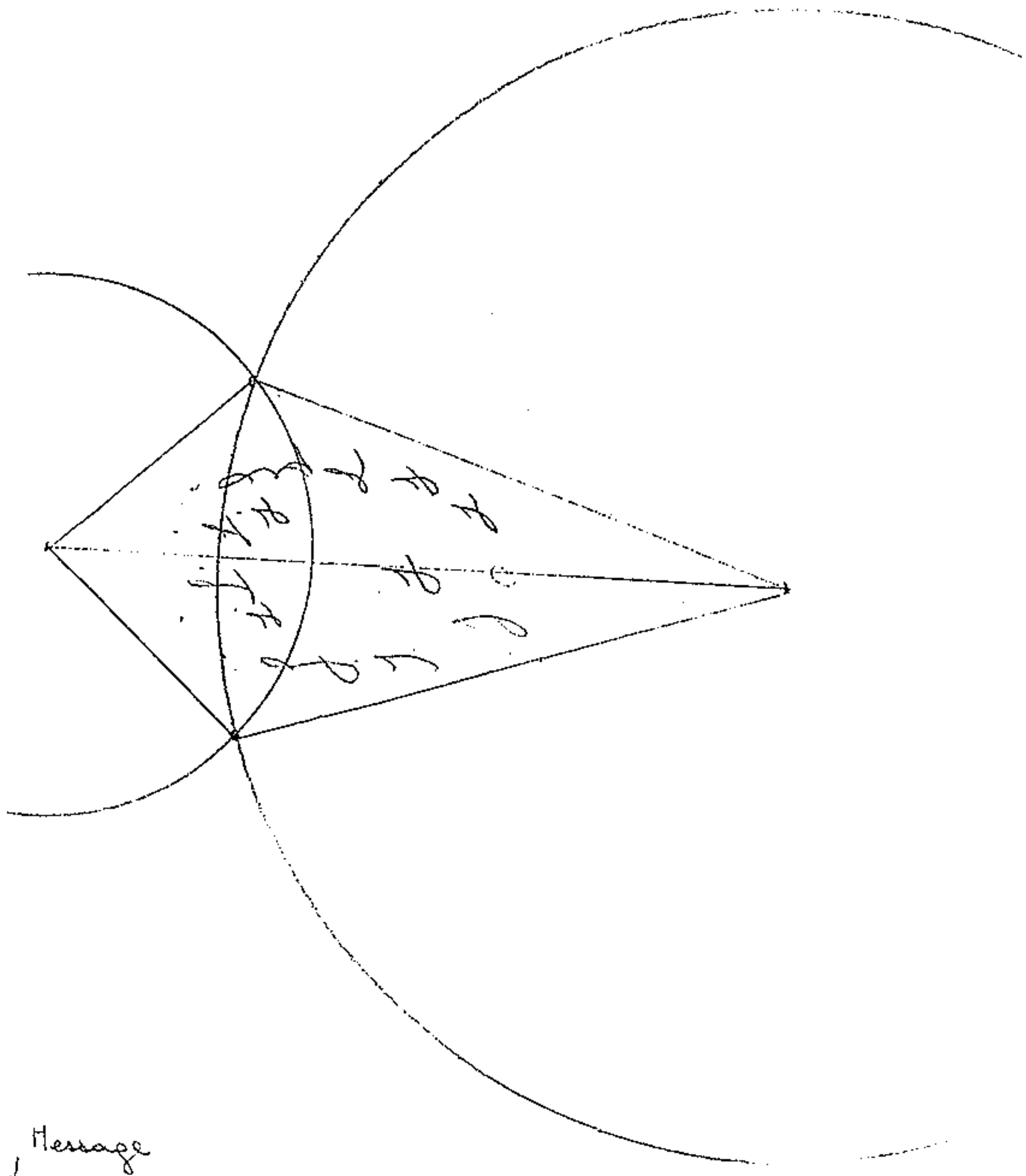
non réussi

DUP

E



(F)

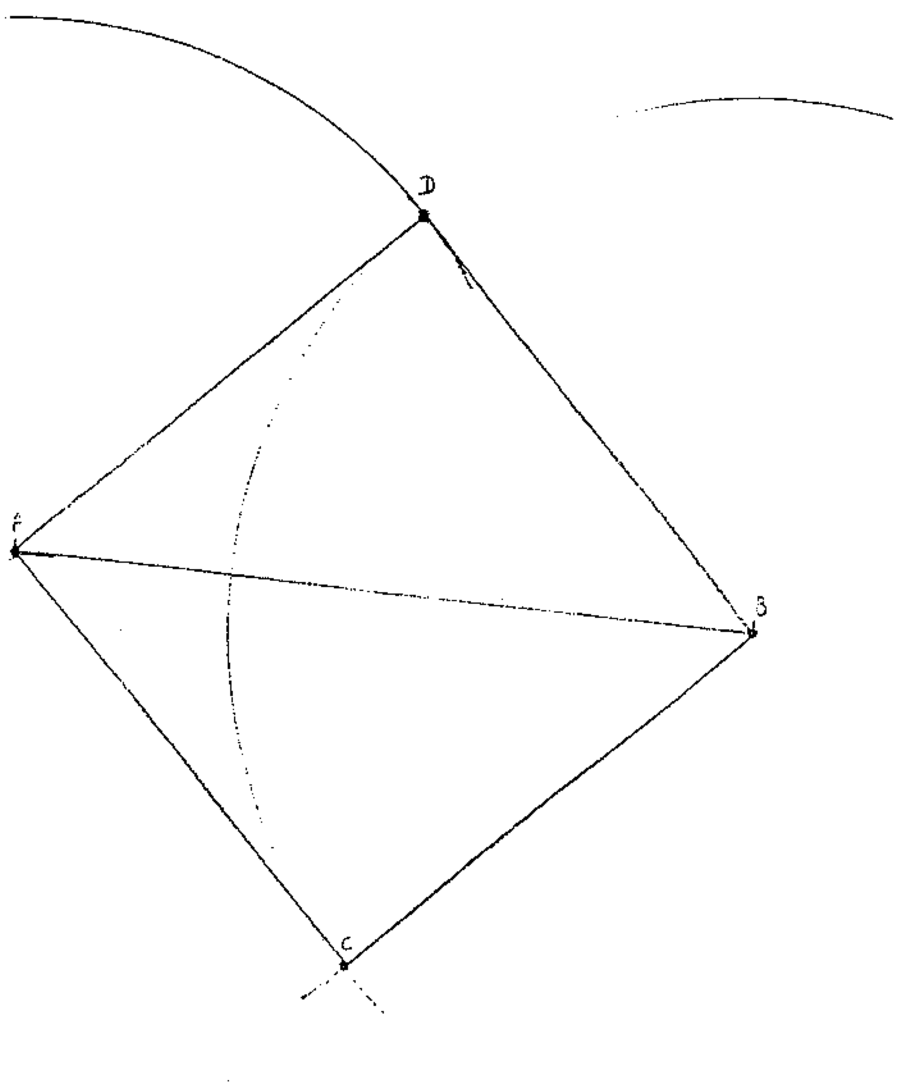


Message

réussi
juste

(H) ← message

L+H



Annexe IX

Reproduction de figures à l'aide de l'ordinateur[1]

Sommaire:
IX.1 Fiche didactique. Analyse préalable
IX.2 Compte rendu de l'observation. Analyse a posteriori

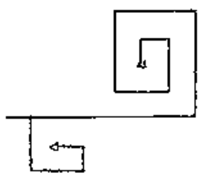
IX.1 Fiche didactique

Objectifs:
A propos d'un problème de reproduction de figures à l'aide de l'ordinateur, placer les élèves dans une situation où ils auront à mobiliser les concepts de longueur et d'angle, et à construire des gabarits (longueur, angle) pour optimiser le nombre d'essais.

Matériel:
. TOPD et les macro-primitives vues dans l'activité 1.
. Les graphismes ci-après obtenus à l'aide des macro-primitives et de l'imprimante sont polycopiés, séparés, un graphisme par équipe de deux élèves.

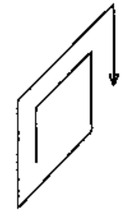
Première séquence: cette figure est obtenue avec la procédure ci-dessous non remise aux élèves.

POUR FIG1
A DR A DR 2A DR 2A DR 2A A DR 2A A DR 4A DR 4A 2A A DR DR A DR 2A GA 2A GA A GA A FIN



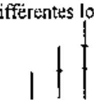
[1] L'objet d'étude de cet annexe fait partie des travaux présentés lors du D E A.

Deuxième séquence: la procédure pour la figure 2 est la suivante (non remise aux élèves):
POUR FIG 2
2A D D 2A A D D DR 2A A D D 4A D D DR 4A D D 4A A D D DR 2A A FIN



Déroulement:
1. A chacune des équipes est remis le graphisme 1. Les élèves doivent réaliser un projet quant à la suite des commandes nécessaires pour ce graphisme et aller l'éprouver. Ils comparent ensuite la copie obtenue à l'aide de l'imprimante à l'original et recherchent éventuellement les modifications à apporter et éprouvent le nouveau projet.
Une synthèse est conduite à propos:
- Des moyens mis en oeuvre pour trouver la suite des commandes
- Des suites des commandes. En particulier les éventuelles suites de commandes différentes mais "correctes" sont examinées afin d'observer pourquoi elles permettent d'obtenir le résultat attendu.

2. L' activité précédente est reprise à propos de la figure 2.
La synthèse est l'occasion de poser le problème d'un moyen à inventer de façon à économiser les essais. On peut attendre des élèves des propositions telles que
- Réaliser à l'aide de l'imprimante des segments correspondant à A.
- Réaliser des segments de différentes longueurs A; A A, A A A ...
- Réaliser une échelle:

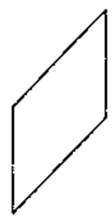


Mais comment tracer les traits définissant la graduation?
L'emploi de LC, BC permet de lever cette difficulté.
A ces propositions concernants les longueurs, correspondent des propositions analogues pour les angles. Si c'est nécessaire le maître peut pour la construction d'un gabarit proposer l'ordre REPETE, exemple:

REPETE 6 A A R R D

permettant d'obtenir:

Ci contre la figure 3 pour la situation suivante:



Analyse préalable

La fiche didactique montre que la situation choisie se propose de "(...) placer les élèves dans une situation où ils auront à mobiliser les concepts de longueur et d'angle, et construire des gabarits (longueur, angle) pour optimiser le nombre d'essais".
Cette activité de reproduction de figures nous montre alors deux aspects: un ayant trait aux connaissances mathématiques (longueur, angle) et l'autre à la construction d'une stratégie gagnante

Le déroulement prévu envisage: "(...) Les élèves doivent réaliser un projet quant à la suite des commandes nécessaires pour le graphisme et aller l'éprouver. Ils comparent ensuite la copie obtenue à l'aide de l'imprimante, à l'original et recherchent éventuellement les modifications à apporter et éprouvent le nouveau projet." Répondre à cette situation, du point de vue de la psychologie cognitive, qu'est-ce qu'elle entraîne? Pour essayer de l'interpréter, nous avons amplement utilisé les énonces de la théorie piagetienne. Dans ce cadre, l'activité proposée aux élèves fait partie du domaine de l'espace représentatif puis qu'il ne s'agit pas d'exécuter des déplacements soi-même ou de déplacer des objets. L'élève doit se représenter les déplacements, doit imaginer ce qu'il doit faire exécuter à la tortue. Il doit se représenter mentalement le trajet à effectuer en se constituant une image anticipée des déplacements élémentaires et surtout de leur coordination. "Ceci tient pour Piaget à la nature même de l'image mentale. Il ne conçoit pas la représentation spatiale comme la simple reproduction d'une donnée extérieure mais comme une action intériorisée"[2].

Les élèves sont placés dans une situation d'action, dans laquelle l'anticipation joue un rôle essentiel. Ils doivent programmer la tortue pour lui faire exécuter le tracé d'une figure d'après un modèle. Ceci suppose que l'enfant suive mentalement le tracé de la figure, qu'il fait une séquence avant même que le triangle, c'est à dire que la tortue, ne bouge. Même s'ils peuvent exécuter eux même des ordres du type de ceux qu'ils donnent à la tortue, ou s'ils peuvent déplacer un objet selon un parcours fixé, certains d'entre eux ne peuvent pas concevoir l'effet de la rotation d'une tortue, elle même imaginée.
Nous retrouvons ici tous les problèmes posés par l'image mentale résultant de la construction de négations et d'actions coordonnées intériorisées, faits déjà révélés par J. Peres[3].

Les variables didactiques caractéristiques de la situation sont:
1. La figure à reproduire
2. Les instruments à employer
3. La stratégie reconnue comme gagnante

1. La figure à reproduire
Cette variable est étroitement lié à la deuxième, par exemple c'est à cause des contraintes du travail sur l'ordinateur que le sens de la rotation dans chacun des changements de direction se révèle comme très important.
Toutes les figures à reproduire sont des lignes polygonales et nous pouvons distinguer sur elles les valeurs suivantes:

1.1. Les rapports entre les longueurs des segments
Tous les segments ont une mesure entière, c'est à dire leurs longueurs sont multiples de "A" D'ailleurs, dans chaque figure on voit des différences additives quelquefois constantes. Ainsi,
pour la première c'est: A, 2A, 3A, 4A, 7A.
pour la deuxième: 2A, 3A, 4A, 5A.
pour la troisième. 4A, 5A.

---

[2] Péres, Jacques (1986): Recherche préparatoire sur l'utilisation de la tortue LOGO dans une grande section de maternelle, I.R.E.M. de Bordeaux.
Péres, Jacques (1987): Recherches menées à l'I.R.E.M de Bordeaux sur l'utilisation de la tortue de sol LOGO à l'école maternelle. I.R.E.M de Bordeaux.
[3] Ib

1.2 L'amplitude et le sens de la rotation
Dans LOGO, on conçoit l'angle comme un changement de direction, et en suivant le parcours, il faut décrire des angles supplémentaires (Dans le cas du polygone, la troisième figure, on décrit les angles extérieurs).
Dans la première séquence, il s'agit toujours d'un angle droit, soit à gauche, soit à droite. ("GA" ou "DR"). Dans la deuxième on trouve des angles aigus et des angles obtus, toujours dans le même sens de rotation. Leurs valeurs sont deux fois "D", et angle droit plus deux fois "D", si le sens de rotation est horaire; deux fois "G", et "GA" plus deux fois "G" dans le sens contraire. Pour la troisième il s'agit d'angles aigus (2 "D" ou 2 "G") et d'angles obtus ("DR" plus 2 "D" ou "GA" plus 2 "G"), suivant le sens du parcours.

1.3 La complexité de la figure
Toutes les figures sont simples, bien qu'il y ait une variation dans le nombre de choix qu'on doit faire (soit pour une longueur, soit pour un angle).
Le nombre de décisions à prendre est de 24 pour la première, 13 pour la suivante et 7 pour la dernière. Chacune d'elles peut s'exécuter à travers une ou plusieurs macros. Ainsi, si les angles sont droits c'est suffisant avec "DR" ("GA"), mais pour un angle obtus c'est "DR D D". Au moment de la correction d'un programme, cette variable devient très importante

2. Les instruments à employer
Le problème change selon les instruments dont on peut se servir. On peut reproduire une figure avec une règle, une équerre, un rapporteur, du papier-calque, etc. Et aussi à l'aide de l'ordinateur, où l'activité dépend des macros qu'on a le droit d'utiliser et de la façon de commander la tortue. Les valeurs de cette variable sont:
2.1. Le coup par coup
2.2 Séquences d'un programme

L'activité proposée aux élèves répond au deuxième choix, et il a une incidence aussi bien sur la représentation de la figure que sur le contrôle des erreurs.
La démarche cognitive en vue de rattraper des ordres faux est tout à fait différente selon qu'il s'agit de jouer au coup par coup ou de programmer. Dans le premier cas, l'enfant a la possibilité, après chaque ordre, de se rendre compte si celui-ci était pertinent ou non. S'il y a une erreur, il peut l'annuler au coup suivant en revenant au point de départ. Cependant on peut observer que jusqu'à un certain âge, ces actions réversibles restent hors de la portée des enfants. Dans le deuxième cas, le contrôle des erreurs implique une procédure encore difficile pour enfants de CM1. Même si c'est relativement facile de trouver "le point" à partir duquel il n'y a plus de coïncidence avec le modèle (par exemple, par superposition) cela ne donne aucune indication, dans la suite des commandes, sur l'ordre faux. Il faut suivre le programme avec le déplacement de la tortue, c'est à dire, analyser chaque commande, et une fois l'erreur repéré, l'annuler et construire ce que l'on croit vrai. Par la suite, il faudra "s'imaginer" le parcours de la tortue seulement selon le programme ou bien revenir au modèle, parce qu'il n'y aura plus de coïncidence avec l'essai erroné.

3. La stratégie reconnue comme gagnante
Plusieurs stratégies pourraient conduire à la réussite: se mettre "à la place de la tortue" pour contrôler les déplacements, découvrir un algorithme de construction (avancer-tourner), construire des gabarits pour contrôler les longueurs et les angles. Cette leçon privilégie l'optimisation du nombre d'essais à travers cette dernière stratégie.
Les choix sur l'organisation de la classe et la gestion du maître sont
• les enfants doivent travailler par équipes, avant de se mettre face à l'ordinateur, ils doivent écrire le programme sur une feuille.
• suivant la typologie de la théorie des situations nous pouvons distinguer
une phase d'*action*, c'est le dialogue entre les élèves et le problème, médiatisé par l'ordinateur.

une phase de *validation*. Il s'agit d'une vérification par la superposition des dessins, c'est une validation par la contingence. Si le dessin n'est pas juste, les enfants ont le droit de revenir -un nombre limité de fois- sur la situation d'action.
une phase d'*institutionnalisation*. Pendant la synthèse, le maître tente l'institutionnalisation interne des procédures (moyens d'anticipation et de contrôle) et les équivalences entre les suites qui sont correctes bien que différentes.

La deuxième partie du déroulement prévu aborde, du point de vue didactique, le problème de la construction de la stratégie gagnante. C'est à la charge du maître de proposer l'économie des essais, et après il doit attendre les solutions qui tendent à la réalisation des gabarits.
En essayant de suivre la logique de la leçon, nous pouvons élaborer quelques conjectures -à différents niveaux- sur ce à quoi on peut s'attendre dans la réalisation de ce projet:

C.1. L'utilisation de l'ordinateur et de l'imprimante facilitent la dévolution du problème.

C.2. La situation est construite de telle manière qu'elle renvoie les feed-back nécessaires à la modification du fonctionnement des connaissances en jeu.

C.3. La stratégie de base attendue est: "se mettre à la place de la tortue".

C.4. Les connaissances qui sont mises en jeu dans l'exercice sont la longueur et les angles. Cependant si l'élève ne maîtrise pas suffisamment ces concepts il est par conséquence amené à décider au hasard. il n'y a pas de conditions dans la situation qui lui permettent d'acquérir cette maîtrise.

C.5. Si on regarde les angles, la deuxième figure est plus complexe que la première, et il y a une compensation relativement au nombre de choix. On suppose que la réussite dans la première figure donnera les éléments pour résoudre les suivantes.

C.6. L'objet de la situation a-didactique est la construction des gabarits. Si les enfants n'y arrivent pas, il faudra se résoudre à fermer la situation a-didactique par des moyens didactiques.

C.7. Le travail du maître est:
. présenter l'activité.
. contrôler le nombre d'essais.
. conduire une synthèse afin de comparer les différents programmes et stratégies.
. poser le problème d'économiser le nombre d'essais,
. proposer la construction d'une graduation pour les longueurs et d'une autre pour les angles.
Les deux premières actions font partie de la mise en scène de la situation et du contrôle des règles de jeu.
Les actions suivantes constituent l'enjeu du maître vis-à-vis de l'enseignement. Elles ont un caractère carrément didactique: la situation ne prévoit de relancer la situation a-didactique.

IX.2 Compte rendu de l'observation. Analyse a posteriori

Classe: CM1 B Date 25/04/89

Résumé: Les élèves doivent reproduire des figures à l'aide de l'ordinateur. Ils connaissent déjà les macro primitives, mais dans la première figure, le sens de la rotation pose, pour la plupart de la classe, des difficultés insurmontables.
Remarques: Le nom des élèves est donné selon un code à l'Ecole Michelet. "M" c'est le maître. (Cassette n° 89, 90 COREM). "E." ou "Es." représentent un élève ou un groupe d'élèves, respectivement, non identifié (s). La suite de nombres entre parenthèses sert à repérer les paragraphes.

Première séance
10.10
L'enseignant a déjà écrit au tableau le rappel suivant:
A ----- avancer
2A ----- avancer 2 fois
4A ----- avancer 4 fois
8A ----- avancer 8 fois
R ----- reculer
D ----- tourner à droite
G ----- tourner à gauche
DR ----- tourner à droite d'un angle droit
GA ----- tourner à gauche d'un angle gauche
NE ----- nettoyer l'écran
ED ----- pour saisir dans l'éditeur
CNT + Q ----- pour quitter l'éditeur

Il fait une révision très rapide sur l'usage de l'ordinateur et les macro primitives.
(1) M.: Ce matin vous allez, par groupe, faire reproduire un dessin. Je vous en donnerai, bien sûr, un par groupe ... Je vous le montre comme ça de loin . vous ferez ce dessin.. Alors, vous allez faire une première chose, vous mettez par groupe, et sur une feuille, d'abord à votre place .. vous allez chercher quel message vous allez taper pour reproduire ce dessin, d'abord à votre place ... D'accord? Puis, quand vous aurez fini de faire le message pour reproduire la figure .. Qu'est-ce que vous ferez?
(...)
(2) M.: Vous essaierez alors sur l'ordinateur, et quand vous aurez essayé vous ferez même une autre chose .. Pour savoir si vous avez fait la bonne figure là, de quoi aurez-vous besoin?
(...)
(3) M.. Et comment allez-vous pouvoir vérifier après que c'est bien la même figure que celle qu'on vous a donné?
(...)
(4) M.. Aujourd'hui vous aurez le moyen de sortir votre dessin sur l'imprimante. Là, comment saurez-vous si c'est juste ou si c'est faux?
(...)
(5) M.: On l'a comparé, mais en faisant quoi?
(...)

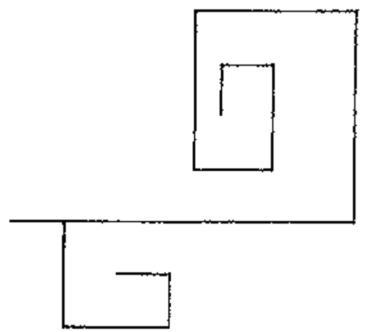
(6) M.: On va le superposer pour voir si c'est bien le même dessin. Là, imaginons que vous auriez juste, ça ira, pas de problème. Et si vous auriez faux?
(...)
(7) M.: On corrige... je vous conseillerai quand même d'essayer peut être de corriger d'abord sur votre feuille avant de corriger sur l'éditeur.

Il y a 21 élèves et 8 ordinateurs, dans chaque groupe on trouve deux, trois ou quatre enfants.
(8) M.: Voilà le dessin et la feuille pour faire le message. Ceux qui auront vraiment réussi, seront ceux qui auront fait le moins d'essais ... c'est à dire si vous êtes arrivés au premier coup, ça sera formidable, deux fois ou trois fois, on regardera ça un petit peu après... D'ailleurs, vous marquerez sur la feuille le nombre d'essais. Allez, vous cherchez donc le message pour faire ce dessin...

10.20
Je regarde le groupe C où il y a trois enfants.
(9) Ils travaillent ensemble, FEC écrit le message et avec son doigt, il suit le parcours de la tortue sur le dessin. Il fait une flèche sur chacun des segments pour indiquer les déplacements de la tortue. Quelquefois, un de ses copains, fait tourner le modèle pour faciliter l'analyse et pour prendre la décision "DR" ou "GA".

(10) FEC prend comme unité de longueur "2A", il détermine la longueur au jugé. Quand son copain lui demande si c'est juste, il dit: "On peut mesurer". Le copain pense que ce n'est pas possible, parce qu'on ne connaît pas combien de centimètres vaut "A". FEC lui propose de comparer les segments au moyen de traits sur un papier ou bien par la confrontation entre les côtés parallèles.
(11) M.: Quand ils ont fini, ils tapent le programme, un ordre chacun à tour de rôle.

(12) Le programme est le suivant:
2A DR 2A DR 4A DR 2A A DR 4A 2A DR 4A 2A DR 8A DR 8A 4A A R R GA 4A GA 4A GA 2A GA 2A
(13) Le dessin sort de l'écran.

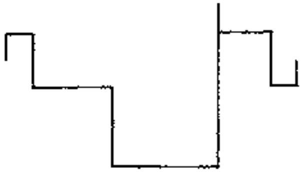


(13) FEC: Ce n'est pas la même taille! C'est trop grand! Il faut recommencer...
(14) Cette fois, FEC tout seul commence à faire la correction et il prend en compte seulement les longueurs. Il n'a pas besoin de mesurer, ses copains regardent ce qu'il écrit. Ensuite, ils tapent, les trois à tour de rôle, et ils obtiennent la réponse juste sur l'écran. Ils essaient de superposer la copie de l'imprimante sur le modèle: "Ça y est! Non, c'est un peu décalé...". "Oh, ça...! Ça le directeur a dit que ce n'était pas important!"

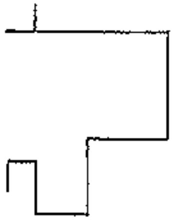
10.35
(15) Il y a une autre équipe, avec un premier essai faux. A tour de rôle ils superposent leur dessin avec l'original et ils distinguent la première faute, mais ils n'arrivent pas à la trouver sur le message. Ils recommencent leur message, un enfant met son pouce sur le modèle en représentant le déplacement de la tortue: "Mais non, parce que la tortue avance comme ça, alors ça c'est à droite et ça c'est à gauche, alors c'est "GA" ".
(16) Ils demandent au maître: "Quand elle recule, fait comme ça?" C'est à dire, elle maintient la tête dans sa position ou elle tourne de 180° ...
(17) Ils font un nouvel essai, mais il est faux. Ils laissent les feuilles sur la table en abandonnant le travail.

Deuxième séance

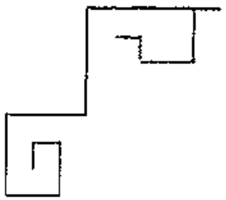
11.20
Les enfants s'assoient directement face à l'ordinateur
(18) M.: On va vous donner à chacun un schéma que vous aurez à reproduire... Vous donnerez un nom à ce dessin, je vous conseille de donner un nom qui aura deux lettres au moins parce que les élèves qui sont passés avant vous ont déjà utilisé les lettres de l'alphabet, mais une seule... ce qui fait que leurs procédures sont déjà sur l'ordinateur. Alors, pour éviter que l'ordinateur ne vous réponde parce qu'il a déjà la procédure B ou A, vous mettez deux lettres, d'accord?
(19) M.: Et vous allez écrire sur votre cahier de brouillon la procédure qui vous permettra d'obtenir ce dessin. Bon, et pour vérifier que votre procédure correspond bien à ce dessin, qu'est-ce que vous auriez fait?
(...)
(20) M.: On peut le vérifier sur l'écran mais il y a une manière plus simple. Pour comparer que ce dessin est exactement le même que sur l'écran, comment vas-tu voir qu'il est exactement pareil à celui-là?
(...)
(21) M.: On peut le tirer sur l'imprimante. Vous allez tous faire un essai, tirer ce que vous avez obtenu à l'écran, sur l'imprimante. Et puis, vous superposerez les feuilles et vous regarderez si c'est pareil, d'accord?
(22) M.: Et si ce n'est pas pareil? Et bien, vous recommencerez. Vous prenez votre cahier de brouillon, vous regardez votre dessin, vous regardez la procédure que vous avez écrite et vous corrigez. . D'abord sur le cahier de brouillon et ensuite vous allez revenir sur l'ordinateur.
11.27
Le groupe A est formé par une fille et deux garçons.
(23) La fille écrit le message, elle semble décider arbitrairement si le tour est à gauche ou à droite. Personne ne pose des questions: elle écrit "2A 2A" à la place de "4A", ils ne contrôlent pas les longueurs. Quand elle a fini le message un garçon dit: "On le tape!" "Non, dit-elle, il faut le dessiner ici" (sur le cahier de brouillon).
(24) Au fur et à mesure qu'elle lit le message, son copain fait le dessin; mais il ne prend pas en compte ce qu'il écoute: il dessine la spirale comme il la connaît. Ils abandonnent leur dessin, et décident de taper la suite d'ordres.
(25) Le programme est le suivant. A DR A DR 2A GA 2A A DR
(26) E.: Attends! On arrête là et on va taper "entrée" pour voir ce qui nous donne ..
(27) E.: Mais non, il faut finir...
Alors ils continuent:
2A A GA 2A 2A GA 2A 2A 2A R DR 2A DR 2A GA A GA A
(28) E.: C'est fini ... On y va!
La tortue sort de l'écran, ils rient. Leur premier essai est



Ils essayent de superposer le modèle sur l'écran, ils tournent le modèle pour trouver la plus grande coïncidence
(29) Un garçon essaie de voir ce que la tortue fait quand il commande "DR" ou "GA", mais il ne peut pas relativiser ces mouvements. Il sait maintenant ce que la tortue fait dans la position de départ, mais pas quand elle se déplace horizontalement.
(30) Ils commencent à réécrire le message, sans prendre en compte l'antérieur, et une autre fois ils décident de fragmenter le travail. L'enseignant les répète la consigne et leur demande d'obtenir une copie par l'imprimante
11.45
(31) Ils superposent leur premier essai et l'original, ils essayent de corriger le message mais ils n'ont pas un moyen de contrôle sur les angles " "DR" ou "GA"?" "Je ne sais pas, peut être...!"
11.53
Leur deuxième essai est le suivant:
A DR A DR 2A GA 2A GA 2A A DR 2A A GA 4A GA 2A 4A R DR A



(33) "Oh, presque!" Et ils signalent l'origine de la spirale. En apparence, toutes les équipes ont commencé la reproduction par l'interieur du dessin.
(34) Seulement un élève continue à contrôler le programme avec la copie du dernier essai. Il obtienne un troisième programme:
A DR A DR 2A DR 2A DR 2A A DR 2A A GA 4A DR 4A A R DR 2A DR 2A DR A GA A



12.00
Phase collective.
(35) M : Est-ce qu'il y a un groupe qui a réussi à obtenir la figure exactement la même?
Un groupe a réussi.
(36) M.: Au bout de combien d'essais?
Es.: Deux
M.: Deuxième essai .. Et les autres?
(37) Es.: Le début est juste, et après... on se trompe... au lieu de tourner à droite, on tourne à gauche On ne voit pas ce qu'on fait. .
(38) M.: Est-ce qu'il n'y a pas un moyen d'essayer, de s'imaginer ce qu'on va faire?
POE, membre du groupe qui à réussi, donne une explication dès sa place.
(39) M : Donnes moi un exemple de ce que tu as fait sur ton cahier de brouillon.
Pour aller en bas, on a fait un trait et on a marqué "R" Et après pour aller à gauche on a écrit "GA".

(b) (a)

M.. Comment cela arrive, dans quel sens ici? (a)
E.. Non, ce n'est pas comme ça, elle est toujours en. .

POE efface le trait horizontal de son dessin et trace:

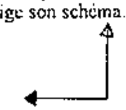
Avec "GA" elle modifie la position de la tortue:

(40) M.: Est-ce que quand on l'a fait reculer comme ça, la flèche elle descend? (L'enseignant signale avec ses mains la position de la tortue. Après, il se met de dos aux enfants et avec son bras gauche signale la position (b)). Alors, pour aller par là, il faut tourner à gauche. Alors, quand tu vas arriver là, tu peux dessiner la tortue?
POE dessine:

R GA

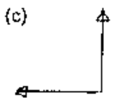
E. Non, il faut mettre "A" . Elle n'arrive pas comme ça
POE ajoute "A", après "GA" et corrige son schéma.

R GA A



(41) M. Maintenant, je vais aller là. (c)

(c)



E.: Il faut faire "GA"
M.: Est-ce qu'on est d'accord?
Il y a quatorze enfants qui sont d'accord.
(42) M.: Qui est-ce qui pense qu'il faut faire une autre chose?
E.: Si on fait "GA", elle ne peut pas monter.
(43) M.: Tout le monde est d'accord que pour aller là il faut d'abord tourner à angle droit à gauche et ensuite on fait "avancer"?
Es.: Oui.
(44) M.: Dites-moi... tu vas faire la tortue telle qu'elle est quand tu la fais tourner à angle droit à gauche.
POE dessine:

Silence.
(45) M.: Tout le monde est d'accord?
E.: Moi, je ne suis pas d'accord parce que là elle tourne à droite.
(46) M.: Ah... bon! Elle tourne à droite ou tourne à gauche?
Es.: A gauche...
(47) M.: Et comment peut-on savoir dans quels sens elle tourne?
Silence.
M.: Pourquoi tu me dis de tourner à gauche et qu'elle vient de dire de tourner à droite? Comment peux-tu faire?
Silence.
M.: Tu connais ta droite et ta gauche... Alors, comment tu pourrais être placé pour être comme la tortue et pour voir si tu tournes à droite ou à gauche?
(48) POE se met "comme la tortue", c'est à dire les pieds parallèles au tableau en regardant dans le sens de la flèche.
(49) E.:Est-ce qu'elle est placée comme la tortue?
Es.: Oui.
POE: Elle tourne à droite.
M.: Ah! elle tourne à droite! Qui est d'accord?
Quelques élèves se montrent d'accord.
(50) M.: Qui peut expliquer ce qu'il faut faire?
POE: Il faut se mettre dans le sens de la tortue.
M.: Qu'est-ce qu'il faut toujours penser?
Es.: Il faut se mettre à la place de la tortue.
M.: Il faut se mettre à la place de la tortue..., en pensant à quoi?
E.: A être dans le bon sens, c'est à dire à être dans le sens de la pointe de la tortue.
12.10
M.: Est-ce que ça, tout le monde l'a fait?
Es.: Non.
M.: Alors, ce qu'on pourra faire pour une prochaine fois, c'est de tenir compte de tout ce qu'on vient de dire avant de faire un nouvel essai. Vous laissez les essais sur la table, et vous pouvez sortir.

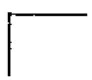
Classe CM1 B Date: 02/05/89

Résumé: Il s'agit de la reproduction de la deuxième séquence prévue. Les enfants qui n'avaient pas pu contrôler le sens de la rotation, sont mis en échec parce que, en plus, ils doivent maîtriser la mesure des angles par rapport à "D" ou "G". (Voir macros primitives, première page des comptes rendus).

9.25
(51) M.: Cette fois-ci, on va travailler un petit peu comme on a travaillé jusqu'à présent, mais cette fois-ci vous allez avoir une autre figure. Comme d'habitude, vous allez écrire une procédure d'abord sur votre cahier de brouillon et ensuite vous allez tester la procédure sur l'ordinateur.
(52) M.: Je vais vous demander de penser à une méthode qui vous permettra de faire le moins d'essais possibles.
(53) L'enseignant donne un modèle à chaque enfant. Quelqu'un demande la longueur du pas, le maître répond qu'il l'a maintenu.
(54) M.: Est-ce que vous pensez être capable d'obtenir la procédure dans un seul essai? Vous aurez le droit à deux essais, c'est le maximum.
(55) Un autre enfant demande la longueur du pas.
M.: Tu as, peut être un moyen de vérifier la longueur de pas de la tortue... alors c'est à toi de te débrouiller. Mais, attention! Un pas, c'est un essai. .
Les enfants travaillent sur les tables en équipes de deux
(56) Je regarde VAV qui travaille avec un garçon. Elle se demande comment on sait si on doit tourner à gauche ou à droite.
(57) VAV met la règle sur un des côtés de l'angle, elle le regarde et se demande: "C'est un angle droit ou pas? On se met à la place de la tortue ."
Ils décident avec une relative facilité s'ils doivent tourner à gauche ou à droite, mais ils ne contrôlent pas les valeurs des angles.
9.50
(58) Le message est le suivant:
2A D 4A D 4A A D 4A D 4A 2A D 2A
<

Quand ils le tapent, ils se trompent sur le "A" signalé et avec des difficultés ils arrivent à faire la correction. Leur dessin sort de l'écran.

VAV: Voilà! Voilà ce qui est fait! Regardez! Pourquoi est-ce qu'elle a fait ça?
(59) Elle est convaincue qu'ils ont mal tapé. Ils obtiennent la copie de l'imprimante, et ils cherchent les erreurs sur le message.
10.05
L' enseignant arrive à ce groupe:
(60) M.: Est-ce que le début est bon?
Ils superposent la copie et l'original, ils reconnaissent la première faute et pour la corriger, ils font le choix par élimination sur les macros primitives.
(61) M.: Est-ce que tu te rappelles ce qu'avait dit Jérôme?
Un élève de ce groupe cherche un ordinateur libre pour essayer de faire quelque chose.
10.10
Phase collective.
(62) M.: Qui a réussi?
Personne.
M.: Est-ce que tout le monde a fait au moins un essai?
Es.: Oui.
(63) M.: Pourquoi vous n'avez pas réussi?
E.: Le problème est au niveau du virage.
M.: C'est au niveau du virage que vous vous trompez, c'est ça... C'est au niveau de la manière de tourner... Qui a rencontré ce problème?
La plupart des enfants hoche la tête en signe d'approbation
(64) M.: Qui a rencontré un autre problème?
E.: La tortue est sortie de l'écran...
E.: Il y a des problèmes de mesures de longueurs. On ne sait pas mesurer...
(65) M.: Qu'est-ce que c'est le problème de virage?
E.: Quand on est comme ça (verticale) pour tourner comme ça (oblique)
M.: C'est à dire si c'est plus qu'un angle droit ou moins qu'un angle droit.
(66) M.: Parfois on tourne plus d'un angle droit, parfois moins d'un angle droit. Alors, ces virages comme vous les appelez, sont des angles... Comment peut-on savoir?
Un élève explique dès sa place par rapport à une direction horizontale et à une direction verticale.
(67) M.: Tu vas venir au tableau... tout le monde sait ce que c'est un angle droit... Qui peut donner une définition?
E: Deux lignes perpendiculaires font des angles droits.
Le dessin qui fait l'élève est le suivant.



(68) L'enseignant ajoute la tortue dans la position de départ et demande le programme pour faire ce parcours. Un élève écrit:

A DR A

(69) M.: Parfois, la tortue... il faut qu'elle aille par là, et parfois par là.
L'enseignant ajoute d'autres traits sur le même dessin:

M.: Quel est le moyen pour savoir ce qu'il faut écrire pour tourner plus ou moins d'un angle droit?
Silence.
(70) L'enseignant demande le rapport entre "D" et "DR", Jérôme répond "Quatre fois"
L'enseignant écrit

DR D D D D

GA G G G G

(71) M.. Ceci est une remarque ... Maintenant, qu'est-ce que vous n'arrivez pas à voir?
(...)
M.. Ah! Quand on ne met que "D" on ne sait pas de combien on tourne. Et avec deux "D" on ne sait pas non plus ce qu'elle fait. Et avec trois "D"? Bon, le problème est que pour faire la figure, qu'est-ce qu'il est absolument nécessaire que vous sachiez?
Es.: "D", deux "D" et trois "D"
(72) M.: Comment peut-on savoir?
E.. On le fait sur l'ordinateur.
M.: Qui est-ce qu'a essayé de le faire?
Un groupe explique qu'il avait essayé, mais comme il n'avait pas donné l'ordre "A", il n'avait pas pu voir ce qu'il voulait.
(73) M. Et pour bien voir le mouvement de la tortue, qu'est-ce qu'il faut faire?
Es.: Donner "A"...
M. Allez .. je vous laisse cinq petites minutes pour essayer
10.25
(74) Une fille me demande comment on peut savoir si c'est deux "D" ou trois "D" Je l'envoie à l'ordinateur. Elle n'essaie pas, mais dit: "Il doit y avoir trois "D" parce que s'il y en avait quatre il serait droit et c'est un peu plus petit".
(75) Elle va dire à l'enseignant que son copain veut faire sortir "D A" de l'imprimante, mais l'enseignant coupe son intention parce qu'il travaille tout seul Il se fâche et prend une attitude comme d'abandonner la tâche.
10.40
Phase collective.
(76) M.: Est-ce que certains d'entre vous ont trouvé des choses intéressantes?
Un élève accroche au tableau une copie obtenue à l'imprimante L'enseignant refait le schéma

M.: Et pour faire ça, qu'est-ce qu'elle a fait?
E.: 2A D 2A
Es.: C'est juste
(77) M.: Qu'est-ce que ce graphique nous apporte comme renseignement?
E.: On voit ce qu'elle fait
M Quand on fait quoi?
Es: "D"
(78) M.: On voit déjà comme elle tourne quand on fait "D". Par rapport à un angle droit que quelqu'un va venir dessiner .. allez Patrick, sur le dessin tu vas faire "2A" et après "DR" et "2A"
L'élève dessine:

E. Alors, quand tu es parti tu as fait "2A" et après "D" Est-ce que tu tournes plus ou moins que quand tu fais "DR"?

E.: Moins.
(79) M.: Est-ce que quelqu'un d'autre a essayé de voir comment on tourne quand on fait "2D"?
Un groupe a essayé mais il ne l'avait pas obtenu à l'imprimante.
(80) M.: Alors, trois "D".
Un élève accroche sa copie, et l'enseignant dessine:

D D D A 

(81) M.: Regardez ce qu'on obtient. Par rapport à celui-ci, qu'est-ce qu'a changé?
E.: On voit moins le virage.
(82) M.: Et pourquoi on le voit moins?
E.: parce qu'on ne voit pas d'où la tortue a commencé.
E.: La tortue, d'où part-elle?
E.: Il faut mettre "A" d'emblée.
L'enseignant demande d'ajouter A au début, ce qui donne:

(83) M.: On a fait trois "D". "D" ... Qu'est-ce qu'il manque?
Es.: Deux et quatre.
M.: Quatre, c'est quoi on a dit?
E.: C'est un angle droit.
(84) M.: C'est un angle droit, alors il manque...
Es.: Deux.
(85) M.: Deux "D". Bon, ça c'est pour tourner à droite, maintenant il nous manque la même chose pour tourner à gauche. Alors, la prochaine fois, avec tous ces renseignements, est-ce que vous croyez que vous serez en mesure de trouver la procédure au premier essai?
Silence.
E.: Peut-être...
(86) M.: Pourquoi est-ce que vous hésitez encore? Qui peut expliquer pourquoi il n'est pas sûr encore?
E.: C'est à cause de la mesure des angles.
(87) M.: Il y a des problèmes de mesure qui se reposent... Est-ce qu'on les a résolu? Il y a le risque de se tromper... Il y a des choses que tu ne comprends pas très bien ...
(...)
(88) M.: C'est pour retourner après dans l'autre sens... mais on a dit qu'il faut se mettre comment?
E.: A la place de la tortue. .
11.00
(89) M.: A la place de la tortue... Bon. vous avez quand même quelques indications: vous avez appris qu'il faut se mettre à la place de la tortue, vous savez à peu près les différents types de virage que la tortue peut prendre... Bon. vous n'êtes peut-être pas sûrs de vous. mais moi. ce que je vous propose pour la prochaine fois, compte-tenu de tout ce que vous savez maintenant, vous essaierez.. tant pis si vous n'arrivez pas .. On verra si d'autres problèmes se posent à vous .. On verra si vous pouvez bien vous servir de ces différents virages parce qu'on ne peut pas dire tout de suite si vous y arriverez... on verra... Maintenant vous pouvez sortir

Analyse a posteriori

Nous avons observé trois séances. deux sur la première figure et une sur la deuxième. Les confrontations renvoient aux comptes rendus précédents.

Effectivement, selon notre première conjecture, dès que le problème a été communiqué, il est à la charge des élèves. Ils acceptent la responsabilité de le résoudre, et évidemment ils ont un projet parce que tout de suite ils commencent à rédiger leur programme. La situation a le caractère du jeu a-didactique, et son fonctionnement dépend de la mise en oeuvre de la stratégie de base
Le premier groupe observé est capable de répondre presque directement; la situation pour ces élèves reste assez fermée et bien qu'elle permette le fonctionnement des connaissances visées, elle ne donne pas la possibilité d'apprendre quelque chose de nouveau (Cf.. (9). (13) et (14)).

Quelles sont les conditions limites qui déterminent que le jeu ne marche plus? A notre avis il y a eu une sous-estimation de la notion d'angle. Bien que les élèves de CM1 aient déjà travaillé avec les angles d'un polygone -ou l'angle droit déterminé par deux droites perpendiculaires- l'ordinateur met en jeu une conception différente. celle du changement de direction.
Dans la première activité personne n'a demandé la valeur des rotations. Il paraît évident que pour changer une direction horizontale pour une autre. verticale. il faut tourner à angle droit. Dans le cadre de la reproduction de la figure donnée le problème est: doit-on tourner à gauche ou à droite? Comment peut-on décider entre l'ordre "DR" et l'ordre "GA"?
Le rapport gauche-droite est différent selon le point de vue du sujet. les expressions "à gauche" et "à droite" sont relatives au déplacement de la tortue. Il faut. à partir des différents endroits, se mettre à la place de la tortue -ou bien découvrir un algorithme Autrement dit. il faut surmonter l'égocentrisme spatial et construire des relations relatives Une manifestation du primat du positif lié à la position est mise en évidence par les difficultés à maîtriser l'ordre reculer "R". (Cf. (39).(40))

Un enfant. après un premier essai faux. regarde sur l'écran la réaction de la tortue quand. tout en restant sur la position de départ. (vertical. vers le haut) il lui donne les ordres "DR" et "GA". Il fait un geste de chaque main. autrement dit, il projette sur lui-même les rotations correspondantes. Il recommence le parcours de la tortue. et son schéma de référence a été valable pour prendre la décision en (a). mais quand il est arrivé à (b). il n'a pas pu "se mettre à la place de la tortue" et relativiser sa position Il gesticule. mais il n'arrive pas à prendre une décision.
Dans une autre équipe. un enfant demande: " "DR" ou "GA"?" Et son copain répond "Je ne sais pas! Peut-être...".
Un autre enfant qui avait pu maîtriser la situation tournait la figure de façon à mettre ses copains dans la situation de la tortue par rapport au déplacement à effectuer. Mais la compréhension de cette situation n'est pas seulement due à une perception juste. elle nécessite le passage à la décentration sur le plan représentatif.

Dans une phase collective l'enseignant essaie de prendre appui sur la notion d'angle droit. Cependant. les élèves qui étaient en difficultés dans cette tâche ne peuvent pas s'en sortir avec une définition d'angle droit comme: "Deux lignes perpendiculaires font des angles droits" (définition donnée par un élève et accepté dans la classe). Il ne s'agit pas seulement de "mobiliser" une notion d'angle. plutôt d'en construire une. D'ailleurs. en suivant le parcours de la tortue. l'angle qu'on décrit est "extérieur" à la figure. tandis que sur le papier. d'habitude. on travaille sur l'intersection des demi-plans déterminées par les côtés (les droites) de l'angle

Dès qu'un premier essai est faux. la plupart des enfants n'arrivent pas à trouver une relation de causalité entre les décisions prises et leurs résultats Nous avons constaté que les enfants, après avoir essayé de corriger leur programme, préfèrent le recommencer à partir de zéro (Cf (15)) L'anticipation devient presque impossible. le choix est au hasard. La responsabilité affaiblit. l'engagement disparaît et le découragement gagne le groupe (Cf (31). (34). (58) et (60)) Pour ces élèves la situation reste trop ouverte. ils ne savent pas comment contrôler les erreurs. leur intention de faire coup par coup n'est pas admise (Cf (30)) Un élève essaie de relativiser les déplacements de la tortue mais il n'y arrive pas (Cf. (29)); ils ne savent plus ce qu'il faut faire, ce que le maître attend d'eux et en conséquence quelques uns abandonnent la tâche.

La situation fait intervenir des conditions qui ne sont pas réalisables par tous les élèves, c'est pourquoi pour faire avancer le projet d'enseignement il faut envisager une intervention didactique. L'enseignant a perçu l'échec et le reconnaît implicitement: il "réduit" le problème et le traite dans une phase collective. (Cf. (38) à (49)). Ainsi, il arrive à institutionnaliser ce qui était prévu comme stratégie de base. (Cf. (50)).

Dans la façon d'aborder le problème, nous avons pu remarquer:
• Tout le monde a commencé le parcours par l'intérieur de la spirale. Si cela ne faisait pas partie de la consigne alors la figure a une propriété qui rend plus économique la résolution quand on commence par là, plutôt que par un autre point. Quelles en sont les causes? Peut-être parce que le départ coïncide avec la position originelle de la tortue, ou bien parce qu'il y a une certaine régularité. Sans doute, on pourra aussi donner des explications qui proviennent du champ de la psychologie, ou bien des habitudes de lecture.
• Bien que la fiche didactique envisage un travail sur le concept de longueur, pour la première figure personne n'a demandé des renseignements sur la longueur du pas de la tortue. Pour la plupart des enfants l'unité du trait est "A". Un groupe a pris "2A" et ils n'ont pas trouvé, dans le premier essai, le bon rapport additif. C'est pourquoi le dessin sort de l'écran, mais ils comprennent très vite quelle a été la source d'erreur. (Cf. (13), (14)).

D'après toutes ces observations on pronostique que la séance sur la deuxième figure s'annoncera difficile. Est-ce que l'apprentissage émietté de la première séance sera suffisant pour aborder ce nouveau problème?

D'abord la consigne ne fait pas appel au travail antérieur, il y a seulement une très faible comparaison au niveau de l'organisation. (Cf. (51)).
D'emblée une équipe demande la longueur du pas unité.
L'enseignant sait qu'il doit obtenir les gabarits, mais il sait aussi que la situation a-didactique ne les rendra pas possible. Donc, c'est lui qui, immédiatement, ferme la situation. (Cf. (52), (54) et (55)).

Pour quelques enfants, ceux qui étaient en échec avec la première figure, cette nouvelle séquence ne fait que leur rappeler leur insuccès. Bien qu'ils puissent expliciter leurs difficultés, ils n'arrivent pas, dans les conditions données, à trouver une solution. (Cf. (63), (64) et (65)).

Dans cette nouvelle figure il faut considérer le problème de l'orientation et celui de la valeur des angles. Il s'agit de construire deux droites qui soient également "penchées" par rapport au modèle. "c'est en appeler à la fois à la notion de droite et à celle d'inclinaison ou de direction dans l'espace. (...) Quant à la notion d'inclinaison, ou bien il s'agira d'une mesure des angles, ou bien il faudra que le sujet trouve un procédé pour établir l'identité de direction.[1]"
"L'estimation des parallèles est plus facile (et relativement correcte) lorsqu'il s'agit de verticales et d'horizontales -ce qui montre bien le caractère privilégié de ces directions d'un point de vue perceptivo-moteur élémentaire- les petits échouent par contre à l'estimation correcte des inclinaisons et à la construction des parallèles entre droites obliques (...). Que le parallélisme se constitue en même temps que la notion d'angle, c'est naturel, puisque deux droites forment entre elles un angle sitôt qu'elles cessent d'être parallèles, et nous verrons (...) la parenté psychologique de ces deux notions complémentaires; mais il résulte de cette complémentarité même que la notion d'angle ne saurait donc précéder celle de parallèles ni servir de mesure à la commune inclinaison de deux obliques.[2]"

[1] PIAGET, Jean et INHELDER, Bärbel (1972): *La représentation de l'espace chez l'enfant*, P.U.F., Paris.
[2] Ib

Avec l'ordinateur, on ne peut pas établir une direction en fonction de "coordinations rectangulaires", il s'agit d'évaluer une inclinaison en termes d'unité de virage, soit "D" ou "G". Dans une séance antérieure, les enfants avaient trouvé la relation suivante:

D D D D = DR

Mais au moment de s'en servir, ils l'ont oublié. Après le rappel collectif, un enfant, qui essaie de déterminer la valeur d'un angle aigu, met la règle sur un côté de l'angle en question et demande si ça fera deux ou trois "D". Puis, il ajoute: "il doit y avoir trois "D", parce que s'il y en avait quatre, l'angle serait droit et c'est un peu plus petit." Il commence à estimer les inclinaisons dans un espace structuré selon des directions verticales et horizontales.

Quand l'enseignant s'aperçoit qu'après une demi-heure personne n'a réussi ni a fait les gabarits, il reprend à sa charge le déroulement de la leçon selon une procédure maïeutique qui relève de l'ostension. "La maïeutique socratique limite ces associations à celles que l'élève peut effectuer lui-même. Cette restriction a pour objet de garantir la compréhension du savoir par l'élève, puisqu'il le produit. Mais on est alors conduit à supposer que l'élève possédait déjà ce savoir, soit qu'il l'ait depuis toujours (réminiscence), soit qu'il le construise lui-même par son activité propre et isolée. Tous les procédés où le maître ne donne pas lui même la réponse, sont acceptables pour accoucher l'élève de ce savoir[3]". On trouve un exemple de ce modèle dans les paragraphes (65) à (73), et (76) à (85).

Comme dans la séance antérieure il y a un émiettement de l'apprentissage et une institutionnalisation des procédures de base (Cf. (76), (78) et (83)). En plus, l'enseignant sent la nécessité d'encourager, de rassurer les enfants.(Cf. (89)).

Nous avons été en présence d'un phénomène déjà connu en didactique: la transformation -par des nécessités didactiques- de l'outil pour résoudre un problème en objet d'enseignement. Cette conversion a lieu car l'enseignant doit jouer son rôle: il faut, dans les conditions prévues, que les élèves "apprennent" quelque chose. A l'occasion il s'agit de construire et utiliser un gabarit.

On peut se poser, à partir de cette analyse, quelques questions: est-ce que la situation va être rattrapable? Si on joue sur les variables didactiques, peut-on résoudre le problème d'adaptation à l'hétérogénéité des élèves?
Ou bien, on peut mettre en cause la gestion du maître. Peut-il reconnaître quel est le jeu des enfants? Et dans ce cas, s'il n'y a pas de coïncidence avec ce qui était préparé, peut-il modifier ce déroulement? Quelles sont les conditions qui puissent faire avancer la situation dans le sens de la construction d'une connaissance?
Ces questions nous posent le problème en termes d'ingénierie didactique, et c'est dans ce domaine qu'il faudra réfléchir pour améliorer la situation proposée.

[3] BROUSSEAU, Guy (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des mathématiques*. Vol. 7/2. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Annexe X

DIFFERENTES ACTIVITES

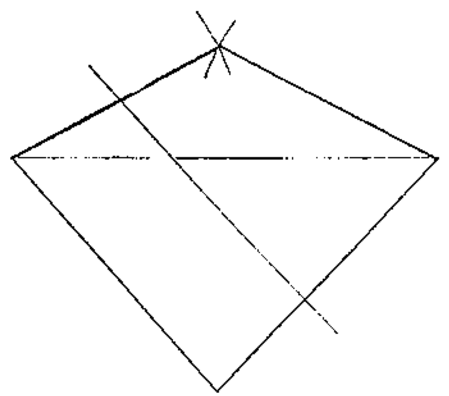
Sommaire

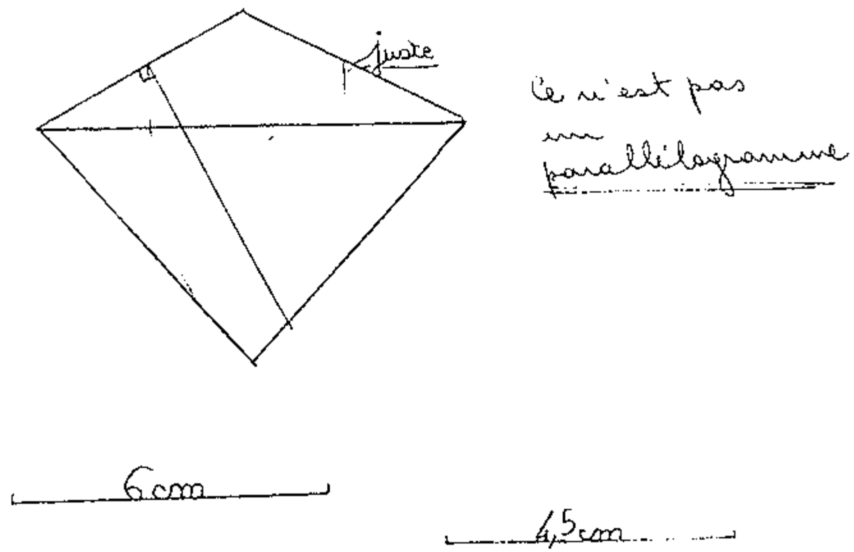
Pendant l'étude des quadrilatères au CM 2, l'enseignant propose aux élèves deux activités:

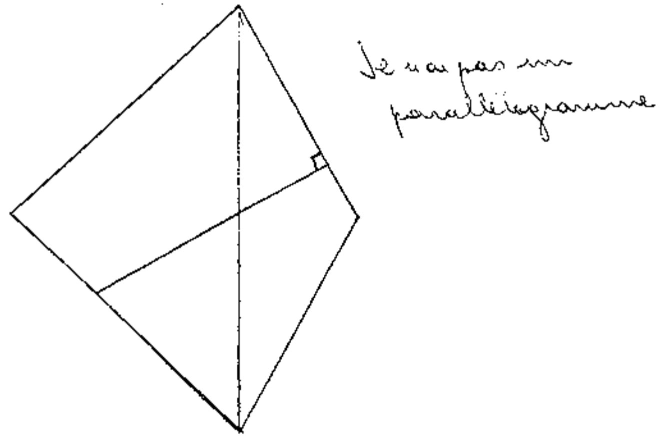
Première activité: construire une figure d'après la description suivante

> C'est un quadrilatère. Il a deux deux côtés égaux de 4,5 cm et deux autres de 6 cm, et une diagonale de 8 cm.

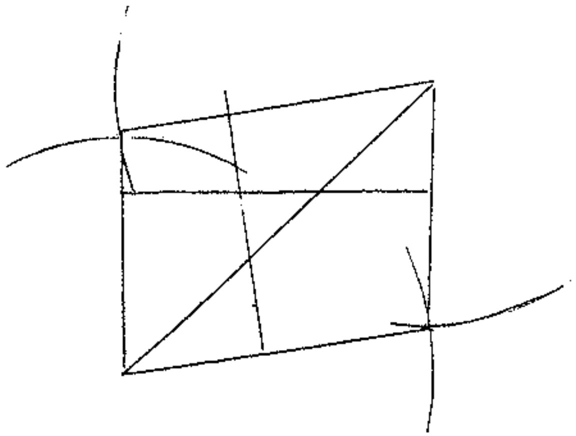
La tâche de construction est individuelle et la plupart des élèves obtient un parallélogramme mais il y a quelques cerfs-volants. Dans une phase collective l'enseignant rend public les différents résultats, et relance la situation:
"Je crois que quelques-unes de vos figures sont des parallélogrammes, nous allons les vérifier."
Il actualise les définitions en jeu:
"Un quadrilatère est un parallélogramme si les côtés opposés sont parallèles", et
"Deux droites sont parallèles si elles sont perpendiculaires à une même droite".
Le moyen pour vérifier si le quadrilatère est un parallélogramme est de déterminer les droites auxiliaires par rapport auxquelles les côtés opposés sont perpendiculaires.
Voici quelques résultats des élèves.



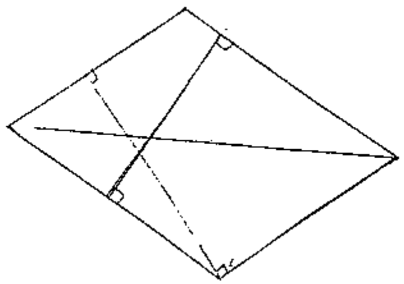


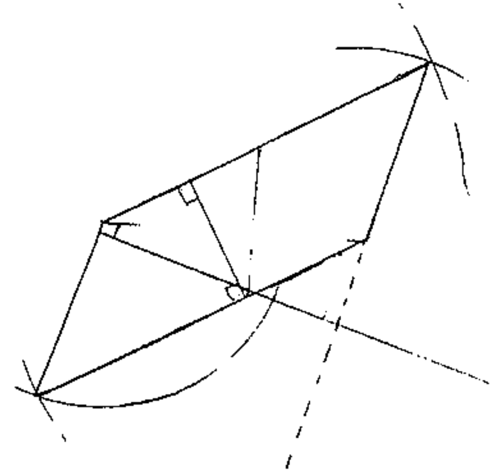


Deuxième activité: construire un parallélogramme et vérifier si les côtés opposés sont parallèles.
Cette activité est un exercice d'application. Les élèves, eux-mêmes fixent les mesures et vérifient après leurs constructions.

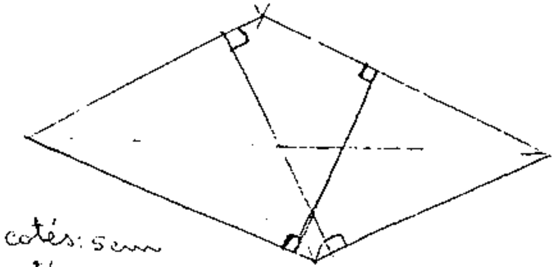


côté 4 et 5
diagonale 7,5



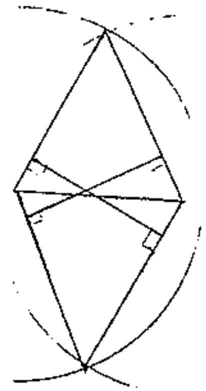


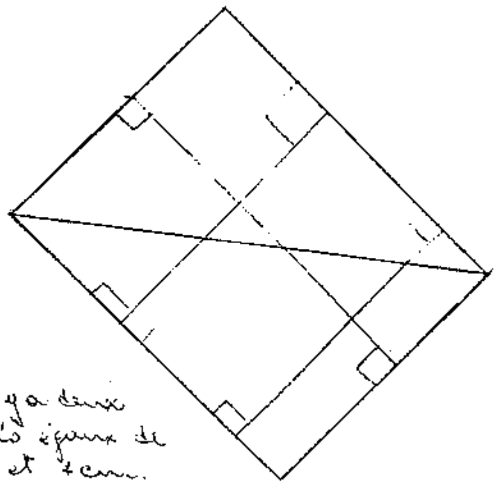
2 x 7 cm
2 x 3,5 cm
diagonale. 5 cm



2 côtés: 5 cm
2 cotés: 6 cm
diagonale. 10 cm

3 cm
3,5 cm
3,6 cm



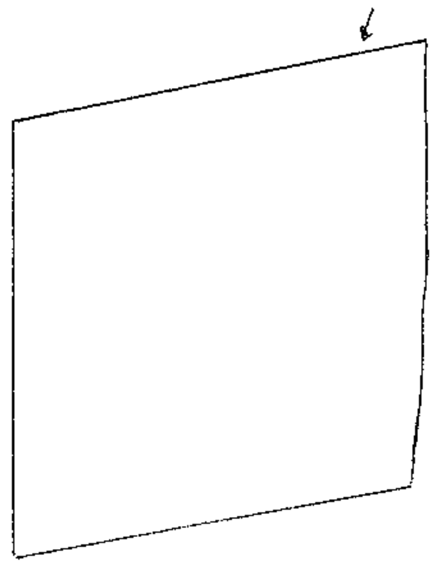


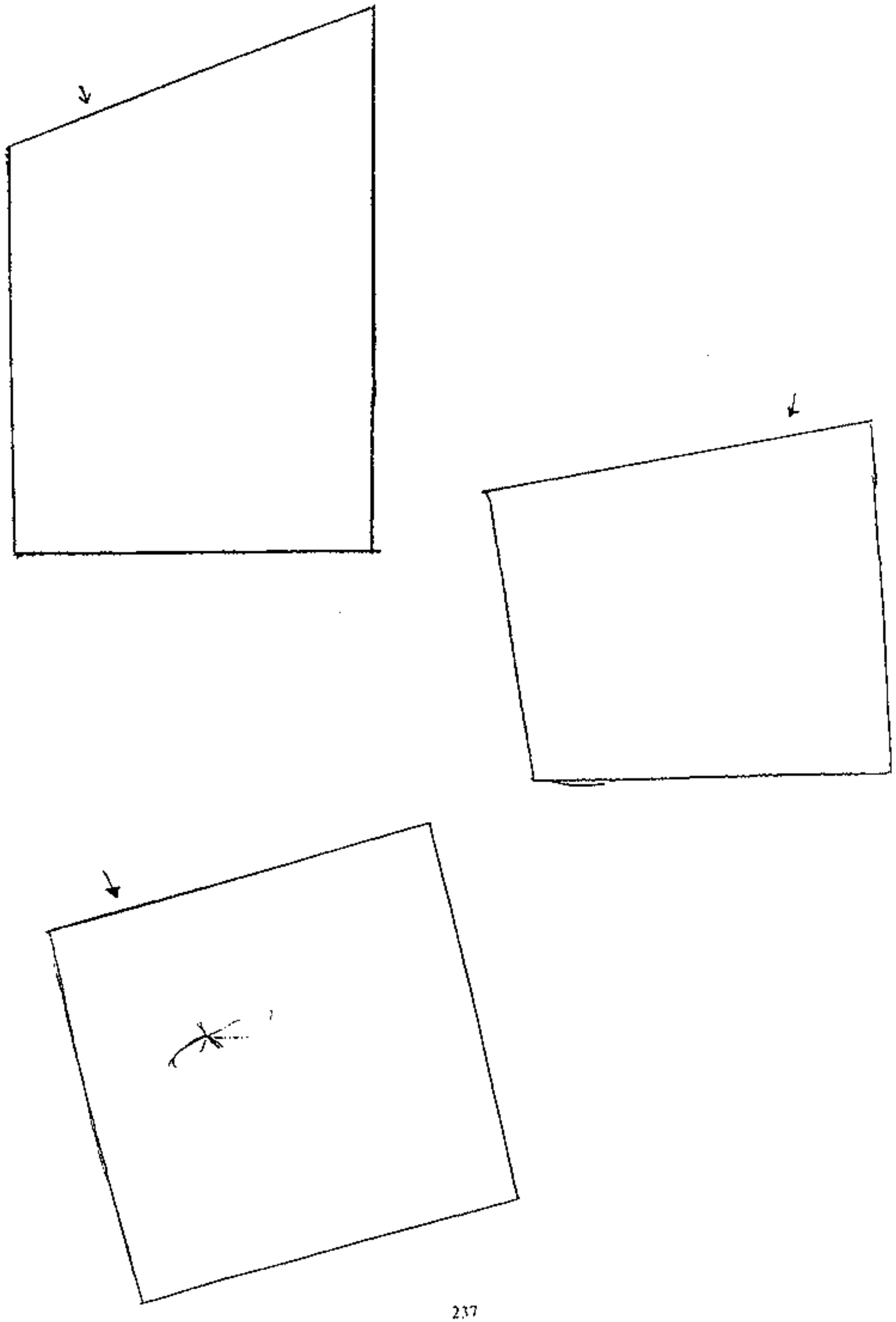
Il y a deux côtés égaux de 5,5 et 4 cm.
La diagonale est de 9 cm

X.2 Le carré en CE1

L'enseignant propose de construire, sur un feuille blanche A3, un carré dont un côté été déjà donné par un trait de 16 cm qui n'est pas parallèle aux bords de la feuille.
Deux classes de CE1, environ 50 élèves, ont échoué à la tâche. Pendant une phase collective postérieur, les élèves reconnaissaient comme erreur: "Ce n'est pas droit"

Remarque: le côté donné est distingué par une flèche
Voici quelques réponses en photocopies réduites à 50 %





X.3 Jeu du portrait en CE1

Il s'agit d'identifier, à travers des questions qui admettent "oui" ou "non" comme réponse, une figure matérielle donnée "Q1", etc. sont les questions dans l'ordre dans lequel elles ont été posées.

Remarque: Chaque groupe a une collection de figures, la même pour toute la classe. L'univers de figures était composé, au départ, par: un quadrilatère non convexe, un parallélogramme, un triangle scalène, un trapèze rectangle petit et un autre plus grand, un losange.
Pour favoriser le travail avec une collection assez vaste de figures, à partir du 4ème jeu il y a un changement d'univers, le même pour toute la classe

<u>Classe:</u> **CE1 A** <u>Date</u> 10.05.94

Premier jeu: (La figure choisie est un quadrilatère non convexe)
Q1. Est-ce qu'il y aurait un sommet?
Oui
Q2. Est-ce qu'il y a plusieurs côtés?
Oui
Q3: C'est un triangle?
Non.. (Doutes)
Q4: ça ressemble à un losange?
Non...(C'est quoi?)
Q5. Est-ce que c'est ça? (Il montre un triangle)
Non
Q6: Est-ce qu'il y a quatre côtés?
Non
Q7: Est-ce qu'il y a trois côtés?
Oui
(C'est ça! C'est ça! Quelques groupes montrent le triangle, des autres la bonne figure)
Q8: Est-ce que ça ressemble à un chapeau chinois?
Oui!!

Deuxième jeu: (Figure choisie: parallélogramme)
Q1: Il y a six côtés?
Non
Q2. Il y a quatre côtés?
Oui
Q3. Est-ce que ça ressemble à un losange?
C'est quoi? (Quelqu'un en montre un). Oui, un petit peu. Oui
On ne peut pas répondre (Romain)
Q4. Est-ce qu'il y a quatre sommets?
Oui (Un enfant d'un autre groupe ajoute C'est raté, il y a déjà quatre côtés)

Q5: Est-ce que c'est un carré?
Non
Q6: Est-ce que c'est de travers?
Romain: de quoi est de travers?
Q6: Comme un carré de travers
(Doutes dans le groupe) Non
(Thibaut et Antoine montrent un losange et un parallélogramme, ils ne trouvent pas sur quoi poser les questions).
Q7: Est-ce que c'est un carré penché?
Non (Avec certitude).
Q8: Est-ce que ça ressemble à un carré?
(Doutes) Un petit peu. . non!
Remarques: Joséphine, très fâchée, montre le parallélogramme et le losange: Mais parce qu'il y en a deux qui se ressemblent... elle est un peu plus grosse. .
Discussion sur la pertinence des questions à propos du nombre de côtés et du nombre de sommets

Troisième jeu: (Figure choisie: le polygone à neuf côtés)
Q1: Est-ce qu'il y a huit côtés?
Non (Ils ont mis un moment pour compter)
Q2: Est-ce que ça ressemble à un carré?
Non
Q3: Est-ce qu'il y a neuf côtés?
Oui!
Remarques: il y a de problèmes de vérification même s'ils ont l'idée de tourner et inverser la figure. "C'était facile parce qu'il y avait une seule avec neuf côtés... "

Quatrième jeu: (Figure choisie: trapèze isocèle)
Q1: Est-ce qu'il y a quatre côtés?
Oui
Q2: Est-ce que c'est une jupe?
Oui
Q3: C'est celle-là?
Remarques: quelques groupes montrent le trapèze isocèle et des autres le trapèze rectangle, mais finalement tout le monde dit avoir réussi.

Classe: CE1 A   Date: 11.05.94

Cinquième jeu: (Figure choisie: le losange)
Q1: Est-ce qu'il y a quatre côtés?
Oui
Q2: C'est un triangle?
Non. Quelqu'un ajoute: " Mais non! Il y a quatre côtés! "
Q3: C'est un carré?
Non
Q4. C'est un triangle?
L'enseignant intervient pour signaler qu'on a déjà posé cette question. et en plus la figure a quatre côtés.

Q4: C'est un carré déformé?
(Discussion dans le groupe) Non Oui!
Remarque: quelques groupes semblent être sûrs de la réponse, des autres montrent un losange, un trapèze isocèle et un trapèze rectangle).
Q5: Est-ce qu'il est petit?
Non
Q6: Est-ce que ça ressemble à un losange?
Oui

Sixième jeu: (Figure choisie: trapèze rectangle petit)
Q1: Est-ce qu'il y a huit côtés?
Non
Q2. Est-ce qu'il y a neuf côtés?
Non
Q3: Est-ce qu'il y a quatre côtés?
Oui
Remarque: Joséphine commence à grouper les quadrilatères. rapidement ses copines font la même chose.
Q4. C'est un carré?
Non
Q5: Ressemble à un toit de maison?
Non (Avec certitude)
Q6: Est-ce une jupe un petit peu déformée?
Non
Q7: Est-ce que ça ressemble à une chaussure?
Oui!

Classe: CE1 B   Date: 10.05.94

Premier jeu: (Figure choisie: le losange)
Q1: Est-ce que c'est un rectangle?
Non
Q2: Est-ce que a quatre bouts pointus?
Oui
Q3: Est-ce que c'est une maison?
Non
Q4: Est-ce que c'est un carré?
Non
Q5: Est-ce que c'est un rectangle?
Non (Quelqu'un ajoute: On a déjà demandé ça)
Q6. Est-ce que c'est tordu?
Non
Q7. Est-ce que c'est comme ça? (Il le dessine dans l'air)
Oui
Q8: Est-ce que ça ressemble à un diamant?
Oui
Q9: C'est un losange?
Oui

Deuxième jeu: (Le parallélogramme, ils l'ont choisi parce que c'était " comme l'autre mais pas tout à fait pareil ")
Q1: Est-ce qu'il a la forme d'un chapeau?
Non
Q2: C'est un triangle?
Non
Q3: Est-ce qu'il a la forme d'une bande?
Non
Q4: Est-ce qu'il y a trois bouts?
Non, quatre.
Q5: Est-ce que ça a la forme d'un crayon?
Non
Q6: Est-ce qu'il y a quatre bouts?
Oui
Q7: Est-ce qu'il a la forme d'un carré?
Non
Q8: Est-ce qu'il a la forme d'un losange?
Oui, mais pas tout à fait pareil
Q9: C'est un losange tordu?
Oui
Remarques: L'enseignant introduit le mot " sommet " à la place de " bout ".

Troisième jeu: (Le trapèze rectangle)
Q1: Est-ce que c'est un carré mais tordu?
Oui
Q2: Est-ce qu'il a quatre sommets?
Non
Q3: Est-ce un rectangle?
Non
Q4: C'est un carré?
Non
Q5: C'est un rectangle?
Non
Q6: Est-ce qu'il a cinq sommets?
Non
Q7: Est-ce qu'il a trois sommets?
Oui
Q8: Est-ce que c'est un rectangle un peu tordu? (Christiane demande quelques précisions)
Q8: Est-ce que c'est un toit un peu tordu? (Un enfant répond: il y a plusieurs formes de toits)
Q8: C'est un triangle?
Non
(L'enseignant fait sortir l'erreur, il y a quatre sommets.)
Q9: C'est un carré avec un côté un peu penché?
Oui
Résultats: tous ont réussi.

Quatrième jeu: (Le polygone à neuf côtés)
Q1: Est-ce qu'il a huit sommets?
Non
Q2: Est-ce qu'il y a neuf sommets?

Oui
Q3 Est-ce que ça a la forme d'un rond?
Oui, pas tout à fait
Q4 Est-ce que c'est un peu ovale?
Oui
Q5 Est-ce que c'est un panneau stop un peu tordu?
Oui
Résultats: tout le monde a gagné.
Remarque: ici l'enjeu c'était poser des questions, pas trouver la bonne figure. Chistiane demande: est-ce que vous aviez besoin de poser cinq questions? Non, que trois!

Cinquième jeu: (Figure choisie: trapèze isocèle)
Q1: Est-ce qu'il y a quatre sommets?
Oui
Q2: Est-ce qu'il a la forme d'une coque de bateau?
(Discussion dans le groupe: Oui, non... Mais si, regarde... [Ils la font tourner]) C'est non!
Q3: Est-ce que c'est un triangle?
Non
Q4: Est-ce que ça a la forme d'un carreau?
Non
Q5: Est-ce que ça a la forme d'un rond?
Non
Q6: Est-ce que ça a la forme des aiguilles d'une boussole?
Non
Q7: Est-ce que ça a la forme d'un diamant?
Non
Q8: Est-ce que ça a la forme d'un carré et après un triangle?
Oui... Non... Non!
Q9 Est-ce que ça a la forme d'un losange?
Non
Q10 Est-ce que ça a la forme d'une voiture?
Non... Oui... Non!
Q11 Est-ce que ça a la forme d'un bateau?
Non.
Résultats: personne n'a gagné
Remarque: il est 11.05, le jeu est épuisé. Le groupe montre la figure et une fille dit: " Elle a la forme d'un saladier ". La plupart des enfants se montrent très fâchés contre le groupe. Antoine ajoute: " On peut le mettre de différentes manières et voir, à chaque fois, des choses différentes "
Après la recréation, on revient sur le jeu, il est assez clair qu'il y a eu une sorte de perversion dans les réponses.

<u>Classe:</u> CE1 B <u>Date:</u> 11.05.94

Sixième jeu: (Figure choisie: trapèze rectangle grand)
Q1 Est-ce qu'il a quatre sommets?
Oui
Q2 Est-ce que c'est penché vers la gauche?
Non... Oui... On ne sait pas

Q3: Est-ce que ça a la forme d'une voiture?
Un petit peu, non
Q4 Est-ce que c'est comme le bout d'une mine de crayon?
Oui
Q5: Est-ce que ça ressemble à un diamant?
Non
Q6: Est-ce que c'est comme un carré penché au bout? Ou comme la moitié d'un rectangle et après penché?
Oui
Q7: Est-ce que ça a la forme de la moitié d'un saladier?
Discussion dans le groupe, le maître ne prend pas la question et ajoute: " Je n'ai pas mis de saladier... "
Q7: Est-ce que c'est mince?
Non
Q8: Est-ce que ça a la forme d'un carreau?
Non
Q9: Est-ce que ça a la forme d'un rectangle?
Oui .. un peu pointu
Résultats: tout le monde a gagné.